

黄金律径路と最適人口成長*

西村 理

I はじめに

Solow-Swan 型の新古典派成長理論で、資本-労働比率が時間の経過にかかわらず一定になる長期均衡は、均斉成長状態 (steady state) と名付けられている。この均斉成長状態の中で、特に資本の限界生産力が人口成長率に等しくなる場合が、いわゆる Phelps の黄金律 (golden state) と呼ばれ、1人当りの消費水準が他の長期均衡と較べて最大になっている。ところが、黄金律上の消費水準は人口成長率の大きさと共に変動するが、新古典派の世界では人口成長率が低くなるに伴い、黄金律消費のレベルが上昇していく関係を容易に確めることができる¹⁾。

一方、Samuelson モデル [1958] は、各時点毎に2世代が同時に生存している経済社会を対象にして、世代間での財の純粋交換がもたらす各個人の経済厚生問題を扱っている。この場合も同様に、各期間での消費の限界効用が人口成長率の割合になるように世代間に財を分配する方法があれば、均斉成長状態での経済厚生は最大になることが示されている。その上、人口成長率が高くなれば、世代間の消費分配可能領域が拡大することになり、各個人の最大経済厚生

* 本稿の作成にあたり中尾武雄氏から有益なコメントをうけたことを記して感謝する。

1) 均斉成長状態での資本-労働比率を k 、労働の平均生産力を $f(k)$ とすれば、1人当りの消費水準は

$$c = f(k) - nk$$

で与えられている。ただし、 n は人口成長率を表わしている。この式を n で微分して、黄金律条件 $f'(k) = n$ の関係を使えば

$$\frac{dc}{dn} = \left\{ f'(k) - n \right\} \frac{dk}{dn} - k = -k < 0$$

となっている。

も当然のことながら上昇していくことが分る²⁾。

Diamond [1965] は, Samuelson の純粋交換モデルに neo-classical な生産技術を組み込むことによって, 消費者行動や生産者行動のミクロ的基礎を明示的に踏まえた新古典派経済成長理論を展開している。Diamond モデルは世代が重複した生産経済であるが, この理論的構造の特徴を人口成長率との絡みで検討しているのが Samuelson [1975] である。すなわち, Diamond モデルは Solow-Swan 型の新古典派成長モデルと Samuelson の純粋交換モデルを融合しているが, 前者では人口成長率が低いほど黄金律消費は大きくなり, 後者では人口成長率が高いほど最大経済厚生は上昇していく。したがって, Diamond モデルの世界では, 両者の中間に最適な人口成長率存在の可能性が潜んでいるというのが Samuelson の推察であった。

Samuelson の推察は“偶有性の定理 (Serendipity Theorem)”によって論証された。この定理を要約すれば以下のようになる。黄金律上の経済厚生は, 当然のことながら人口成長率の大きさに応じて変化する。そこで, 黄金律上の経済厚生を最大にする人口成長率の存在を仮定すれば, それを最適人口成長率と名付けることにする。他方, 人口成長率と初期の資本ストックが所与の下で, たとえ動学的な完全競争市場が長期均衡への大局的な安定性を兼ね備えた経済システムを保証したとしても, その長期均衡は必ずしも黄金律に一致しないことは周知の事実である³⁾。ところが, 最適人口成長率のときにのみ, 長期均衡と黄金律が偶然にも一致することが見付けだされた。

さて, 黄金律上の経済厚生を最大にする最適人口成長率を求める際に, Samuelson は必要条件しか導出しておらず, 十分条件を検討していない不備がある

2) 各経済主体の2期間にわたる消費流列を (c^0, c^1) , 財の初期賦存量を $(e^0, 0)$ と仮定し, 経済厚生は $u(c^0, c^1)$ で与えられている。所与の人口成長率下での経済厚生最大化の条件は, $\partial u / \partial c^0 = (1+n)\partial u / \partial c^1$ になっている。 $u(\cdot)$ を n で微分して, 最大化条件の関係と財の分配可能曲線 $c^0 + (c^1/1+n) = e^0$ を使えば

$$\frac{du}{dn} = \frac{\partial u}{\partial c^0} \frac{dc^0}{dn} + \frac{\partial u}{\partial c^1} \frac{dc^1}{dn} = -\frac{c^1}{(1+n)^2} \left(\frac{\partial u}{\partial c^0} \right) > 0$$

が得られる。

3) この点については Diamond [1965] を参照せよ。

と Deardorff [1976] は指摘している. そして彼は Cobb-Douglas 型の効用函数と生産函数を具体例に採用することによって, 黄金律上の経済厚生が最適人口成長率下では最大になることよりも, むしろ逆に最小にしかならないことを証明した. その点に関する Deardorff のコメントを Samuelson [1976] も認めている.

本稿の目的は, Deardorff のコメントを局所的な領域ではあるが, 一般的な効用函数および生産函数を使って再点検すると同時に, 黄金律上の経済厚生が最適人口成長率の下で最大になる可能性は皆無かどうか吟味することにある. そこで, 次節は Diamond モデルにおける消費者行動と生産技術を素描し, 第 III 節で動学的競争市場の長期均衡への安定性条件を導出する. 本稿の主題である経済厚生と最適人口成長率の関係が, 安定性の条件を援用して第 IV 節で検討される. そして, 第 V 節で本稿が締め括られている.

II 消費者行動と生産技術

まず最初に, Diamond の経済社会を敷衍することにしよう. この経済社会は 2 期間生存する経済主体によって構成され, 第 1 期目は労働期間, 第 2 期目は退職期間と区分けされている. 各期間毎の消費水準を c^0 および c^1 と記せば, 第 t 世代に属する各経済主体の生涯効用レベルは

$$u_t = u(c_t^0, c_t^1)$$

で与えられている. この効用函数は強い準凹函数で, 連続かつ 2 回微分可能であると仮定しよう. 賃金率を w , 利子率を r とすれば, 各経済主体の生涯家計予算

$$c_{t+1}^1 = (1+r_{t+1})(w_t - c_t^0)$$

の制約下で生涯効用を最大にする消費の最適計画を立てれば, 労働期間における貯蓄額は

$$(1) \quad s_t = w_t - c_t^0 (w_t, r_{t+1})^{4)}$$

4) 消費の最適条件は $u_1 = (1+r_{t+1}) u_2$ で与えられる. ただし, $u_1 \equiv \partial u / \partial c^0$ および $u_2 \equiv \partial u / \partial c^1$

になる。なお、労働期間および退職期間の消費は共に正常財であると仮定する⁵⁾。

労働供給は賃金率に関して非弾力的であると仮定し、 L_t を労働力総数、 K_t を期首に存在する資本ストック量とすれば、第 t 期間に生産される総産出量 Y_t との関係は、

$$Y_t = F(K_t, L_t)$$

で与えられる。この生産函数は、周知の新古典派の仮定を備えている⁶⁾。企業による資本財需要は、生産者の最適条件より

$$(2) \quad r_{t+1} = f'(k_{t+1}) \quad \text{ただし、} k \equiv K/L$$

で与えられ、一方、家計（労働期間に属する経済主体）による資本財供給は

$$(3) \quad s_t L_t = [w_t - c^0_t(w_t, r_{t+1})] L_t$$

になっている。労働期間に貯蓄した経済主体は、その元利合計の収入を退職期間の消費支出に充当している。ライフ・サイクル中、世代間の贈与受渡しや遺産相続は行われず、各期首に存在する資本ストックの所有請求権はすべて、退職期間が始まった経済主体のみにある。したがって、資本財市場の需給均衡式は

$$K_{t+1} = s_t(w_t, r_{t+1}) L_t$$

もしくは、労働人口 1 人当りで表示すれば

5) 正常財の仮定 $\partial c^1 / \partial w = (1+r)(1 - \partial c^0 / \partial w) > 0$ と(1)式より、 $0 < \partial s_t / \partial w_t < 1$ が成立している。消費の最適条件と生涯家計予算制約式から

$$\frac{\partial c^0}{\partial w} = \frac{u_1}{H} (u_2 u_{12} - u_1 u_{22}) > 0$$

$$\frac{\partial c^1}{\partial w} = \frac{u_1}{H} (u_1 u_{12} - u_2 u_{11}) > 0$$

$$\frac{\partial c^0}{\partial r} = \frac{(u_2)^2}{H} \left[-u_2 + c^1 \left(u_{12} \frac{u_2}{u_1} - u_{22} \right) \right] ?$$

$$\frac{\partial c^1}{\partial r} = \frac{(u_2)^2}{H} \left[u_1 + c_1 \left(u_{12} - u_{11} \frac{u_2}{u_1} \right) \right] > 0$$

を導くことができる。ただし、

$$H \equiv -u^2 u_{22} + 2u_1 u_2 u_{12} - u^2 u_{11}$$

であり、強い準凹効用函数の仮定より $H > 0$ である。

6) $y_t = f(k_t)$ $f' > 0$, $f'' < 0$

ただし、 $y_t \equiv Y_t / L_t$, $k_t \equiv K_t / L_t$

$$(4) \quad k_{t+1} = \frac{w_t - c_t^0(w_t, r_{t+1})}{1+n}$$

と表わすことができる⁷⁾。ただし、 n は人口成長率で $L_{t+1} = (1+n)L_t$ になっている。労働市場の需給均衡式 $w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t)$ と (2) 式を照らし合わせれば、任意の初期資本ストック k_0 からの動学的な資本蓄積径路が (4) 式から導き出される。

III 安定条件

人口成長率が n の条件下で、初期の資本ストック k_0 から出発した経済システムが、長期均衡もしくは均斉成長状態へ収束していく安定条件を導き出すことにしよう。動学的競争市場における長期均衡への大局的安定条件は、(4) 式を微分することによって得られる。

$$(5) \quad -1 < \frac{dk_{t+1}}{dk_t} = \frac{-k_t f''(k_t) (\partial s_t / \partial w_t)}{1+n - f''(k_{t+1}) (\partial s_t / \partial r_{t+1})} < 1$$

の関係がすべての期間 t で成立することである。この安定条件を詳細に検討する前に、資本財市場の特性について書き加えておく。すなわち、今期の賃金率の動きと来期の利子率の動きとの関係については2つのケースが考えられる。第1のケース(標準的ケース)は $dr_{t+1}/dw_t < 0$ で特色づけられ、第2のケース(変則的ケース)は $dr_{t+1}/dw_t > 0$ になっている⁸⁾。

異なるケースが発生する経済プロセスは、次のように解釈される。今期の賃金率 w_t が上昇したと想定しよう。まず最初に、直接効果として貯蓄額が増加

7) 資本財市場の均衡式は、財の需給均衡式になっている。すなわち、 $Y_t = w_t L_t + r_t K_t$ の関係式を(4)式に代入すれば

$$\begin{aligned} K_{t+1} &= [w_t - c_t^0] L_t \\ &= Y_t - r_t K_t - c_t^0 L_t \end{aligned}$$

になる。さらに、退職期間の総消費額は

$$\begin{aligned} c_t^1 L_{t-1} &= (1+r_t) s_{t-1} L_{t-1} \\ &= (1+r_t) K_t \end{aligned}$$

だから、これを考慮すれば

$$K_{t+1} + c_t^0 L_t + c_t^1 L_{t-1} = Y_t + K_t$$

となり、財の需給均衡式が得られる。

8) Diamond [1965] の図1参照。

($\partial s_t / \partial w_t > 0$) し、資本財市場で超過供給が発生する。均衡を回復する作用として一般に期待される状況は、資本財需要が増加することであり、これは(2)式より来期の利子率 r_{t+1} の下落を期待することである。さらに、利子率の下落が貯蓄額を減少 ($\partial s_t / \partial r_{t+1} > 0$) させる間接的効果が働けば、均衡回復へのプロセスは一層安定したものになる。これが標準的ケースである。

変則的ケースは利子率の下落が貯蓄額を増加 ($\partial s_t / \partial r_{t+1} < 0$) させる場合であり、このときには資本財市場での需給ギャップが拡大していく可能性が多分にある。むしろ、来期の利子率が上昇し、貯蓄行動への間接効果が直接効果を凌ぐことになれば総効果による貯蓄額は全体として減少する。その結果、資本財市場で超過需要が発生し、利子率の上昇が資本財需要を減退させるプロセスの方が安定的になると思われる。このように、標準的ケースでは $\partial s_t / \partial r_{t+1} > 0$ になり、これは周知の如く代替効果が所得効果を上回るときである。反対に、変則的ケースでは所得効果が代替効果に優るときである。ただ注意すべき点は、逆に $\partial s_t / \partial r_{t+1} < 0$ ならば必ず、変則的ケースになるとは限らないことである。この論点を以下で厳密に確認しておくことにしよう。

資本財市場の均衡条件 $r_{t+1} = f'(s_t / 1 + n)$ を全微分すれば

$$\left[\frac{1+n}{f''(k_{t+1})} - \frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} \right] \frac{dr_{t+1}}{dw_t} = \frac{\partial s_t}{\partial w_t}$$

になるので、次の関係式が得られる。

$$\frac{1+n}{f''(k_{t+1})} - \frac{\partial s_t}{\partial r_{t+1}} \leq 0 \Rightarrow \frac{dr_{t+1}}{dw_t} \leq 0^9)$$

資本の限界生産力逓減 ($f'' < 0$) および正常財 ($\partial s_t / \partial w_t > 0$) の仮定と安定条件

(5) 式より

$$(6a) \quad 1+n+f''(k_{t+1})[k_t(\partial s_t / \partial w_t) - (\partial s_t / \partial r_{t+1})] > 0$$

(標準的ケース)

9) $\partial s_t / \partial r_{t+1} < 0$ の下で標準的ケースになる状況は、資本財需要曲線の傾きが供給曲線の傾きよりも均衡点で大きくなる場合である。すなわち、

$$\frac{f''(k_{t+1})}{1+n} > \frac{1}{\partial s_t / \partial r_{t+1}}$$

と表わすことができる。Diamond [1965, pp. 1132-1133] 参照。

$$(6b) \quad 1+n-f''(k_{t+1})[k_t(\partial s_t/\partial w_t) + (\partial s_t/\partial r_{t+1})] < 0$$

（変則的ケース）

が成立している。（6）式の安定条件がすべての期間 t において満たされていれば、動学的な資本蓄積径路は標準的ケースでは単調に、変則的ケースでは振動しながら長期均衡へと収束していくことになる。

IV 経済厚生と最適人口成長率

均斉成長状態の資本一労働比率は、たとえ同一の初期資本ストックから出発しても、人口成長率が異なれば違った値になっている。そこで、 k_n を特定の人口成長率 n に対応した均斉資本一労働比率と定義しよう。均斉成長上における資本財市場の均衡条件 $(1+n)k_n = s(w, r)$ を n に関して微分すれば、

$$(7) \quad \frac{dk_n}{dn} = \frac{-k_n}{\Phi(n)} \quad \text{ただし、} \Phi(n) \equiv 1+n+f''\left(k_n \frac{\partial s}{\partial w} - \frac{\partial s}{\partial r}\right)$$

になる。したがって、（6）式の符号条件より

$$(8a) \quad \frac{dk_n}{dn} < 0 \quad (\text{標準的ケース})$$

$$(8b) \quad \frac{dk_n}{dn} > 0 \quad (\text{変則的ケース})$$

に区分けすることができる¹⁰⁾。

長期均衡径路が一般に黄金律径路にならないことは周知の事実である。すなわち、均斉資本一労働比率に対応した長期利率が、人口成長率と乖離 ($r = f'(k_n) \neq n$) している。そこで、 $n = n^*$ のとき長期利率と人口成長率とが一致 ($r^* = f'(k_n^*) = n^*$) すると仮定しよう。 $dr/dn = f''(dk_n/dn)$ の関係より（8）式は

$$(9a) \quad n \leq n^* \Rightarrow r \leq r^* = n^* \quad (\text{標準的ケース})$$

10) 変則的ケースの場合、 $f''(\partial s/\partial w) < 0$ だから (6b) 式より

$$1+n+f''\left(k_n \frac{\partial s}{\partial w} - \frac{\partial s}{\partial r}\right) < 1+n-f''\left(k_n \frac{\partial s}{\partial w} + \frac{\partial s}{\partial r}\right) < 0$$

が云える。

$$(9b) \quad n \leq n^* \Rightarrow r \geq r^* = n^* \quad (\text{変則的ケース})$$

に書き改めることができる。さらに、人口成長率と長期利率との一致が唯一存在する条件は、標準的ケースでは $n = n^*$ の点で評価した値が

$$0 < \left. \frac{dr}{dn} \right|_{n^*} = \left. \frac{df'(k_n)}{dn} \right|_{n^*} < 1$$

を満たしていることが要求される¹¹⁾。この存在条件は (7) 式より

$$(10) \quad \frac{-k_n^* f''(k_n^*)}{\Phi(n^*)} < 1$$

と同値になっている。したがって、標準的ケースでは (8) 式より $\Phi(n) > 0$ だから、存在条件 (10) は

$$(11a) \quad \Phi(n^*) + k_n^* f''(k_n^*) > 0 \quad (\text{標準的ケース})$$

と書き換えられる。変則的ケースでは $\Phi(n) < 0$ であり、さらに $k_n^* f''(k_n^*) < 0$ だから

$$(11b) \quad \Phi(n^*) + k_n^* f''(k_n^*) < 0 \quad (\text{変則的ケース})$$

が成立している。

以上を予備段階にして、均斉成長状態の経済厚生を検討することにしよう。任意の人口成長率が所与の下で、経済主体の厚生水準は次のように定義されている。

$$(12) \quad \begin{aligned} u_n &= u[c^0(w, r), c^1(w, r)] \\ &= u[c^0(k_n), c^1(k_n)] \end{aligned}$$

上式を n で微分し、消費の最適条件 $\partial u / \partial c^0 = (1+n) \partial u / \partial c^1$ を使えば

$$\frac{du_n}{dn} = \left(\frac{\partial u}{\partial c^0} \right) f''(k_n) \left[\frac{c^1}{(1+r)^2} - k_n \right] \frac{dk_n}{dn}$$

が導かれる¹²⁾。資本財市場の均衡条件 $(1+n)k_n = s = c^1 / (1+r)$ を参照すれば、 $n = n^*$ のとき明らかに

11) 変則的ケースの唯一存在条件は、

$$\lim_{n \rightarrow 0} f'(k_n) > 0 \quad \text{および} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} f'(k_n) = 0$$

を仮定するだけで充分である。

12) 計算過程において、脚注5) で与えられた関係式が使われている。

$$\left. \frac{du_n}{dn} \right|_{n^*} = 0$$

になっている。極値の性質を知るために、2階の条件を調べることにしよう。2階の条件は次式で与えられている。

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2u_n}{dn^2} \right|_{n^*} &= A \left\{ \frac{\partial \left(\frac{s}{1+r} - k_n \right)}{\partial k_n} \frac{dk_n}{dn} \right\} \\ &= A \left[\frac{f''(k_n)}{1+r} \left[-k_n \frac{\partial s}{\partial w} + \frac{\partial s}{\partial r} \right] - \frac{f''(k_n)s}{(1+r)^2} - 1 \right] \frac{dk_n}{dn} \\ &= A \left[\frac{-1}{1+n^*} \left(1+n^* + f''(k_n^*) \left[k_n^* \left(\frac{\partial s}{\partial w} + 1 \right) - \frac{\partial s}{\partial r} \right] \right) \right] \frac{dk_n}{dn} \\ &= \frac{-A}{1+n^*} \left\{ \phi(n^*) + k_n^* f''(k_n^*) \right\} \frac{dk_n}{dn} \end{aligned}$$

ただし、 $A \equiv \left(\frac{\partial u}{\partial c^0} \right) f''(k_n) \frac{dk_n}{dn}$

(11) 式の条件を考慮すれば、 $n=n^*$ で評価した符号条件

$$\left. \frac{d^2u_n}{dn^2} \right|_{n^*} > 0 \quad (\text{標準的ケース})$$

$$\left. \frac{d^2u_n}{dn^2} \right|_{n^*} < 0 \quad (\text{変則的ケース})$$

が求められる。すなわち、均斉成長状態の経済厚生が最適人口成長率 ($n=n^*$) の下で局所的最小になるのは標準的ケースであり、局所的最大になるのは変則的ケースである¹³⁾。

この結果について簡単に付言しておく。貯蓄函数 $s=s(w, r)$ を k に関して

13) Cobb-Douglas 型の効用函数 $u_t = (c_t^0)^\beta (c_{t+1}^1)^{1-\beta}$ ($0 < \beta < 1$) を仮定すれば、消費の最適分配は $c_t^0 = \beta w_t$ および $c_{t+1}^1 = (1-\beta)(1+r_{t+1})w_t$ になる。資本財市場の均衡条件 $r_{t+1} = f'[(1-\beta)w_t/(1+n)]$ より

$$\frac{dr_{t+1}}{dw_t} = \left(\frac{1-\beta}{1+n} \right) f'' < 0$$

になる。この意味するところは、Deardorff [1976] が使用した Cobb-Douglas 型の効用函数は標準的ケースにのみ妥当し、変則的ケースは除外される。それゆえに、黄金律の経済厚生は最小にならざるを得ないことが分る。

微分すれば

$$\frac{ds}{dk} = f'' \left(\frac{\partial s}{\partial r} - k \frac{\partial s}{\partial w} \right)$$

になる。この式と $ds/dk = f'(ds/df)$ の関係を用いれば、(7) 式の $\Phi(n)$ は

$$\Phi(n) \equiv 1 + n + f'' \left(-\frac{\partial s}{\partial r} + k_n \frac{\partial s}{\partial w} \right) = 1 + n - \tau f'$$

ただし、 $\tau \equiv ds/df$

と書き換えられる。明らかに、 $n = n^*$ のときには $\Phi(n^*) = 1 + (1 - \tau)n^*$ になっている。したがって、局所的最大が成立（変則的ケースで $\Phi(n^*) < 0$ ）するためには、 $\tau > 1$ でなければならない。若年世代（労働期間に属している経済主体）1人当りの貯蓄額が、限界的に若年世代1人当りの生産物を上回る必要がある。換言すれば、黄金律径路の経済厚生を最大にしている資本-労働比率 k_n^* を維持するためには、1人当り生産物の限界的な増分だけでは不十分であることを意味している。

V おわりに

本稿では、均斉成長状態における経済厚生のおおきさを人口成長率との関連で論じてきた。その作業を進めるために、まず最初に資本財市場での需給均衡に係る特徴を2つのケースに分類することから始めた。今期の賃金率と来期の利子率との動向が、負の相関関係（標準的ケース）と正の相関関係（変則的ケース）を顕わす場合である。続いて、それぞれのケースについて、資本財市場の長期均衡への安定条件を導き出した。

以上の準備段階を経過した後で、本稿の主題に取り掛かった。人口成長率が偶然 n^* であれば、動学的競争市場の安定的長期均衡径路は黄金律径路そのものになり、このときの長期均衡を黄金均斉成長状態 (golden-rule steady-state) と呼ぶことにしよう。この黄金均斉成長状態の経済厚生と、 n^* 以外の人口成長率に対応した均斉成長状態の経済厚生とを比較すれば次の結果が得られた。すなわち、黄金均斉成長状態の経済厚生は、標準的ケースでは局所的

小になり、変則的ケースでは局所的最大になっている。

Samuelson [1975] は、それぞれの人口成長率の下で定義された黄金律社会¹⁴⁾における社会的厚生基準の比較が分析対象であった。その社会的厚生基準は、個人主義の立場から代表的な経済主体の生涯効用函数を最大にすることである。すなわち、同質的な経済主体から構成されている社会では、均斉成長状態は生存時期の差異を除けば全く同じ経済活動の繰り返しになっている。したがって、個々人の厚生水準改善は全体の福祉レベル向上と軌を一にしている。この考え方から Samuelson の“偶有性の定理”を再評価することが可能になる。市場価格の変数で導き出された最適性に関する2階の条件を、経済主体の選好や生産技術の性質で書き直すことによって、局所的な条件ではあるが、変則的ケースでは“偶有性の定理”が成立することを主張できる。本稿で得られた結論は、局所的な最適性に限定されてはいるが、特定の効用函数や生産函数に依存していない点で、Deardorff [1976] のコメントより一般的であると云えよう。

【参考文献】

- [1] Deardorff, A. V., “The Growth Rate for Population: Comment,” *International Economic Review*, Vol. 17, No. 2, June 1976, pp. 510-515.
- [2] Diamond, P., “National Debt in a Neoclassical Growth Model,” *American Economic Review*, Vol. 55, No. 5, December 1965, pp. 1126-1150.
- [3] Samuelson, P. A., “An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social contrivance of Money,” *Journal of Political Economy*, Vol. 66, No. 6, December 1958, pp. 467-482.
- [4] _____, “The Optimum Growth Rate for Population,” *International Economic Review*, Vol. 16, No. 3, October 1975, pp. 531-538.
- [5] _____, “The Optimum Growth Rate for Population: Agreement and Evaluations,” *International Economic Review*, Vol. 17, No. 2, June 1976, pp. 516-525.

14) 人口成長率が n のとき、黄金律社会の資本一労働比率は $f'(k_n) = n$ で与えられる。