

日経 225 株価指数と先物・オプション価格の関係

——非線形共和分検定による実証分析——

新 関 三希代

(同志社大学・経済学部)

牧 大 樹

(同志社大学大学院・経済学研究科)

1 は し が き

1987年の米国におけるマーケット・クラッシュ（いわゆる“Black Monday”）や1990年年初の日本における株価暴落以降、先物やオプションといった金融派生商品市場が果たす役割について注目され、数多くの学術的研究がなされている（例えば、Antoniou and Garrett（1993）等）。その多くが、株式市場における現物株価の変動が先物やオプション市場における投資家行動によって影響を受けているのか、そして、現物株式市場はその派生商品市場と連動し、効率的な市場になっているのか、といった観点から分析を行っている（例えば、Manaster and Rendelman（1982）や Garbade and Silber（1982）等）。

そもそも、現物株式市場の価格変動に対して株価指数先物やオプションといった派生金融商品市場の価格変動が果たす役割には、重要な2つの機能がある。

第一に、派生金融商品市場が持つリスク・シェア機能である。これは、株式市場におけるリスクをその派生商品市場に移転し、共有することで、現物市場のリスク・ヘッジを行う機能である。情報に基づいて合理的に動く投資家は、現物株式市場での価格変動によるポートフォリオの損失を先物やオプションを用いた取引による利益で補填しようとヘッジ取引を行う。このヘッジ取引により、先物やオプション市場でロング（ショート）ポジションの需給が変化し、価格変動が生じることになる。これが、現物市場とその派生商品市場の連動性の要因となる。

このリスク・シェア機能によって現物株式市場の裾野は広がり、より効率的な市場になることが期待される。しかしながら、1987年や1990年に起こった株価暴落時（負の収益率）には、“Leverage Effect”（Christie（1982）参照）で説明されるように、株価上昇時（正の収益率）より大きなリスク（ボラティリティ）が存在していたと考えられる。このリスクは先物やオプション市場とシェアされていたのか、この派生金融商品が果たす機能によって株式市場は効率的になっていたのかどうか、疑問が残る。

第二に、派生金融商品市場が持つ価格発見機能が挙げられる。これは、株式市場に関する新

たな情報、暗黙に想定される効率的価格の情報が現物市場より先に先物やオプションといった派生株式市場の価格に反映されることを意味する。一般的に、先物やオプションといった派生商品市場の投資家は、証拠金制度やクリアリング・システムによる低い取引コスト、あるいは高いレバレッジ効果により、現物市場の投資家比べて流動性が高く、市場情報に対してより敏感に反応することができる。したがって、市場情報で動く投資家が原資産株に関する新たな情報を入手した場合、まず派生株式市場で取引を行う傾向となる。この取引オーダーが現物株式市場のマーケット・メーカーに影響を与え、原資産である現物株の価格が変動することになる。つまり、先物やオプション市場の価格変動が現物株の価格変動を先導する形で、両市場のリンクを生むのである。

これらの機能に基づいて、株式市場がクラッシュする場合を現物と先物市場間の取引で考えると次のようになる。まず、原資産株に関して情報を有する投資家が価格下落を予想する。この場合、リスク・ヘッジ取引により先物市場でのショート・ポジションの需要が増加し、先物価格は下落する。次に、この売り圧力による先物のアンダー・バリュー（割安価値）がベース（先物価格と現物価格との差）を増加させ、現物と先物の裁定取引（先物の買い・現物の売り）が行われるようになる。結果、原資産である現物株式価格は下落する。

このように、派生金融商品とその原資産との裁定取引が行われることによって両市場は連動し、両者の価格変動について長期均衡関係が生じることになる。米国のデータを用いた先行研究では、この長期均衡関係について、とりわけ後者の機能に着目した時系列分析が多い。例えば、Chan（1992）や Chan, Chung and Johanson（1993）では、現物株価指数とその先物価格、あるいは現物株価とそのオプション価格の関係を VECM（Vector Error Correction Model）を用いたリード・ラグ分析で行っている。しかし、その多くで明確な均衡関係や派生商品市場の機能は見出されていない²。また、現物株式市場との均衡関係について、先物市場とオプション市場を比較した研究はほとんど行われていない³。

そこで、本稿では現物市場と先物・オプション市場との連動性、長期均衡関係について検証する。特に、その均衡への調整過程を分析することで、先物市場とオプション市場の持つ機能の違いを分析する。

ここで注目すべきは、先行研究の多くが現物株価と先物価格、あるいは現物株価とオプション価格について線形の共和分検定を行っている点である。はたして、株式市場における現物価格と派生商品価格の間には長期均衡関係が存在し、また、この均衡への調整過程は単純な線形関係で示されるのであろうか。現実の取引を考えた場合、現物株式市場と株価指数先物やオプションといった派生金融市場では、取引費用や取引に関する制約（例えば、クリアリング・システムや値幅制限）が異なるため、同じ速度で取引（売り・買い）を行うことはできない。

例えば、現物株式市場とその先物市場間の連動性を考えた場合、ベースが存在する限り、情報に基づいて合理的に行動する投資家は裁定取引を行うことになる。ここで、この裁定取引

はベースと取引費用との差異に依存することになる。しかし、現物市場の投資家と先物市場の投資家が直面する取引コストが同じではないことから、投資家が裁定の利鞘を解消するようなポジショニングを両市場で同様に取ることは困難である。また、株価指数オプションとその原資産である現物株価指数の連動性では、オプション・プレミアムが時間的価値に依存することから、非線形なヘッジ誤差が生じることになる。この複雑なヘッジ誤差を解消するために、投資家は現物市場でリバランスを繰り返すことになるが、取引費用の制約によって、即座に最適なリバランス取引を達成することは難しい。

このように、各市場で投資家が効率的に取引を行う際に直面する非対称な費用制約が存在する限り、線形の自己回帰モデルを用いた共和分検定には限界があると思われる。そこで、本稿では日本の株式市場における現物と先物、そして現物とオプションの価格変動による連動性を非線形型の共和分検定を用いて検証する。具体的に、Enders and Siklos (2001) によって提唱された TAR (Threshold Autoregressive) モデルを用いた共和分検定 (閾値共和分検定) を行い、現物株式市場とその派生商品市場との長期均衡関係について、非対称な調整過程を推定する。

本稿では、日本の株式市場において株価指数オプション取引が導入された 1991 年 11 月から 1999 年 12 月までの日次データを用い、現物市場における株価指数と先物やオプション市場から導出される原資産価格、ISP (Implied Stock Price) の連動性について、TAR モデルを用いた共和分検定を行った。ここで、投資家が暗黙に想定する原資産株の均衡価格をコモン・ファクター、株価指数の実現値と ISP を共和分価格として、現物株式市場と株価指数先物市場、あるいは現物株式市場と株価指数オプション市場における非対称な調整過程を持つ長期均衡関係を推定している。

結果、1990 年代の低迷する日本の株式市場において、現物、先物、そしてオプション市場は連動していたことがわかった。しかし、この長期均衡関係は、先物市場とオプション市場で異なるメカニズム、調整過程で達成されていた。現物株式市場と株価指数オプション市場が価格変動の方向性に対して対称的な調整過程を持っていたのに対し、現物株式市場と株価指数先物市場の間には非対称な調整過程で達成される長期均衡関係が存在していた。この非対称性は、現物株式市場と株価指数先物市場における取引コストの差で説明され、現物ポートフォリオを売るという価格下降局面では、より遅い速度で均衡に収束することが示された。

したがって、1990 年初頭のクラッシュ時には先物市場と現物市場でベースの解消に時間がかかり、十分なリスク・シェアができず市場が非効率な状態になっていたと考えられる。なお、現物株式市場と株価指数オプション市場間で達成される長期均衡への調整速度は先物市場に比べて遅く、現物株価との裁定取引のみにオプション市場が反応するわけではないことがわかった。これは、また、より短期では均衡関係が存在しないことを示唆している。

本稿の構成は以下のようになっている。まず、第 2 章では現物株式市場とその派生商品市場

の共和分関係について説明し、検定手法 (TAR モデル) を提示する。次に、第3章では実証に用いるデータと推定結果を示し、両市場の長期均衡関係の存在について検定を行う。そして、最後に本論のまとめと今後の課題について言及する。

2 現物、先物、そしてオプション市場の共和分関係

株価指数先物市場やオプション市場が効率的であるならば、市場情報に基づいて行動する投資家マインド (需給) を反映する形で実際の取引価格 (先物指数とオプション・プレミアム) が成立している。これら派生金融商品市場の投資家は、取引に際し原資産である株価指数の均衡価格を予想する。これは、市場情報を反映した暗黙の効率的市場価格であり、それは実際の現物株価指数と異なるものである。本稿の研究では、現物、先物、そしてオプション市場の連動性を検証する際に、各派生商品市場で投資家が期待する原資産価格を導出し、それを各市場動向を示す代理変数、共和分価格 (ベクトル) とする。

V を投資家が期待する原資産株価指数の効率的価格とすると、 t 期における現実の原資産価格 (現物株価指数) は、

$$S_t = V_t + e_{s,t} \quad (1)$$

と示される。ここで、 $e_{s,t}$ は平均が0、分散が定常となる確率的誤差項であり、市場の状態 (S) と時間 (t) に依存している。

今、先物市場で実際に観測される先物指数を F 、オプション市場で観測されるプレミアム (O) (コール・プレミアム (oc), あるいはプット・プレミアム (op)) とすると、各々の変数は以下の式で表される。

$$F_t = f(V_t; r, T), \quad (2)$$

$$O_t = g(V_t; \hat{\sigma}, r, \tau, K). \quad (3)$$

ここで、 r は安全資産利子率、 T は先物の満期までの期間、 τ はオプションの満期までの期間、 K はオプションの権利行使価格、そして、 $\hat{\sigma}$ は原資産株価のボラティリティ (未知変数) を示している。

また、 $f()$ は先物の理論価格モデルを示しているが、本稿の分析では、市場で最も流動性の高い “Cost of Carry Model” を採用することにする⁴。

$$F = e^{rT} S. \quad (4)$$

さらに、 $g()$ はオプションの理論価格モデルを示しているが、やはり市場で最もよく知られているモデル、“Black-Scholes Model” を用いることにする⁵。

$$oc = SN(d_1) - Ke^{-r\tau}N(d_2), \quad (5)$$

$$op = Ke^{-r\tau}N(-d_2) - SN(-d_1), \quad (6)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + r\tau + \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{2}}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}.$$

ここで、 $N()$ は標準正規分布を表している。

(2) 式、(3) 式より、実際に観測可能な変数に市場価値を代入し V を解くことで、各市場の投資家が有する暗黙の原資産価格 (ISP) を導き出すことができる。先物市場で求められる ISP を ISF 、オプション市場で求められる ISP を ISO とすると、各々、

$$ISF_t = f_v^{-1}(F_t; r, T), \quad (7)$$

$$ISO_t = g_v^{-1}(O_t; \hat{\sigma}, r, \tau, K) \quad (8)$$

となる。

先物市場における理論価格モデル (式 (7)) から導出される ISP (ISF) と異なり、オプション市場のモデル (式 (8)) から ISP (ISO) を推定する際には、いくつかの注意が必要である。第一に、オプション価格は、市場で観測値として得られない未知変数のボラティリティ (σ) に依存して決まっている。したがって、(8) 式において、 ISO を推定すると同時に $\hat{\sigma}$ も推定しなければならない。第二に、オプション (ここではヨーロピアン・オプションを仮定) には、コールとプットの 2 種類があると同時に、各オプションには権利行使価格や満期日 (限月) が異なる数種類のオプションが存在する。すなわち、時点 t において数多く (例えば 200 種類位) のオプションが存在し、その中から均一の ISO と $\hat{\sigma}$ を推定しなければならない。そこで、本研究では Whaley (1981) の手法を使って、 t 時点で成立している全てのオプションを用いて、その現実価格と (5) 式や (6) 式から得られる理論価格との誤差の二乗和が最小になるような 1 つの ISO_t と 1 つの $\hat{\sigma}_t$ をサーチすることにする⁶。

株式現物市場とその先物、オプション市場が連動しているか否か、市場情報に反応する投資家が暗黙に期待する均衡価格 (V) を用いて検証することができる。投資家は、 V をもとにある市場の割高な原資産価格 (株価指数) を売り、別の市場の割安なものを買うという裁定取引を行う。これが両市場の価格変動を連動させ、市場統合を生じさせる。したがって、本稿では次のような価格ベクトル (P_t) を考える。

$$P_t = \begin{bmatrix} S_t \\ ISP_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_t + u_{S,t} \\ V_t + u_{ISP,t} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

ここで、コモン・ファクター (V_t) は投資家が暗黙に想定する原資産に対する効率的価格であり、ランダム・ウォークしていると仮定する⁷。

この P_t の長期均衡関係について本稿では、取引費用による非対称性を考慮した非線形な共和分検定を行うことにする。具体的に、Enders and Siklos (2001) によって提案された TAR モデルによる閾値共和分検定を使用する。今、 P_{it} を非定常過程 $I(1)$ とすると、長期均衡関係は次のように表すことができる。

$$P_{it} = \beta_0 + \beta_2 P_{2t} + \dots + \beta_n P_{nt} + \mu_t. \quad (10)$$

ここで、 β_0 は定数項、 $\beta_2 \dots \beta_n$ は推定される係数 (共和分ベクトル)、そして μ_t は誤差項である。

各変数 P_{it} が非定常であるとき、長期均衡関係の存在のためには、 μ_t の定常性が必要となる。 μ_t の定常性を検証するには、次の式で与えられる2段階目において、 $-2 < \rho < 0$ かどうかを検定しなければならない。

$$\Delta \mu_t = \rho \mu_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (11)$$

ここで、 ε_t はホワイト・ノイズである。もし $-2 < \rho < 0$ であれば、均衡への対称な調整過程 ((11) 式) を持つ長期均衡関係 ((10) 式) が認められる。

しかしながら、均衡への調整過程が非対称であるならば、(11) 式のような均衡への対称な調整過程を持つ標準的な線形モデルは誤ったものとなる。そこで、Enders and Siklos (2001) は TAR モデルと呼ばれる次のような調整モデルを提案した。

$$\Delta \mu_t = I_t \rho_1 \mu_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (12)$$

ここで、 I_t は次のような関数をとる。

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \text{if } \mu_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (13)$$

τ は閾値を示しており、前期の均衡からの誤差 μ_{t-1} が閾値 τ 以上であれば、均衡誤差が均衡へ戻る速度は ρ_1 となる。一方、前期の均衡からの誤差 μ_{t-1} が閾値 τ よりも小さければ、均衡誤差が均衡へ戻る速度は ρ_2 となる。 μ_t の定常性の必要十分条件を満たすためには、 $\rho_1 < 0$ 、 ρ_2

<0 , $(1+\rho_1)(1+\rho_2)<1$ が必要とされる。

さらに、均衡への調整過程（(12) 式）が系列相関を持つときは次のように書きかえられる。⁸

$$\Delta\mu_t = I_1\rho_1\mu_{t-1} + (1-I_1)\rho_2\mu_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i\Delta\mu_{t-p} + \varepsilon_t. \quad (14)$$

この閾値共和分の検定には、 Φ と t -Max と呼ばれる 2 つの統計量が用いられている。 F 統計量を用いる Φ は、帰無仮説： $\rho_1=\rho_2=0$ を検定し、 t 統計量を用いる t -Max は、 ρ_1 と ρ_2 の間で大きい方の ρ_i が 0 であるかどうかを検定する。

大きい方の $\rho_i=0$ が棄却されることは、小さい方の $\rho_j=0$ も棄却されることを意味するので、 Φ よりも直接的な検定と言える。ここで、閾値のパラメータ τ は、 μ_t を小さい方から大きい方へ並び替え、大小 15% を取り除き、残りの 70% で (12) 式の残差平方和を最小化するものとして選ばれる。

これらの手順に基づき、もし共和分がないという帰無仮説が棄却されればシステムが定常であるので、通常の F 統計量を用いて対称性の検定 ($\rho_1=\rho_2$) を行うことができる。また、 $\rho_1=\rho_2$ が棄却されればシステムは定常であり、均衡へ向かって非対称調整を持つことを意味する。逆に、共和分関係が認められ、 $\rho_1=\rho_2$ が棄却されない場合は、対称調整を持つ共和分関係となる。

3 データと実証結果

本稿の研究では、日本の株式市場において、株価指数オプション取引が導入された 1991 年 11 月 1 日から、「失われた 10 年」といわれる日本経済低迷期である 1999 年 12 月 10 日までをサンプル期間とする。また、日本の株式市場の代表的指標である日経平均（日経 225）を現物株式価格 (S) とし、株価指数先物価格（期近もの）を F 、株価指数オプションのコール・プレミアムを oc 、そしてプット・プレミアムを op に用いることにする。また、安全資産利子率 (r) としては CD 現先レートを代用している。なお、全ての変数には日次データを使用している。¹⁰

表 1 には、株価指数先物市場、あるいはオプション市場における分析対象期間の観測データから推定された ISP （式 (7) と式 (8)）の推定結果が示されている。これによると、オプション価格から導出された原資産価格指標 (ISO) の期待値が最も大きく、その分散は最も小さいことがわかる。また、先物価格から導出された原資産価格指標 (ISF) は、最も大きな分散（不確実性）を有しており、オプション市場のほうが先物市場に比べ、より健全な市場であったことがわかる。

さらに、分析対象期間における現物株式と先物、オプションとの裁定の機会に関して、超過

表1 基本統計量

	標本平均	標本標準誤差	最小値	最大値	歪度	尖度
<i>S</i>	18356.58038	2254.54606	12879.96973	24950.85938	-0.099905	-0.65067
<i>ISF</i>	18354.34136	2276.92127	12867.63379	25053.45117	-0.090896	-0.65981
<i>ISO</i>	18324.14183	2207.60388	13130.82324	23738.35352	-0.044317	-0.63248

(注) 1991年11月1日から1999年12月10日までの標本期間における、日経225株価指数(*S*)、株価指数先物市場から導出される*ISP* (*ISF*)、そして、株価指数オプション市場から導出される*ISP* (*ISO*)の基本統計量を示している。

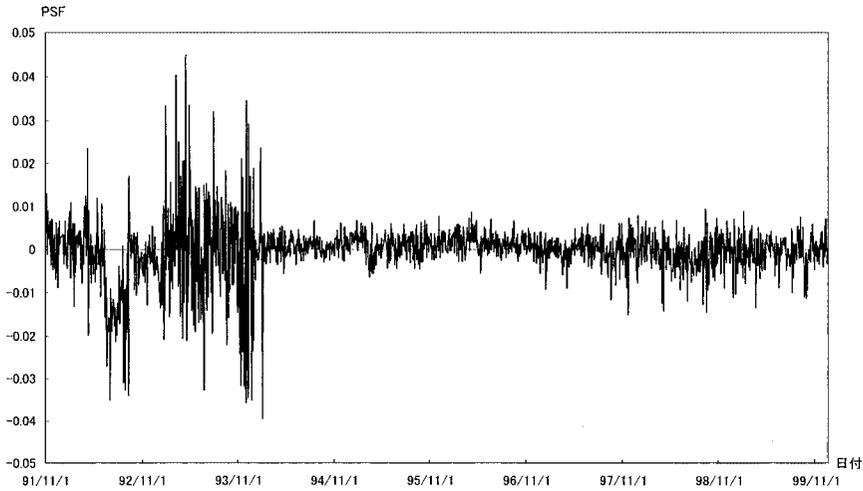


図1 先物市場におけるプレミアムの動向

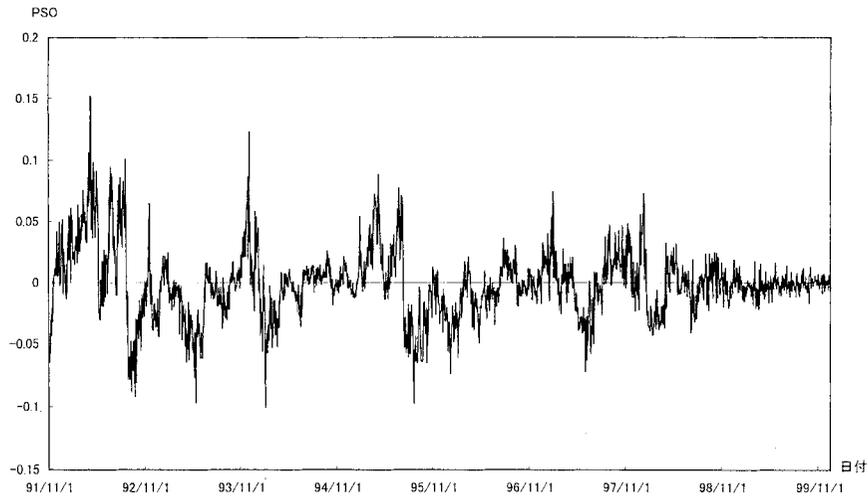


図2 オプション市場におけるプレミアムの動向

利益(プレミアム)を計測し、グラフ化した(図1と図2)。ここで、 t 期における先物市場でのプレミアム(*PSF*)、及びオプション市場におけるプレミアム(*PSO*)は、

$$PSF_t = \frac{ISF_t - S_t}{S_t}, \quad (15)$$

$$PSO_t = \frac{ISO_t - S_t}{S_t} \quad (16)$$

と示される。

サンプル期間における現物株価指数（日経 225）の動向と比較すると（図 3 参照），91 年末から 92 年にかけての急激な価格下降局面において，オプション市場では正負対称的なプレミアムが観測されているのに対し，先物市場では負のプレミアムへの偏りが見られる。また，先物市場ではプレミアムの解消（0 地点への収束）が短いインターバルで起こっているのに対し，オプション市場ではこれが長い。これらは，先物市場とオプション市場で現物株式市場に与える影響が異なっていること，現物との裁定の機会に対して各市場の投資家が異なる動きをとっていることを意味している。とりわけ，急激な価格下落時にはベーススの対称性の観点から，先物，オプション両市場の差異が顕著になっている。

これらのプレミアム（ PSF, PSO ）の存在により，合理的な投資家による裁定取引が行われ，現物市場とその派生商品市場が連動することになる。はたして，サンプル期間における現物株価指数（ S ）と先物市場における株価指数（ ISF ），あるいはオプション市場における株価指数（ ISO ）の間には，長期均衡関係が成立するのであろうか。また，それは，価格上昇局面と下落局面で対称的な調整過程を有しているのであろうか，閾値共和分検定によって明らかにした。

表 2 は，現物原資産価格（ S ），その先物市場における理論価格（ ISF ）とオプション市場における理論価格（ ISO ），そして現実の株価指数先物価格（ F ），各々の単位根検定の結果を示している。ここで，単位根検定は Dickey and Fuller（1979）の ADF 検定を使用している。各

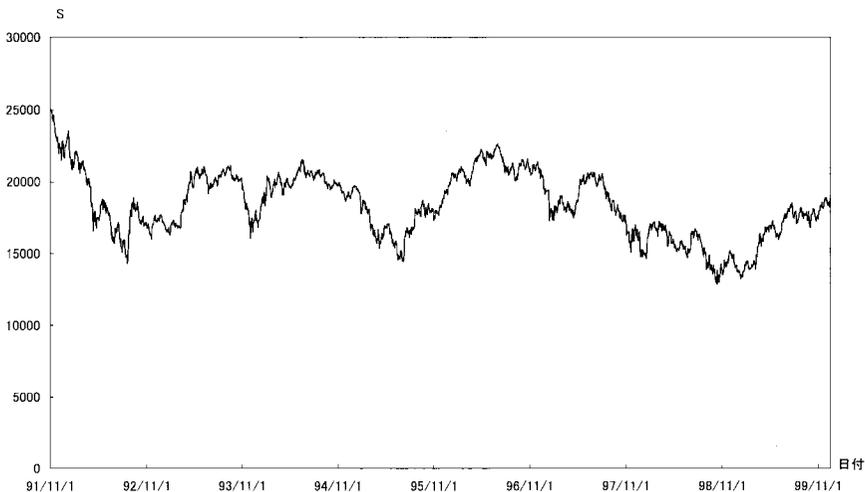


図 3 日経 225 株価指数の動向

表2 単位根検定

	<i>S</i>	<i>ISF</i>	<i>ISO</i>	<i>F</i>
Level	-2.893 (2)	-2.962 (10)	-2.262 (11)	-2.961 (10)
Difference	-34.23*(3)	-13.52*(9)	-12.72*(10)	-13.55*(9)

(注) 変数記号 (*S*, *ISF*, *ISO*) は、表1と同様である。ただし、*F* は先物株価指数の観測値を示している。Level は各変数の水準、Difference は1回階差を取った場合の検定結果を表している。また、*は有意水準5%で帰無仮説である単位根が棄却されることを示し、括弧内は推定されたラグの長さを記述している。

変数は対数変換されており¹¹、検定には定数項とトレンドを考慮した。また、ラグ基準はデータに依存した手法を採用した。具体的に、最初にラグ12のもとで推定を行い、12のラグ・パラメータが有意ならばラグを12として単位根検定を行う。もし有意でなければ、ラグを1つ落とした11のラグ・パラメータで推定を行い、有意となればラグ11を採用する。このように、ラグ・パラメータが有意になるところまでラグ次数を落として推定をし、単位根検定を行っている。

表2からわかるように、各変数はレベルで単位根を棄却することができず、1回階差を取ると明らかに棄却することができる。これは各変数が非定常時系列 ($I(1)$) 変数であることを意味するので、これらの変数を用いての共和分検定が正当化されることになる。

表3は、*TAR* モデル (式 (12), 式 (13), そして式 (14)) を用いた閾値共和分の推定結果を示している。ここで、ラグ基準は単位根検定と同様、データに依存した手法を採用して求めている。 β_0 は定数項、 β_1 は共和分ベクトルの *OLS* 推定値であり、括弧内にその *t* 統計量を示している。また、*Lag* は推定されたラグの長さ、 τ は残差平方和を最小化する閾値の推定値である。 ρ_1 は、推定された τ より上での均衡へ戻る調整速度を示し、 ρ_2 は τ より下での均衡へ戻る調整速度を示している。また、括弧内にはその *t* 統計量が記述されている。なお、ここでは *t-Max* 統計量を使用するので、 ρ_1 と ρ_2 のどちらか大きい方の値が臨界値を超えているかどうか、有意水準5% (*) で区別している。

表3の Φ は閾値共和分検定の Φ 統計量、*F* は帰無仮説： $\rho_1 = \rho_2$ を検定するための *F* 統計量であるが、これらが有意水準で棄却されると調整過程が非対称であることを示す。結果、現物株価指数 (*S*) とオプション市場から導出される理論価格 (*ISO*) の間には、対称的な調整過程を有する長期均衡関係が見出されたのに対し、現物株価指数 (*S*) と先物市場から導出される理論価格 (*ISF*) の間には、以下で説明される非対称な長期均衡関係が見出された¹²。この検定結果は、図1や図2で示されている両市場のプレミアムの動向と整合的である。

表3の推定式1の結果は、

$$S_t = 0.107 + 0.989 ISF_t + \mu_t,$$

$$\Delta \mu_t = -0.272 I_t \mu_{t-1} - 0.372 (1 - I_t) \mu_{t-1} + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \Delta \mu_{t-i} + \varepsilon_t,$$

表 3 共和分検定

	推定式 1	推定式 2	推定式 3
β_0	0.107*(9.896)	0.020(0.414)	-0.081(-1.596)
β_1	0.989*(895.9)	0.998*(194.7)	1.008*(194.3)
Lag	12	6	5
τ	-0.0024	0.0264	0.0208
ρ_1	-0.272*(-6.176)	-0.092*(-4.973)	-0.075*(-4.217)
ρ_2	-0.372*(-6.767)	-0.078*(-5.107)	-0.093*(-5.883)
Φ	25.91*	22.94*	24.01*
F	4.86*	0.426	0.638

(注) 変数記号 (S , ISF , ISO , F) は、表 2 と同様である。また、括弧内は推定値の t 統計量を表している。ここで、 ρ_i では t -Max 統計量を用いている。なお、*は水準 5% の有意性を表している。各推定式は、以下のようになっている。

$$\text{推定式 1: } S_t = \beta_0 + \beta_1 ISF_t + \mu_t, \Delta\mu_t = I_t \rho_1 \mu_{t-1} + (1-I_t) \rho_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\text{推定式 2: } S_t = \beta_0 + \beta_1 ISO_t + \mu_t, \Delta\mu_t = I_t \rho_1 \mu_{t-1} + (1-I_t) \rho_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\text{推定式 3: } F_t = \beta_0 + \beta_1 ISO_t + \mu_t, \Delta\mu_t = I_t \rho_1 \mu_{t-1} + (1-I_t) \rho_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t$$

もしくは、

$$\mu_t = 0.728 I_t \mu_{t-1} + 0.628 (1-I_t) \mu_{t-1} + \sum_{i=1}^{12} \gamma_i \Delta\mu_{t-i} + \varepsilon_t,$$

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{if } \mu_{t-1} \geq -0.0024 \\ 0 & \text{if } \mu_{t-1} < -0.0024 \end{cases}$$

と示される。ここで、均衡誤差は $\mu_t = S_t - 0.107 - 0.989 ISF_t$ となる。

推定結果より、前期の均衡からの誤差 (μ_{t-1}) が閾値 (-0.0024) より大きければ、均衡 ($\mu_t = 0$) へ向かう速度は 0.728 となる。一方、 μ_{t-1} が -0.0024 より下では均衡へ向かう調整速度は 0.628 となり、均衡より上のとき (調整速度 0.728) よりも均衡へ速く戻る。これは、均衡状態で ISF が上昇し、均衡誤差 (-0.0024) より小さい領域に入ると均衡へ戻る速度は 0.628 となり、均衡誤差はより速く消えることを意味する。

ISF が均衡状態から上昇した場合、ベーススは増加する。この場合、オーバー・バリューになった先物を売り、現物を買うという裁定取引が行われ、 S が上昇することになる。この調整過程による ISF と S の均衡は、 ISF が下落した場合に比べてより速い速度で達成されることになる。逆に、1990 年の株価暴落時のように先物市場でショートの需要が急増し、先物価格が下落する場合、つまり、 ISF が均衡状態から下落した場合、アンダー・バリューになった先物株価指数を買い、現物ポートフォリオを売るという裁定取引が行われる。これによって S が下落し、ベーススの解消 (均衡への収束) が生じるが、この調整が価格上昇時に比べてより長いスパンで達成されることになる。これは、市場が効率的になる速度が遅いことを意味し、株式市場のクラッシュ時のリスク (不確実性) の増加は、現物・先物価格間の非対称な調整過

程がその要因になっていたと考えられる¹³。

日本の現物株式市場、そしてその先物市場において、このような非対称な調整過程を有する長期均衡関係が見出された要因として、両市場間の取引コストの差異が考えられる。現物株式市場とその先物市場間において、前期の均衡からの誤差 (μ_{t-1}) が閾値 (τ) より小さい場合、割高な先物売り（現物買い）が最適な取引となる。逆に、 μ_{t-1} が τ より大きい場合は、現物売り（先物買い）が最適な取引となる。ここで、株価指数先物を売る場合と現物株価指数を売る場合では、その取引コストが大きく異なっている。先物の売りは、証拠金制やクリアリング・システム等によって手元資産がなくても容易に行える。これに対し、現物の売り取引には資産（現物株）が必要である。さらに、そのポートフォリオを構成する個々の株式の売り取引を行わなくては行けない。このような取引コストの差異によって、均衡への調整過程が非対称になっていたと考えられる。

この取引コストの問題は、現物・オプション市場間でも存在するが、現物・先物取引においてのみ非対称な調整プロセスが現れた理由として、次のようなことが考えられる¹⁴。オプション取引には、コールとプット・オプションが存在し、各々でショートとロング・ポジションを組み合わせることができる。また、この4つのポジションを基本に権利行使価格の異なるオプションを組み合わせることで、多様な取引戦略（損益曲線）を生み出すことができる。この多様な取引戦略、あるいはオプション・プレミアムの性質による非線形な損益曲線によって、現物・オプション取引では原資産である現物株価の変動の方向に関係なく取引を行うことができる（例えば、デルタ・ヘッジ、ボラティリティ・トレーディング等）。これに対し、現物・先物取引では、現物株価の上昇・下落の方向性に依存して損益が確定する。したがって、この価格変動の方向性に対して非対称な取引費用が存在する場合、損益の確定においても非対称な影響が出やすいと考えられる。

また、表3の推定式2の結果が示すように、現物原資産価格 (S) とオプション市場における原資産価格 (ISO) は共和分関係にあるが、均衡への調整速度 (ρ_1 と ρ_2) は、先物市場のそれと異なり高い値になっている。これは、オプション取引では市場が効率的になる速度が遅く、より短いスパンでは両市場の均衡が存在しない可能性を示唆している。このように、投資家が予想する原資産の価格変動に直接的、かつ敏感に反応する現物・先物取引に対し、現物・オプション取引ではこの反応が弱く、価格変動の方向性による取引費用の非対称な効果も出にくいと考えられる。なお、このオプション市場における均衡への調整速度の遅さは、オプション市場におけるプレミアムの動向にも現れている（図2参照）。

次に、指数取引と現物ポートフォリオの取引から生じるコストの非対称性問題をオプション市場で考える。オプション市場で情報に基づいて合理的に行動する投資家が株価指数先物を原資産と考えている場合¹⁵、現実の株価指数先物価格 (F) とオプション・プレミアムから導出される原資産価格 (ISO) は、連動すると考えられる。そこで、両変数の閾値共和分検定を行っ

た。

表 3 における推定式 3 の結果が示すように、両変数 (F と ISO) には、価格下降局面と上昇局面で対称的な調整過程を有する長期均衡関係が存在している。また、その調整速度は推定式 2 と同様、現物・先物市場間の取引に比べて遅いことがわかる。この結果は、現物や先物市場に比べて流動性が高く、より多くの取引戦略（損益曲線）を持つオプション市場の投資家が、原資産価格の変動のみならず、他の要因（例えばリスク・パラメータ）に基づいて取引を行っていたことを示唆している。つまり、現物と先物市場間の統合に比べ、現物とオプション市場、あるいは先物とオプション市場の結びつきは、弱いものであったことがわかる。

4 結 論

本研究は、日本の株式市場において、現物株価指数とその先物価格、及びそのオプション価格が長期均衡関係にあったか否か、実証分析を行った。その際、非線形タイプの共和分検定を行い、均衡へ向かう調整過程が価格上昇時と下落時で対称になっていたか否か、検定した。また、各派生商品市場で投資家が暗黙に想定する原資産の均衡価格を理論価格モデルから推定し、現物株価指数と共に共和分価格として用いている。

株価指数オプション取引が導入された 1991 年 11 月から 1999 年 12 月まで、「失われた 10 年」といわれる経済低迷の続いた 90 年代を分析期間とし、現物株式市場、株価指数先物市場、そして株価指数オプション市場の連動性、効率性について実証を行った結果、以下の 3 つのファクトが観測された。

第一に、現物市場の株価指数と先物市場から導出された原資産価格、そしてオプション市場から導出された原資産価格が長期均衡関係にあり、3 つの市場の連動性（統合）を確認した。

第二に、現物株価とオプション市場における原資産価格の均衡関係は、価格上昇局面と下降局面で対称的な調整過程によって達成されていた。また、その調整速度は先物市場に比べると遅く、現物や先物市場間の裁定取引のみならず独自の多様な取引戦略が市場で取られていたと考えられる。これは、また市場効率性が達成される速度が遅いことを意味し、より短期では両市場に均衡関係が現れない可能性を示唆している。

第三に、現物株価と先物市場における原資産価格の間には、価格上昇時と下落時で非対称な調整速度を持つ長期均衡関係が存在していた。均衡状態から先物市場における原資産価格が上昇すると、裁定取引によって先物市場でショート・ポジションの需要が増え、現物株価は上昇する。この場合均衡誤差は消えていくが、この均衡誤差が解消される速度が価格下落時に比べて速いことがわかった。これは、現物市場と先物市場における取引コストの差異で説明される。特に、先物市場で投資家がショート・ポジションを取るコストと、現物市場でそれを行うコストでは、後者の方が大きいことが要因になっている。

以上の結果から、日本の株式市場において、株価指数先物と株価指数オプションが、各々異なる影響を現物株式価格に及ぼしていたことが明らかになった。今後、これら派生金融商品の役割について、特に価格発見機能に基づいた現物市場との均衡関係に関して、さらに精巧な実証分析を行っていききたい。また、価格上昇時に比べて下落時の方がより市場の不確実性が増大するという、株価収益率の“Leverage Effect”を考慮した均衡関係についても実証分析を行い、言及していききたい。

本稿は、文部科学省学術フロンティア推進事業により、平成16年度～平成20年度の研究助成金を受けている。

注

- 1 本稿の実証期間において、GARCH-L (1,1) (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Leverage) モデルによる株価収益率の“Leverage Effect”を推定した。結果、係数0.147で5%水準で有意な効果を確認している。
- 2 ただし、Chakravarty, Gulen and Mayhew (2004) は、Hasbrouck (1995) の“Information Share Approach”を用いることでオプション市場における価格発見機能を見出している。
- 3 Niizeki (2002) では、線形の共積分検定を用いて、これら3つの市場の連動性を検証している。
- 4 本稿の実証では、配当について考慮していない。
- 5 これら派生株式価格の理論モデルとしては、より現実の取引を適切に示した高度な（精度の高い）モデルが存在するが、市場に広く流布し投資家マインドを最もよく反映するモデルを本稿では採用している。
- 6 黄金分割法による同時推定を行っている (Niizeki (2002) 参照)。
- 7 この場合、 $V_t = V_{t-1} + e_t$ 式が成立する。ここで、誤差項 (e_t) はホワイト・ノイズである。
- 8 系列相関のパラメータ γ が非対称であることも考えられるが、Enders and Siklos (2001) と同様、本稿ではこの場合を考えない。
- 9 oc と op には、1日に成立する全てのオプション・プレミアムを用いる。
- 10 これらのデータは日経 QUICK データ・サービスより入手している。
- 11 本稿の実証分析は、対数変換の有無にかかわらず同様の結果を得ている。
- 12 全ての推定式において、説明変数と被説明変数を逆に用いた場合でも同様の検定結果が得られている。
- 13 後で述べるように、現物とオプション市場の場合、*ISF* の下落時よりさらに遅い速度で均衡への調整が行われる。これは、現物株式の価格変動、裁定取引にオプション市場があまり反応しないことを意味しているので、ここでは先物市場の影響のみで捉えている。
- 14 先物市場に比べオプション市場の方がより取引コストも低く、またレバレッジ効果も高いことから、現物取引との間で生じるコストの非対称性問題は生じやすいと考えられる。
- 15 先物市場の価格発見機能を考えると、投資家の情報は現物株価より先物価格の方に先に反映されることになる。

参考文献

- Antoniou, A. and I. Garret, (1993) “To What Extent did Stock Index Futures Contribute to the October 1987 Stock Market Crash?,” *The Economic Journal*, Vol. 1003, pp. 1444–1061.
- Chakravarty, S., H. Gulen and S. Mayhew, (2004) “Informed Trading in Stock and Option Markets,” *Journal of Finance*, Vol. 59, pp. 1235–1257.
- Chan, K., (1992) “A Further Analysis of the Lead-lag Relationship between the Cash Market and Stock Index Market,” *Review of Financial Studies*, Vol. 5, pp. 123–152.
- Chan, K., Y. Chung and H. Johanson, (1993) “Why Option Prices Lag Stock Prices: A Trading Based Explanation,” *Journal of Finance*, Vol. 48, pp. 1957–1967.

- Christie, A., (1982) "The Stochastic Behavior of Common Stock Variances," *Journal of Financial Economics*, Vol. 10, pp. 407–432.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller, (1979) "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 74, pp. 427–431.
- Enders, W. and L. Siklos, (2001) "Cointegration and Threshold Adjustment," *Journal of Business Economic Statistics*, Vol. 19, pp. 166–176.
- Garbade, K. and W. Silber, (1982) "Price Movements and Price Discovery in Futures and Cash Markets," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 64, pp. 289–297.
- Hasbrouck, J., (1995) "One Security, Many Markets : Determining the Location of Price Discovery," *Journal of Finance*, Vol. 50, pp. 1175–1199.
- Manaster, S. and R. Rendelman, (1982) "Option Prices as Predictors of Equilibrium Stock Prices," *Journal of Finance*, Vol. 37, pp. 1043–1057.
- Niizeki, K. M., (2002) "An Analysis of the Linkage between Japanese Stock Market and the Derivatives Markets : Estimates of the Implied Stock Prices," *Keizaigaku Ronnso* (*Doshisha Univ.*), Vol. 53, pp. 56–74.
- Whaley, R. E., (1981) "Valuation of American Options Dividend-Paying Stocks : Empirical Tests," *Journal of Financial Economics*, Vol. 10, pp. 29–58.