

Convection by Small Temperature Difference in a Rotating Cylindrical Vessel

Kohei SHIMOURA*, Takashi NOGUCHI**, Katsuya HIRATA**

(Received November 10, 2021)

We investigated the flow of the liquid that appears in a cylindrical vessel rotating about its vertical center axis with a small horizontal temperature gradient. Several experimental investigations using two concentric cylinders have been carried out. In the present experiment, water fills both a cylindrical vessel and its outside. Water in the cylindrical vessel is heated or chilled from the sidewall. The cylindrical vessel made of acrylic has a radius of 97 mm, and has a removable lid on water surface. We visualized the flow by the aluminum-powder suspension method. It was found that the flow patterns and the baroclinic waves have common points concerning wave numbers on the basis of the relationship of the Taylor number and the thermal Rossby number. There are some differences such as the absence of ‘drift’ and ‘vacillation’ and such as wave patterns with wave numbers more than 3.

Key words : Thermal convection, Free convection, Rotating cylinder, Small temperature difference, Rigid rotation

キーワード : 熱対流, 自由対流, 回転円筒, 微小温度差, 剛体回転

回転円筒水槽内における小さな温度差による対流流れ

下浦 康平, 野口 尚史, 平田 勝哉

1. はじめに

回転する円筒水槽壁面を挟んで水平方向に一定以上の温度差が存在する場合、アルミ粉を用いて可視化すると水面には壁面に沿った波状パターンが現れる。類似したパターンが確認される回転円筒水槽を用いた実験は、Hide¹⁾とFultz²⁾を始めとする傾圧不安定波の研究が挙げられる。Fultz²⁾は金属製の円筒水槽の側壁面を暖め、底面を冷却することで温度差を与える実験を行った。この実験は、用いられた実験装置が洗い桶 (dishpan) の形状と似ていることから、ディッシュパン実験と呼ばれる。一方、Hide¹⁾は二重同心円筒水槽の内円筒と外円筒に温度差を与える実験を行った。こちらは、アニュラス (annulus) 実

験と呼ばれる。その後、Fowles and Hide³⁾とHide and Mason⁴⁾は、アニュラス実験において、熱ロスビー数 Ro_T とテイラー数 Ta の2つの無次元量によって、水面に現れる波動パターンの形態が特徴付けられることを示した。 Ro_T と Ta は以下の式で定義する；

$$Ro_T \equiv 2g\alpha |T_0 - T_1| d / \{\Omega^2(b-a)^2\}, \quad (1)$$

$$Ta \equiv 4\Omega^2(b-a)^5 / (\nu^2 d). \quad (2)$$

ここで、 g は重力加速度 (m/s^2)、 α は熱膨張係数 (K^{-1}) である。 T_1 、 T_0 は、それぞれ、内円筒内部領域 I と外円筒外部領域 O の水温 (K) である。 d は領域 I の水深 (m) である。 a と b は、それぞれ、アニュラス実験における二重円筒の内円筒と外円筒の半径である。 Ω は2つの円筒の角速度 (rad/s)、 ν は空間平均

*Graduate School of Doshisha University, Kyoto

**Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyoto
Telephone: +81-774-65-6407, E-mail: tanoguch@mail.doshisha.ac.jp

動粘度 (m^2/s) である。

本研究では、回転水槽の中心に内円筒を有するアニュラス実験^{1,3,4)}と異なり、中心に障害物を有さない回転水槽装置を用いる。半径方向に振幅が制限されない波動の観察を可能とする為である。さらに、水槽内水面からの蒸発冷却の影響を抑える為、水槽内水面に着脱式の蓋を設け水面、すなわち自由表面の存在を無くし、気化熱による局所冷却や表面張力の影響を除去する。本研究では、現れるパターンの形態と波数に対し、円筒回転数 Ω と温度差 ($T_0 - T_1$) が及ぼす影響を調査する。

2. 実験方法

2.1 実験装置

円筒水槽 (Fig. 1) の、底面はステンレス製、側壁面は半径 (R) 10 cm, 厚さ 3 mm, 長さ 40 cm のアクリル製である。円筒水槽と外部の直方体水槽は、後述する流れの可視化の為に、シート光を透過する。円筒水槽は PC 制御のステッピング・モータで任意の角速度で回転する。円筒水槽の内側領域 I と外側領域 O に水が満たされている。これらの温度を別々に設定することで、水平方向に温度差を与える。領域 I の水面には Fig. 2 に示す蓋がボルトとゴム製緩衝材によって円筒水槽の内壁に固定される形で設置される。

アルミニウム粉末を領域 I 内の水に懸濁させ、ハロゲン光源装置からの光をシート状に照射することで、円筒水槽内 (領域 I 内) の流れを可視化し、デジタルカメラにより動画または画像として撮影して観察する。

Fig. 3 に実験装置の模式図を示す。領域 O の水は液温調節器によって循環し、任意の設定温度 T_0 で保たれ、温度変動は ± 0.5 K よりも小さい。領域 I の水温 T_1 は、外部からの乱れを避ける為に液温調節はせず、流動パターン観察の直前 (2 分前) と直後 (12 分後) との水銀温度計により得る。直前と直後の T_1 と T_0 の差は 25% 以下の変化とする。 $T_0 > T_1$ ならびに $T_0 < T_1$ の両方の場合について実験を行う。

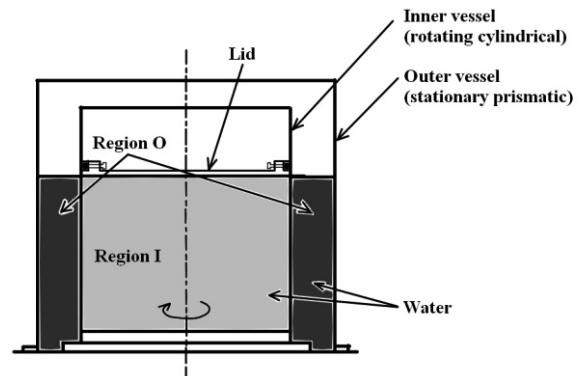


Fig. 1. Model of fluid in a rotating cylindrical vessel with a small temperature difference.

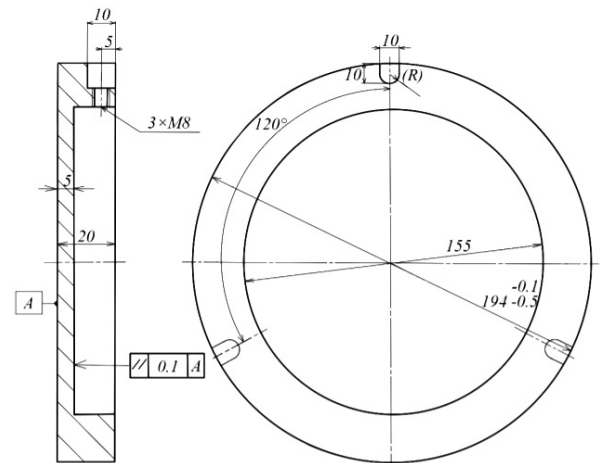


Fig. 2. Lid of inner vessel (unit: mm).

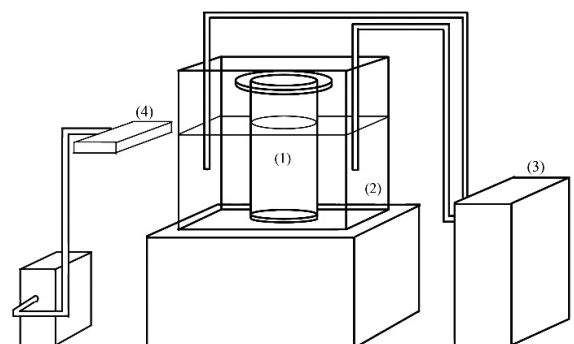


Fig. 3. Schematic view of experimental apparatus. (1) Rotating cylindrical vessel (inner vessel), (2) stationary prismatic vessel (outer vessel), (3) temperature controller and (4) halogen light source.

2.2 実験条件

内円筒水槽の回転方向は上方から見て時計回りで、回転数 $\Omega = 1.2\sim 42$ rpm ($Ta = 3.3\times 10^6\sim 4.6\times 10^9$) である。与える温度差 ($T_0 - T_1$) = 0.3~17 K である。水深 $d = 20\pm 1$ cm で実験を行う。内円筒の上方の水面の様子を観察開始 (円筒回転開始時) から約 10 分間にわたって観察し撮影する。その後水銀温度計によって温度データを取る。

3. 結果と考察

3.1 流動パターンの様々な形態

Fig. 4 に内円筒 (領域 I) 上方に明瞭な流動パターンが確認されない場合を示す。この様な流動パターンを、Fowlis and Hide³⁾に倣い、以後、(周方向) 波数 0 と呼ぶ。Fig. 5, 6 に、それぞれ、波数 1 と 2 の流動パターンを示す。波数 1 と 2 は、波状というよりも、渦巻の形態を呈している。波数が増えて 3 以上にな



Fig. 4. A photograph illustrating the flow pattern on top plane with an azimuthal wave number of 0, in lower symmetrical régime (at $Ro_T = 1.26$ and $Ta = 3.25\times 10^6$).

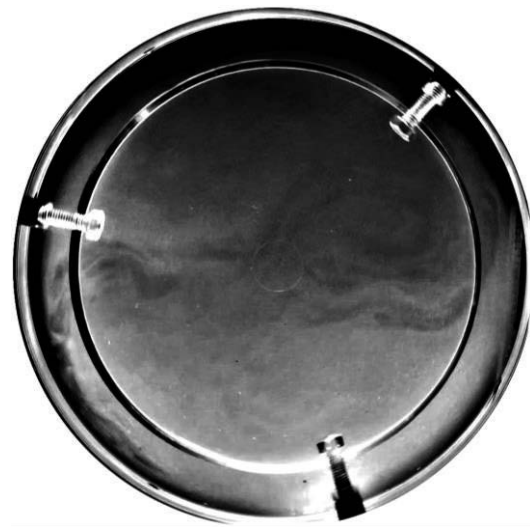


Fig. 6. A photograph illustrating the flow pattern on top plane with an azimuthal wave number of 2 (at $Ro_T = 9.78\times 10^{-2}$ and $Ta = 8.98\times 10^7$).



Fig. 5. A photograph illustrating the flow pattern on top plane with an azimuthal wave number of 1 (at $Ro_T = 6.8$ and $Ta = 2.83\times 10^7$). An eccentric vortex corresponds to the wave number of 1.



Fig. 7. A photograph illustrating the flow pattern on top plane with an azimuthal wave number of 4 (at $Ro_T = 5.1\times 10^{-3}$ and $Ta = 1.44\times 10^9$).

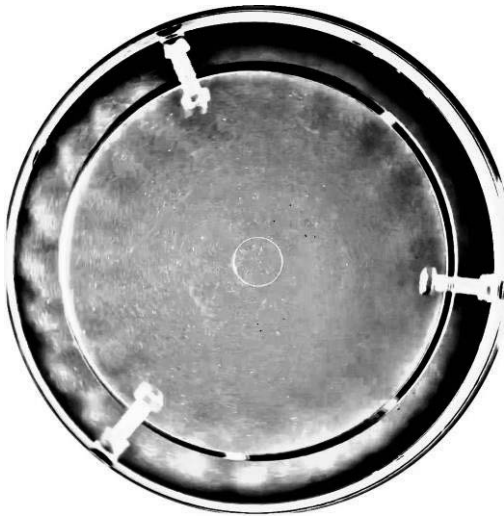


Fig. 8. A photograph illustrating the flow pattern on top plane with an azimuthal wave number of 20 (at $Ro_T = 3.0 \times 10^{-3}$ and $Ta = 2.23 \times 10^9$).

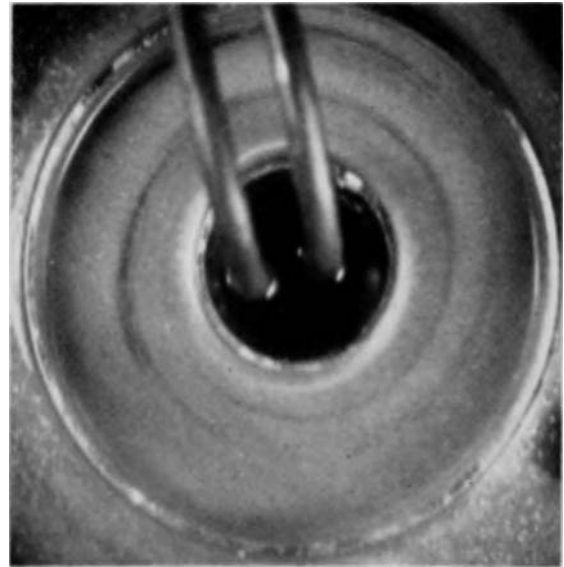


Fig. 9. A photograph illustrating the flow pattern on top free surface in upper symmetrical régime (taken by Hide (1958)⁵⁾).

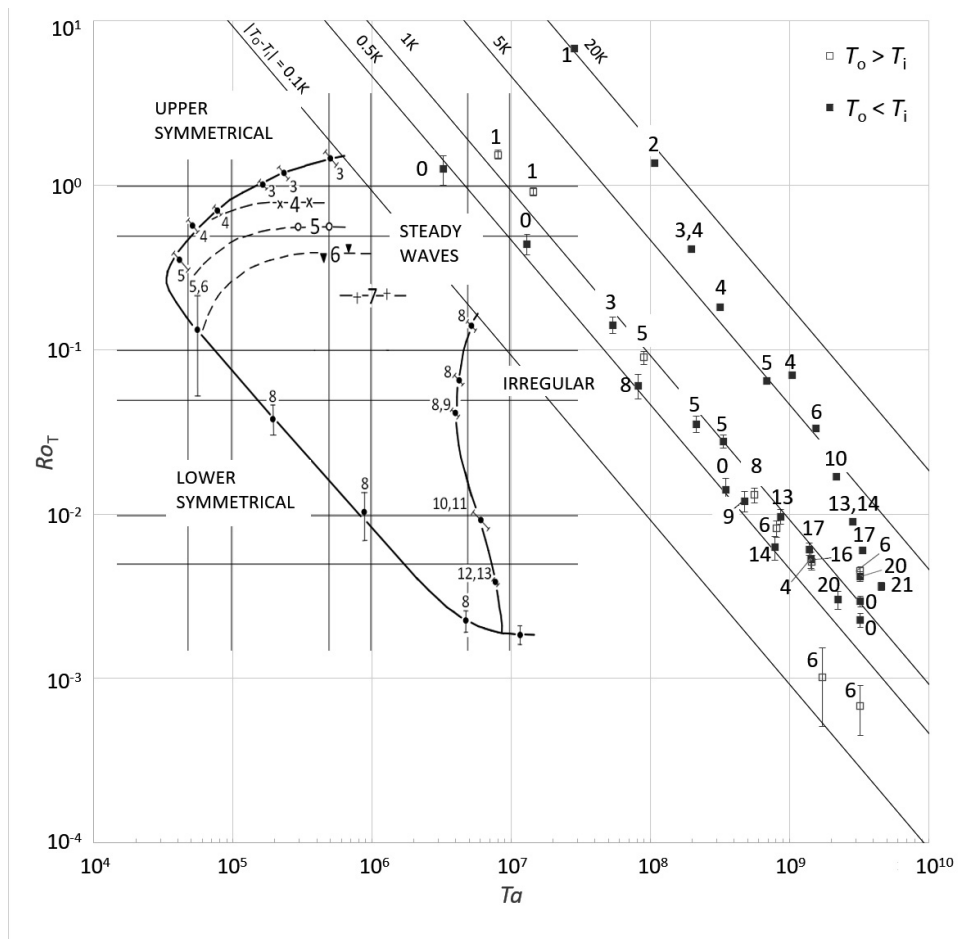


Fig. 10. Régime diagram on the $Ta-Ro_T$ space. The number beside each symbol denotes azimuthal wave number. □ and ■; The present experiment for $a = 0$, $b (= R) = 0.097$ m, $d = 0.17$ m and $\nu = 0.893 \times 10^{-6}$ m²/s. ●, X, ○, ▼ and +; Experiment by Fowlis & Hide (1965)³⁾.

ると、渦巻状とは異なる不規則な波状の流動パターンが現れる。Fig. 7は波数4の例である。さらに波数が増えて14以上となると、規則的な流動パターンが現れ、その流動パターンは円筒と共に回転するが、しばしば円筒回転方向とは逆方向に屈曲した形状となる。

Fig. 9に、傾圧不安定波による上部軸対称レジーム (upper symmetrical régime) での流動パターンを示す。しかし、この流動パターンは、今回、全実験において確認されなかった。また、定常波レジーム (steady waves régime) において見られる、流動パターンがその形状を変えずに一定の角速度で回転水槽に対して相対的に移動するドリフト (drift) も、流動パターンが周期的に変動するヴァシレーション (vacillation) も確認されなかった。したがって、今回の波数16以上の規則的な流れは、定常波レジームとは異なるレジームに分類すべきであろう。

3.2 波数

Fig. 10に、Fowlis and Hide³⁾とHide and Mason⁴⁾が実験結果をまとめた傾圧不安定波のレジーム・ダイアグラム上に、本研究の実験結果をまとめて比較する。横軸は Ta 、縦軸は Ro_T である。プロットの傍らの数値は、波数である。本研究では内円筒が存在しないので、 $a=0$ 、 $b=R$ (m) として Ro_T と Ta を算出する。

波数0は、Fig. 5に示すような波状の流動パターンが認められないので、下部軸対称レジーム (lower symmetrical régime) に対応すると考えられる。実験結果が不足している為明確には断定できないが、温度差 $|T_0 - T_1| = 0.5$ Kとなる直線の近くが、波動レジーム (steady waves régime) との境界になると思われる。温度差のみによって決まるこの特徴は、傾圧不安定波と類似する。

また、Fowlis and Hide³⁾とHide and Mason⁴⁾では、傾圧不安定波は、概ねFig. 10の左上から右下に向かって波数が増加傾向を示す。実験条件が異なる為直接比較はできないが、本研究で現れた現象とは概ね一致している。

なお、Fig. 10上では $T_0 > T_1$ の場合と $T_0 < T_1$ の場合

とを区別しているが、絶対値は同じであっても $T_0 < T_1$ ではFig. 8のような波数20の流動パターンが現れたのに対し、 $T_0 > T_1$ では波数4 (Fig. 7) が最大値となる。今後、さらに詳細な実験が必要であるが、温度差の絶対値が同じであっても必ずしも現れる流動パターンは一致しないことが明らかとなった。

4. 結論

- (1) 今回の実験結果は、 Ro_T と Ta に対する下部軸対称レジームと定常波レジームの境界や波数の変化傾向など、傾圧不安定波^{3,4)}といくつかの類似点がある。
- (2) 一方で、温度差の正負による波数の違い、傾圧不安定波で見られるドリフトやヴァシレーションなどの現象が確認されないこと、波数3以上の波の形態の違いなど、過去に観察されてきた傾圧不安定波と異なる点も存在する。今後のさらなる実験が望まれる。

参考文献

- 1) R. Hide, "Some Experiments on Thermal Convection in a Rotating Liquid," *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **79**, 161 (1953).
- 2) D. Fultz, "Studies of Thermal Convection in a Rotating Cylinder with Some Implications for Large-Scale Atmospheric Motions," *Meteorological Monographs*, **4**[21], 1-104 (1957).
- 3) W. W. Fowlis and R. Hide, "Thermal Convection in Rotating Annulus of Liquid: Effect of Viscosity on the Transition Between Axisymmetric and Non-Axisymmetric Flow Regimes," *J. Atmos. Sci.*, **22**[5], 541-558 (1965).
- 4) R. Hide and P. Mason, "Baroclinic Waves in a Rotating Fluid Subject to Internal Heating," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, **268**, 201-232 (1970).
- 5) R. Hide, "An Experimental Study of Thermal Convection in a Rotating Liquid," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A*, **250**, 441-478 (1958).