

Study on Efficiency Improvement for Large-Scale Vibration Analysis, Based on Parallel Computing

Masataka KAWAGUCHI*, Keisuke MATSUYAMA**, Makoto SUGIMOTO***, Rinpei KAWASHITA**,
Tei YAMATO** and Koki SAKATE*

(Received January 20, 2022)

For the development of many types of machinery, particularly to replace experiment with simulation, it has become very popular to simulate vibration by large-scale FEA-model. However, there is a problem for conventional eigenvalue or nonlinear transient response analysis, that is, enormous analytical time is required. Thus, on the viewpoint of improving such simulation of the large-scale model more efficiently, shortening of analytical time is needed. Furthermore, raising of simulation accuracy for experimental results by applying finer mesh to detail of structural spots on the large-scale model, or by including nonlinear mechanical elements such as visco-elasticity or gap is strongly requested. Recently responding to such situation, especially for some commercial software of structural analysis, a special solver named AMLS (Automated Multi-Level Substructuring) is supplied to mainly automobile manufacturers, using multi-level on parallel computer. However, the application of this solver is limited within linear structure and elements, so it would not be sufficient for the broad wide needs in vibration analysis, including nonlinear field.

In this study, for the purpose of improving the efficiency of large-scale vibration analysis by multi-level substructuring based on the usage of a parallel computer, some analytical processes for rotor dynamics with detailed casing and nonlinear vibration analysis with gap property have been investigated, and also the possibility of application to product design has been verified.

Key words : multi-level substructuring, parallel computing, rotor dynamics, nonlinear vibration analysis

キーワード : 多段モード合成, 並列演算, 軸振動解析, 非線形振動解析

並列演算による大規模振動解析の効率化に関する研究

川口 正隆, 松山 敬介, 杉本 真, 川下 倫平, 大和 禎, 坂手 洸希

1. はじめに

自動車を始めとした各種の機械製品では実験代替を目的に, 1千万自由度以上の有限要素モデルを用いた振動解析が広く実施されている. 従来の固有値

解析や非線形の過渡応答解析等では解析終了まで1日以上解析時間を要する場合もあるので, 開発効率の向上の為に解析時間の短縮が必要である¹⁾. 一方では実験に対する解析精度の向上の要求も強

* Faculty of Life and Medical Sciences, Doshisha University, Kyoto

Telephone: +81-774-65-6403, Fax: +81-774-65-6825, E-mail: maskawag@mail.doshisha.ac.jp

** Research & Innovation Center, Mitsubishi Heavy Industries, Ltd., Hyogo.

Telephone: +81-79-445-6740, Fax: +81-79-445-6086, E-mail: keisuke_matsuyama@mhi.co.jp

*** First Department of Research and System, Ryoyu System Engineering, Hyogo.

Telephone: +81-79-445-9746, Fax: +81-79-445-9949, E-mail: makoto_sugimoto@rsg.kobe.mhi.co.jp

く、構造細部の高精度モデル化等に伴う更なる大規模モデルの利用拡大や、粘弾性体やガタ等の非線形要素を含んだ振動解析の実用化も期待されている。

従来、設計段階で一般に使用される汎用構造解析コードでは、構造物の有限要素モデルを幾つかの部分構造に分割し、解析自由度を削減することによって、解析時間を短縮する部分構造モード合成法の機能も提供されている²⁾。しかし、大規模モデルでは部分構造も大規模になるので、各部分構造の固有値解析の解析時間の短縮が難しく、全体の解析時間の削減が進まない傾向にあると思われる。

このような状況に対応し、一部の汎用構造解析コードでは並列演算に適した自動多段モード合成法 (AMLS: Automated Multi-Level Substructuring) を採用した解析ソルバが提供されており、自動車業界を中心に適用されている。しかしながら、この解析ソルバは線形構造に限定されているので、非線形解析も含めた幅広い振動解析ニーズには十分に役立っていないと思われる。

そこで、著者らは並列計算機の利用を前提に多段モード合成法をこれまでは解析時間の問題により容易でなかった分野に展開することを目的に、軸振動解析およびガタ系非線形解析に関する解析プロセスの提案や製品設計への適用に関する検証を進めた^{3,4)}。本報告では、軸振動解析に対して、回転体の周囲構造、更にはガタを含む非線形振動系に対しては非線形要素以外の線形構造に多段モード合成法を適用した結果について述べる。

2. 多段モード合成法の概要

2.1 概要

回転体の無い一般構造物を対象に、汎用構造解析

コード (以下、汎用コード) NASTRAN で実用化されている自動多段部分構造モード合成法の理論は、1990 年頃に Bennighof らにより開発され⁵⁻⁸⁾、最近になって市販ツールが製品開発に使用されるようになってきた⁹⁻¹¹⁾。その理論は Fig. 1 に示すように、箱で模擬した細い格子の有限要素モデルを太い格子の多数のセグメントに分割後、セグメントの内部節点を内点と外点に分けて拘束モード法¹²⁾を適用し、内点自由度を削除する。そして、複数のセグメントを外点で結合する演算を複数段階で繰り返すことにより、解析自由度を低減し、解析時間を短縮する解析法である。

2.2 課題と対応

2.2.1 軸振動解析

回転機械は Fig. 2 のような回転体と、静止体が混在する振動系で近似され、回転体の変位を u_w 、不釣合力を f_w 、質量行列を M_w 、剛性行列を K_w 、減衰行列を C_w 、ジャイロ行列を G_w 、また、静止体の変位を u_s 、外力を f_s 、質量行列を M_s 、剛性行列を K_s 、減衰行列を C_s とし、軸受の剛性を K_{ws} 、 K_{sw} 、減衰を C_{ws} 、 C_{sw} とすると、静止体混在系の運動方程式は次式となる。ここに、 $\dot{\cdot}$ は時間微分。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} M_w & 0 \\ 0 & M_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_w \\ \ddot{u}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_w & C_{ws} \\ C_{sw} & C_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_w \\ \dot{u}_s \end{Bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} G_w & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_w \\ \dot{u}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_w & K_{ws} \\ K_{sw} & K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_w \\ u_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_w \\ f_s \end{Bmatrix} \\ \therefore M_m \ddot{u}_m + (C_m + G_m) \dot{u}_m + K_m u_m = f_m \end{aligned} \quad (1)$$

上式において、ジャイロ行列 G_w は角速度 ω の関数であり¹³⁾、回転体の不釣合力 f_w に応じて、軸受等

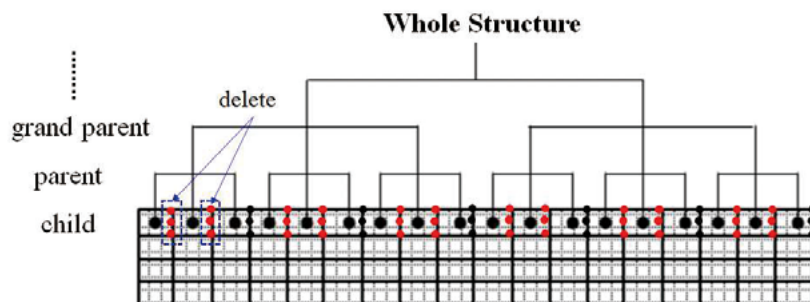


Fig. 1. General image of structural segmentation for large-sized finite element model.

の静止体にも振動が発生する．従来，静止体は剛な構造体とするのが一般的であったが，設計改善による軽量化等も求められているので，静止体も弾性構造物として扱うことによりモデル自由度が年々増大している．即ち，式(1)での変位 \mathbf{u}_s が大規模化するので，従来の解法では振動解析に膨大な解析時間を要する問題がある．よって，回転機械の静止体に多段モード合成法を適用し，解析時間の短縮を図る．

2.2.2 非線形系振動解析

非線形要素を含む構造系は Fig. 3 のように，部分構造 1 および 2 毎に非線形要素と結合する節点の変位 \mathbf{u}_{s1} , \mathbf{u}_{s2} と周囲構造の節点の変位 \mathbf{u}_{L1} , \mathbf{u}_{L2} が存在するので，全体の変位は $\mathbf{x} = [\mathbf{u}'_{L1} \ \mathbf{u}'_{s1} \ \mathbf{u}'_{L2} \ \mathbf{u}'_{s2}]'$ となる．部分構造 i ($i=1,2$) の相応する質量行列を $\mathbf{M}_S^{(i)}$, $\mathbf{M}_L^{(i)}$ ，剛性行列を $\mathbf{K}_S^{(i)}$, $\mathbf{K}_L^{(i)}$, $\mathbf{K}_{SL}^{(i)}$, $\mathbf{K}_{LS}^{(i)}$ ，非線形ばね行列を \mathbf{k}_n とし，外力 \mathbf{f}_{s1} , \mathbf{f}_{s2} は非線形要素の結合節点に作用すると仮定すると，減衰を無視した運動方程式は以下ようになる．なお，' は転置を示す．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_L^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_S^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_L^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{M}_S^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{L1} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{s1} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{L2} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{s2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_L^{(1)} & \mathbf{K}_{LS}^{(1)} & 0 & 0 \\ \mathbf{K}_{SL}^{(1)} & \mathbf{K}_S^{(1)} + \mathbf{k}_n & 0 & -\mathbf{k}_n \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_L^{(2)} & \mathbf{K}_{LS}^{(2)} \\ 0 & -\mathbf{k}_n & \mathbf{K}_{SL}^{(2)} & \mathbf{K}_S^{(2)} + \mathbf{k}_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_{L1} \\ \mathbf{u}_{s1} \\ \mathbf{u}_{L2} \\ \mathbf{u}_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{f}_{s1} \\ 0 \\ \mathbf{f}_{s2} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

式(2)によれば，線形構造である部分構造の内部節点の解析自由度（変位 \mathbf{u}_{L1} , \mathbf{u}_{L2} に相当）は多く，年々大規模化しているので，非線形要素を含む過渡応答解析に膨大な解析時間を要する問題がある．よって，部分構造の内部節点の解析自由度を削減することにより，解析時間の短縮を図る．

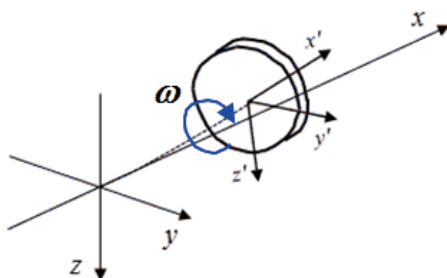


Fig. 2. Definition of rotating rotor.

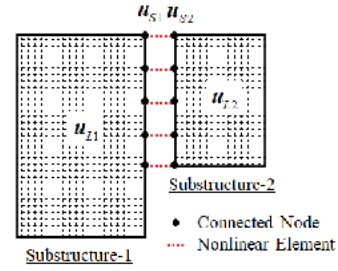


Fig. 3. Image of conventional nonlinear vibration analysis.

3. 軸振動解析への適用

3.1 軸振動解析サンプル

3.1.1 解析モデル

Fig. 4 のように，NASTRAN を用いて，軸長 5,500mm，最大軸径 500mm の仮想的なロータを幅 300mm で高さ 1,800mm の左右のサポートで支持する鋼製のスタンド付ロータの解析例題を定義した．スタンドはソリッド要素で各 3,081 節点の左右のサポートと 13,203 節点の中央バーで構成され，更に外点群（朱線）で多数の部分構造（セグメント）で区分されている．なお，これらの外点群は著者によって定義されたものであり，中央バーの s1 から s28 のセグメントは同一とした．また，軸振動解析では軸の曲げと振り振動を解析するので，ロータは回転体の質量と慣性モーメントを考慮し，曲げのみを考慮したビーム要素でモデル化し，軸端で軸受ばねにより結合した．スタンドの各節点を xz 面内に拘束し，サポートの下端のみを完全拘束した．

スタンドは Fig. 5 のように，中央バーの最小セグメントを child として，各 3 個の child をモード合成することにより 9 個の parent セグメントを生成する．次に，3 個の parent を合成して 3 個の grand parent を生成し，更に 3 個の grand parent を合成して中央バー（center bar）を段階的に生成した．また，サポートは 4 個のセグメントを並列に合成し，中央バーとの接合部の外点群（Fig. 4 の s1 と s28）で結合することにより，スタンド（stand）を合成した．即ち，中央バーは 3 段のモード合成，左右のサポートは 1 段のモード合成により生成され，スタンドは左右のサポートと中央バーのモード合成により最終的に合成した．なお，ロータは全節点を外点として取り扱った．以下に，具体的な方法を説明する．

(2) 第2段 (parent)

次に, 3 個の child を連結して, 1 個の parent を作成する. 例えば, Fig. 7 のように, child-1 から child-3 を連結して, parent-1 を合成する. 各 child の拘束モード変位を $\eta_i (i=1, 2, 3)$, 外点変位を u_{S1} , u_{S2} , u_{S3} , u_{S4} とする. child の記号を c として, 質量および剛性行列の要素に添字 (c) を付記すると, 以下ようになる. なお, child-1 については式(6)の行列要素を示したものを再掲する.

<child-1>

$$\begin{bmatrix} M_{\eta\eta}^{(c)} & M_{\eta s1}^{(c)} & M_{\eta s2}^{(c)} \\ M_{s\eta1}^{(c)} & M_{s11}^{(c)} & M_{s12}^{(c)} \\ M_{s\eta2}^{(c)} & M_{s21}^{(c)} & M_{s22}^{(c)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{u}_{S1} \\ \ddot{u}_{S2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\eta\eta}^{(c)} & K_{\eta s1}^{(c)} & K_{\eta s2}^{(c)} \\ K_{s\eta1}^{(c)} & K_{s11}^{(c)} & K_{s12}^{(c)} \\ K_{s\eta2}^{(c)} & K_{s21}^{(c)} & K_{s22}^{(c)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_1 \\ u_{S1} \\ u_{S2} \end{Bmatrix} = T_c' \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{S1} \\ f_{S2} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

<child-2>

$$\begin{bmatrix} M_{\eta\eta}^{(c)} & M_{\eta s1}^{(c)} & M_{\eta s2}^{(c)} \\ M_{s\eta1}^{(c)} & M_{s11}^{(c)} & M_{s12}^{(c)} \\ M_{s\eta2}^{(c)} & M_{s21}^{(c)} & M_{s22}^{(c)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_2 \\ \ddot{u}_{S2} \\ \ddot{u}_{S3} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\eta\eta}^{(c)} & K_{\eta s1}^{(c)} & K_{\eta s2}^{(c)} \\ K_{s\eta1}^{(c)} & K_{s11}^{(c)} & K_{s12}^{(c)} \\ K_{s\eta2}^{(c)} & K_{s21}^{(c)} & K_{s22}^{(c)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_2 \\ u_{S2} \\ u_{S3} \end{Bmatrix} = T_c' \begin{Bmatrix} 0 \\ -f_{S2} \\ f_{S3} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

<child-3>

$$\begin{bmatrix} M_{\eta\eta}^{(c)} & M_{\eta s1}^{(c)} & M_{\eta s2}^{(c)} \\ M_{s\eta1}^{(c)} & M_{s11}^{(c)} & M_{s12}^{(c)} \\ M_{s\eta2}^{(c)} & M_{s21}^{(c)} & M_{s22}^{(c)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_3 \\ \ddot{u}_{S3} \\ \ddot{u}_{S4} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{\eta\eta}^{(c)} & K_{\eta s1}^{(c)} & K_{\eta s2}^{(c)} \\ K_{s\eta1}^{(c)} & K_{s11}^{(c)} & K_{s12}^{(c)} \\ K_{s\eta2}^{(c)} & K_{s21}^{(c)} & K_{s22}^{(c)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_3 \\ u_{S3} \\ u_{S4} \end{Bmatrix} = T_c' \begin{Bmatrix} 0 \\ -f_{S3} \\ f_{S4} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

式(6)から式(8)を整理して, 外点変位 u_{S2} , u_{S3} を内点化して削除する. 内点変位を $\delta_L = [u'_{S2} \ u'_{S3}]'$, 各 child のモード変位を $\eta_{p1} = [\eta'_1 \ \eta'_2 \ \eta'_3]'$ とおくと, parent-1 の運動方程式は次式となる. なお, parent の記号を p として, 質量および剛性行列の要素に (p) を添えている.

$$\begin{bmatrix} M_{ll}^{(p)} & M_{ls1}^{(p)} & M_{ls2}^{(p)} & M_{l\eta}^{(p)} \\ M_{s1l}^{(p)} & M_{s11}^{(p)} & M_{s12}^{(p)} & M_{s\eta1}^{(p)} \\ M_{s2l}^{(p)} & M_{s21}^{(p)} & M_{s22}^{(p)} & M_{s\eta2}^{(p)} \\ M_{\eta l}^{(p)} & M_{\eta s1}^{(p)} & M_{\eta s2}^{(p)} & M_{\eta\eta}^{(p)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\delta}_L \\ \ddot{u}_{S1} \\ \ddot{u}_{S4} \\ \ddot{\eta}_{p1} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ll}^{(p)} & K_{ls1}^{(p)} & K_{ls2}^{(p)} & K_{l\eta}^{(p)} \\ K_{s1l}^{(p)} & K_{s11}^{(p)} & K_{s12}^{(p)} & K_{s\eta1}^{(p)} \\ K_{s2l}^{(p)} & K_{s21}^{(p)} & K_{s22}^{(p)} & K_{s\eta2}^{(p)} \\ K_{\eta l}^{(p)} & K_{\eta s1}^{(p)} & K_{\eta s2}^{(p)} & K_{\eta\eta}^{(p)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_L \\ u_{S1} \\ u_{S4} \\ \eta_{p1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{S1} \\ f_{S4} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\therefore M_p \ddot{u}_{p1} + K_p u_{p1} = f_{p1} \quad (9)$$

式(9)に Guyan の静縮小を適用すると次式となる.

$$K_{ll}^{(p)} \delta_L + K_{ls1}^{(p)} u_{S1} + K_{ls2}^{(p)} u_{S4} + K_{l\eta}^{(p)} \eta_{p1} = 0$$

$$\therefore \delta_L = -K_{ll}^{(p)-1} K_{ls1}^{(p)} u_{S1} - K_{ll}^{(p)-1} K_{ls2}^{(p)} u_{S4} - K_{ll}^{(p)-1} K_{l\eta}^{(p)} \eta_{p1}$$

$$= \psi_{S1}^{(p)} u_{S1} + \psi_{S2}^{(p)} u_{S4} + \psi_{\eta}^{(p)} \eta_{p1} \quad (10)$$

そこで, 拘束モードを $\phi^{(p)}$, モード変位を ξ_1 として拘束モード法を適用すると, 変位 u_{p1} は次式となる.

$$u_{p1} = \begin{Bmatrix} \delta_L \\ u_{S1} \\ u_{S4} \\ \eta_{p1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^{(p)} & \psi_{S1}^{(p)} & \psi_{S2}^{(p)} & \psi_{\eta}^{(p)} \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ u_{S1} \\ u_{S4} \\ \eta_{p1} \end{Bmatrix}$$

$$\therefore u_{p1} = T_p u_{pm1} \quad (11)$$

式(11)を式(9)に代入して, 左から T_p' を掛けると次式が得られる. 他の parent についても同様に求められる.

$$T_p' M_p T_p \ddot{u}_{pm1} + T_p' K_p T_p u_{pm1} = T_p' f_{p1}$$

$$\therefore M_{pm} \ddot{u}_{pm1} + K_{pm} u_{pm1} = f_{p1} \quad (12)$$

(3) 第3段 (grand parent)

同様に, Fig. 8 のように 3 個の parent を連結して, 1 個の grand parent を作成する. parent-1 から parent-3 のモード変位を $\xi_i (i=1, 2, 3)$, 外点変位を u_{S1} , u_{S4} , u_{S7} , u_{S10} として, u_{S4} と u_{S7} を削除した grand parent-1 の運動方程式を合成する. parent の合成と同様に, 拘束モードを $\phi^{(g)}$, モード変位を μ_1 , parent のものを $\xi_{g1} = [\xi'_1 \ \xi'_2 \ \xi'_3]'$, child のものを $\eta_{g1} = [\eta'_{p1} \ \eta'_{p2} \ \eta'_{p3}]'$, 相応の質量行列を M_{gm} , 剛性行列を K_{gm} とすると, grand parent の変位 u_{gm1} , および運動方程式は次式となる. なお, 他の grand parent についても同様である.

$$M_{gm} \ddot{u}_{gm1} + K_{gm} u_{gm1} = f_{g1}$$

$$(\because u_{gm1} = [\mu'_1 \ u'_{S1} \ u'_{S10} \ \xi'_{g1} \ \eta'_{g1}]')$$

(4) 第4段 (center bar)

同様に, Fig. 9 のように 3 個の grand parent を連結して, 1 個の中央バーを作成する. 各 grand parent の拘束モード変位を $\mu_i (i=1, 2, 3)$, 外点変位を u_{S1} , u_{S10} , u_{S19} , u_{S28} として, u_{S10} と u_{S19} を削除した中央バーの運動方程式を合成する. 拘束モードを $\phi^{(b)}$, モード変位を λ , grand parent のものを $\mu_b = [\mu'_1 \mu'_2 \mu'_3]'$, parent のものを $\xi_b = [\xi'_{g1} \xi'_{g2} \xi'_{g3}]'$, child のものを $\eta_b = [\eta'_{g1} \eta'_{g2} \eta'_{g3}]'$, 相応の質量行列を M_{bm} , 剛性行列を K_{bm} とすると, 中央バーの変位 u_{bm} および運動方程式は次式となる.

$$M_{bm} \ddot{u}_{bm} + K_{bm} u_{bm} = f_b \quad (14)$$

$$(\because u_{bm} = [\lambda' \quad u'_{S1} \quad u'_{S28} \quad \mu'_b \quad \xi'_b \quad \eta'_b]')$$

3.1.3 サポートのモード合成

Fig. 4 のように, 左サポートは left column, 2 個の block および left boss の 4 セグメントから構成される. Fig. 5 の部分構造ツリーのように, 一段の拘束モード法を用いて低次元化を行った. 各セグメントのモード変位 α_l , β_l , χ_l , γ_l を纏めて, $\kappa_l = [\alpha'_l \beta'_l \chi'_l \gamma'_l]'$, 内部の外点 (1s3, 1s4, 1s5)

を削除した後の外点変位を u_{ls1} , u_{ls2} , u_{ls6} , 拘束モード変位を τ_l , 相応の質量行列を M_{lsm} , 剛性行列を K_{lsm} とすると, 左サポートの変位 u_{lsm} と運動方程式は次式となる.

$$M_{lsm} \ddot{u}_{lsm} + K_{lsm} u_{lsm} = f_{ls} \quad (15)$$

$$(\because u_{lsm} = [\tau'_l \quad u'_{ls1} \quad u'_{ls2} \quad u'_{ls6} \quad \kappa'_l]')$$

同様に, 右サポートも, 各セグメントのモード変位 α_r , β_r , χ_r , γ_r を纏めて $\kappa_r = [\alpha'_r \beta'_r \chi'_r \gamma'_r]'$, 内部の外点削除後の外点変位を u_{rs1} , u_{rs2} , u_{rs6} , 拘束モード変位を τ_r , 相応の質量行列を M_{rsm} , 剛性行列を K_{rsm} とすると, 右サポートの変位 u_{rsm} と運動方程式は次式となる.

$$M_{rsm} \ddot{u}_{rsm} + K_{rsm} u_{rsm} = f_{rs} \quad (16)$$

$$(\because u_{rsm} = [\tau'_r \quad u'_{rs1} \quad u'_{rs2} \quad u'_{rs6} \quad \kappa'_r]')$$

3.1.4 スタンドのモード合成

上記の主要部分構造 (center bar, left support, right support) を外点で結合してスタンドを生成する. スタンドは外点変位 u_{S1} , u_{S28} , u_{ls6} , u_{rs6} を残して, 以下のように定義する.

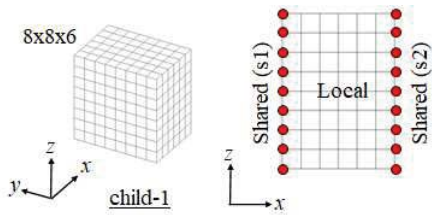


Fig. 6. Definition of child segment.

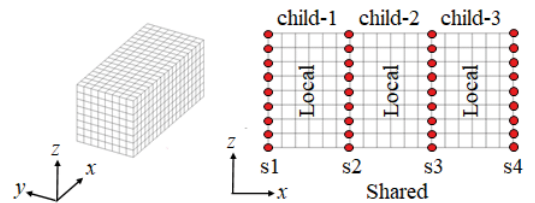


Fig. 7. Definition of parent segment.

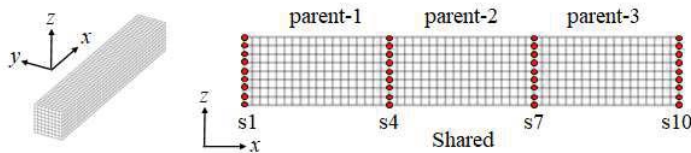


Fig. 8. Definition of grand parent segment.

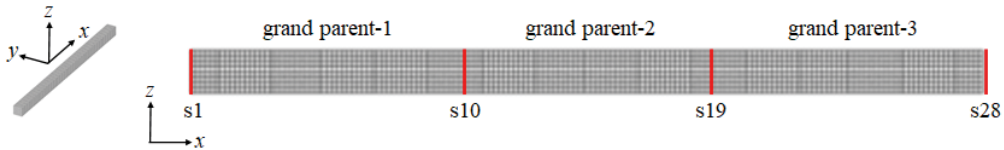


Fig. 9. Definition of synthesized center bar.

$$\mathbf{u}_s = [\lambda' \quad \mu'_b \quad \xi'_b \quad \eta'_b \quad \kappa'_l \quad \tau'_l \quad \kappa'_r \quad \tau'_r \quad u'_{s1} \quad u'_{s28} \quad u'_{ls6} \quad u'_{rs6}]'$$

更に、スタンドのモード変位を纏めて、 $\sigma = [\lambda' \mu'_b \xi'_b \eta'_b \kappa'_l \tau'_l \kappa'_r \tau'_r]'$ ，結合点の外点変位を $\mathbf{u}_{sc} = [u'_{s1} \ u'_{s28}]'$ ，軸受の外点変位を $\mathbf{u}_{sb} = [u'_{ls6} \ u'_{rs6}]'$ とすると、スタンドの運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\sigma\sigma}^{(s)} & \mathbf{M}_{\sigma c}^{(s)} & \mathbf{M}_{\sigma b}^{(s)} \\ \mathbf{M}_{c\sigma}^{(s)} & \mathbf{M}_{cc}^{(s)} & \mathbf{M}_{cb}^{(s)} \\ \mathbf{M}_{b\sigma}^{(s)} & \mathbf{M}_{bc}^{(s)} & \mathbf{M}_{bb}^{(s)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\sigma} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{sc} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{sb} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\sigma\sigma}^{(s)} & \mathbf{K}_{\sigma c}^{(s)} & \mathbf{K}_{\sigma b}^{(s)} \\ \mathbf{K}_{c\sigma}^{(s)} & \mathbf{K}_{cc}^{(s)} & \mathbf{K}_{cb}^{(s)} \\ \mathbf{K}_{b\sigma}^{(s)} & \mathbf{K}_{bc}^{(s)} & \mathbf{K}_{bb}^{(s)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma \\ \mathbf{u}_{sc} \\ \mathbf{u}_{sb} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{f}_{sc} \\ \mathbf{f}_{sb} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

3.1.5 スタンド付ロータのモード合成

左右のサポート間にはFig. 4のようなロータを配置するが、解析モデルは23分割したビーム要素で近似し、節点は全て外点(n1～n24)として取扱うので、ジャイロ効果を考慮した運動方程式は式(1)より次式となる。

$$\mathbf{M}_w \ddot{\mathbf{u}}_w + (\mathbf{C}_w + \mathbf{G}_w) \dot{\mathbf{u}}_w + \mathbf{K}_w \mathbf{u}_w = \mathbf{f}_w \quad (18)$$

従って、式(17)と式(18)を整理し軸受ばねを考慮すると、次式が得られる。なお、要素剛性行列 \mathbf{K}_{bw} ， \mathbf{K}_{wb} は軸受ばねに相当する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\sigma\sigma}^{(s)} & \mathbf{M}_{\sigma c}^{(s)} & \mathbf{M}_{\sigma b}^{(s)} & 0 \\ \mathbf{M}_{c\sigma}^{(s)} & \mathbf{M}_{cc}^{(s)} & \mathbf{M}_{cb}^{(s)} & 0 \\ \mathbf{M}_{b\sigma}^{(s)} & \mathbf{M}_{bc}^{(s)} & \mathbf{M}_{bb}^{(s)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{M}_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\sigma} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{sc} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{sb} \\ \ddot{\mathbf{u}}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{C}_w + \mathbf{G}_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma} \\ \dot{\mathbf{u}}_{sc} \\ \dot{\mathbf{u}}_{sb} \\ \dot{\mathbf{u}}_w \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\sigma\sigma}^{(s)} & \mathbf{K}_{\sigma c}^{(s)} & \mathbf{K}_{\sigma b}^{(s)} & 0 \\ \mathbf{K}_{c\sigma}^{(s)} & \mathbf{K}_{cc}^{(s)} & \mathbf{K}_{cb}^{(s)} & 0 \\ \mathbf{K}_{b\sigma}^{(s)} & \mathbf{K}_{bc}^{(s)} & \mathbf{K}_{bb}^{(s)} & \mathbf{K}_{bw} \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{wb} & \mathbf{K}_w \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma \\ \mathbf{u}_{sc} \\ \mathbf{u}_{sb} \\ \mathbf{u}_w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{f}_{sc} \\ \mathbf{f}_{sb} \\ \mathbf{f}_w \end{Bmatrix}$$

$$\therefore \mathbf{M}_{sw} \ddot{\mathbf{u}}_{sw} + \mathbf{G}_{sw} \dot{\mathbf{u}}_{sw} + \mathbf{K}_{sw} \mathbf{u}_{sw} = \mathbf{f}_{sw} \quad (19)$$

3.1.6 モデル化精度の確認

上記の多段モード合成による解析モデルの解析自由度の削減は、式(3)から式(19)に基づいて、数値解析コード MATLAB で作成したプログラムで実施した。なお、各部分構造の質量および剛性行列については、NASTRAN で作成した解析モデルの質量および剛性行列を外部へ出力したものを MATLAB に移植して解析を行った。

(1) 実固有値解析

Fig. 4 で示した各セグメントに対する拘束モード採用について、実固有値解析での上限周波数 f_u と拘束モード数 N_c の一覧を Table 1 に示す。同表には NASTRAN による固有振動数と極力誤差が 1%以下になるように上限周波数を設定した標準セットと、上限周波数を半分以下に落として拘束モード数を大幅に低減させた低減セットを示す。

まず、中央バーの child セグメントに対して、式(6)の運動方程式に対して実固有値解析を行った結果、Fig. 10 のように標準セットでは 10kHz 以下の 9 モードの固有振動数については、MATLAB による実固有振動数 (MATLAB 解) と NASTRAN による解析結果 (NASTRAN 解) は良好に対応している。しかし、低減セットでは 1 次から誤差が生じ、最大で 10%に近い誤差が生じている。また、Fig. 11 に剛体モードを除く 4 次迄の NASTRAN による振動モードを示すが、ブロックの基本モードとなっている。

そして、parent 以降も Table 1 に示す条件でモード合成を行い、中央バーを合成した。そして、左右のサポートについても同様にモード合成を行って、最終的には式(19)で無回転状態のスタンド付ロータの運動方程式に対して実固有値解析を行った。その結果を Fig. 12 に NASTRAN 解と比較して示すが、標準セットでは MATLAB 解は NASTRAN 解と非常に良く対応している。また、Fig. 13 にロータとスタンドの代表的な 4 次迄の振動モードを示すが、両者は良好に対応している。一方、低減セットでも低次では比較的誤差は少なく良好であるが、10 次を超えるあたりから誤差が徐々に増加しているため、今回は標準セットによる合成モデルを使用して、以下の解析を行った。

Table 1. Summary of upper limit frequency and number of constraint modes for standard and reduction-set.

| Member | Segment | Standard-set | | Reduction-set | |
|---------------|---------------|----------------|-------|----------------|-------|
| | | f_u (kHz) | N_c | f_u (kHz) | N_c |
| center bar | child | 15.2 | 15 | 12.5 | 7 |
| | parent | 15 | 24 | 5 | 3 |
| | grand parent | 20 | 72 | 5 | 6 |
| | bar | 20 | 72 | 5 | 6 |
| left support | left column | 14 | 49 | 5 | 3 |
| | block | 16 | 27 | 10 | 4 |
| | left boss | 15 | 33 | 5 | 2 |
| | left support | 20 | 90 | 5 | 6 |
| right support | right column | 14 | 49 | 5 | 3 |
| | block | 16 | 27 | 10 | 4 |
| | right boss | 15 | 33 | 5 | 2 |
| | right support | 20 | 90 | 5 | 6 |

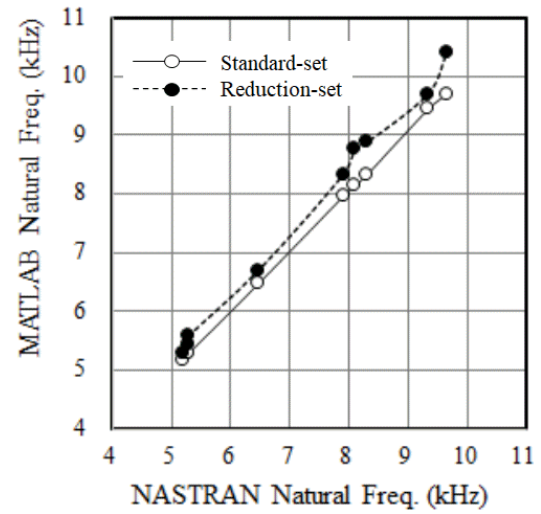


Fig. 10. Relation of natural frequency between original and synthesized model for child-segment.

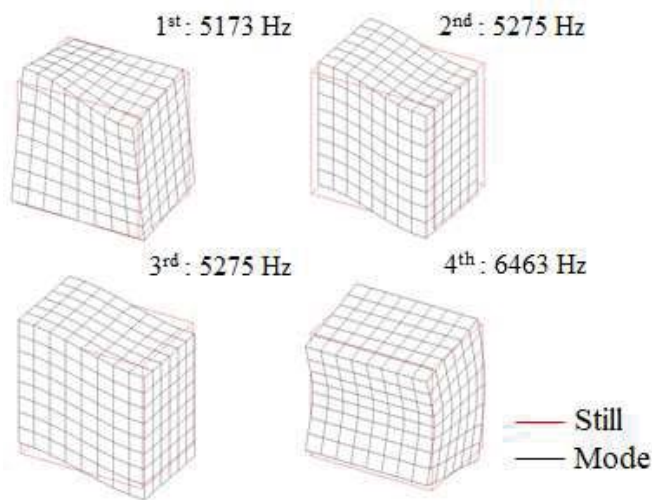


Fig. 11. Typical natural modes of child-segment below 10kHz without rigid-modes for standard-set of mode synthesis.

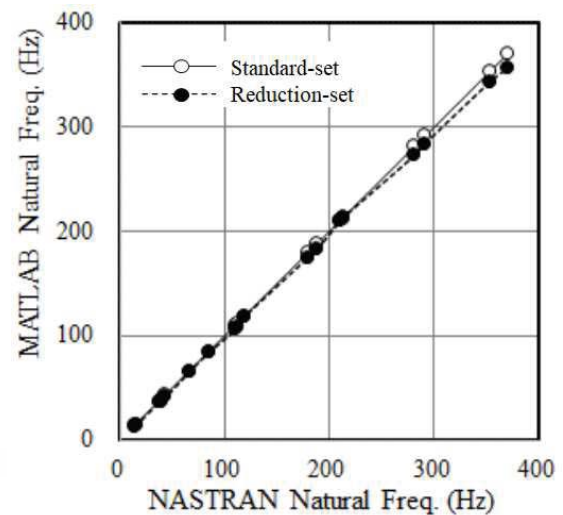


Fig. 12. Relation of natural frequency between original and synthesized model for rotor with stand.

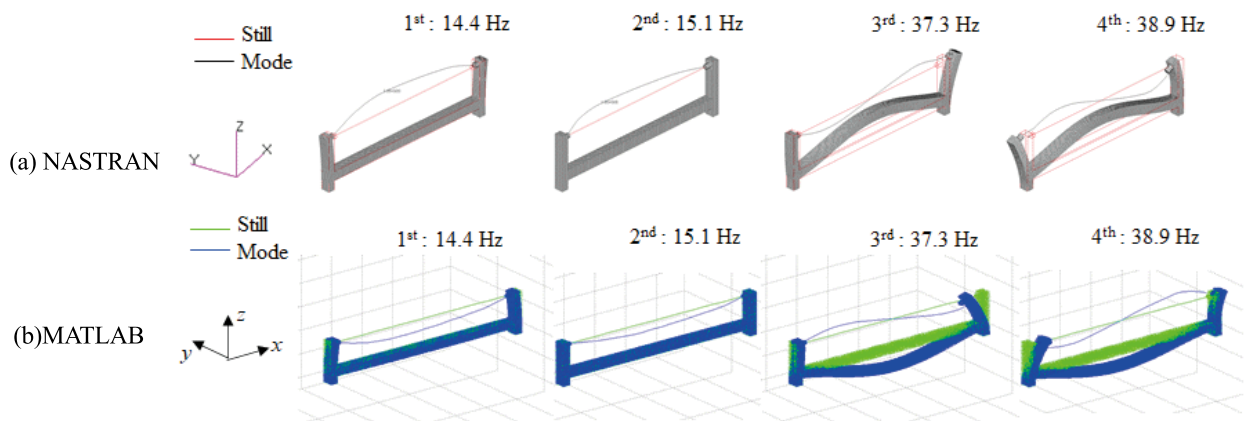


Fig. 13. Typical natural modes of rotor with stand up to 4th mode for original and synthesized model.

なお、大規模モデルに対しては、モード合成により大幅な自由度削減が成されるので、最終的な拘束モード数を確認しながら、上限周波数を極力高く設定した方が良いと思われる。

(2) モーダル周波数応答解析

Fig. 14のロータの節点n5に不釣り合い量(0.1mm)を仮定した場合のロータ節点n5とn12、および軸受部の軸端節点n1、n24とスタンド節点ls6、rs6の変位の周波数(回転数)応答をMATLABを用いて解析する(MATLAB解)とともに、ANSYSの軸振動解析オプションを使って解析した(ANSYS解)。Fig. 15に上下(z)方向のモーダル周波数応答解析結果を示す

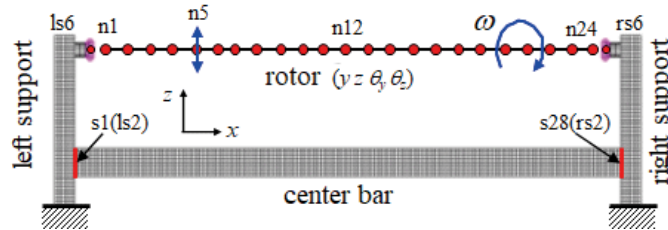


Fig. 14. Definition of shared node for rotor with stand.

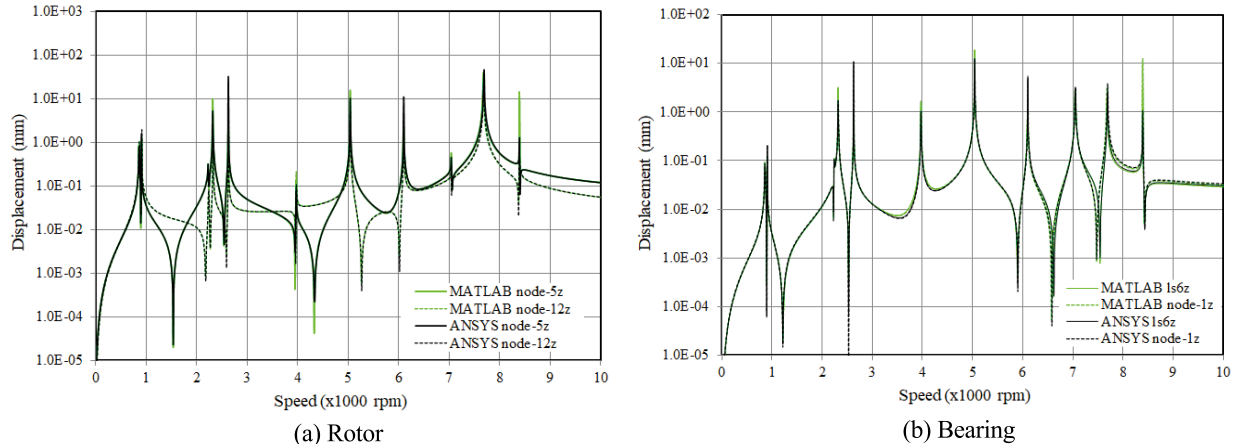


Fig. 15. Frequency response of rotor with stand by multi-level substructuring and ANSYS in z-direction.

Table 2. Summary of reduction of degree of freedom for stand, based on multi-level substructuring.

| Substructure | | stand (total) | center bar | | | | support |
|-------------------------|-----------------------|------------------|------------|--------|-----------------|--------------------------|----------------------|
| Item | | | child | parent | grand parent | center bar (subtotal) | left/right (each) |
| Original Model (dof) | | 38,640 | 1,134 | 3,078 | 8,910 | 26,406 | 6,279 |
| Mode Synthesis | Segments | | 27 | 9 | 3 | 1 | 1 (each) |
| | Adopted Modes | 1,361 | 15 | 24 | 72 | 72 | 226 (each) |
| | Substructure (dof) | 1,721 | 339 | 393 | 603 | 1,233 | 519 |
| Reduction Ratio (%) | | -96% | -70% | -83% | -93% | -96% | -92% |

3.2 大規模解析サンプル

汎用コード NASTRAN 用に準備されている市販の自動多段モード合成オプション (AMLS) に、回転体の解析機能を追加する解析プロセス (以下, AMLS-R) を作成し、以下の解析サンプルに適用した。なお、この解析プロセスは NASTRAN のプログラム言語 DMAP (Direct Matrix Abstraction Program) に基づくものである。

3.2.1 解析モデル

ガスタービンの一般的な形状を参考に、Fig. 16 のように前節と同じロータを格納する仮想的な車室を仮定して、ロータと車室の連成解析モデル (約 30 万節点) を定めた。ロータの両端には軸受を配し、線形の軸受ばね (1×10^7 N/mm) と軸受減衰 (2×10^5 N*s/mm) で車室に繋ぐとともに、サポート下面を完全拘束した。

3.2.2 実固有値解析

この解析モデルを用いて、ロータ無回転時の AMLS-R による実固有値解析を実施した。併せて、ANSYS の軸振動解析オプションを用いた解析 (ANSYS

解) も実施した。Fig. 17 に 400Hz 以下の固有振動数に関する対応を示すが、AMLS-R による実固有値解析結果 (AMLS-R 解) は ANSYS 解と良好に対応している。また、Fig. 18 に代表的な 1 次のロータ曲げモードと 4 次の車室の横揺れモードの解析結果を示すが、AMLS-R 解は固有振動数、振動モードについても ANSYS 解と良好に対応する。

3.2.3 モーダル周波数応答解析

Fig. 16(b) のロータの加振節点に不釣り合い量 (0.1mm) を仮定し、4000rpm 迄の周波数応答を 25rpm 刻みで解析した結果を Fig. 19 に示す。同図(a)には上下 (z) 方向の変位のモーダル周波数応答の解析結果をロータ部の加振節点を実線、中央節点を破線、同図(b)では軸受部のロータ軸端を実線、車室端を破線で示す。同図には ANSYS 軸振動解析オプションで解析した結果 (ANSYS 解) も合わせて示すが、AMLS-R による解析結果 (AMLS-R 解) は最大応答および応答曲線が ANSYS 解と良好に一致しており、AMLS-R の解析精度は高く妥当であると考えられる。但し、軸受部の 3600rpm 付近で一部不一致が見られるが、当該部の最大応答の 1/10 以下であり問題ない。

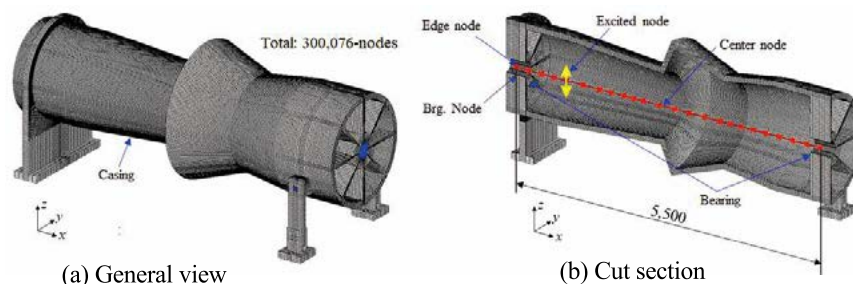


Fig. 16. General view of sample-model for large-scale vibration model of rotational machinery.

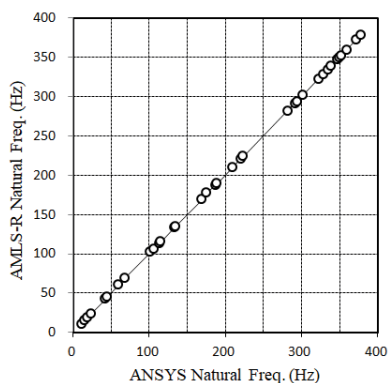


Fig. 17. Relation of natural frequency between ANSYS and AMLS-R.

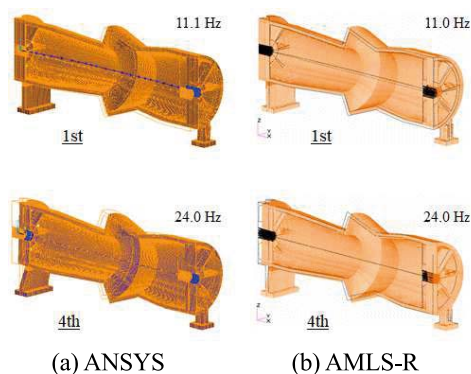


Fig. 18. Analyzed mode shape of large-scale rotational machinery model for AMLS-R and ANSYS.

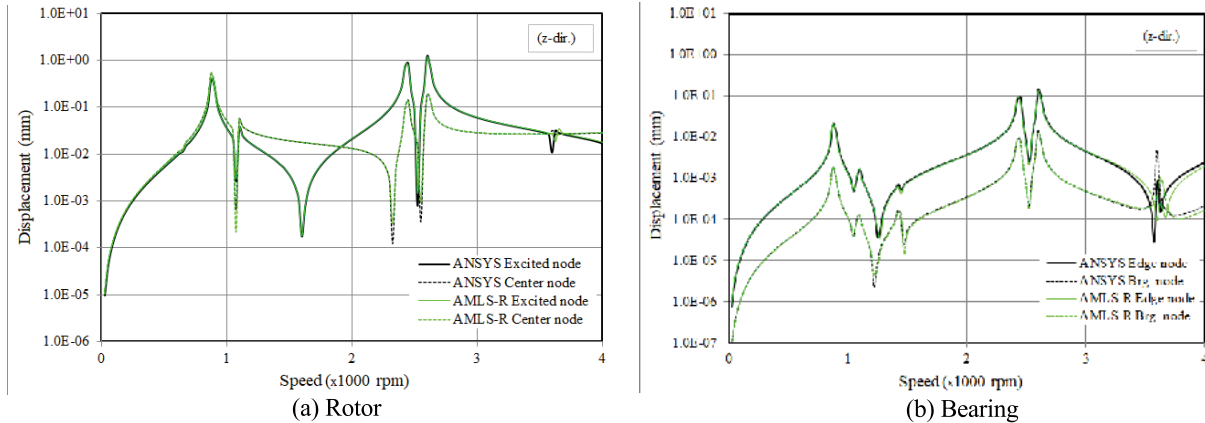


Fig. 19. Frequency response of large-scale rotational machinery model by AMLS-R and ANSYS in z-direction.

3.2.4 解析時間の評価

並列計算機を用いた多段モード合成法の有利さを示す為に、NASTRAN の Lanczos 法による標準ソルバ (NASTRAN-STD) に対する AMLS-R によるモーダル複素固有値および周波数応答解析の解析時間の短縮をログファイルから評価した。16 コア (SMP=16) の並列計算機を用いて、複素固有値解析はロータ回転数 3000rpm の条件、周波数応答解析では前章の条件で実施し、要した解析時間 (Elapsed 時間) と内訳を Fig. 20 に示す。同図によれば、解析時間は実固有値解析と行列生成が共通であり、解析に応じて複素固有値および周波数応答解析が付属しており、全体の解析時間は AMLS-R によって 80%以上削減されている。また、標準ソルバでは実固有値解析部分の解析時間が支配的であるが、AMLS-R ではモーダル複素固有値および周波数応答解析共に約 90%削減されており、その他は大きな変化はないことが判る。

4. ガタ系振動解析への適用

構造物相互を連結する機械要素であるラッチやヒンジは、ガタに代表される非線形ばね特性を有しているため、これらの機械要素を含んで構成される非線形系の構造物の過渡応答解析に対して、本章では多段モード合成法を適用し、解析自由度の削減に関して検討した結果について述べる。

4.1 線形系の過渡応答解析

4.1.1 解析モデル

Fig. 21 に多段モード合成を適用した解析モデルを示す。剛な振動台上に幅 1,296 mm、高さ 1,500 mm、奥行 300 mm のアルミニウム製のスタンドの下面を剛結し、鋼製のフレーム状のドア (以下、フレームドア) を同図(b)のように、ラッチと上下のヒンジを介して設置した。多段モード合成は自由度が最も多いスタンドに適用する一方、自由度の少ないフレーム

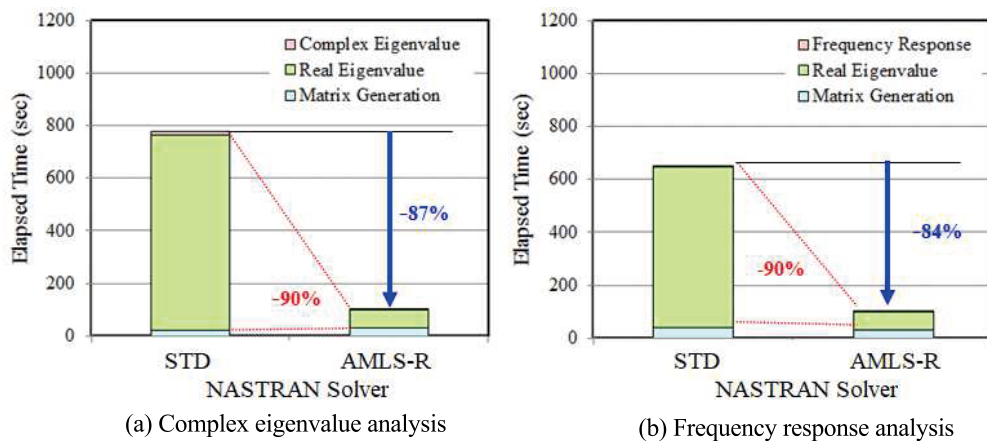


Fig. 20. Reduction of elapsed time for modal analysis of large-scale rotational machinery by AMLS-R from STD-solver.

ドアは一般的な拘束モード合成法を適用した。また、振動台には大質量を仮定した。なお、フレームドアは通常のドア構造を取扱い易いように簡略化した仮想モデルとし、通常のドア構造を参考に1次の面外振動モードを10Hz 近傍に設定した。

なお、ラッチはFig. 21(b)の座標系において、並進3方向の自由度 (x, y, z) はスタンドとフレームドアで共有するが、回転3方向 ($\theta_x, \theta_y, \theta_z$) の自由度は共有せずに各々が独立自由度を有している。また、ヒンジは同様に、並進3方向と回転2方向の5自由度 ($x, y, z, \theta_x, \theta_y$) はスタンドとフレームドアが共有するが、回転1方向 (θ_z) は共有せずに独立自由度を有する。

4.1.2 解析方法

Fig. 22 にスタンドの部分構造分割を示す。スタンドは上下2本の中央バーと左右のサポートで構成されている。中央バーは上下共に4個の標準ブロック、左右のサポートは上下2個のブロックで成り立っている。更に、Fig. 23 にスタンドの部分構造ツリーを示す。同図によれば、中央バーは1段目 (child) で2個の標準ブロックをモード合成して parent を作成し、2段目では2個の parent をモード合成して、grand parent を合成した。grand parent が中央バーに相当する。また、左右のサポートは1段目で上下のブロックをモード合成して作成した後、Fig. 24(a)のように外部節点B1~B7 およびB10を残して、各部材モデルを結合することによりスタンドをモード合成した。また、フレームドアも同図(b)のように、外部節点SD1~SD5を残して合成した。

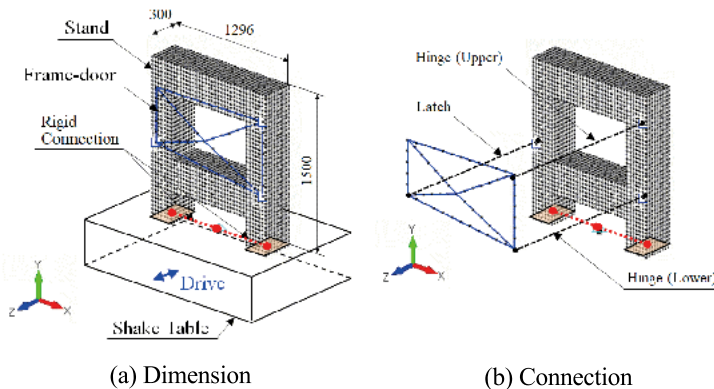


Fig. 21. Sample model for multi-level substructuring.

具体的には前章と全く同様に、式(3)から式(19)のようにモード合成した。拘束モード数について、child (標準ブロック) は31, parent は47, grand parent は23, また、左右のサポートの下ブロックは46, 上ブロックは61, 全体で18とした。フレームドアについても拘束モード数は38とした。よって、スタンド全体のモード変位を \mathbf{e} , フレームドアのモード変位を \mathbf{v} , スタンドの外部節点 (B1~B7) の変位を \mathbf{u}_S , フレームドアの外部節点 (SD1~SD5) の変位を \mathbf{u}_D , 振動台の節点 (B10) の変位を \mathbf{u}_{B10} , 加振力を \mathbf{f}_{B10} とすると、フレームドア付スタンドの変位 \mathbf{u}_{SD} は、 $\mathbf{u}_{SD} = [\mathbf{e}' \ \mathbf{u}'_S \ \mathbf{v}' \ \mathbf{u}'_D \ \mathbf{u}'_{B10}]'$ と纏められるので、相応する質量および剛性行列を \mathbf{M}_{SD} , \mathbf{K}_{SD} , 外力を \mathbf{f}_{SD} とすると、運動方程式は以下になる。なお、減衰については構造減衰 1% (スタンド固有振動数 73.4Hz) を仮定した。

$$\mathbf{M}_{SD} \ddot{\mathbf{u}}_{SD} + \mathbf{K}_{SD} \mathbf{u}_{SD} = \mathbf{f}_{SD} \quad (20)$$

4.1.3 解析精度の確認

(1) 実固有値解析

前章と同様に、式(20)に対して、MATLABを用いて実固有値解析を行った (MATLAB 解)。Table 3 に10次迄の固有振動数を NASTRAN による実固有値解析結果 (NASTRAN 解) と共に示すが、多段モード合成による MATLAB 解は NASTRAN 解と一致している。また、Fig. 25 に NASTRAN で求めた低次の振動モードを示すが、剛性が高いスタンドではなく、薄板で組み立てられ、剛性が低いフレームドアの振動モードが中心となっている。

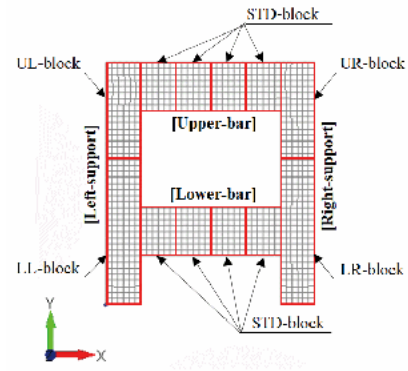


Fig. 22. Segmentation of stand.

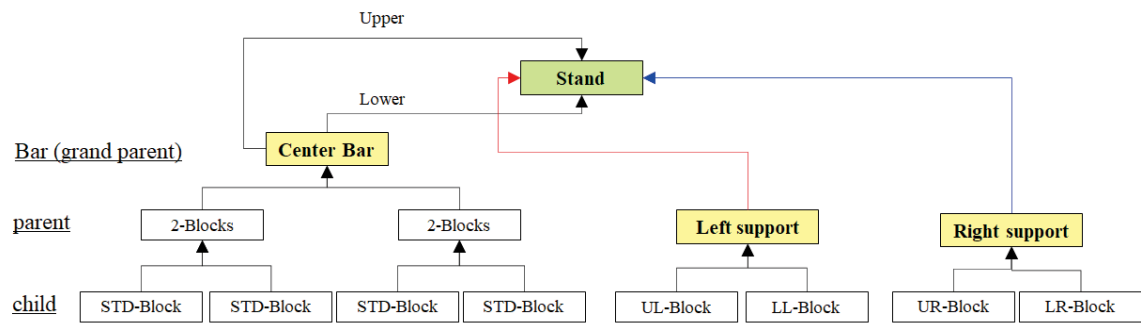


Fig. 23. Substructure tree of stand.

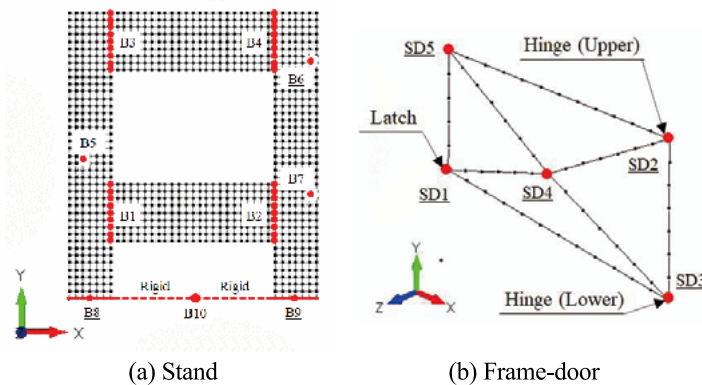


Fig. 24. Synthesized stand and frame-door.

Table 3. Summary of natural frequency of stand with frame-door on shake table.

| Mode | NASTRAN | MATLAB | Ratio |
|------|---------------|------------------|-------|
| | Original (Hz) | Synthesized (Hz) | |
| 1 | 0.00 | 0.00 | --- |
| 2 | 10.26 | 10.26 | 1.000 |
| 3 | 22.01 | 22.02 | 1.000 |
| 4 | 33.13 | 33.13 | 1.000 |
| 5 | 34.57 | 34.57 | 1.000 |
| 6 | 36.04 | 36.04 | 1.000 |
| 7 | 36.41 | 36.41 | 1.000 |
| 8 | 66.40 | 66.41 | 1.000 |
| 9 | 72.56 | 72.57 | 1.000 |
| 10 | 75.40 | 75.41 | 1.000 |

(2) モーダル過渡応答解析

振動台の前後 (z) 方向に, Fig. 26 の加速度と変位が生じるように, 式(20)の外力項に荷重を作用させることにより, MATLAB/SIMULINK を用いて過渡応答解析を行った結果 (MATLAB 解) を Fig. 27 に示す. 同図には, Fig. 24(a)に示す外点の内, ラッチの結合点 (B5) と上部のヒンジの結合点 (B6), また,

同図(b)のドアの重心 (SD4) および端部 (SD5) の振動変位について, NASTRAN によるモーダル過渡応答解析結果 (NASTRAN 解) も合わせて示すが, 全ての部位で過渡応答波形の MATLAB 解は NASTRAN 解と一致しているので, 線形系では多段モード合成は妥当であると思われる.

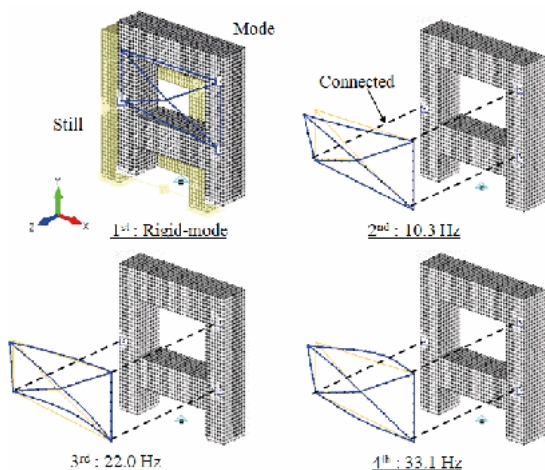


Fig. 25. Typical natural modes of stand with frame-door on shake table.

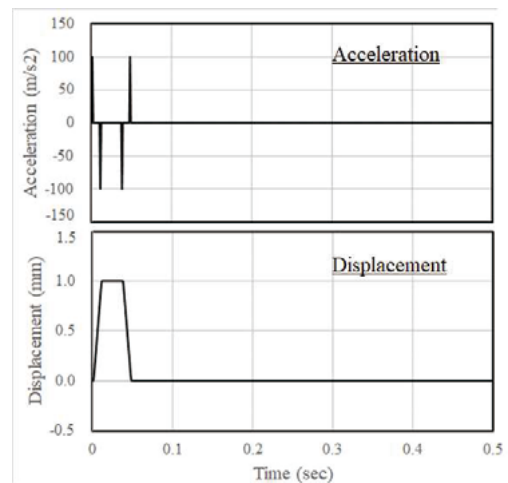


Fig. 26. Analyzed acceleration and displacement created at shake table (large-mass).

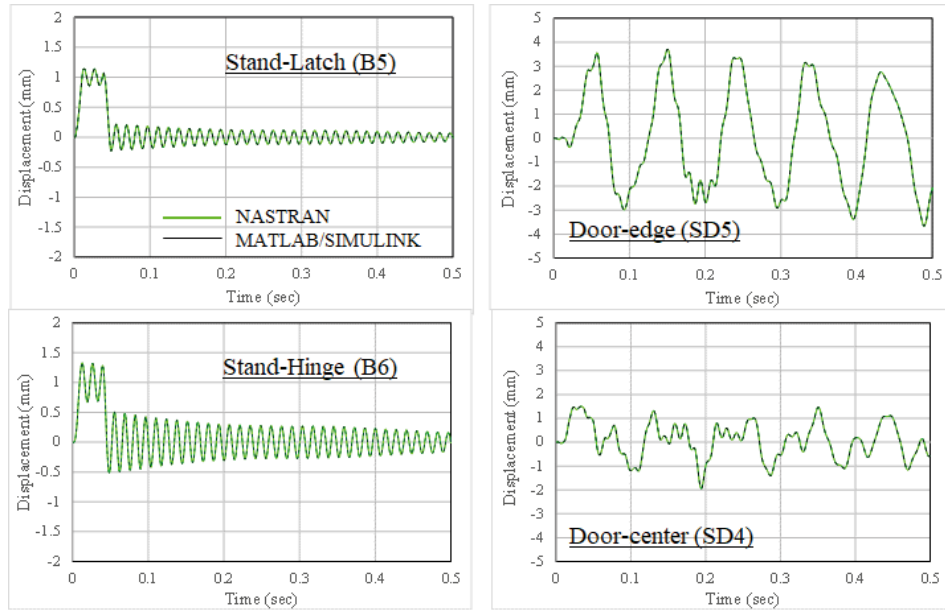


Fig. 27. Analyzed displacement at major locations on linear transient response analysis. completely.

4.2 非線形系の過渡応答解析

4.2.1 解析方法

基本的には Fig. 21 の線形モデルと同じである。即ち、線形モデルはラッチと上下のヒンジの前後 (z) 方向の自由度に関して、スタンドとフレームドアは共有しているが、非線形モデルは切り離されて、各々の自由度を有している。これは式(20)において、スタンド全体のモード変位 \mathbf{e} 、フレームドアのモード変位 \mathbf{v} 、振動台の節点 (B10) の変位 \mathbf{u}_{B10} 、加振力 \mathbf{f}_{SD} には変わりはないが、スタンドの外部節点の内、ラッチとヒンジの前後方向の変位を \mathbf{u}_{SC} 、それ以外を \mathbf{u}_{SO} 、フレームドアもラッチとヒンジの前後方向の変位を \mathbf{u}_{DC} 、それ以外を \mathbf{u}_{DO} とすると、フレームドア付スタンドの変位 \mathbf{u}_{NL} は、

$$\mathbf{u}_{NL} = [\mathbf{e}' \mathbf{u}'_{SO} \mathbf{u}'_{SC} \mathbf{v}' \mathbf{u}'_{DO} \mathbf{u}'_{DC} \mathbf{u}'_{B10}]'$$

と纏められる。

ここで、ラッチとヒンジの前後方向の節点の相対変位を $\Delta \mathbf{u}_C$ とすると、

$$\Delta \mathbf{u}_C = \mathbf{u}_{DC} - \mathbf{u}_{SC} \quad (21)$$

となるので、式(21)の i 番目 ($i = 1, 2, 3$) の要素のドア側の変位を \mathbf{u}_{di} 、スタンド側を \mathbf{u}_{si} 、相対変位を $\mathbf{d}_{ui} (= \mathbf{u}_{di} - \mathbf{u}_{si})$ として、Fig. 28 の不感帯を有する非線形ばね特性を当て嵌める。不感帯は $-0.5\text{mm} \sim 0.5\text{mm}$ の範囲であり、それを越えると、ばね定数 k_s の剛ば

ね ($1 \times 10^6 \text{ N/mm}$) が作用するので、相対変位 \mathbf{d}_{ui} の大きさにより反発力 \mathbf{f}_{ki} は以下ようになる。

$$\mathbf{f}_{ki} = \begin{cases} 0 & (-0.5 < \mathbf{d}_{ui} < 0.5) \\ k_s \mathbf{d}_{ui} & (\mathbf{d}_{ui} < -0.5 \text{ or } 0.5 < \mathbf{d}_{ui}) \end{cases} \quad (22)$$

よって、ドア側の節点に作用するばね力を \mathbf{f}_{di} 、スタンド側を \mathbf{f}_{si} とすると以下ようになる。

$$\mathbf{f}_{di} = -\mathbf{f}_{ki}, \mathbf{f}_{si} = \mathbf{f}_{ki} \quad (23)$$

式(21)の関係を式(22)および式(23)に適用すると、ラッチおよびヒンジに作用するばね力は \mathbf{f}_{NL} と表され、相応する質量行列を \mathbf{M}_{NL} 、剛性行列を \mathbf{K}_{NL} とすると、式(20)と同様の非線形系の運動方程式は以下になる。MATLAB/SIMULINK を用いて逐次積分により解くことができる。

$$\mathbf{M}_{NL} \ddot{\mathbf{u}}_{NL} + \mathbf{K}_{NL} \mathbf{u}_{NL} = \mathbf{f}_{SD} + \mathbf{f}_{NL} \quad (24)$$

なお、式(24)の運動方程式にも線形解析と同じ構造減衰 1%を仮定した。

4.2.2 解析結果

全体モデルの主要部に関して、Fig. 29 に NASTRAN による非線形系の過渡応答解析と線形解析の結果を併記する。同図には、フレームドアの結合部 (ラッチ、ヒンジ) と本体の振動変位、スタンドとの相対

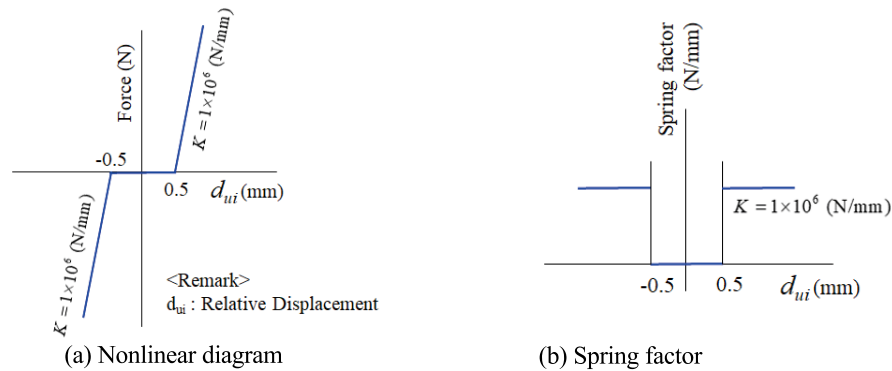


Fig. 28. Nonlinear spring property for latch and hinge.

変位 d_{u1} , d_{u2} を示す。線形解析ではパルス状の変位が生じた後には、減衰設定通り（構造減衰 1%）の振動減衰が見られる。一方、非線形解析ではフレームドア結合部では明確な振動減衰は見られず、ガタの影響と考えられる周期の遅い不規則な振動変位が発生している。それを裏付けるように相対変位は $\pm 0.5\text{mm}$ の範囲で正確に変動し、ドア本体は線形解析の結果と比べて、位相遅れが生じ振幅も低下し、不感帯（ガタ）の影響が見られる。

同様に、Fig. 30 に多段モード合成を適用した解析モデルを MATLAB/SIMULINK を用いて解析した結果を示す。Fig. 29 の NASTRAN の解析結果を基準に、解析結果を比較すると、各部の振動変位や相対変位は NASTRAN の解析結果とほぼ同様の変化をしている

ので、NASTRAN の解析をほぼ再現できていると思われる。従って、多段モード合成を適用しても、高い精度の非線形解析の過渡解析ができることを示す。

4.2.3 解析時間と自由度

多段モード合成により削減した解析モデルの自由度を Table 4 に示す。同表によれば、スタンドは自由度が 26,328 から 1,734、フレームドアは 360 から 68 と大幅に削減されており、全体では 26,688 から 1,781 へ約 93% の削減がなされている。

更に、Table 5 に線形および非線形解析に要した NASTRAN の解析時間 (Elapsed Time) を示す。線形解析ではモーダル法が使用できるので、解析用 WS (OS: Windows-10, CPU: 4.0GHz, 4-core, RAM: 16GB)

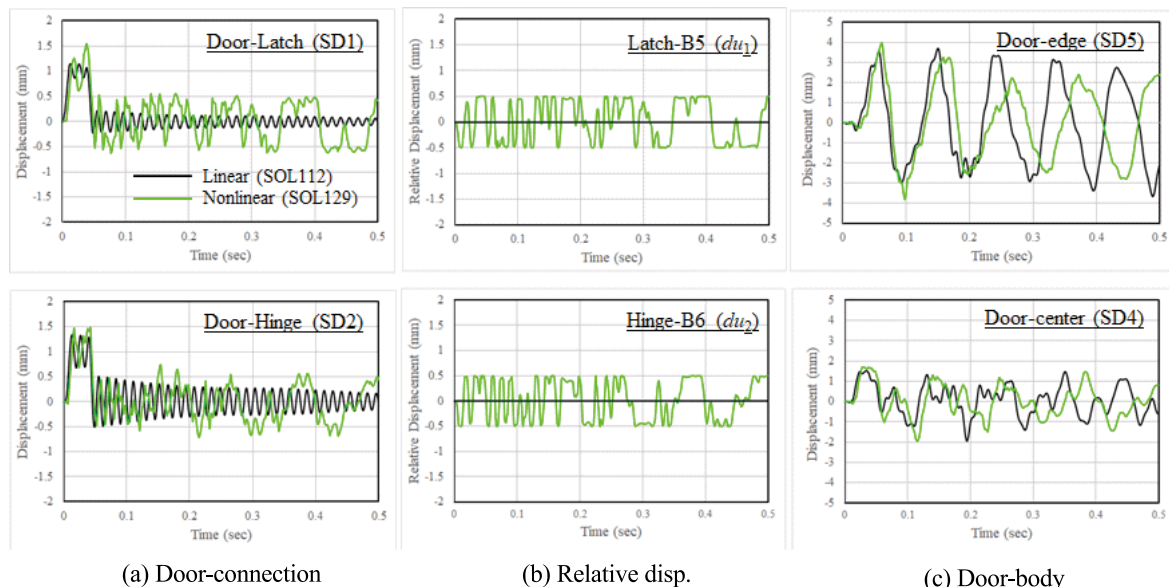


Fig. 29. Analyzed displacement of support and door by nonlinear analysis on NASTRAN.

では今回の比較的小さな規模 (26,685 自由度) の解析では短時間 (7sec) で解析できた。しかし、非線形解析になると同じ計算機でも長時間 (3,649sec) を要し、解析時間が約 521 倍になることが確認でき

た。しかし、本報では、MATLAB/SIMULINK で多段モード合成による非線形解析の実現性を確認したので、NASTRAN でも専用の解析プロセス (DMAP) を開発すれば短時間で解析できるようになると思われる。

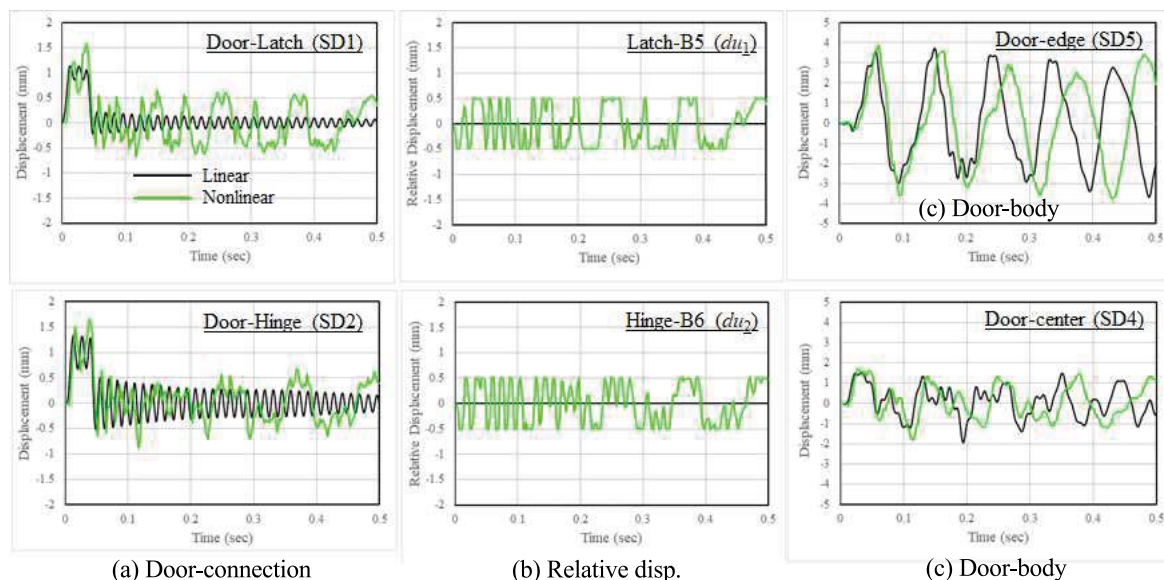


Fig. 30. Analyzed displacement of support and door by nonlinear analysis on MATLAB/SIMULINK.

Table 4. Summary of synthesized degree of freedom by multi-level substructuring.

| Substructure | | Detail | |
|----------------------|--------|--------|------------|
| Item | Total | Stand | Frame-door |
| Original Model (dof) | 26,688 | 26,328 | 360 |
| Adopted Modes | 770 | 732 | 38 |
| Shared-dof | 1,011 | 1,002 | 30 |
| Total Model (dof) | 1,781 | 1,734 | 68 |
| Reduction Ratio | -93% | -93% | -81% |

Table 5. Summary of elapsed time for transient response analysis.

| Item | Linear | Nonlinear | | Time Ratio (SOL129 / SOL112) |
|--------------|--------------------------|---------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| | Modal Transient (SOL112) | Direct Transient (SOL129) | AMLS New DMAP | |
| Model DOF | 26,685 | 26,688 | 1,781 | --- |
| Elapsed Time | 7 sec | 3,649 sec | Much less than SOL129 (Expected) | 521 |

5. 結論

自動車を始めとした各種の機械製品では実験代替を目的に、大規模振動解析が広く用いられているが、解析効率化の為に、多段モード合成を用いた軸振動解析およびガタ系非線形解析に関する解析プロセスや製品適用に関する検討を行った結果、次項が明らかとなった。

- (1) 多段モード合成により、本研究で対象とした軸振動解析の構造サンプル (約 39,000 自由度) で解析自由度を 96%, ガタ系非線形振動解析 (約

27,000 自由度) で 93%の削減ができることを確認した。

- (2) 併せて、多段モード合成を適用しても線形系解析では主要な固有値や、主要な部位の振動変位が NASTRAN の解析結果と一致しており、高い解析精度を有することを示した。
- (3) 軸振動解析では、並列計算機を用いて NASTRAN 上で多段モード合成を大規模モデル (約 30 万節点) に適用した結果、ANSYS 軸振動解析オプションの結果と一致するとともに、解析時間を

80%以上削減できることを確認した。

- (4) 多段モード合成により，本研究で対象としたガタ系の構造サンプルの自由度を削減しても，NASTRAN の非線形振動解析とほぼ同等の解析ができることを確認した。

従って，今後は並列計算機を用いた NASTRAN 用の多段モード合成による非線形過渡振動解析の解析プロセスを開発し，製品相当の大規模モデルへの適用と解析時間の短縮を進める所存である。

謝 辞

軸振動解析への AMLS 適用については，CDH 社（独）M. Chargin 氏，日本 CDH 社 上田至朗氏のご協力を賜った。また，非線形解析への多段モード合成法の適用は，2020 年度同志社大学ハリス理化学研究所の研究助成を受けて実施した。ここに，記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 矢川元基，青山裕司，有限要素固有値解析（大規模並列計算手法），（森北出版，東京，2001）。
- 2) 長松昭男，大熊政明，部分構造合成法，（培風館，東京，1991）。
- 3) 川口正隆，松山敬介，杉本真，川下倫平，大和偵，竹井佳子，関直樹，“回転機械の大規模軸振動解析における並列演算手法の適用”，No. 362，日本機械学会 D&D2016 講演論文集，（2016）。
- 4) 川口正隆，坂手洸希，田中和人，渡辺公貴，“多段モード合成法によるガタ構造系の振動解析に関する基礎検討”，No. 337，日本機械学会 D&D2021 講演論文集，（2021）。
- 5) J.K. Bennighof and C.K. Kim, “An Adaptive Multi-Level Substructuring Method for Efficient Modeling of Complex Structures”, *AIAA Journal* (92-2327), 1631-1639 (1992).
- 6) J.K. Bennighof and M.F. Kaplan, “Frequency Window Implementation of Adaptive Multi-Level Substructuring”, *Journal of Vibration and Acoustics*, **120**[2], 409-418 (1998).
- 7) J.K. Bennighof, M.F. Kaplan, M.B. Muller and M. Kim, “Meeting the NVH Computational Challenge: Automated Multi-Level Substructuring”, *Proceedings of International Modal Analysis Conference XVIII (IMAC18)*, San Antonio (2000a).
- 8) J.K. Bennighof, M.F. Kaplan and M.B. Muller, “Extending the Frequency Response Capabilities of Automated Multi-Level Substructuring”, *AIAA Journal* (2000-1574), 1-11 (2000b).
- 9) P. Ragnarsson, T.V. Gaal, B. Pluymers, S. Donders, D. Vandepitte and W. Desmet, “Fast Approximation of Synthesized Frequency Response Function with Automated Multi-Level Substructuring (AMLS)”, *Finite Elements in Analysis and Design* **47**[2], 195-199 (2011).
- 10) A. Kropp and D. Heiserer, “Efficient Broadband Vibro-Acoustic Analysis of Passenger Car Bodies Using an FE-based Component Mode Synthesis Approach”, *Journal of Computational Acoustics*, **11**[2], 139-157 (2003).
- 11) 相澤伸夫，井出史彦，鍵山恭彦，“振動騒音用トリムボデーのモデル化技術の構築”，Honda R&D Technical Review, **16**[1], (2004)。
- 12) R. Craig and M. Bampton, “Coupling of Substructures for Dynamic Analyses”, *AIAA Journal*, **6**[7], 1631-1639 (1968).
- 13) 山本敏男，石田幸男，回転機械の力学，（コロナ社，東京，2001）。