

バートランド・ラッセルの 論理的構成の方法について

— 〈数〉の定義を手がかりとして—

吉 田 謙 二

I

バートランド・ラッセル Bertrand Russell [1872-1970] の認識論は、論理的原子論 logical atomism とか、論理的構成主義理論 logical constructionism とか称される。このような名称の由来を端的に示しているのは、ラッセルが、オッカムの剃刀を整序原理として認識論的議論を展開し、みずからの認識論の拠って立つべき最高の格率として、「可能なときはいつでも、推論された諸存在者は、できるだけ論理的構成体で置換されるべきである⁽¹⁾」という命題を採用している事実であろう。ラッセルがこの格率をはじめて明確に定式化したのは、1914年2月に書いた“The Relation of Sense-data to Physics” においてであると思われるが、晩年の1959年春、英国放送協会のテレビ番組として録画されたウッドロウ・ワイアット Woodrow Wyatt との対話でも、ラッセルは、自分を論理的原子論者と規定している。そのさいのかれの説明によれば、「論理的原子論の意味するところは、ひとの眼に触れているどんな問題の内容も、その本性に達する道は分析であり、しかも、それいじょう分析できない事柄に達するまで分析できるということである。⁽²⁾」そして、そういう分析の究極に得られるものが論理的原子 logical atom であり、それは物質の小片とは違

う、いわば、一つの物が打ち立てられる元になる思想である。(6)

このような格率や発言からして、ラッセルは、対象の論理的分析とそれによって得られる論理的原子を構成するという、論理分析的構成の手法によって、かれの哲学的思索の軌跡を描きあげたといえよう。ところが、ラッセルのすぐれた伝記を残したアラン・ウッド Alan Wood も形容して言ったように、ラッセルは、情熱の懐疑家 *passionate sceptic* であったし(7)、エイヤー A. J. Ayer の指摘しているように、「ラッセルの目指すところは、つねに、数学の領域であれ、自然科学もしくは社会科学の領域であれ、あるいは常識の領域であれ、受け入れられている信念の理由を見いだそうとするところであった(8)」から、かれの議論はたえず前提に遡及し、一見したところ、その所説は無節操に転変しているような印象を与えかねない。ロナルド・イェーガー Ronald Jager が、“The Development of Bertrand Russell’s Philosophy”において、ラッセルの哲学的業績を實在論、原子論および中立一元論 *neutral monism* という三つの面から捉えようとしているのも(9)、前進して止まなかったラッセルの思索を全面的に把握しようとしてのことであろう。たしかに、ラッセルの哲学的思索の展開には、かれ自身の記しているところからも明らかのように、ムーア G. E. Moore に導かれて實在論的な確信をもった前期(10)、ヴィットゲンシュタインと相互に影響しあいながら論理的原子論の観点に立った中期(11)、および、アンソニー・クイントン Anthony Quinton が明確に摘出しているように、ラッセル中期に見られるデカルト的二元論を克服しようとした後期(12)という三つの区分が考えられる。ラッセルの関心の在り方と思索の深まりに応じて、このような局面の展開が見られたことは、多くの研究者の一致して指摘しているところであり、筆者もそれを否定しようとは思わない。しかし、そのような局面展開があり、区分が可能であるからといって、ラッセルの哲学に一貫したものがないというわけではない。ラッセル

ル28歳のみぎり、1900年に上梓された、“A critical exposition of the philosophy of Leibniz” から、76歳で総決算として世に問うた最後の哲学的な著作である1948年の“Human Knowledge: Its Scope and Limits”にいたるまで、ラッセルの主要な関心事は、物理学的、数学的、論理的、形而上学的な知識の真理性が信じられる理由を見いだすことであったし、かれの哲学的営為は、チャールズ・フリッツ Charles A. Fritz, Jr. によれば、「特殊化された問に対する限定的な解答を得て、ただそれだけを基礎にして一般化の試みをする累積的過程⁽⁴⁾」であった。そして、その過程で用いられたのは、「ラッセルが初期の特殊な研究にさいして展開していた『論理的構成』logical construction の方法⁽⁵⁾」であった。したがって、知識あるいは信念の根拠を問う姿勢とその方法の意識こそは、ラッセルの生涯変らないものであった。

論理的構成の方法は、ラッセルが初期に論理的、数学的な諸問題を論考するなかで用いた方法論的原理である。だから、かれの初期の数学の基礎に関する著作は、特殊な問題を解決したものとして重要であるばかりでなく、その後のかれの業績と、いわゆる分析哲学の展開とをみれば、チャールズ・フリッツの言うように、「いっそう一般的な哲学的諸問題に攻勢をかけることができた、新しい原理を闡明するものとして⁽⁶⁾」きわめて重要である。しかし、論理的構成という原理が本質的にどんな方法であるのかはかならずしも明らかでない。ラッセルによれば、かれの「実数の定義は〈構成〉の一つの例であり、……もう一つの例は基数の定義である⁽⁷⁾」という。そこで、この小論においては、ラッセルの初期の著作に見られる〈数〉の概念の定義を取りあげ、論理的構成という方法の本質を解明し、あわせて数の構成に係わる二、三の問題点を指摘したい。

II

ラッセルは、基数の定義をフレーゲ Gattlob Frege の “Grundlagen der Arithmetik” と “Grundgesetz der Arithmetik” に示された考え方に則って、つぎのように表わしている。すなわち、

$$\hat{\beta} (\beta \text{ sm } \alpha)._{(4)}$$

この命題式が表わしているのは、ある集合 α の基数は、 α に相似 similar なすべての集合の集合として定義されるということである。ちなみに、相似とは、二つの領域のあいだで各要素が一一に対応する関係をいう⁽⁴⁾。

ある集合 α の基数を “ $Nc'\alpha$ ” で表わせば、

$$Nc'\alpha = \hat{\beta} (\beta \text{ sm } \alpha)_{(4)}$$

である。この公式によれば、“ Nc ” は、なんらかの集合に対するある基数の関係であり、その関係をもっている集合の数が当の基数である。だから、数 1 は集合 $\epsilon'x$ に対して Nc という関係があり、数 2 は、 $x \asymp y$ だとすれば、和集合 $\epsilon'x \cup \epsilon'y$ に対して Nc という関係がある。したがって、別の言い方をすれば、一つの基数とはその基数によって表現されるある集合 α のほかの集合との相似の関係である。相似の関係を $\overset{\rightarrow}{sm}$ と記号化すれば、うへの公式の形式的定義はつぎのように書ける。

$$Nc = \overset{\rightarrow}{sm} \text{ Df}_{(4)}$$

集合 α の基数は α に相似なすべての集合の集合であり、けっきょく、ある基数とは、その基数がみずからの数であるような集合の関係であり、その基数という関係は相似の関係である。つまり、ある基数は相似という関係として扱えられる。すると、基数一般がどのように構成されるかということとはもはや明らかである。基数一般の概念は基数の集合によって与えられ、その集合は、 $Nc'\alpha$ に等しい集合、すなわち、なんらかの集合の基数

の集合である。ラッセルは、このことをつぎのように表現している。

$$NC = \hat{\mu} \{ (\exists \alpha) \cdot \mu = Nc' \alpha \} \textcircled{10}$$

この場合 NC は基数の集合を意味する。

ところで算術でもっとも基礎的な数として与えられるのは、1から9までの基数である。ラッセルも数学を論理学に還元するという明確な観点に基づいて著した Principia Mathematica においては、数の定義を基数からはじめ、うえに述べたような定義を与えている。しかし、ふつうわれわれが数とはなにかと問われるとき、 $0, 1, 2, \dots, n, n+1, \dots$ という自然数列を連想するようである。ラッセルの基数の定義は、 $0 = Nc' \wedge \textcircled{10}$ と考えられるから、零にもあてはまるということが証明されるので、すべての自然数に妥当することは間違いないが、うえには、ただその結論だけを示したので、われわれが日頃無反省に使っている数との関係を視座に据えて、そのような結論がどのようにして得られるのかをつぎに詳論しよう。

自然数列の表象を得るまでには、幼児期に与えられる3羽のハト、4つの豆といった経験の抽象過程があり、また、初等数学の段階では、空位としての零と負数とを導入して整数の概念を完成し、それに正と負の分数を加えて有理数の概念を得る、というように自然数が拡張される。数の概念が拡張される事情を思い巡らせば、どんな数が基礎的であるか、事理的、理論的にわかには断定しがたい。しかし、この小論の目的は、ラッセルによる〈数〉の定義にみられる手続きを手がかりに、かれの論理的構成の方法を明らかにすることであるから、そのような問題には関りなく、われわれのごくふつうの連想に基づいて、日常的な数としては、基数よりも自然数を意味するものとしよう。

それでは、たとえば、数2とはなにか。2は1+1であると答えられるかもしれない。おなじように、数 n は、0から始めて、1を繰り返し繰り返して n 個加えて得られる結果だといえるかもしれない。しかし、だれの眼

にも明らかなように、この方法は、〈数〉の定義が求められているのに、〈数〉を定義されたものとして使っているし、零と数1に関して例外を設けることによって残余の数を定義している。たしかに、「すべての言葉はほかの言葉で定義されるから、人間の知識は、つねに定義の出発点に定義なしで解るいくつかの言葉を認めなければならない⁶⁰⁾」けれども、うえの方法は、「有限数に適用できるだけで、しかも1とほかの数とのあいだにあきあきするような違いをつけるにすぎない。そのうえ、加えるという意味は説明されていない。⁶¹⁾」〈数〉とはなにかという問いに答えるための定義は、数を前提してはならないし、無限数にも適用できるものでなければならぬ。

数2には、二人の人間、二匹の犬、二輪の花というような使用例がある。数2は、けっして二つの物の集りではなく、二つの物の集りを、三つの物の集りや四つの物の集りから、つまり、二つでない物の集りから区別する、二つの物の集りの性質である。だから、「ある一つの数は、一定の物の集り、すなわち、その数で表わされる物の集りを特性づけるものである。⁶²⁾」物の集りを〈集合〉class と述語すれば、数2はある集合の性質であり、数3はまたほかの集合の性質である。したがって、「個々の数は集合の性質と 考えられるべきものである。⁶³⁾」集合の要素が有限である場合は、要素を枚挙して集合の性質を知ることができるから、有限数はそのようにして知られる有限集合の性質だといえる。ところが、無限数は、集合の要素が無限であるため、枚挙という手段によって知られる性質だというわけにはいかない。しかし、すべて all という数的接続詞 numerical conjunction がつけられた集合、たとえば、すべての男とか、すべての瞬間とかは、ある仕方でもまとめられた男なり、瞬間なりを指示している。これらの集合は、要素が無限であるから、もちろん枚挙に頼るわけにはいかないが、集合にまとめられる理由になったある共通の性質という内包的な

観点にたてば、集合にまとめられたものとしての数をもっていると考えられる。したがって、「どんな集合であっても、集合があれば、それに含まれるある個数の物があるから、数はこの集合の性質と考えることができる。」⁶⁰」

ところで、数が集合の性質として定義されるとすれば、個々の集合は、それぞれにある数で表わされる内包をもっているわけであるが、ある集合とほかの集合との内包がおなじであること、言い換えれば、二つの集合が等しい数をもつことはどのようにして決定されるのであろうか。いま、数を集合の性質と理解しているのであるから、二つの集合の性質が共通であるとき、二つの集合はおなじであるといえる。ところが、「共通な性質」という概念によって決定されるものは一義的でない。というのは、集合の要素が内包としての性質を形成しているから、どんな集合もその要素によって決まるある数をもっていることになる。すると、この数をもった集合は、性質の共通なすべての集合に対しておなじ数をもっている。すなわち、集合とその性質としての数とは多対一の関係がある。また、一定の集合のどの要素もあるほかの集合の要素になり、したがって、ほかの集合の数を形成する。つまり、任意の集合と共通な性質をもっている集合は、その任意の集合の要素と多対一の関係がある。それゆえ、任意の集合の数は、あるそれと共通な性質をもつすべての集合の数とおなじであって、しかも、ほかのある共通な性質をもつすべての集合の数ともおなじであるから、ある集合の数を定義することはできず、〈共通な性質〉という概念によっては、二つの集合の数が等しいかどうか決定できない。数の定義が求められているのだから、もちろん、二つの集合の要素を数えることも許されない。ラッセルは、この解決を一対一対応の関係 one to one correspondence にみいだしている。⁶¹

いま、ある社会のすべての男女が結婚していて、一夫多妻や多夫一妻が

禁じられているとすれば、男の人数と女の人数はおなじである。このことが確言できるのは、男の集合の各要素と女の集合の各要素とが一夫一婦主義の結婚という対応関係にあるからである。だから、「二つの集合がおなじ数をもつというのは、一方の集合のどの要素ももう一方の集合の一つの要素だけにかぎって対応するように、その各要素が一对一に相関させられるときである。⁶⁹⁾」一般的にいえば、二つの集合の各要素が一对一に相関させられるには、一つの集合を領域 domain としもう一つの集合を逆領域 converse domain とする一对一の関係がなければならない。そのような一对一の対応関係がある二つの集合は〈相似〉 similar であるといわれ、相似な集合は数えなくても等しいと信じてよい。

「二つの集合のあいだの相似の関係には、反射的 reflexive, 対称的 symmetrical, 推移的 transitive な性質がある。⁷⁰⁾」集合はそれ自身について領域と逆領域の関係を考えれば一对一の対応をしているが、これを反射的とよぶ。集合 α と集合 β について、 α が β に相似であれば、 β も α に相似であるという関係は対称的である。集合 α と集合 β が相似で、しかも集合 β と集合 γ が相似であるとき、集合 α と集合 γ も相似であり、そのような性質をもっている関係は推移的とよばれる。夫の集合と妻の集合は、反射的、対称的な相似の集合であり、等しい数の要素をもっていると確信できる。

数が集合の共通な性質の表徴であり、相似という概念が妥当であるとすれば、要素のない集合と反射的、対称的、推移的な関係にある諸集合は数 0 を、また、要素が一つの集合とおなじような関係にある諸集合は数 1 を定義する。だから、一般的に、「ある集合の数とは、その集合に相似なすべての集合の集合である。⁷¹⁾」相似な諸集合の集合の要素には、すべての相似な集合に共通な性質があるということが意味されていることになるが、この場合は、さきの「共通な性質」という概念の使われ方とは次元を

異にしており、相似性によって規定された共通性であるから、まえのように多義的にはならない。さきほどは、数の定義のために集合を直接的に使用したから、集合の性質の多様な可能性に悩まされねばならなかったが、ある集合の数を相似な諸集合の集合として定義すれば、数は、集合そのものが定義されるある性質、すなわち、相似な諸集合の一般的性質である一対一対応の関係として把握されたことになる。

いじょうに述べたところから、〈数〉がある集合に相似な諸集合の集合として構成される概念であることはほぼ明らかになったと思われる。もちろん、このように構成された数の基本的な諸属性についても明らかにするのでなければ、数に関する反省としては不十分であるが、それは本稿の主旨ではない。ここでは、ひとまず、ラッセルの基数と自然数との構成について、つぎのようにまとめておけばよかろう。すなわち、日常的には、数は存在の数であり、一般に存在と区別されていない。ラッセルは、そのような現実を分析し、数を物の集合の性質として理解した。つまり、まず、個々の数は、物の集まりの特性表徴として捉えられ、ついで、共通の特性表徴をもつ物の集まりの集合が一般的な数として理解された。しかし、ある物の集まりとほかの物の集まりとがおなじ数をもつかどうかを判定できなければ、ある数を特性とする集合の集合という観念は不可能である。そこで、その判定の方法として一対一の対応関係が用いられ、数の定義に先き立って数えることは許されないという難点を回避するように努めた。こうして、ある集合の数とは、その集合に相似なすべての集合の集合であり、数は諸集合の相似の関係として構成されたのである。

このようにして、ラッセルの基数の定義は、数が定義不可能な実体ではないということを証明した。数は、存在と不可分のたんに言及されるにすぎない一つの要素 term として考えられていたものが、論理的構成概念に置き換えられたのである。ところが、物の集合の相似の関係によって定義

するという方法はすべての種類の数に適用できるというわけではない。というのは、たとえば、一辺の長さが1cmの正方形の対角線の長さは $\sqrt{2}$ cmであるが、この長さに対応する有理数はなく、等式 $x^2=2$ の解にあたる無理数を含めて実数の数列が考えられているが、このような数は、直線上に対応する点があるわけではないから、これまでに述べたような仕方での集合の数をうんぬんするわけにはいかない。つぎに実数がどのようにして論理的に構成されるのかをみよう。

III

実数の系列は、ふつう、有理数と無理数との集合体とされており、無理数は有理的限界のない有理数系列の限界として定義される。

換言すれば、実数とは、一般に、

$$\pm k_1 k_2 \cdots k_m \cdot a_1 a_2 \cdots a_n \cdots$$

と書かれるような無限小数で表わされる数として理解されている。この場合、 $k_1 k_2 \cdots k_m$ はこの数の〈整数〉部分を表わし、 $a_1 a_2 \cdots a_n \cdots$ は〈小数〉部分を表わす。

結論からいえば、このような実数を、ラッセルは、有理数のある集合として定義している。その定義にいたる筋道はおおよそつぎのように概略できる。

いま任意の有理数 r をとれば、 r に対する関係によって、有理数の四つの無限集合が定義される。すなわち、(1) r より小さい有理数の無限集合、(2) r よりも大きくない有理数の無限集合、(3) r より大きい有理数の無限集合、(4) r よりも小さくない有理数の無限集合、という四つである。(1)と(2)、(3)と(4)はおなじことを言い表しているように思われるが、(2)、(4)は r を含むのに反して、(1)、(3)は r を含まない。 r を含むか、含まないかという違

いは、集合の性質に決定的な差異を生じる。(2)は最終項があるけれども、 r より小さい有理数の無限集合は、その集合の任意の変項よりも小さい有理数の集合と同一である。ラッセルは、この性質をもつ有理数の集合を〈切片〉segment と名づけ、有理数の切片を「零でない有理数の集合⁶⁰⁾」として定義する。切片の定義を逆に考えれば、ある切片を定義する有理数の集合がたくさんあることが解る。それらの有理数の集合はおなじ切片を定義しているから、ある共通の性質をもっており、それが切片として表われているはずである。一般的にいえば、「 u が一つの有理数であるか、あるいは、ある一定の有理数より小さい有理数の集合であるとする、 u が一つの有理数である場合には、 u より小さい有理数が、また、 u が有理数の集合である場合には、集合 u の任意の数より小さい有理数がつねに有理数の切片を形成する。⁶¹⁾」だから切片はつねに無限小数を値域に収めており、有理数のある切片が一つの実数を意味する。したがって、「実数とは有理数の一定の集合にほかならない。⁶²⁾」

実数の概念が生まれたのは、ピタゴラスによって発見された、平方が2に等しい分数はないという事実に基づいている。それゆえ、実数の定義は、無理数と有理数との両方に妥当するものでなければならない。この点に関して、これまでに述べたところからだけではまだ説明不足の感をまぬがれないから、さらに詳細な論証を試みよう。

いま、すべての分数をその平方がある数 a より小さいかどうかによって二組に分割すれば、一方の組のすべての数はもう一方の組のどの数より小さく、一方には極大がなく、もう一方には極小がないようにできる。このような分割は、〈デデキントの切断〉Dedkind cut とよばれ、その切断に関しては四つの場合が考えられる。⁶³⁾すなわち、「(1)下の部分に極大があり、上の部分に極小がある。(2)下の部分に極大があり、上の部分に極小がない。(3)下の部分に極大がなく、上の部分に極小がある。(4)下の部分に極大

がなく、上の部分に極小がない。⁶⁴⁾これら四つの場合のうち(4)は連続した系列ではなく、上の部分にも下の部分にも極限もなければ最後の項もない。その平方がすべて a より小さい分数の系列と、その平方がすべて a より大きい分数の系列とは、けっして a に一致しない。一辺の長さが1の正方形の対角線の長さは、その平方が2であるような数である。長いあいだその数はどんな分数によっても得られない、二つの分数系列で囲い込まれるにすぎない空隙であった。分数系列の側からいえば、この空隙は、そこで系列が切断されており、切断されている箇所はその平方が2になる数、すなわち無理数 $\sqrt{2}$ であるという、空間的な理解に災いされた解釈が行なわれていた。しかし、無理数との関連で切断について考えてみると、切断の両側の分数系列には極限も最後の項もなく、両系列のあいだに不連続な空隙があることはたしかである。分数の切断は、無理数に対応しているときにかぎって空隙があるから、第四の場合は〈無理切断〉とよばれる。この術語を使えば、無理数は無理切断で表わされるといえる。

ある分数系列を切断した場合、極大のない下の部分は無理集合であり、その分数系列の任意の項より小さい分数の集合と同一であるから、極大のない下の部分は切片とよべる。この分数系列のある分数に対応する切片は、その分数より小さいすべての分数の集合であり、切片に対応する当の分数がその切片の限界である。ところが、無理数を表わす切片は限界がない。しかし、「一つの系列に属する二つの切片は、限界をもっていなくても、一方がもう一方の部分でなければならない。だから、そういったすべての切片は全体と部分との関係によって一つの系列に配列することができる。……限界のない切片を含む系列の場合は、その系列が含む項よりも多くの切片を定義する。というのは、各項は当の項を限界として切片を定義し、そのほかにも限界のない切片があるからである。⁶⁵⁾

実数は有理数と無理数とからなる数概念であるから、いじょうのことを

踏まえて、まず有理数と無理数とはつぎのように定義される。整数 n が分数 $n/1$ に対応しているように、有理数は分数に対応しているが、 n と $n/1$ がおなじものでないように、有理数と分数とはおなじものではない。うゑに述べたように、分数系列を切断した場合、空隙が生じればそれが無理数である。また、切断の下の極大のないある部分に対応する分数は、その分数より小さいすべての分数の集合である。極大のない下の部分、すなわち切片に対応する分数があれば有理的であるが、切片に限界がなければそのような切片を含む系列は、系列の項の数よりも多くの切片を定義するから無理的である。したがって、無理数とは限界のない分数の系列からなる一つの切片である。また、有理数とは、その数に対応しているある分数より小さいすべての分数からなる集合である。無理数と有理数とがこのように定義されると、実数は二つを併せて得られる条件によって定義できる。すなわち、「実数とは大小の順にならべられた分数の系列からなる一つの切片である。」

ここに得られた実数の定義の過程はおよそつぎのように要約されよう。すなわち実数は有理的な限界をもっていないから、有理数と無理数とを一つの系列にできるのでなければ、実数の定義としては十分ではない。たんなる分数の系列は、どこで分割しても、極限をもつものではないが、分数の系列からなる切片の系列のすべての分割は、それに応ずる限界がある。そして、この系列は切片を形成する分数と相似である。したがって、実数の有するべき諸属性は、分数の切片と同定すればよいから、実数とは、一般に、分数の集合の切片であり、それはとりもなおさず、有理数の一定の集合なのである。この定義によれば、たとえば、実数 1 は真分数だけからなる集合であり、 $\sqrt{2}$ は平方が 2 より小さいすべての分数からなる切片であるといえ、実数の定義として必要十分である。

IV

ラッセルの言うところによれば、基数と実数の定義の手續きが論理的構成の例である。しかし、これまでに概略した定義のなにかが構成とよばれるものなのであろうか。いったいどんな方法が使われていたのであろうか。

この疑問を解き明かすまえに、ラッセルが〈構成〉と言うときは、一般にどんなことを意味しているのかをみておこう。かれの説明によれば、論理的構成の方法とは、「仮定的な推論された実体について名目的に述べている一群の命題が与えられているとすれば、これらの命題を真ならしめるために仮定的な推論された実体に要求される性質を考え、つぎに、ちょっとした論理的操作の力によって、必要な諸性質を有する、より仮說的でない実体についてのある論理函数を得る」という手續きである。そして、この方法によって構成された函数は、仮定的な推論された実体に換えられ、問題とされている命題群の、新しい、より疑わしくない説明を可能にするという。したがって、たとえば、かつて無理数は、ほんらい限界のない有理数の系列の、想像上の限界であると考えられていたが、さきにみたように、無理数は、比の一定の集合として定義されるし、また、ラッセルの所説にしたがえば、日常、われわれがたいした根拠もなしに存在を確信している対象的事物は、われわれの直接的な経験の基本的要素である感覚与件 sense-data を構成して得られる、物理的对象 physical object の概念で置換される。

約言すれば、ラッセルの論理的構成とは、無反省に存在性が仮定されている対象を論理的に分析し、それによって得られる、当面のところ究極的とみなしてもよいと考えられる論理的原子から、論理的操作の助けを借りて合理的な対象像を構成し、その構成体をもって仮定的な存在に置換しようとする、論理主義的な認識理論である。

しばしば、われわれは、理論的経験的な必然性を根拠にして、たんに要請されるにすぎないものを存在するものと思ひ込む。古代の神話を例にひくまでもなく、マイノグは記述されるという事実から記述される対象の存在の問題に苦しんだし、デデキントは、“Stetigkeit und irrationale Zahlen”において、有理数系列の極限によってたんに特定されるだけであるのに、分数系列の分割によって生じる空隙はつねにうめられねばならないと考え、無理数の存在を確信した。理論の行き止まるところに必要な実体を導入するのは、きわめて便利な遣り方ではあるが、それはなにが未知の実体であるかということの確認にとどまる。理解とか、解釈とか、あるいは定義とかいわれるものは、ふつう、未知の事柄を既知の事項で説明することであるから、そのような確認は論究すべき問題を明らかにする役割を果たしてこそすれ、問題を解決するものではない。ラッセルが構成と言うときは、うえに約言したところから明らかなように、まさしくこの未知であることが確認された実体の存在性を、既知の論理的原子によって組み立てることを意味しているのである。しかし、推論された実体について名目的に述べている諸命題を真であるようにするためにその実体に要求される性質を考え、ついでちょっとした論理的操作を加えるといわれるとき、要求される性質はどうして決定されるのか、あるいは、どんな論理的操作を加えるのか、うえの引用からは明らかでないし、そういうことについてラッセルが解説を加えた形跡もない。

前節までに論証したように、基数もしくは自然数は、ある集合の数として捉えられ、その数は当の集合に相似な諸集合の集合として定義された。また、実数は、分数の集合の切片、あるいは有理数の一定の集合として定義された。だから、ラッセルの数の構成にさいして基本的な役割を演じているのは集合の概念であり、集合は自明の基本概念であるかのような印象をうける。ところが、ラッセルによれば、集合は定義なしで使えるような

概念ではなく、 \langle 論理的構成体 \rangle の一つである。かれは集合の定義をつぎのように述べている。すなわち、「集合とはある命題函数を満足するすべての対象である。もし、 α が $\phi\hat{x}$ を満足する対象から成る集合であれば、 α は $\phi\hat{x}$ によって決定される集合であるという。だから、各命題函数は一つの集合を決定する。……たとえば、 ϕx が方程式であれば、 $\hat{x}(\phi x)$ は方程式の解の集合を表わす。また、 ϕx が $\langle x$ は二本の足があり、羽毛がない \rangle ということであれば、 $\hat{x}(\phi x)$ は人間の集合である。⁶⁹⁾したがって、集合は、集合の概念を含む命題にある一定の意味を割り当てるものであり、その意味とは、集合の概念を含んでいる命題を正しく分析すれば、当の集合のことをくぐくぐ言わなくてもよいような意味である。「だから、集合のための記号は、たんに便宜的なものであって、 \langle 集合 \rangle とよばれる対象的な存在を表わすのではない。集合とは、……論理的擬制である。⁷⁰⁾」

それゆえ、集合もまた構成されるべき概念であり、 \langle 集合 \rangle の論理的構成とは、うえに述べたことからすれば、集合の構成要素の諸性質を表現するほかの対象あるいは実体の概念と関係とによる言明を形成することである。基数と実数の定義にいたる過程を思い合わせてみても、論理的構成をそのように理解しても間違いではなさそうである。というのは、存在と不可分に結びつけられている日常的な \langle 数 \rangle は、自然数や基数という範疇では、数をその特性とする物の集合と相似関係とによって定義され、実数という範疇では、基数につながる有理数の集合と大小関係とによって定義されたから、そこで行なわれたことは、構成するべき要素の諸性質を表わすほかの物の概念と関係とで未定義の概念を表現することであったといえるので、数の構成にさいしても集合の場合とおなじ考え方が貫かれていると思われるのである。

論理的構成ということがこのようなものであるとすれば、そのさいに行われたことは、ナーゲル Ernest Nagel にしたがってつぎのように一般化

できるだろう。すなわち、「実体 a_1, a_2, a_3, \dots 、の集合と関係 R_1, R_2, R_3, \dots 、の集合とがあって、言明 S_2 がそれらの集合と関係とから形成され、「C」という表現を含んでおらず、脈絡 T_1 において S_2 が (C を含む言明⁽⁴⁰⁾) S_1 と論理的に等値であるとすれば、C は特定の実体と関係とからなる論理的構成体である。⁽⁴¹⁾つまり、論理的構成という作業は、不必要に措定されている実体概念についてほかの実体概念と自明の関係とによって等値な概念を形成することと捉えられるのである。ところが、論理的構成を等値な概念を形成することと理解するだけでは不十分な点がある。すなわち、構文論的には、等値 $p \equiv q$ は、 $(p \supset q) \cdot (q \supset p)$ によって定義されるから、この定義によれば、ラッセルの論理的構成は、含意式を発見しようとするものであり、構成とは構成するものと構成されるものとの相互の含意関係の設定だということになる。ところが、さらに $p \supset q$ は $\sim p \vee q$ と定義されるから、 $(p \equiv q) \equiv (\sim p \vee q) \cdot (\sim q \vee p)$ とも定義できる。そして、連言式は単純化できるから、 $\sim p \vee q$ と $\sim q \vee p$ とを別々に立言してもよいことになる。すると、等しいはずの構成するものと構成されるものとは、一方では否定されながら他方では成り立つという関係になってしまい、構成そのものが不可能になる。この論証は、構文論的な極端化であり、意味論的には無意味であるが、そもそも等値式には左辺と右辺とがともに偽であるときも真であるという真偽の条件があり、等値性を構成の正当性の基準にすれば、構成するものと構成されるものとがともに偽であっても、論理的構成の作業は成立していると判断されるという結果が含まれている。だから、論理的構成は、不必要な実体概念をほかの実体概念と自明の関係とによって形成することであるとはいっても、けっしてたんなる等値の実現を目論んでいると理解されてはならない。

ところで、言明 S_1 が〈説明〉の機能を果たす場合、 S_1 に表現 C が含まれていれば、 S_1 は C を説明する言明であるか、あるいは C を使用してなに

かを説明する言明であるかのいずれかである。たとえば、 C を人間だとすれば、〈ソクラテスは人間である〉という言明においては、ソクラテスを説明するために〈人間〉が使用されている。〈人間は二本足で羽毛がない〉という言明であれば、〈人間〉が説明されている。いずれにしても、説明は、説明されるものについて、説明するものと説明する関係とによって論理的に形成される意味を表現することである。それゆえ、〈説明〉の論証は、一般に、説明されるものを C 、説明するものを E 、説明する関係を R とすれば、 $E, R \rightarrow C$ と表わされる、論理的含意の関係の表現だといえる。

一方、ラッセルの論理的構成は、概念的にいえば、未知の実体に帰せられている存在性を既知の論理的原子によって組み立てることであるから、論証の構造という点からみれば、説明のそれと変るところがない。すなわち、基数とか、実数とか、集合とかが論理的に構成される過程は、まず構成体で置換されるべき実体が分析され、その実体の備えるべき性質にふさわしい構成を可能にする、より疑わしくないほかの実体と自明の関係を、問題の実体を含む命題の成立する条件を満たすように形成するというものである。それゆえ、構成されるべき実体を e 、構成に用いる実体を E 、自明の関係を R として、構成されるものと構成するものとの論証の構造に注目すれば、論理的構成とは、説明の論証とおなじように、 $E, R \rightarrow e$ と表わされる論理的含意の関係を実現しようとするものである。

意味論的に論理的含意の関係があるといわれるのは、二つの命題式 S_i と S_j とのあいだに、 S_i が真であれば S_j も真であるという関係があって、その関係が論理的手続きだけで確定できるときである。したがって、論理的構成が意味論的に正しい推論を形成するためには、 E, R が真であるときに e も真で、しかも、ともに真であるという関係が論理的手続きだけで確定できなければならない。 E, R, e のそれぞれに真理値を割当てられ

ば、値の割当ての通りに、前提が真のとき結論も真になるから、この論理的含意の関係は論理的手続きだけで確定される。しかし、構文論的には、 $E; R$ から e を導出することはできない。〈説明〉は、基本的にいえば、説明されるものを含意する関係項が知られている場合に、その関係項が立言されるから説明されるものが成立するとして論証する手続きである。だから、説明の論証は、説明されるものが構文論的に導出できるということの意味している。⁽⁶⁴⁾ところが、論理的構成の場合、仮定的な推論された実体について名目的に述べている命題群を真ならしめるために当の推論された実体に要求される性質は、それらの命題の分析によって知られるわけであるが、それは完全に知悉されるとは確言できないから、説明の論証とは違って、構文論的に前提から結論を導出することは不可能なのである。だから、論理的構成は、推論された存在者に換えるべき概念を得ようとするものであるから、その結果が用いられる言明を有意味に成立させるかどうかという面から規制されるけれども、構成するものと構成されるものとのあいだに形式的な関係はない。したがって、この二つの項をつなぐ必然性は、後者を含む言明の有意味性に求められるということになる。それだからこそ、ナーゲルは、実体の集合と関係の集合とを含む言明 S_2 と、実体 C の表現を含んでいる言明 S_1 との脈絡 T_1 における等値性を構成の正当性を保証するものとしたのであろう。しかし、うゑに述べたように、要素式が偽の場合も等値式は真であり、等値であっても有意味でない場合があるから、脈絡 T_1 における等値性というだけでは不適當であり、構成の正当性の保証は、論理的構成体の用いられる言明が有意味に成立するかどうかという点に求められねばならない。すると、有意味性の基準がさらに問われねばならないが、それはさきに述べたことに含まれている。すなわち、構成するものと構成されるものとの論理的含意の関係が論理的構成によって実現を図られるものであり、論理的含意の関係は、前提が真であるとき

に結論も真であることが論理的手続きのみによって決定されるような関係であるから、その基準は、構成されるもの、すなわち推論された実体について述べている言明を真でありうるようにするために、推論された実体に要求される諸性質を、構成するものと構成する関係とが網羅していることである。端的に言えば、論理的構成の前提とされる、推論された実体について述べている命題群を真ならしめるために推論された実体に要求される諸性質は、構文論的には連言式で与えられ、その項数は不定であるにしても、連言式で与えられた、実体に要求される性質を構成して得られる論理的構成体が、推論された実体を含む言明の実体に置換されるのであるから、置換して得られる言明が真となれば、言明は有意味であり、その真偽は、実体に要求される性質を与える連言式が真のとき、そのときにかぎって論理的構成体も真であるという条件を満たせば、真と確定される。

いじょうのところから、ラッセルの論理的構成の手続きについてはつぎのように結論してよかろう。すなわち、ラッセルの論理的構成とは、論理的含意の関係を形式的原理として、ある実体概念を論理的に含意する概念をほかの実体の集合と関係の集合とから形成しようとするものである。換言すれば、論理的構成とは、相互に関係のある関係項の一方しか分っておらず、しかも、その項が推論された実体であるときに、含意の関係によって既知の要素の集合と関係の集合とから成立する有意味な関係項を形成する作業である。そして、論理的構成が妥当であるのは、構成されたものが有意味なときであり、その有意味性は、構成するものと構成されるもののがともに真であることを論理的手続きのみによって決定できるときに獲得されるから、論理的構成とは論理的含意の関係を原理とする認識の方法だといえるのである。

V

ラッセルの論理的構成の方法が論理的含意の關係に基づくものだとすれば、ラッセルは、かれの論理的構成主義理論とよばれる認識理論を、論理的含意の關係を方法的原理として展開したと考えられる。しかし、その理論が数学の基礎づけに用いられるとき、なにも問題がないというわけではない。また、ラッセルが論理的構成の例であるという数の構成には、かれの申し立てほどには分明でないいくつかの問題や不徹底な点がある。

〈数〉について反省を加える場合、求められねばならないのは、数とはなにか、なにが数の本質なのか、という問いの答えである。数のうちのものは自然数とよばれているけれども、これとても自然に存在する事物のように、人間にとって感覚的に知られる物ではないし、時間のように事態の継起として記憶される事柄でもない。日常われわれの親しんでいる数は、1杯のコーヒーであり、7人の小人である。つまり、数は、人間がなにかのために、あるいはなにかに付随させて量的属性に関する判断の一つの道具として使用している概念である。だから、数とはなにかという問いは、自然的な事象を究明しようとする場合のように定量的方法によるのではなく、数の使用例を手がかりに、定義的方法によって答えられねばならない。しかも、この問いは数の本質を明らかにしようとするものであるから、成就さるべきものは、使用法の定義でもなければ規約の定義でもなく、本質の定義でなければならない。そして、数は量的属性に関する判断のために使われる概念であるから、数の本質的定義は、量的属性に関する諸判断の關係を整合的に説明できるものでなければならない。

一般に〈数学〉として表象されるものは、〈応用数学〉と〈純粋数学〉とに分けられる。応用数学は、「第一の命題が現実に真であるかどうか⁽⁴⁹⁾」、「命題がそれについて真であるとされる任意のものとはどんなものか⁽⁴⁹⁾」

ということに係わっている。それに反して、純粋数学は、「もし、しかしかの命題が任意のものについて真であれば、かくかくのもう一つの命題がそのものについて真である、という主張だけから成っている。⁶⁴⁾」またフレーゲによれば、純粋数学の守備範囲で得られる結論は、「外的な事物に適用できるものではない⁶⁵⁾」が、「外的な世界の事物に妥当する判断に適用できるものであり、……現象の関連ではなくて、判断の関連を立言する。⁶⁶⁾」このようなものが純粋数学であるなら、数の本質についての問いは、たしかに純粋数学に属している。

ラッセルは、純粋数学を定義してつぎのように述べている。すなわち、「純粋数学は、 $\langle p$ は q を含意する \rangle という形式のすべての命題の集合であり、そのさい、 p と q とは、一つかそれいじょうの変項を含む命題であり、……しかも、 p も q も論理定項 logical constant いかいのいかなる定項も含まない。⁶⁷⁾」つづめていえば、「すべての純粋数学——算術、解析および幾何——は、論理学の基本的諸観念の結合によって建設される⁶⁸⁾」のである。

純粋数学がこのように規定され、数についての問いが純粋数学に属するのであれば、数の本質的定義についてはつぎのようにいえよう。すなわち、数の定義が本質的であるのは、その定義が論理学の基本的な諸観念の結合によって成り立ち、数学的な諸判断の関連を立言し、すべての純粋数学を演繹できるときである。さきに得られた数の定義は、ラッセルがそれに基づいて、Principia Mathematica においてすべての算術を演繹してみせた基礎を示すものであり、論理定項および変項の形式的含意という論理学の基本的な諸観念の結合から成っているから、本質的定義であることは疑いない。しかし、その定義が数理哲学的に最終的なものであるかどうかについては疑問が残る。

推論されるにすぎない実体を論理的構成体で置換するとき、論理的構成

体には未知の要素がなにも含まれていないかといえば、けっしてそうではない。たとえば、人間であることが人間の集合を決定する。しかし、人間の集合は、集合の各要素にある形式的に等値なほかの性質によっても決定され、羽毛のない二足獣という言葉がおなじ集合に妥当する。羽毛と二足獣とはさらにそれぞれの内包によって定義でき、その定義に使われる概念はまたなんらかの定義が下されるだろうが、最後には定義されない存在概念に行き着かざるをえない。このことはラッセルも認めているけれども、数を集合によって構成し、集合もまた論理的構成体であるとかれが言うとき、はたして、数や集合の存在性についてはどのように理解すればよいのだろう。ラッセルは、かれが「集合の存在の立言を拒否するとき、集合の存在性といったものはなにもないのだ」と独断していると考えられてはならない⁹⁹」と言う。だから、察するに、かれの採用した格率と方法は、いわば数理的認識の技術的な心得であり、認識対象の存在、非存在を決定できるものではない。ところが、あらゆる技術は、技術の向けられる対象の存在と関係とを前提して成立するから、ラッセルの構成主義理論は、それが技術的な心得であるとすれば、とうぜんなんらかの存在を前提しているはずである。論理的構成が、ある実体をほかの実体概念で形成することとして捉えられねばならなかったのは、このためであったのだろう。

ラッセルが論理的構成の方法のめざましい展開を果したのは、實在論の立場を採った時期であったから、実体の存在を許容していたことは疑いを容れず、かれが集合に存在性を認めていたとしても、その形而上学的な見解とはなにも矛盾していない。ところが、実体を外延するような概念は、かれの主張によれば、現実の世界の疑いのない要素から構成されるのであるから、当の実体概念はそれが使われている言明から理論的に消去できるはずである。にもかかわらず、どこかに構成不能の存在が仮定されているということは、一つの論理的矛盾である。実数が幾何学的な〈存在〉とし

て想定されるときは疑わしく、有理数の無限系列と同定されれば、なぜその存在については疑問がなくなるのであろうか。論理的構成の方法が論理的含意の関係を原理とするものであれば、この関係は、論理的手続きだけで前提と結論がともに真と決定されるときにかぎって、成立する関係だから、推論された存在者とのあいだにその関係の成立する諸概念は、存在論的には推論された存在者と同格だと考えられねばならない。そのような論理的構成体が数学の対象の構造を示すものとして採用されるとき、大きな経済効果は収められるかもしれないが、数学の形而上学的基礎としてどれほど確実であるのか明らかではない。論理的構成の理論に内在する存在仮定の問題は、さらに検討を重ねるべき課題である。

しかし、もちろん、その問題は、論理的構成の方法が論理的含意の関係を原理としていることに抵触するものではない。というのは、くどいようであるが、論理的含意の関係は、形式的手続きのみによって、前提と結論とがともに真と決定されるときに成り立つ関係なので、どんな存在仮定があっても、そのかぎりで論理的含意の関係が真であるように形成することができるからである。論理的構成の理論に内在する存在仮定の問題は、論理的含意の関係をみようとする前提と結論との真偽の決定根拠に関連する、いっそう次元の高い課題であるが、すでに紙幅も尽きたので、その考察は別の機会にゆずり、ここではラッセルの数の定義に含まれているつぎの問題点を整理するだけにとどめよう。

ある集合とほかの集合がおなじであることを判定するのに使われた相似の概念には、それが述語として使われる場合、その焦点が定まらないという点と、数の定義に先き立って数の概念を使っていることにならないかという問題があり、数を相似な諸集合の集合として定義することには構成が不徹底だという点がある。

数が集合の共通な性質の表徴であり、相似という概念が妥当であるな

ら、さきの例のように、夫の集合の性質を表わすものとしての数は、夫の集合に相似な集合である妻の集合の性質を表わす数でもある。だから、夫の集合の数は、夫の集合に相似な集合の集合である。このことを敷衍して、一般に、 u をある集合だとすれば、 u の数は、 u に相似な諸集合の集合である。「しかし、〈 u に相似な〉という述語概念は、 u の数を構成する概念ではない。というのは、もし、 v が u に相似であれば、〈 v に相似な〉という述語概念はおなじ集合を定義するからである。⁶⁰⁾」すると、相似な諸集合の集合という概念は数を定義できず、相似な諸集合の集合を定義する述語概念が必要であり、それは構成要素としてどの集合とも特殊な関係をもっていないということになる。

そのような述語概念は、定義される諸集合の集合とおなじ次元で可能であるかどうか詳らかではない。しかし、いずれにしても、〈 u に相似な〉諸集合の集合と〈 v に相似な〉諸集合の集合とは、 v が u に相似であるときはおなじものである。〈 u に相似な〉諸集合の集合というとき、〈 u に相似な〉という述語概念は、 v が u に相似であれば、〈 v に相似な〉という述語概念と等価であり、相似性があるすべての集合に同様の述語概念が可能であるから、〈 u に相似な〉という述語概念は集合 u の数を構成しないといえる。ところが〈 u に相似な〉諸集合の一つが v なのだから、〈 u に相似な〉という述語概念と〈 v に相似な〉という述語概念はおなじ諸集合の集合を意味しており、たとえ相似な諸集合のすべてに同様の述語概念が可能であっても、定まらないのは述語であって、述語の対象ではない。したがって、ある集合の数は、〈相似な諸集合の集合〉という概念によって定義され、〈相似な諸集合の集合〉を定義するような述語概念は、数の構成にとって必要なものではない。

第一の点については、ラッセル自身も気づいて解説を加えており、要するに、相似という概念の使用と対象、あるいは語用と意味を区別すれば混

乱はなくなるのであるが、第二の点はもっと根が深い。ラッセルによれば、「ある関係が一对一の関係であるというのは、 x と x' とが y に対して当の関係に立っていれば、 x と x' とは同一であり、また x が y と y' とに対して当の関係に立っていれば、 y と y' とは同一であるときである。⁶⁶⁾」一对一の関係をこのように定義すれば、表面的には数1を数の定義に先き立って使っていないかに思われる。しかし、相似を領域と逆領域の一对一の対応関係と定義することは、数を定義しないで数1を使っていることにはならないだろうか。個々の夫、個々の妻は、ほかの夫、ほかの妻から区別された個体である。 x, x' というとき、 y, y' というとき、それぞれは単位として概念されている。単位の観念が可能であるのは、単位とされるものが個であり、単一という意味があるからではないか。そうだとすれば、集合の一对一対応という関係を考えるときは、その認識が成立するかぎり、単位の概念化とともにいつも数1が潜入しており、数の定義のために考えられている関係がすでに数を定義されたものとして使っていることになる。

また、数を相似な諸集合の集合として定義することの不徹底さというのはこうである。すなわち、ある集合の数とは、その集合に相似な諸集合の集合であるから、「数とはある集合の数である⁶⁷⁾」と結論されるのであるが、それによって構成されているのは、数一般ではなくて、ある集合の数であり、数の一特殊にすぎない。というのは、ある集合に相似な諸集合の集合によって構成されるのは、ある集合の内包としての数であり、数一般の内包ではないからである。だから、一般概念としての数に達するには、もう一段の構成が必要である。

個々の数は一般概念としての数の例であるから、数一般の内包は、ある集合に相似な諸集合の集合を要素として構成されるはずである。ある集合の数を構成する方法にしたがえば、一般概念としての数は、個々の数を要

素とする集合の性質として定義される。つまり、数とは、ある集合に相似な諸集合の集合として定義される個々の数を要素とする集合の内包である。簡約すれば、数とは相似な諸集合の集合の集合である。すると、ある集合の数を相似な諸集合の集合というとき、その内包は相似関係であるが、数一般を定義する相似な諸集合の集合の集合は、相似関係の集合をその内包とする。一方、基数は、なんらかの物の集合の相似関係として定義され、基数一般は、基数の集合によって考えられた。したがって、数を相似な諸集合の集合の集合として定義すれば、ラッセルの体系内で首尾一貫し、混乱がなくなると思われる。

註

- (1) Bertrand Russell, *Mysticism and Logic*, Eleventh Impression, p. 155, George Allen & Unwin, London, 1959. 以後 M.A.L. と記す。
- (2) Bertrand Russell *Speaks His Minds*, p. 15, Greenwood Press, Connecticut, 1974. (この書物は1960年に The World Publishing Company によって出版されたものの再版。)
- (3) *ibid.*
- (4) Alan Wood, *Bertrand Russell: The Passionate Sceptic*, George Allen & Unwin, London, 1957 に見られるように、アラン・ウッドはラッセルを捉えて情熱の懐疑家と表現している。
- (5) A.J. Ayer, *An Appraisal of Bertrand Russell's Philosophy*, in "Bertrand Russell; A Collection of Critical Essay" ed. by D. F. Pears, p. 21, Doubleday & Co., New York, 1972.
- (6) cf. Ronald Jager, *The Development of Bertrand Russell's Philosophy*, p. 36, George Allen & Unwin, London, Humanities Press, New York, 1972.
- (7) Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics*, Second ed., Seventh Impression, p. xviii, George Allen & Unwin, London, 1956. 以後 T. P.O.M. と記す。
- (8) cf. Bertrand Russell, *The Philosophy of Logical Atomism*, reprinted in "Logic and Knowledge" ed. by Robert C. Marsh, pp. 178-179, George Allen & Unwin, London, 1956.

- (9) Anthony Quinton, Russell's Philosophy of Mind, in "Bertrand Russell ; A Collection of Critical Essays" ed. by D.F. Pears, p. 81, Doubleday, New York, 1972.
- (10) Charles A. Fritz, Jr., Bertrand Russell's Construction of the External World, p. 16, Routledge & Kegan Paul, London, 1952. 以後 B.C.E.W. と記す。
- (11) op. cit., p. 7
- (12) op. cit., p. 8
- (13) Bertrand Russell, Introduction to Mathematical Philosophy, Eighth Impression, p. 73, George Allen & Unwin, London, 1953. 以後 I.T.M.P. と記す。
- (14) Arnold Whitehead & Bertrand Russell, Principia Mathematica, Vol. II, Second ed. P.4, Cambridge, London, 1927. 以後 P.M. II と記す。
- (15) cf. I.T.M.P., pp. 15-16.
- (16) P.M. II, p. 4.
- (17) ibid.
- (18) op. cit., p. 5.
- (19) Λ は空集合を表わす。cf., Arnold Whitehead & Bertrand Russell, Principia Mathematica, Vol. I, Second ed., pp. 13-19, p. 462, Cambridge, London, 1925.
- (20) I.T.M.P., pp. 3-4.
- (21) T.P.O.M., p. 112.
- (22) I.T.M.P., p. 12.
- (23) T.P.O.M., p. 113.
- (24) ibid.
- (25) cf., I.T.M.P., p. 15.
- (26) T.P.O.M., p. 113.
- (27) op. cit., p. 114.
- (28) I.T.M.P., p. 18. cf., T.P.O.M., p. 115.
- (29) cf., T.P.O.P., p. 271.
- (30) ibid.
- (31) op. cit., p. 272.
- (32) ibid.
- (33) I.T.M.P., p. 69.
- (34) op. cit., p. 72.

- (35) *ibid.*
- (36) *M.A.L.*, p. 156.
- (37) *cf.*, *op. cit.*, pp. 145-155.
- (38) *P.M. II*, p. 23.
- (39) *I.T.M.P.*, pp. 181-182.
- (40) () 内は筆者。
- (41) Ernest Nagel, *Russell's Philosophy of Science*, in "The Philosophy of Bertrand Russell" ed. by P. A. Schilpp, Fourth ed., pp. 324-325, Open Court, Illinois, 1971.
- (42) *cf.* <人文学> 第126号所収, 拙論<科学的説明——論証の同型性と演繹的特質について——>, 1976.
- (43) *M.A.L.*, p. 75.
- (44) *ibid.*
- (45) *ibid.*
- (46) Gottlob Frege, *Die Grundlagen der Arithmetik*, p. 99, Basil Blackwell, Oxford, 1968.
- (47) *ibid.*
- (48) *T.P.O.M.*, p. 3.
- (49) *M.A.L.*, pp. 75-76.
- (50) *I.T.M.P.*, p. 184.
- (51) *T.P.O.M.*, p. 116.
- (52) *op. cit.*, p. 113.
- (53) *I.T.M.P.*, p. 19.