【研究ノート】

為替レートのターゲット・ゾーンと通貨オプション

久　保　徳次郎

I. はじめに

通貨の安定化に関しては，為替レートにターゲット・ゾーン（目標相場圏）を設定し，主要先進諸国がそれを支持するために為替市場に協調して介入するということがかつて注目されたことがある．その契機となったのが，1987年のルーブル合意からであったといわれている．このような為替レートの安定化に関する新しい協調体制は，確たる明言はないものの，半ば公然と存在していたことが指摘されている[1)]．これに対して，EMS（ヨーロッパ通貨制度）のERM（為替相場メカニズム）の場合は，明確に制度化されたターゲット・ゾーン制であるということがいえる．いずれにしろ，これらのターゲット・ゾーンは，かつての「調整可能な釘付け制」(adjustable peg) と比べると，たんに為替レートの変動幅をより広く設定し，かつその基準レートの変更をより容易に認めるという点だけでなく，IMFのイニシアティブに代わって関係諸国が協調してその通貨バンドを支持するという点においてもその特徴が見い出されうる．

1) たとえばFunabashi(1989) によれば，ルーブルでの会議（1987年2月22日）のさいに，その2日前である20日の為替レートを基準レート（中心レート）として，その上下5％のターゲット・ゾーンが設定されたと推測している．具体的には，たとえば日本円の場合，その基準レートは1ドル＝153.50円で，変動幅は146.19—161.17円に，ドイツ・マルクの場合，基準レートは1ドル＝1.8250マルクで，変動幅は1.7380—1.9262マルクにそれぞれ設定されたとしている．さらに円に関しては同年4月に，基準レートは1ドル＝146円に変更され，その上下5％のターゲット・ゾーン（139.04—153.30円）が設定されたと指摘している．

為替レートの「ターゲット・ゾーン」モデルは，以上のような国際金融情勢を反映して，まずKrugman (1988) によって提示された．その中心的な命題の一つとしては，通貨当局がターゲット・ゾーンの支持に断固たる姿勢を示し，かつそのことに関連するすべての情報を経済主体が知っているならば，実際に通貨当局が為替介入を行わなくとも，為替レートのボラティリティはフリー・フロート制下のそれよりも小さくなる可能性が存在する，ということが示された．このモデルは新しい為替レート動学理論として注目され，その後Froot = Obstfeld (1991)〔8〕・〔9〕，Krugman (1991)，Flood = Garber (1992) などによって精緻化されるとともに，いろいろな形で展開されている．これらのうち，たとえばFroot = Obstfeld (1991)〔8〕・〔9〕はこのモデルを「(為替レート) 制度の切り替え」(regime-switching) 問題と関連させた分析を，Flood = Garber (1992) は離散的な介入と投機攻勢 (speculative attack) に関する分析をそれぞれ試みている．また，ターゲット・ゾーンの再調整といった問題も考慮に入れた分析としては，Svensson (1992)，Bertola = Caballerro (1992) などがあり，通貨当局の外貨準備高が不十分であるケースを分析しているものとしては，Krugman = Rotemberg (1990) がある．さらに，ターゲット・ゾーンに関する情報の不完全性を取り扱っているものとしては，Klein (1992) があり，ターゲット・ゾーン制と利子率変動との関係に関してはSvensson (1991)〔22〕・〔23〕などがある．一方，以上の分析が，基本的には価格伸縮的なマネタリー・モデルを使っているのに対して，Miller = Weller (1991)〔20〕・〔21〕では確率モデル化されたDornbusch (1976) モデルを使って価格の粘着性も考慮に入れた分析が行われている．他方，これらの「ターゲット・ゾーン」モデルでも使われている「滑らかな張り合わせ」(smooth pasting) 条件に関しては，Dixit (1991)，Dumas (1991) などによって検討が加えられている[2)]．

本稿の目的は，このような「ターゲット・ゾーン」モデルに関して，オプション理論を使って，とくにこのモデルで使われている「滑らかな張り合わせ」条件との関連で再考察を行うことにある．Dumas (1991)，Froot = Obstfeld

(1991)〔8〕などは，この条件は異時点間の最適化問題の文脈の中で使われるべき用語であるとして，「ターゲット・ゾーン」モデルの中でのそれは，「評価一致」(value matching) 条件という名称で使用すべきことを示唆している．しかしながら，Krugman も簡単に触れているように，ターゲット・ゾーン制は，外国為替（為替レート）とそれを原資産（underlying asset）とするプット・オプションの買いとコール・オプションの売りとから成る架空のポートフォリオ・ポジションとして理解することができる．このように理解すれば，ターゲット・ゾーン制を異時点間の最適化問題として捉えることができ，滑らかな張り合わせ条件をその本来の意味で使うことが可能となる．たとえば Weller (1991) は，Merton (1973) の「満期のない」オプションを応用して，ファイナンス理論と「ターゲット・ゾーン」モデルとの融合化をはかっている[3]．本稿では，この Weller のアプローチを価格伸縮的なマネタリー・モデルの中で展開し，そこから Krugman (1988)・(1991)，Froot = Obstfeld (1991)〔8〕・〔9〕などと同様の結論が導出できることを，とりわけターゲット・ゾーン制下の為替レートの動きが周知のS字型の曲線として描きうることをより形式的な形で示すことにする．

まず第Ⅱ節では，「満期のない」通貨オプションとその複合オプションについて詳細に議論し，第Ⅲ節では前節で議論された複合オプションを使って，標準的な「ターゲット・ゾーン」モデルに関して再考察を行うことにする．そして最後に，第Ⅳ節で本稿の要約と今後の課題について簡単に述べることにする．

---

2) 周知のように，「滑らかな張り合わせ」条件とは最適停止（optimal stopping）問題における必要条件のことである．アメリカン・オプションを例にとれば，その「実行」(exercise) が最適となるためには，オプションの評価関数の1次導関数に関して，少なくとも，オプションを「実行」するときの値としないときのそれとが等しくなければならないという条件のことである．
なお滑らかな張り合わせ条件に関しては，Merton (1973)，Dixit (1991)，Dumas (1991) などを参照．またこの条件の直感的な説明に関しては，Krugman (1989) を参照．

3) Weller (1991) では，Dornbusch (1976) モデル（確率モデル化されたもの）を使って議論している．

Ⅱ．満期のない通貨オプションとターゲット・ゾーン

経済は自国と外国の二国よりなり，両国の資本市場は「完備」されていて，この二つの市場間の資本移動にはなんら制約が課せられていないものとする．議論の単純化のため，為替レート（自国通貨建て）S の変動は，次式で示される幾何ブラウン運動過程に従うものとする．

$$\frac{dS}{S}=\eta dt+\sigma dz \tag{1}$$

ここで，t は時間，z はウイナー過程，η は為替レートの減価率の瞬間的な期待値（一定），σ はその瞬間的な標準偏差（一定）をそれぞれ表している．さらにリスク中立的な世界を仮定すると[4]，

$$i=i^{*}+\frac{E[dS/dt]}{S} \tag{2}$$

という周知の金利裁定式が成立する．ただし，i は自国利子率，i^{*} は外国利子率であり，また E は期待値演算子である．この式と（1）よりつぎのような結果をえる．

$$\eta=i-i^{*} \tag{3}$$

そこでまず，外国通貨（外国為替）に対する「満期のない」プット・オプション（外国通貨1単位を自国通貨で売る権利）を考えてみよう[5]．このオプションの価値が為替レートのみの関数であると仮定し，そしてそれが「実行」（exercise）されないときの価値（評価関数）を $V(S)$ と表すと，これは伊藤の

4）オプションの価格付けに関しては，投資家のリスクに対する態度は影響しない．

5）「満期のない」オプションに関しては，Merton を参照．また通貨オプションに関しては，Giddy (1983)，Grabbe (1983)，Yang (1985) などを参照．

補題よりつぎのようになる（ただし，$V(S)$ は連続的で２次微分可能であるとする）.

$$dV = V'dS + \frac{\sigma^2}{2}S^2S''dt \tag{4}$$

ここで，$V' = \frac{\partial V}{\partial S}$，$V'' = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$ である（以下同様に導関数を表すことにする）. また，このオプションが実行されないことが最適であるならば，それが実行されない限り「裁定」によりその収益率は自国利子率 i と等しくなる，すなわちつぎのような関係が成立することになる.

$$E[dV] = iVdt \tag{5}$$

（４）の期待をとり，それと（３），（５）より，つぎのような確率微分方程式をえることができる.

$$\frac{\sigma^2}{2}S^2V'' + (i - i^*)SV' - iV = 0 \tag{6}$$

そして（６）の一般解は，

$$V(S) = A_1S^{\lambda 1} + A_2S^{\lambda 2}, \tag{7}$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(i - i^* - \sigma^2/2) \pm \sqrt{(i - i^* - \sigma^2/2)^2 + 2i\sigma^2}}{\sigma^2},$$

$$\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$$

となる．ただし，A_1，A_2 は任意定数である．プット・オプションの場合，$S \to \infty$ のとき $V \to \infty$ とはならないので，このような解を排除するためには $A_2 = 0$ とおかなければならない．A_1 に関しては，「滑らかな張り合わせ」条件を適用することによって決定することができる．この満期のないプット・オプションが実行されるときの価値を $\bar{V}$，そのときの為替レートを S^* とそれぞれ表す

と，この条件からつぎのような等式が成り立たなければならない（ただし $S \geqq S^*$ の場合，$V(S) \geqq \overline{V}(S)$ である）．

$$V'(S^*) = \overline{V}'(S^*) \tag{8}$$

このオプションの実行価格を X_P とすると，

$$\overline{V}(S) = X_P - S \tag{9}$$

なので，（9）より，（8）の滑らかな張り合わせ条件は，

$$V'(S^*) = -1 \tag{10}$$

という形で表現することができる（なお，この条件が最適化のための必要条件であるということの形式的な説明に関しては**【付録】**を参照）．また V は連続的な関数なので，$V(S^*) = \overline{V}(S^*)$ である．ゆえにこの関係と（7）～(10) より，A_1 と S^* をつぎのようにそれぞれ決定することができる（ただし，$A_2 = 0$ である）．

$$A_1 = -\frac{1}{\lambda_1 - 1}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1}\right)^{\lambda_1} X_P^{1-\lambda_1} \tag{11}$$

$$S^* = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - 1} X_P \tag{12}$$

(11) より明らかに $A_1 > 0$ である．

つぎに，外国通貨に対する「満期のない」コール・オプション（外国通貨1単位を自国通貨で買う権利）について考えてみよう[6]．さきのプット・オプションの場合と同様に，このコール・オプションの実行されないときの評価関数 $W(S)$ はつぎのように表すことができる．

6）　周知の通貨オプションの特性より，二国からなる世界では外国通貨に対するコール・オプ↑

$$W(S) = A_3 S^{\lambda_1} + A_4 S^{\lambda_2} \tag{13}$$

ただし，A_3, A_4 は任意定数である．コール・オプションの場合 $S \to 0$ のとき $W \to \infty$ となることはないので，これを排除するためには $A_3 = 0$ とおく必要がある．この満期のないコール・オプションが実行されるときの価値を $\overline{W}$，そのときの為替レートを S^{**} とそれぞれ表すと，$\overline{W}(S) = S - X_C$（$X_C$ は実行価格）なので，この場合の滑らかな張り合わせ条件はつぎのようになる（ただし $S \leqq S^{**}$ の場合，$W(S) \geqq \overline{W}(S)$ である）．

$$\overline{W}'(S^{**}) = 1 \tag{14}$$

ゆえに A_4，S^{**} はつぎのように決定される．

$$A_4 = \frac{1}{\lambda_2 + 1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_2 + 1}\right)^{-\lambda_2} X_C^{1-\lambda_2} \tag{15}$$

$$S^{**} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + 1} X_C \tag{16}$$

(15) より明らかに $A_4 > 0$ である．

つぎに，以上二つの満期のない通貨オプションを応用した複合オプションに関して考えてみよう．(ただし本稿でいう「複合オプション」は，*'compound options'* の意では用いない)．例えば1単位のプット・オプションのロング・ポジションと1単位のコール・オプションのショート・ポジションからなるポートフォリオを組んでみる．そしてこのポートフォリオを一つの通貨オプションと考え，

↑ションの価値 W（行使価格 Xc）は自国通貨に対するプット・オプションの価値 V^*（行使価格 $1/X_C$，外貨表示）で表すことができる．この特性は，「二国オプション・パリティ」または「国際的プット・コールの等価性」などと呼ばれ，つぎのような関係が成立する．

$$W(S, X_C) = S X_C V^*(1/S, 1/X_C)$$

ゆえに満期のないコール・オプションに関しても，プット・オプションと同様，最適停止問題を適用することができる．

これを構成する二つのオプションのうち一方が行使されると他方の権利がなくなるようにリンクされた複合オプションであるとしよう[7)]．すると，その評価関数 $F(S)$ は（7）と同様の方法で導出できるので，次のように表すことができる．

$$F(S)=B_1S^{\lambda_1}+B_2S^{\lambda_2} \tag{17}$$

また，(17) の任意定数 B_1，B_2 およびこのオプションに関する S^*，S^{**} は，つぎの4つの式より決定されることになる．

$$F(S^*)=\overline{F}(S^*) \tag{18 a}$$
$$F(S^{**})=\overline{F}(S^{**}) \tag{18 b}$$
$$F'(S^*)=-1 \tag{18 c}$$
$$F'(S^{**})=-1 \tag{18 d}$$

ただし，$\overline{F}$ は上記のリンクされた複合オプションの実行されるときの価値である．また（18 c），（18 d）は滑らかな張り合わせ条件である[8)]．さらに (18) の4つの式を書き換えるとつぎのようになる．

$$B_1S^{*\lambda_1}+B_2S^{*\lambda_2}=X_P-S^* \tag{18 a'}$$
$$B_1S^{**\lambda_1}+B_2S^{**\lambda_2}=X_C-S^{**} \tag{18 b'}$$
$$B_1\lambda_1S^{*\lambda_1-1}+B_2\lambda_2S^{*\lambda_2-1}=-1 \tag{18 c'}$$
$$B_1\lambda_1S^{**\lambda_1-1}+B_2\lambda_2S^{**\lambda_2-1}=-1 \tag{18 d'}$$

7) Weller (1991) はこのリンクされたオプションを ‘bilateral option’ と呼んでいる．現実にこのようなオプションを応用した金融商品の例としては，1986年に日本長期信用銀行によって商品化された「ワイダーバンド型外国為替予約」を挙げることができる．これに関しては，大村・清水 (1986) 参照．

8) リンクされたオプション F を構成するコール・オプションはショート・ポジションなので，（18 b）の右辺は $X_C-S^{**}(\leq 0)$，（18 d）の右辺は -1 である．

上式より，B_1，B_2，S^*，S^{**} がそれぞれ決定されることになる．ただし，(18 a')～(18 d') の方程式体系を一般的な形で解くことはできないが，B_1，B_2 の符号に関しては特定化することができる．すなわち $X_P - S^* \geqq 0$，$X_C - S^{**} \leqq 0$ と考えることができるので，$X_P < X_C$ と仮定すると，$S^{**} > S^*$ という不等式が成立し，これと上記の境界条件 (18 c')，(18 d') より B_1，B_2 の符号はつぎのように決定される．

$$B_1 > 0,\ B_2 < 0$$

ゆえに，(17) の複合された満期のない通貨オプションの収益パターンは，**図1**の曲線のように描くことが可能となる．

さらに，この複合された通貨オプション1単位と「賦与」された外国為替1単位からなるポートフォリオ $G(S)$ を考えてみよう[9]．

$$G(S) = S + F(S) \tag{19}$$

賦与された外国為替の収益パターンは，原点からの45度線で表すことができるので，これと図1で示された複合オプションの収益パターンを足し合わせることによって，(19) の収益パターンは，**図2**のようなS字型の曲線で描くことができる．図2より明らかなように，この曲線の傾きは1よりも小さくなるため，その収益のボラティリティは外国為替のみの保有から生じるそれよりも小さくなる．また (19) の収益の変動幅が現時点で確定されるという意味で，(17) の複合オプションは，為替変動リスクの回避手段の機能をもっているということが言える．

9) 議論の単純化のために，ここでは「賦与」された外国為替をポートフォリオの構成要素としているが，それがある為替レートで購入された場合であったとしても本稿の結論に定性的な違いを生じさせることはない．なおこの外国為替があるレート S_P で購入された場合，その収益パターンを図で示せば，横軸を S_P で交差する傾きが1の直線として描くことができる．

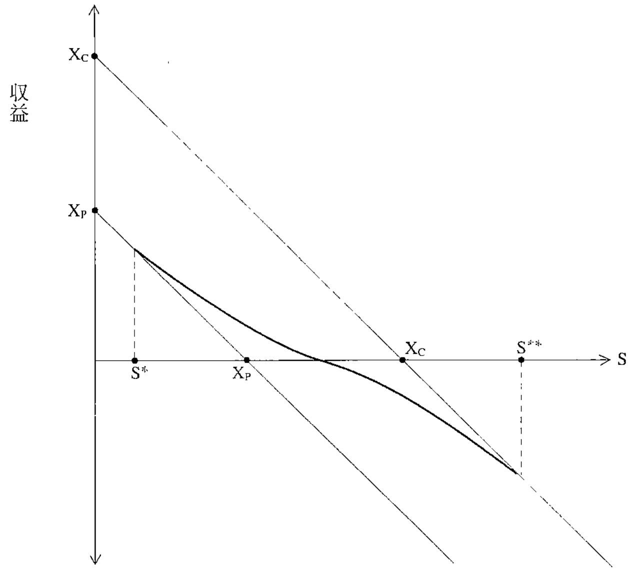

図1

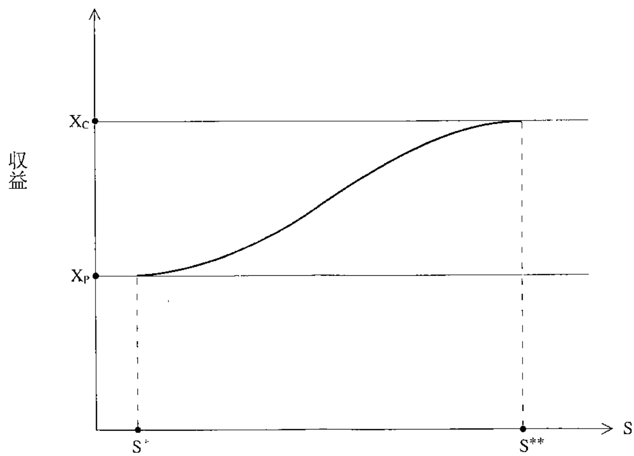

図2

(19) のポートフォリオの性質には， Krugman に代表される為替レートの

「ターゲット・ゾーン」モデルによる議論と類似性が見られる．この節の議論とKrugmanのそれとの相違といえば，前者では為替レートが（1）で示される確率過程に従うという意味で外生変数であるのに対して，後者では価格伸縮的なマネタリー・モデルの中で為替レートが内生変数化されているという点だけである．(19) から容易に推論できるように，ターゲット・ゾーン制下の為替レートも，外国為替（為替レート）と (17) で示される架空の複合オプションの価値とにそれぞれに分解することが可能である．ただしその場合，複合オプションの原資産となるのは，モデルにより内生的に決定される為替レートであり，とくにそれはフリー・フロート制下の為替レートである．別の表現を使えば，ターゲット・ゾーンの設定とは，通貨当局が（協調して）すべての外国通貨保有者に対して，この架空の満期のない通貨オプションを発行することによって，外国通貨の自国通貨表示価値（為替レート）の変動幅の上下限を確定することと同様である，ということが言える．

そこで次節では，Krugmanと同様の価格伸縮的なマネタリー・モデルを使って以上の点を確かめてみよう．

III．為替レートのターゲット・ゾーン制

この節では，多くの「ターゲット・ゾーン」モデルと同様に，以下のような単純な「小国」モデルで議論を進めていくことにする．

$$m-p=\phi y-\alpha i+\varepsilon \tag{20a}$$

$$q=s+p^{*}-p \tag{20b}$$

$$i=i^{*}+E[ds/dt] \tag{20c}$$

ここで，m は自国の貨幣供給量の自然対数値，s は為替レート（自国通貨建て）の自然対数値，p は自国財価格の自然対数値，p^{*} は外国財価格（外貨表示）の自然対数値，q は相対価格の自然対数値，y は自国産出量の自然対数値，ε は

貨幣需要ショック，α，ϕ はプラスの定数とする．また E は，現時点で利用可能なすべての情報に基づく期待に関する演算子である．上式を解くとつぎのようになる．

$$s = m + v + \alpha E[ds/dt] \ ,$$
$$v \equiv -\phi y - p^* + q + \alpha i^* - \varepsilon$$

v はたんに 'velocity' と呼ばれる場合もある[10]．$m+v$ は為替レートのファンダメンタルズであるが，これを k と表し上式をさらにつぎのように表すことにする（ただし，k は自然対数値である）．

$$s = k + \alpha\,[ds/dt] \tag{21}$$
$$k \equiv m + v$$

m は政策変数となりうるが，議論の単純化のため，通常の状態ではそれと v を足し合わせたファンダメンタルズは，次式に示すような幾何ブラウン運動過程に従うものとする．

$$k = \eta dt + \sigma dz \tag{22}$$

また，期待形成に関して「合理的期待」を仮定し，投機的バブルを排除するならば，(21) より均衡為替レートはつぎのようになる．

$$s(t) = \alpha^{-1}\int_t^{\infty} E[k(h)]exp[(t-h)\,/\,\alpha]\ dh \tag{23}$$

周知のように，この均衡為替レートは鞍点における安定径路として表される．

10) Svensson (1991)〔22〕を参照．

また（22）の期待をとると，

$$E[dk(t)] = \eta dt$$

となり，これより次式をえることができる（ただし現時点を t とし，$h > t$ とする）．

$$E[k(h)] = k(t) + (h - t)\eta \tag{24}$$

ゆえに（23），（24）より，フリー・フロート制下の均衡為替レート s^f はつぎのように書き換えることができる．

$$s^f(t) = k(t) + \alpha\eta \tag{25}$$

つぎに，為替レートに関してターゲット・ゾーンを設定することを考え，それを断固として支持するため場合によっては，不胎化されない為替介入（貨幣供給量の増減）を通じてファンダメンタルズを変化させるような為替政策あるいは制度について考察してみよう．ただし為替介入のタイミングに関しては，あらかじめ設定されたターゲット・ゾーンの上限と下限のどちらかに，実際の為替レートが突き当たったときにのみ実施されるものとする．

前節で議論したように，ターゲット・ゾーン制を一つの架空のポートフォリオとして考えてみよう．（25）で示される為替レートに対して，前節で議論したプットとコールが複合された「満期のない」通貨オプションを想定し，その評価関数を $f(k)$ と表すと，ターゲット・ゾーン制下の為替レート $g(k)$ というのは，つぎのようなポートフォリオとして考えることができる．

$$g(k) = k + \alpha\eta + f(k) \tag{26}$$

つまり，ターゲット・ゾーン制下の為替レートを，フリー・フロート制下の為替価値（為替レート）と，これを原資産とする満期のない複合オプションの価値との合計として表すのである．

そこで，(21) と整合的な $g(k)$（および $f(k)$），すなわち $s(k)=g(k)$ と，それに関連する異時点間の最適化のための境界条件について考えてみよう．

(26) を伊藤の補題を使って微分し，それの期待をとると，

$$E[dg/dt]=\frac{\sigma^2}{2}f''+\eta f'+\eta \tag{27}$$

となり，また同じく (21) の期待をとり，それを $s=g$ を考慮しながら (26) を使って書き換えると，

$$E[ds/dt]=\alpha^{-1}f+\eta \tag{28}$$

という結果をえる．(26) の架空のポートフォリオの期待収益率は為替レートの期待減価率と等しくなるため，すなわち $E[dg/dt]=E[ds/dt]$ となるため，(27) および (28) より，つぎのような確率微分方程式をえることになる．

$$\frac{\alpha\sigma^2}{2}f''+\alpha\eta f'-f=0 \tag{29}$$

ゆえに，これを解くことによってつぎのような一般解をえることができる．

$$f(k)=C_1 exp\ [\theta_1 k]+C_2 exp\ [\theta_2 k], \tag{30}$$

$$\theta_{1,2}=\frac{-\eta\pm\sqrt{\eta^2+2\sigma^2/\alpha}}{\sigma^2},$$

$$\theta_1<0,\ \theta_2>0.$$

ただしC_1，C_2は任意定数である．したがって（26），（30）より，ターゲット・ゾーン制下の為替レート（架空のポートフォリオの価値）はつぎのようになる．

$$s=g(k)=k+\alpha\eta+C_1 exp[\theta_1 k]+C_2 exp[\theta_2 k] \tag{31}$$

また境界条件に関してはつぎのようになる．まず，為替レートの上限を$\bar{s}$，その下限を$\underline{s}$，これら上下限に対応するファンダメンタルズをそれぞれ$\bar{k}$，$\underline{k}$とし，そして満期のない複合オプションの実行されるときの価値を$\bar{f}$とすると，

$$f(\bar{k})=\bar{f}(\bar{k}) \tag{32 a}$$

$$f(\underline{k})=\bar{f}(\underline{k}) \tag{32 b}$$

をえる．さらに$\bar{f}(\bar{k})=\bar{s}-(\bar{k}+\alpha\eta)$，$\underline{f}(\underline{k})=\underline{s}-(\underline{k}+\alpha\eta)$なので，滑らかな張り合わせ条件は，

$$f'(\bar{k})=f'(\underline{k})=-1 \tag{32 c}$$

と表すことができる．この滑らかな張り合わせ条件は前節のものと同様であることが分かる[11]．また（26），（32 c）より，

$$g'(\bar{k})=1+f'(\bar{k})=0$$

$$g'(\underline{k})=1+f'(\underline{k})=0$$

をえることができる．この二式は，標準的な「ターゲット・ゾーン」モデルの中で使われている滑らかな張り合わせ条件に一致している．ここで，為替レー

11)　本節では為替レートはkの関数なので，前節におけるSをk，$G(S)$を$g(k)$，$F(S)$を$f(k)$，X_c，X_Pを$\bar{s}$，$\underline{s}$，そしてS^{**}，S^*を$\bar{k}$，$\underline{k}$にそれぞれおき換えることによって，前節の二つの図と類似した形の曲線を描くことができる．

トのターゲット・ゾーンの上限と下限が与えられると，一般的な形で解を表すことはできないが，以上の境界条件（32 a）～(32 c）より，C_1，C_2，$\bar{k}$，$\underline{k}$をそれぞれ決定することが可能である．とくに，任意定数C_1，C_2の符号に関しては，前節と同様の手順で特定化することができる．(30）が前節の満期のない複合オプションと同様の性質を有する評価関数であるならば，少なくとも，

$$\bar{f}(\bar{k}) = \bar{s} - (\bar{k} + \alpha\eta) \leqq 0$$
$$\bar{f}(\underline{k}) = \underline{s} - (\underline{k} + \alpha\eta) \geqq 0$$

とならなければならない．これと$\bar{s} > \underline{s}$の仮定より，$\bar{k} > \underline{k}$という不等式がえられるので，ゆえに，この不等式と（30）および（32 c）より，

$$C_1 > 0, \ C_2 < 0 \tag{33}$$

という結果をえることができる．

以上のことから，(31）および（33）より，横軸にファンダルメタルズ，縦軸に為替レート（ポートフォリオの価値）をそれぞれとるならば，ターゲット・ゾーン制下の為替レートの動きは，S字型の曲線として描くことができる．これはFroot = Obstfeld (1991)〔7〕・〔8〕などの結論と同様であり，また$\eta = 0$，$C_1 = -C_2 = C$（ただしCはプラスの定数）とおくならば，Krugman (1988）の結論に一致することになる．

Ⅳ．おわりに

本稿では，オプション理論を使って，「ターゲット・ゾーン」モデルについて考察を行ってきた．ターゲット・ゾーン制とは，満期のない通貨オプションで考えると，外国通貨に対するプット・オプション（ロング・ポジション）とコール・オプション（ショート・ポジション）とがリンクされた架空の複合オプシ

ョンを，通貨当局がすべての外国通貨保有者に対して発行することと同様である，と考えることができる．本稿ではこの考え方に基づいて，ターゲット・ゾーン制を，このリンクされた複合オプションとフリー・フロート制下の為替レートとから成る架空のポートフォリオと考えることによって，ターゲット・ゾーン制を異時点間の最適化問題として捉えることができることを示してきた．またそのように考えることによって，ターゲット・ゾーン制下の為替レートの動きが周知のS字型を描く，ということも形式的に導出できることを示してきたのである．

もっとも本稿での議論は，単純なマネタリー・モデルをベースとしているため，当然のことながら，結論が明快になる反面，同時にそれが短所ともなっている．不備な点に関して，とくにターゲット・ゾーンの存続可能性に焦点を絞って指摘するならば，経常収支と債務残高の動きが無視されていることと，「合理的な投機バブル」をモデルから排除していることなどを挙げることができる．というのは，その場合，中・長期的にはインフレや経済成長と並んで経常収支と債務残高が，短期的には投機バブルがそれぞれ重要な役割を果たすことが考えられるからである．また，合理的な投機バブルを排除しない場合には，標準的な「ターゲット・ゾーン」モデルの中心的な命題のいくつかに修正を加えなければならないことが，たとえばBuite = Pesenti (1990) によって指摘されている．これらの点に関しては，今後の研究課題としたい．

【付録】

ここでは，本文 (10) の「滑らかな張り合わせ」条件が最適化のための必要条件であることを示す．

プット・オプションの評価関数は，本文（7）よりつぎのようになる．

$$V(S) = A_1 S^{\lambda_1} \qquad (A\ 1)$$

いま，オプションを保有し続けるよりも「実行」する方がその価値を高めうるようなケースが存在するものとし，その最大の為替レート（自国通貨の最安値）をS_0とすると，

$$\overline{V}(S_0)=X_P-S_0 \qquad \text{(A 2)}$$

と表すことができる．（A 1），（A 2）より，任意定数A_1はつぎのように決定することができる．

$$A_1=(X_P-S_0)S_0^{-\lambda_1} \qquad \text{(A 3)}$$

これを使うと，（A 1）はつぎのように書き換えることができる．

$$V(S)=(X_P-S_0)\left(\frac{S}{S_0}\right)^{\lambda_1} \qquad \text{(A 4)}$$

また（A 4）を最大化するようなS_0をS^*と表すと，それは$\partial V/\partial S_0=0$を満たすような$S_0$を求めることによってえることができる．

$$S^*=\frac{\lambda_1}{\lambda_1-1}X_P \qquad \text{(A 5)}$$

（A 4）において$S_0=S^*$とおくと，上式よりそれはつぎのように表すことができる．

$$V(S)=-\frac{1}{\lambda_1-1}\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_1-1}\right)^{-\lambda_1}X_P^{1-\lambda_1}S^{\lambda_1} \qquad \text{(A 6)}$$

ゆえに，（A 6）を微分し，（A 5）を考慮しながらそれを書き換えると，

$$V'(S^*)=-1 \qquad \text{(A 7)}$$

という本文（10）の「滑らかな張り合わせ」条件をえることができる.

【参考文献】

〔1〕 Bertola, G., and R.J.Caballerro, "Target Zones and Realignments," *The American Economic Review*, Vol.82, No.3, June 1992, pp.520-536.

〔2〕 Buiter, W.H., and Paolo A. Pesenti, "Rational Speculative Bubbles in an Exchange Rate Target Zone," *NBER Working Paper*, No.3467, October 1990.

〔3〕 Dixit, A., "A Simplfied Treatment of the Theory of Optimal Regulation of Brownian Motion," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 15, No.4, October 1991, pp.657-673.

〔4〕 Dominguez, K.M., and P.B. Kenen, "Intramarginal Intervention in the EMS and the Target-Zone Model of Exchange-Rate Behavior," *European Economic Review*, Vol. 36, No.8, December 1992, pp. 1523-1532.

〔5〕 Dornbusch, R., "Expectations and Exchange Rate Dynamics," *Journal of Political Economy*, Vol. 84, No.6, December 1976, pp. 1161-1176.

〔6〕 Dumas, B., "Super Contact and Related Optimality Condition," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.15, No.4, October 1991, pp.675-685.

〔7〕 Flood, R.P., and P.M. Garber, "The Linkage between Speculative Attack and Target Zone Models of Exchange Rates : Some Extended Results," in P. Krugman and M.Miller, ed., *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge University Press, 1992, pp. 17-28.

〔8〕 Froot, K.A., and M. Obstfeld, "Exchange-Rate Dynamics under Stochastic Regime Shifts : A Unified Approach," *Journal of International Economics*, Vol. 31, No.3/4, November 1991, pp. 203-229.

〔9〕 ＿＿＿＿＿＿, "Stochastic Process Switching : Some Simple Solutions," *Econometrica*, Vol. 59, No. 1, January 1991, pp. 241-250.

〔10〕 Funabashi, Y., *Managing the Dollar : From the Plaza to the Louvre*, Second Edition, Institute for International Economics, 1989.

〔11〕 Giddy, I.H., "Foreign Exchange Options," *Journal of Futures Markets*, Vol.3, No. 2 1983, pp. 143-166.

〔12〕 Grabbe, J.O., "The Pricing of Call and Put Options on Foreign Exchange," *Journal of International Money and Finance*, Vol.2, 1983, pp.239-253.

〔13〕 Klein, M.W., "Big Effects of Small Interventions : The Informational Role of Intervention in Exchange Rate Policy," *European Economic Review*, Vol. 36, No.4, May

1992, pp. 915-924.

〔14〕 Krugman P.R., "Exchange Rates in a Currency Band : A Sketch of the New Approach," in P. Krugman and M. Miller, ed., *Exchange Rate Targets and Currency Bands*, Cambridge University Press, 1992, pp. 9-14.

〔15〕 ________, "Target Zones and Exchange Rate Dynamics," *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, Issue 3, August 1991, pp. 669-682.

〔16〕 ________, *Exchange-Rate Instability*, The MIT Press, 1989.（伊藤隆敏訳『為替レートの謎を解く』東洋経済新報社，1990年）

〔17〕 ________, "Target Zones and Exchange Rate Dynamics," *NBER Working Paper*, No. 2481, January 1988.

〔18〕 Krugman, P.R., and J. Rotemberg, "Target Zones and Limited Reserves," *NBER Working Paper*, No. 3418, August 1990.

〔19〕 Merton, R.C., "Theory of Rational Option Pricing," *The Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol. 4, No. 1, Spring 1973, pp. 141-183.

〔20〕 Miller, M., and P. Weller, "Exchange Rate Bands with Price Inertia," *The Economic Journal*, Vol. 101, No. 409, November 1991, pp. 1380-1399.

〔21〕 ________, "Currency Bands, Target Zones and Price Flexibility," *IMF Staff Papers*, Vol. 38, No. 1, March 1991 pp. 184-215.

〔22〕 Svensson, L.E.O., "Target Zones and Interest Rate Variability," *Journal of International Economics*, Vol. 31, No. 1/2, August 1991, pp. 27-54.

〔23〕 ________, "The Term Structure of Interest Rate Differentials in a Target Zone : Theory and Swedish Data," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 28, No. 1, August 1991, pp. 87-116.

〔24〕 ________, "The Foreign Exchange Risk Premium in a Target Zone with Devaluation Risk," *Journal of International Economics*, Vol. 33, No. 1/2, August 1992, pp. 21-40.

〔25〕 Weller, P.A., "Currency Options and Exchange Rate Bands," in C. Carraro, D. Laussel, M. Salmon, and A. Soubeyran, ed., *International Economic Policy Co-ordination*, Basil Blackwell, 1991, pp. 127-137.

〔26〕 Yang H.C., "A Note on Currency Option Pricing Models," *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 12, No. 3, Autumn 1985, pp. 429-438.

〔27〕 大村敬一・清水正俊 共著『通貨オプション取引』 金融財政事情研究会，1986年.