パターン展開法の座標軸

醍　醐　元　正
（同志社大学経済学部教授）

は じ め に

パターン展開法（PDM）［藤原 96，村松 00，醍醐 04，張 06］は地上被覆物の反射光スペクトルを斜交座標によって解析する多変量解析手法である。PDM では水・植生・土壌という地上の代表的な三つの被覆物に対応した三つの座標軸を選んで衛星データを解析する。この三つの座標軸は PDM では固定されているので，衛星センサーの種類によらず同一時期，同一地点のデータからは原理的に同じ係数が得られるのである。

この様に，PDM では座標系は固定されているのであるが，どういう座標系をはじめに選ぶかと言う点では勿論恣意性がある。現実の PDM では地上で実際に測定した三つの物質の反射スペクトルから基本パターンを導出しているが，その物質も当然恣意的に選ばれていると言える。もっと異なる観点から選ぶ事を考えると，現在の基本パターンは被覆物の反射率のスペクトルパターンを元に決定されているが，実際の太陽光を使った時の反射エネルギースペクトルを元に決定した方が良いという考えもある。この考え方から言えば現在の基本スペクトルパターンは入射光のエネルギースペクトルが波長によらない一定値の場合の反射エネルギースペクトルパターンから計算されていると言う事が出来る。

実際の太陽光からの反射スペクトルを基本パターンに利用する事も我々は検討したが，結局これは現在の基本パターンをそのまま使用しながら，太陽光のエネルギースペクトルで重み付けして計算すれば同様の結果が得られるという事で現在の形を採用する事になった。

もう一つ基本パターンを選択する場合に考慮しなければならない問題として，座標系の正規性・直交性がある。PDM は斜交座標を使用しているので基本パターンの座標系としての直交性は要求されない。しかし，あまりに直交系から外れると，当然の事ながら多重線形性等の問題が生じてくる。また正規性についても，基底ベクトルのベクトルとしての大きさがあまりに異なると，得られる係数に偏りが生じる事も理解出来る。

この稿では任意の入射光スペクトルパターンでの PDM 係数の算出方法を提示する。また，太陽光を入射光とした場合での，基本パターンの正規性・直交性について考察する。ここで利用する基本パターンは普遍化パターン展開法（UPDM）［張 06］のものを利用する。

重みを付けた場合の PDM 係数の算出

パターン展開法では基本パターンの線形結合で地上被覆物の反射率のスペクトルパターン $R(\lambda)$を表す。

$$R(\lambda)=\sum C_k P_k(\lambda)+\varepsilon(\lambda) \tag{1}$$

ここで C_k は求める展開係数，$P_k(\lambda)$は k 個の基本パターンである。基本パターンは PDM では 3 個であるが，UPDM では 3 個の基本パターンに補助的なパターンを付加出来る。図 1 では三つの基本パターンを，図 2 では補助パターンとして枯葉のパターンを付加した 4 つの基本

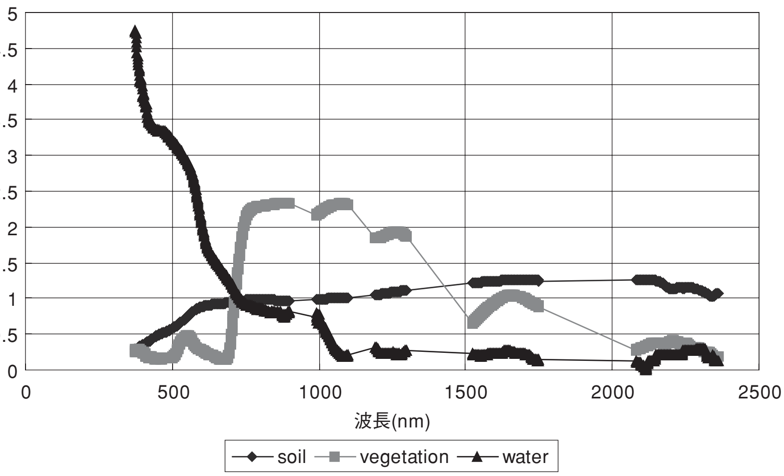

図 1　普遍化パターン展開法の **3** 基本パターン

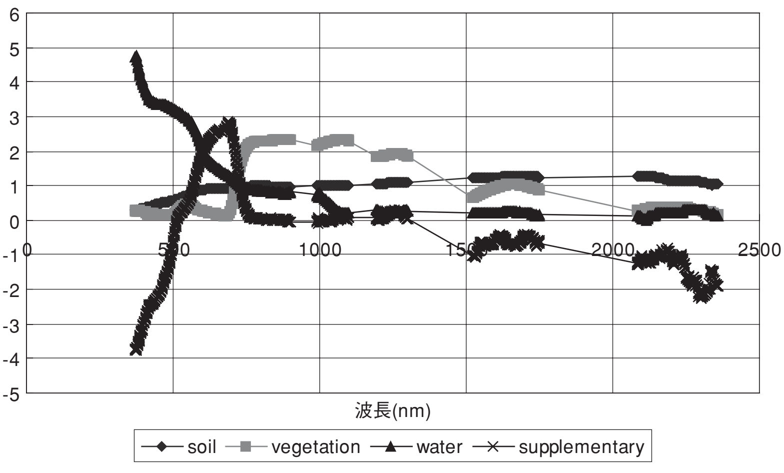

図 2　普遍化パターン展開法の **4** 基本パターン

パターンを図示している。

$R(\lambda)$は反射率のスペクトルパターンであるから，$I(\lambda)$と$O(\lambda)$を入射光と反射光のスペクトルパターンとすると$R(\lambda)$は

$$R(\lambda)=\frac{O(\lambda)}{I(\lambda)}$$

と表される。この事から反射光のスペクトルパターンは

$$O(\lambda)=R(\lambda)I(\lambda)$$

となる事は容易に判る。よって，この反射光パターンを UPDM の基本パターンで展開するには

$$O(\lambda)=R(\lambda)I(\lambda)=I(\lambda)\sum_k C'_k P_k(\lambda)+\varepsilon(\lambda)=\sum_k C'_k I(\lambda)P_k(\lambda)+\varepsilon(\lambda) \tag{2}$$

より，$I(\lambda)P_k(\lambda)$を基本パターンとして展開すればよいのである。これは，UPDM の基本パターン$P_k(\lambda)$に重み$I(\lambda)$をつけて展開したとも言える。

ここで，展開係数C_kやC'_kがどの程度の大きさになるかを見積もってみる。これを考えるには基本パターンの規格化をどうしていたかを思い出す必要がある。基本パターンの規格化は

$$\int|P_k(\lambda)|\,d\lambda=\int d\lambda \tag{3}$$

で与えられる。式 3 で左辺の被積分関数に絶対値が入っているのは，第 4 の枯葉の基本パターンの為に付いている。水・植生・土壌の 3 基本パターンは反射率のスペクトルから計算されているので，すべての波長で正であり，絶対値記号には影響されない。式 3 から 3 つの基本パターン$P_k(\lambda)$の平均値は 1 である事が判る。$P_k(\lambda)$の平均値が 1 である事と式 1 からC_kは大略，地上被覆物の反射率と同程度の大きさである事が理解出来る。

同様にC'_kの大きさを見積もるには式 2 を見ればよい。結局，式 1 の両辺に同じ式$I(\lambda)$を掛けているので，C'_kもC_kと同様に地上被覆物の反射率と同程度の大きさの値を持つのである。

正規性・直交性の検討

この様に，基本パターンに任意の重みを付けた形でパターン展開を行う事も出来るが，どんな形の重みでも全く問題なく展開が行えるかどうかを考えたい。

UPDM は斜交座標を利用するので種々の衛星光学センサーに対して三つの基底ベクトルに同じ意味（水・植生・土壌）を持たせる事が出来る。とはいうものの，余りに似た基底ベクトル，即ち，ベクトル間の角度が小さいと多重線形性等の問題が発生するのは明らかである。

正規性については UPDM は普通の正規化，即ちベクトルとしての正規化，は行わないで式 3 によって正規化を行っている。これによって，基本ベクトルの大きさは同程度になる。この大きさが不均等であると，小さな基本ベクトルに対応した展開係数が大きくなる事は明らかである。この様な不均等があると得られた展開係数を利用する時に往々にして不都合が生じる為，我々は基本ベクトルの大きさが同程度になる様に式 3 を定めたのである。

この正規性・直交性についてパターン展開を重み付き基本パターンで行った場合にどの様な影響があるかを以下で考察する。その為に重みとしてここでは太陽輻射輝度の近似として 5800 K の熱輻射スペクトルを利用する。勿論ここは，本来は地上での太陽光のエネルギースペクトルを使うべきではあるが，それは余りに複雑すぎ，正規性・直交性の問題の概略を考えるのには黒体輻射で近似すれば十分であると考えられる。

5800 K の黒体輻射は図 3 によって表される。これを重みとして基本パターンに掛けると，3 基本パターンの場合は図 4, 4 パターンの場合は図 5 によって表される。以下では枯葉パターンは除外して 3 基本パターンで考えて行く。

先ずは直交性について考える。直交性を考える場合には基本パターンのベクトルとしての性質を考える事になるので，全ての基本パターンを，ベクトル空間の意味で正規直交化して考える。重み付き・重み無しの両方について三つの基本パターン（w･v･s）の内積からそれぞれのベクトル間の角度を計算すると表 1 の通りとなる。二つを比較すると，他は変化無いが w と s の間の角度が重み付きの方が小さくなっている事が判る。

直交性についてもう一つ，三つの基本パターンが作る平行六面体の体積を考えてこれを直交

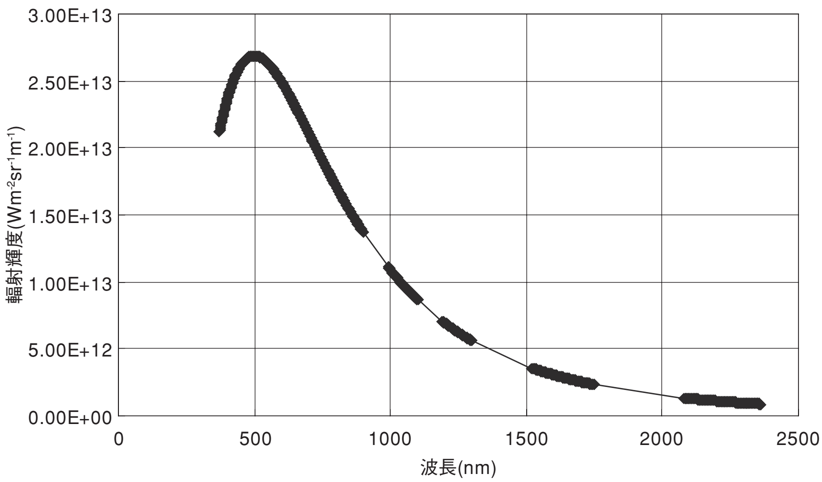

図 3　5800 k の黒体輻射の輻射輝度

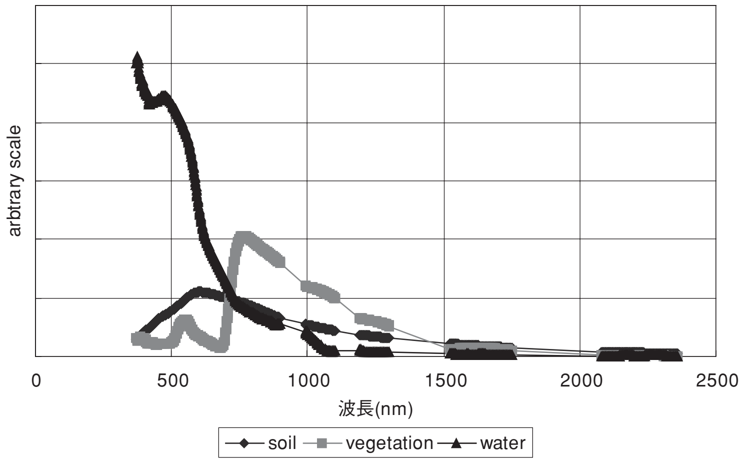

図 4　普遍化パターン展開法の **3** 基本パターンを **5800 k** の輻射輝度で重み付けしたもの

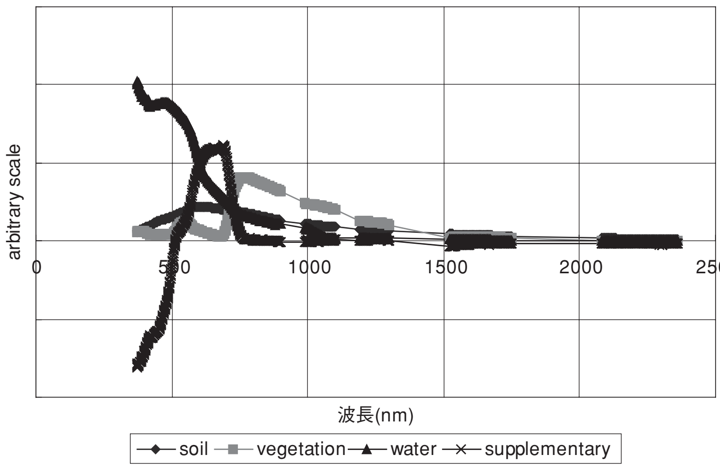

図 5　普遍化パターン展開法の **4** 基本パターンを **5800 k** の輻射輝度で重み付けしたもの

表 1　普遍化パターン展開法の **3** 基本パターンについて，そのままの基本パターンの幾何学的配置と輻射輝度で重み付けした基本パターンの配置の比較

	基本パターン	輻射輝度で重み付けした基本パターン
w・v	0.3192	0.3348
w と v の間の角度	71.4°	70.4°
v・s	0.7791	0.7640
v と s の間の角度	38.8°	40.2°
s・w	0.4623	0.7207
s と w の間の角度	62.5°	43.9°
直交度	0.554	0.392
正規度	0.912	0.738

度と名付ける。直交度は三次元空間であれば外積を使えば簡単に計算出来るが，一般の多次元空間中の平行六面体体積を計算するには Gram-Schmidt の直交化法を使えばよい。この直交度を重み付き・重み無しの両方について計算した結果を表 1 に示す。やはり，重み付きの場合の

方が直交度が小さくなっている。

正規性は基本パターンのベクトルとしての大きさの均等度が問題になる。そこで，ここでは経済学で使われるジニ係数を利用した。ジニ係数は完全均等だと 0，完全不均等だと 1 になる。ここでは 1 からジニ係数を引いた値を正規度と名付けて，重み無し・重み付きの場合に三つのベクトルの大きさの正規度を計算した結果を表 1 に示す。ここでもやはり，重み付けした基本パターンの方が正規度が小さい，即ち不均等度が大きくなっている事が判る。

ま　と　め

パターン展開法では任意の入射光スペクトルで重み付けする事により，その入射光のもとでの反射光スペクトルをパターン展開する事が出来る。また，結果の展開係数の大きさはやはり被覆物の反射率の大きさの程度であるという事も判った。ただ，太陽光の様な入射光を仮定すると，基本パターンの正規性や直交性が悪くなるので，何らかの理由がない限り，元の重み無しの基本パターンを使った方が無難であるというのが筆者の意見である。

参考文献

［醍醐 04］Daigo, M. et. al.,（2004）
“Pattern decomposition method for hyper-multi-spectral data analysis”, Int. J. Remote Sens., Vol. 25, pp. 1153–1166.

［張 06］Zhang, L. et. al.,（2006）
“Sensor-independent analysis method for hyperspectral data based on the pattern decomposition mehtod”, Int. J. Remote Sens., Vol. 27, pp. 4899–4910.

［村松 00］Muramatsu, K., Furumi, S., Fujiwara, N., Hayashi, A., Daigo M., and Ochiai, F.,（2000）
“Pattern decomposition method in the albedo space for Landsat TM and MSS data analysis”, INT. J. Remote Sensing, Vol. 21, No. 1, pp. 99–119.

［藤原 96］藤原昇，他（1996）「衛星データ解析のためのパターン展開法の開発」『日本リモートセンシング学会誌』第 16 巻第 3 号，pp. 17–34.