

# 日銀買い入れと ETF 市場の価格形成

松 本 宗 谷

- I はじめに
- II モデル
- III 均衡の分析
- IV 終わりに

## I はじめに

2013年4月に開始された非伝統的金融政策の一環として、日本銀行（以下、日銀）はETF（Exchange Traded Fund）の買い入れ規模を年々拡大してきた。当初1兆円/年だった買い入れペースは2016年には6兆円/年まで引き上げられ、2020年4月時点における日銀のETF買い入れ残高は32兆7,228億円に達している。このようにETF市場で日銀の存在感が高まる中で、大規模な買い入れがETF市場ひいては株式市場の価格形成を歪めているのではないかという問題意識が実務界、学术界から提起されるようになってきた。例えば、日銀の買い入れは大規模かつ買い注文のみであるから需給環境に大きな影響を与えてしまうこと、パッシブに指数を買い入れることから銘柄選別が働かなくなることなどである。これらは、市場の価格発見力に関する問題である。また、日銀の保有割合が高まることで市場に流通する浮動株の割合が減少すること、その結果ボラティリティやマーケットインパクトが高まって市場が不安定化することも懸念されている。こちらは、市場の流動性に関する問題である。こうした問題を明らかにすることは、政策として適切な手段であるかどうか評価する上で重要な意義を持っていると著者は考える。

本研究は、日銀のETF買い入れ政策を明示的に取り入れた理論モデルを検討することで、ETF市場における価格形成メカニズム、特に上述したような市場効率性への影響を明らかにすることを目的としている。本研究の特色は、日銀の買い入れ政策を定式化し Kyle（1985）モデルを導入した点にある。

本研究の内容に先立ち、いくつかの関連研究を紹介する。<sup>1</sup>日銀によるETF買い入れと株式リスクプレミアの関係性を明らかにした研究に安達・北村・平木（2020）があ

---

1 日銀によるETF買い入れ政策を巡る現状やコーポレートガバナンス関連の問題点に関する議論は、平山（2021）が詳しい。

る。安達らは、「ETF 買い入れによって株式市場のリスクプレミアムを低下させる」という本来の日銀の政策目標が達成されているかを検証すべく、2010年12月から2020年12月までのデータを用いて実証研究を行っている。彼らの分析は、日銀買い入れが日経225指数、株式個別銘柄のリスクプレミアムを有意に低下させていることを明らかにしている。また、ボラティリティの高い局面、株価がトレンドから下方に乖離した局面では、その効果がより高いと報告している。この結果は、一時的にリスクの高まる局面において、日銀がリスクプレミアムを押し下げること成功していると言えるものである。また、日銀によるETF買い入れとETFの構成銘柄となっている個別株式の収益率の関係性を明らかにした研究には、Harada and Okimoto (2019)がある。この研究では、日経平均採用銘柄と日採用銘柄をDIDで比較し、買い入れ実施日に採用銘柄の後場リターンが有意に高いことを明らかにしている。芹田・花枝(2016)は、日経平均採用銘柄について個別に日銀の保有割合を推計した上で、保有割合が高いほどボラティリティが高くなり、非市場リスクによる価格変動の割合を高めていることを明らかにしている。俊野(2019)は逆に、買い入れ実施後に株価指数が有意に高いとは認められなかったという結果を報告しており、その理由について証券会社がETFを実際に組成するまでに3日程度のタイムラグが存在するため買い入れ効果が均されているのではないかと述べている。

いくつかの実証研究が支持しているように、ETF買い入れは一定程度、株式の収益率を高めリスクプレミアムを低下させたと考えられることができる。こうした事実について理論的なメカニズムを解明し、裏付けを与えることも重要である。しかし、日銀のETF買い入れを想定して分析した理論モデルは著者の知る限りほとんど存在していない。ただ一方で、日本以外の各国でも資産買い入れ政策は行われており、その影響については関心が高いようである。Pasquariello, Roush and Vega (2020)は、米国FRBの実施しているPOMOs (Permanent Open Market Operations) について理論分析を行っている<sup>2</sup>。その結果、彼らは中央銀行による介入が市場流動性を向上させ、市場効率性を高めることを明らかにしている。また、より広い視野で政策当局者が証券市場に参入した場合に、価格発見力にどのような影響を与えるのか考察するものもある。Siemroth (2019)は、中央銀行に限らず、政策当局者が証券価格に影響を与える私的情報を持つときに、証券市場に介入するとどのような市場均衡が成立するかを検討している。彼は、政策当局者は市場介入によって情報伝達を行うよりも情報開示を行う方が、価格発見力は向上することを示している。また、市場均衡が成立するための必要条件、十分条件についても議論を行っている。本研究もこうした市場介入と価格形成との関係性に関

2 POMOs は公開市場操作のことであり、FRBによる財務省証券やMBS, CMBSの買い入れを指している。

する研究に位置付けられるものである。

本研究の主な結論は、以下のとおりである。第一に、日銀の買い入れの増額は情報トレーダーによる積極的な売り注文を引き起こす。第二に、日銀買い入れの増額は ETF の価格を上昇させる。第三に、本モデルの仮定の下では、日銀買い入れは市場流動性や価格発見力といった市場機能を歪ませることはない。

本研究の構成は以下のとおりである。II ではモデルの設定を説明し、各主体の最適化問題を解いた後、均衡の導出を行う。III では比較静学や数値シミュレーションによって均衡の分析を行う。IV では本研究の結論を述べるとともに今後の課題に言及する。

## II モデル

### 1 モデルの設定

本モデルでは Kyle (1985) によるバッチマーケットモデルを扱う。いま、第 1 期、第 2 期からなる 2 期間モデルを考える。この経済には 1 つの ETF 証券が存在しており、これを取引する ETF 市場が存在する。ETF 証券のファンダメンタル  $\tilde{v}_e$  は第 1 期では不確実で正規分布  $\tilde{v}_e \sim N(\bar{v}_e, \sigma_v^2)$  にしたがっていると仮定し、第 2 期にその価値  $v_e$  が実現すると考えることにする。この ETF 証券は第 1 期に ETF 市場で取引される。ETF 市場には日銀、情報トレーダー、ノイズトレーダーという 3 種類の市場参加者が参加する。

日銀は ETF 買い入れ政策を実行するために ETF 市場で買い入れ注文  $x_{BOJ}$  を実施する主体である。日銀は次の (1) 式で表される政策的損失 Loss を最小化するように ETF 買い入れ数  $x_{BOJ}$  を決定すると仮定する。ここで、 $\bar{X}$  は日銀の掲げる買い入れ目標数、 $P_{e,0}$  は ETF 証券の前日終値、 $\pi$  は  $0 \leq \pi \leq 1$  をとる加重パラメーターを表している<sup>3</sup>。なお、日銀の情報トレーダーの注文数  $x_I$  を第 1 期に知ることができると仮定する<sup>4</sup>。

$$\max_{x_{BOJ}} Loss = -\pi(\bar{X} - x_{BOJ})^2 - (1 - \pi)E[P_{e,0} - P_{e,1}|x_I]^2 \quad (1)$$

本モデルの定式化では、日銀は 2 つの政策目標を並行して実現すると考えている。1 つは、公表した規模の ETF 買い入れにコミットメントすることである<sup>5</sup>。第一項目は、

3 ETF 証券の前日終値  $P_{e,0}$  は外生変数である。

4 日銀が情報トレーダーの注文数  $x_I$  を観察することができるという仮定は、いくつかの観察事実を反映したものである。例えば、井出 (2019) は日銀が買い入れを実施するのは、TOPIX の前場下落率が 0.5 % を記録した日であると指摘している。これは日銀が ETF 証券のファンダメンタルだけでなく、市場の需給を観察して、買い入れの判断を行っていることを示唆している。ここでは、そうした日銀の「後出し注文」を、情報トレーダーの注文数を事前に知るという仮定に反映させている。

5 本研究が「買い入れ数」をターゲットにした定式化を行ったのに対し、Pasquariello, Roush and Vega 〆

目標買い入れ数と実際の日銀の買い入れ数との乖離が大きくなるほど、政策的損失が大きくなることを示している。 $x_{BOJ} = \bar{X}$ であれば、第一項目からの損失は生じない。2つめは、第1期のETF価格と前日終値に平均的に価格の乖離が生じないようにすることである。言い換えれば、ETF価格の下落や過度なボラティリティを防ぐ目的である。2つの目標は必ずしも両立しえず、時にトレードオフの関係になることがある。例えば、買い入れ目標を達成するために買い入れ数を増やすと、プライスインパクトが生じて価格が上昇しすぎてしまうことがある。また、価格の下落が大きいときに買い入れ数を増やして買い支えようとする、目標数を超過する買い入れを行うことにあり、第一項目から政策的損失が生じてしまう。したがって、日銀はトータルの政策的損失を最も小さくするように買い入れ数を選択することになる。 $\pi$ は、日銀が2つの政策目標のいずれを重視するかという政策方針の態度を表している。 $\pi = 1$ ならば日銀は第一項目のみ考慮するので常に  $x_{BOJ} = \bar{X}$  を選択する。

情報トレーダーは第1期初にETF証券のファンダメンタル  $v_e$  を知ることでできる情報優位な投資家である。情報トレーダーはリスク中立的な選好であり、利潤最大化を目的とし注文  $x_I$  を行うとする。情報トレーダーの利潤最大化問題は、次の(2)式で表される。

$$\max_{x_I} Profit = E[(\tilde{v}_e - P_{e,1})x_I | \tilde{v}_e = v_e] \quad (2)$$

ノイズトレーダーはモデル外の外生的な流動性需要を満たすために取引に参加する投資家である。ノイズトレーダーの注文数  $z$  は正規分布  $z \sim N(0, \sigma_z^2)$  にしたがう確率変数であり、第1期に  $z$  が実現すると仮定する。

ETF証券の価格  $P_{e,1}$  はマーケット・メーカーによって決定される。マーケット・メーカーはすべての市場参加者からの注文を合計した純注文数  $q_e$  を受け取る。ETF市場の純注文数  $q_e$  の実現値は(3)式で与えられる。

$$q_e = x_I + x_{BOJ} + z \quad (3)$$

そして、その注文数をもとにしてETF価格  $P_{e,1}$  を推定・設定する。すなわち、マーケット・メーカーの最適化問題は(4)式の条件付き期待値で表される。

$$P_{e,1} = E[\tilde{v}_e | q_e] \quad (4)$$

※ (2020)は「買い入れ価格」を目標とする定式化を行っている。すなわち、中央銀行は一定の債券価格(利回り)を維持するために買い入れを行うというものである。



・日銀の最適化

日銀が情報トレーダーの注文  $x_I$ , マーケット・メーカーの価格  $P_{e,1}$  を所与に (1) 式で表される最適化問題を解き, 買い入れ数  $x_{BOJ}$  を選択する。

・情報トレーダーの最適化および線形注文

情報トレーダーが日銀の買い入れ  $x_{BOJ}$ , (5) 式のマーケット・メーカーの線形価格  $P_{e,1}$  を所与に (2) 式で表される最適化問題を解き (6) 式にしたがう線形注文を行う。

・マーケット・メーカーの最適価格推定および線形価格

マーケット・メーカーが日銀の買い入れ数  $x_{BOJ}$ , (6) 式の情報トレーダーの線形注文  $x_I$  を所与に (4) 式のように価格を推定する。

### 3 各主体の最適化問題および均衡の導出

ここでは, 日銀, 情報トレーダー, マーケット・メーカーの順にそれぞれの最適化問題を解き均衡を導出する。

はじめに日銀の最適化問題を考える。日銀の最適化問題は (1) 式で表される。(5) 式で仮定した線形価格を代入し一階の条件を用いると, 日銀の最適な買い入れ数は (7) 式と求められる。

$$x_{BOJ} = \frac{\pi \bar{X}}{\pi + (1 - \pi) \lambda_e^2} + \frac{(1 - \pi) \lambda_e (P_{e,0} - \mu_e)}{\pi + (1 - \pi) \lambda_e^2} - \frac{(1 - \pi) \lambda_e^2 x_I}{\pi + (1 - \pi) \lambda_e^2} \quad (7)$$

日銀の買い入れは, 3つの動機から成っている。1つめは, 第一項目の買い入れ目標を達成しようとする動機である。2つめは, ETFの平均的な価格と前場価格との差を小さくしようとする動機, 3つめは情報トレーダーの注文に対抗して市場の下落を買い支えようとする動機である。第三項目は情報トレーダーの注文  $x_I$  に依存しており,  $x_I < 0$  であるとき, すなわち情報トレーダーがファンダメンタルの低下を知り売り注文を行ったとき, 日銀が逆張り<sup>6</sup>で買い入れることを表している。以下,  $x_{BOJ} > 0$  である場合<sup>7</sup>に限定して分析を行う。

続いて, 情報トレーダーの最適化問題について検討する。情報トレーダーの最適化問題は (2) 式で与えられている。(5) 式を代入し一階の条件を用いると, 情報トレーダーの最適注文数は (8) 式と求められる。

6 つまり, 日銀の買い入れ数と情報トレーダーの注文数はお互いに戦略的代替関係にある。

7 日銀によるETF買い入れは専ら買い注文のみであり正の値しかとらないので,  $x_{BOJ} < 0$  の場合は捨象する。なお  $x_{BOJ} = 0$  の場合, 本モデルは標準的な Kyle (1985) モデルに帰着する。

$$x_t = \frac{-\mu_e - a\lambda_e[\pi\bar{X} + (1-\pi)\lambda_e(P_{e,0} - \mu_e)]}{2a\pi\lambda_e} + \frac{1}{2a\pi\lambda_e}v_e \quad (8)$$

ここで係数を整理するために

$$a \equiv \frac{1}{\pi + (1-\pi)\lambda_e^2}$$

と置いている。

マーケット・メーカーは全トレーダーから発注された注文数の合計、純注文数をもとにして ETF のファンダメンタルを推定する価格付け主体である。マーケット・メーカーの最適化問題は (4) 式の条件付き期待値であるが、これは (9) 式のように求めることができる。<sup>8</sup>

$$P_{e,1} = E[\tilde{v}_e|q_e] = E[\tilde{v}_e] + \frac{\text{Cov}[\tilde{v}_e, \tilde{q}_e]}{V[\tilde{q}_e]}(q_e - E[\tilde{q}_e]) \quad (9)$$

よって、右辺の期待値、分散および共分散を求めることで、マーケット・メーカーの最適価格推定を求めることができる。

以上の設定の下で、本モデルの均衡は次のように求められる。

■ (命題 1) 本モデルには、 $\lambda_e^* > 0$  かつ実数解という条件の下、 $(\theta_e^*, \phi_e^*, \mu_e^*, \lambda_e^*)$  の組み合わせで表される一意な均衡が存在する。

$$\theta_e^* = \frac{-\mu_e^* - a\lambda_e^*[\pi\bar{X} + (1-\pi)\lambda_e^*(P_{e,0} - \mu_e^*)]}{2a\pi\lambda_e^*} \quad (10)$$

$$\phi_e^* = \frac{1}{2a\pi\lambda_e^*} \quad (11)$$

$$\mu_e^* = \frac{1}{a\pi} \{ \bar{v}_e + a\lambda_e^*[\pi\bar{X} + (1-\pi)\lambda_e^*P_{e,0}] \} \quad (12)$$

$$\lambda_e^* = \frac{1}{2} \left[ -\frac{\sigma_v^2}{3^{1/3} \left( 9\sigma_v^2\sigma_z^4 + \sqrt{3}\sqrt{\sigma_v^6\sigma_z^6 + 27\sigma_v^4\sigma_z^8} \right)^{1/3}} + \frac{\left( 9\sigma_v^2\sigma_z^4 + \sqrt{3}\sqrt{\sigma_v^6\sigma_z^6 + 27\sigma_v^4\sigma_z^8} \right)^{1/3}}{3^{2/3}\sigma_z^2} \right] \quad (13)$$

ただし、ここで、

<sup>8</sup> Greene (2000) を参照。

$$a \equiv \frac{1}{\pi + (1 - \pi)\lambda_e^{*2}} \quad (14)$$

である。

■ 証明は補論 A を参照。

均衡においてはパラメーター  $\theta_e^*$ ,  $\phi_e^*$ ,  $\mu_e^*$  もまた全て外生変数で表すことができる。これは、(13) 式の  $\lambda_e^*$  が先決しているので、残りの3つのパラメーターも逐次代入することで解析的に解くことができるからである。ここでは比較静学を扱いやすくするため、 $\lambda_e^*$  を残した表記のまま議論を続けることにする。次章では均衡の特性について検討する。

### III 均衡の分析

ここでは、比較静学と数値シミュレーションによって均衡の特性を分析する。最初に比較静学から得られる定性的な結果について検討する。

■ (命題2) 日銀の買い入れ目標  $\bar{X}$  が増加すると、情報トレーダーの買い注文が減少し売り注文数が増加する。

■ 証明:  $x_l$  を  $\bar{X}$  について微分すると、

$$\frac{\partial x_l}{\partial \bar{X}} = \frac{\partial \theta_e^*}{\partial \bar{X}} = -\frac{1 + a[\pi + (1 - \pi)\lambda_e^{*2}]}{2a\pi} < 0 \quad (15)$$

となる。したがって (命題2) が言える。

この結果を解釈すると、日銀がより多額の買い入れにコミットすると、情報トレーダーがより積極的に売り注文を行うように動機づけられると言える。情報トレーダーからすれば、日銀は必ず逆張りしてくる主体である。したがって、自身の売り注文を相殺する容量が大きくなれば、マーケット・メーカーに私的情報を悟られることなく安心してたくさんの売り注文を出すことができるようになる。現実世界に照らし合わせると、日銀の買い入れが行われているときに海外投資部門・機関投資家・証券会社の自己勘定部門が売り越すといった仮説を提示することができる。また、買い入れ目標の変更前後で出来高が増加するといった現象も説明することができると思われる。

■ (命題3) 日銀が買い入れ目標  $\bar{X}$  を増加させると、ETF 価格  $P_{e,1}$  は増加する。

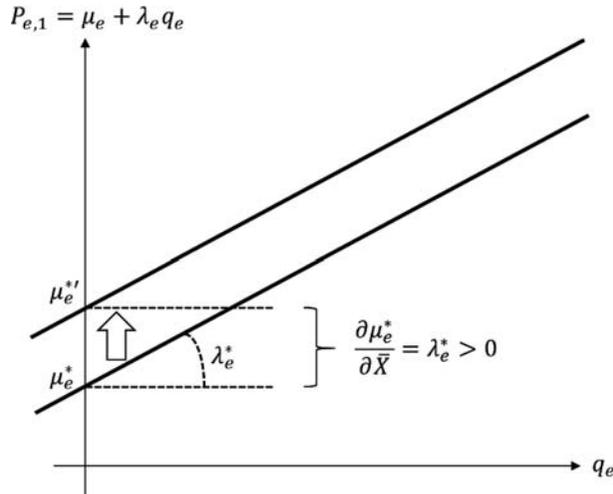
■ 証明:  $P_{e,1}$  を  $\bar{X}$  について微分すると、

$$\frac{\partial P_{e,1}}{\partial \bar{X}} = \frac{\partial \mu_e^*}{\partial \bar{X}} = \lambda_e^* > 0 \quad (16)$$

である。 $\lambda_e^*$  は正であるから (命題3) の比較静学が成立する。

ここで重要なことは、ETF の価格のうち  $\mu_e^*$  が底上げされるということである。つまり、ETF 価格の「切片」が高くなり、純注文数に比例する「傾き」すなわちプライスインパクトは日銀の買い入れ目標とは無関係に決定されているということである。このことを図示したのが、図表2である。

図表2 買い入れ目標  $\bar{X}$  の増額による ETF 価格  $P_{e,1}$  への上昇効果



出所：著作作成

買い入れ政策そのものは価格の底上げ効果をもたらす。これはマーケット・メーカーが純注文数、すなわち ETF 市場の需給状況からファンダメンタルを推定する主体であることに関係している。マーケット・メーカーにとって、よりプラスの純注文を受け取るとはファンダメンタルが高いことのシグナルとなるので、より高い価格付けを行うようになる。日銀による買い入れ増額が約束されると、マーケット・メーカーに伝わる平均的な純注文数も同様に増加するので価格を押し上げるのである。この結果は、実証研究が示してきた結果とも整合的なものである。例えば、井出・南 (2013) は日銀買い入れの実施日は、日経平均連動型 ETF 商品の後場リターンが前場と比べて高くなる傾向を報告している。

■ (命題4) 市場流動性  $L$  をプライスインパクトの逆数 (17) 式で定義する。このとき、市場流動性  $L$  は日銀の買い入れ目標  $\bar{X}$  とは無関係に決まる。

$$L \equiv \frac{1}{\lambda_e^*} \quad (17)$$

■証明： $\lambda_e^*$  は  $\bar{X}$  に依存しないことからわかる。

この市場流動性の指標  $L$  は、一般に「市場の厚み (depth)」と呼ばれるものである。市場の厚みが大きいほど、わずかな価格の上昇で取引を成立させることができるため、投資家にとって市場流動性が高いと評価できる。命題3で述べたように、プライスインプクトは日銀の買い入れ目標とは無関係に決まるから、市場の厚みもまた同様である。話を広げると、命題4は「日銀が確定的な買い入れコミットメントを行う限り、市場流動性すなわちETF市場の効率性は損なわない」という政策的含意も有していると考えられる。これは、マーケット・メーカーが合理的期待を形成するなら、日銀買い入れは平均的に予見可能であり、ファンダメンタルを予測するノイズとはなりえないからである。

■(命題5) ETF市場の価格発見力  $D$  を、ETF価格を所与としたときのファンダメンタルの条件付き分散の逆数(18)式と定義する。このとき、日銀が買い入れ目標  $\bar{X}$  を増加させても、価格発見力  $D$  は変わらない。

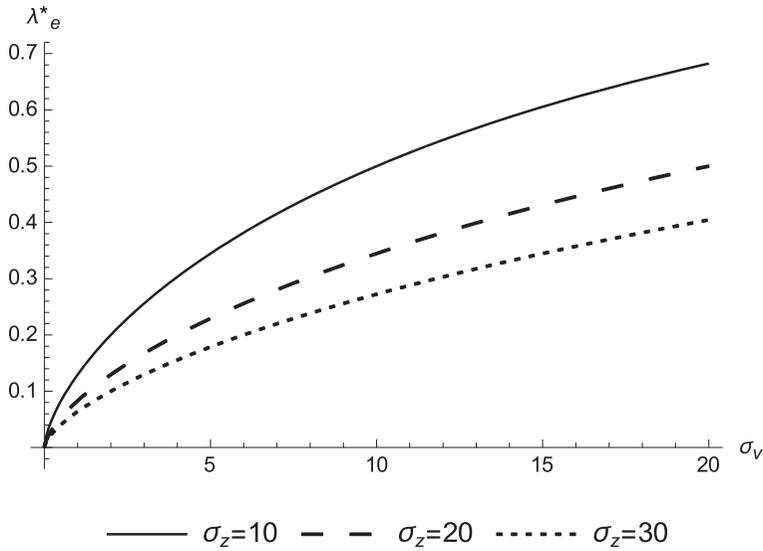
$$D \equiv V[\tilde{v}_e | P_{e,1}] = \frac{1}{\sigma_v^2 - \frac{\sigma_v^4}{16\lambda_e^4 \sigma_v^2 + 4\lambda_e^2 \sigma_v^2}} \quad (18)$$

■証明： $D$  は  $\bar{X}$  に依存しないことからわかる。

命題5の結果も、命題4の市場流動性に関する結果と同様のものである。本モデルの仮定では、マーケット・メーカーは日銀の買い入れを織り込み済みなので予測力が低下するということはないと言える。また、本モデルで価格発見力を左右する要素はETFファンダメンタルの分散とノイズトレードの分散のみである。

続いて、数値シミュレーションで得られる結果を提示する。(13)式で示されるプライスインプクトの指標  $\lambda_e^*$  は解析的な解が得られているものの複雑でその含意を読み取ることが難しい。そこで、パラメーターをおいて数値シミュレーションを行うこととする。

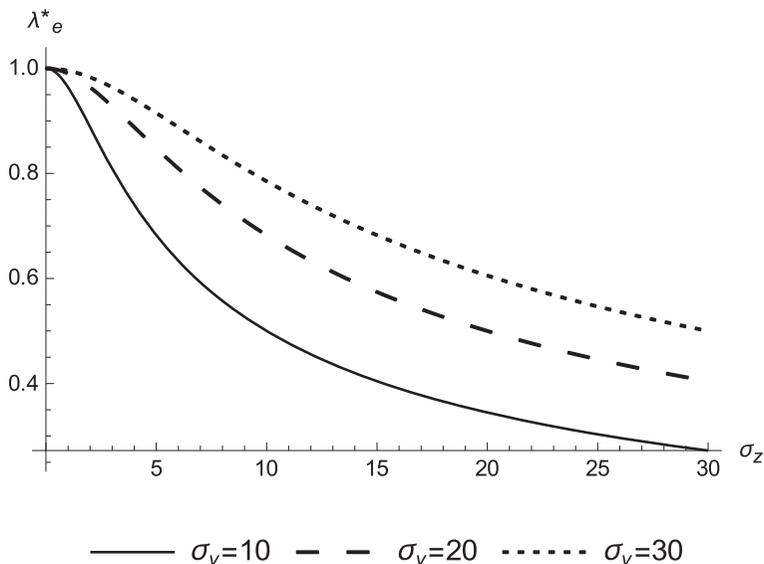
## ■ (シミュレーション結果 1)

図表 3  $\sigma_v^2$  に対するプライスインプクト  $\lambda_e^*$  の変化

出所：著者作成

図表 3 には、それぞれ  $\sigma_z^2 = 10, 20, 30$  とした時の、 $\sigma_v^2$  に対するプライスインプクト  $\lambda_e^*$  の反応が描かれている。この結果から、 $\sigma_v^2$  が増加するときプライスインプクトは単調増加することがわかる。これは ETF のファンダメンタルがよりばらつく場合、マーケット・メーカーも正しく価格を追跡するために過敏に価格を反応させる必要があるからである。また、 $\sigma_z^2$  が小さいほどプライスインプクトはより大きい値となる。ノイズトレードが小さいほど、マーケット・メーカーはより確信度高く価格を推定できるからである。

## ■ (シミュレーション結果2)

図表4  $\sigma_z^2$  に対するプライスインプクト  $\lambda_e^*$  の変化

出所：著者作成

図表4には、今度は  $\sigma_v^2 = 10, 20, 30$  とした時の、 $\sigma_z^2$  に対するプライスインプクト  $\lambda_e^*$  の変化が描かれている。図表4からも、 $\sigma_z^2$  が大きくなるほど  $\lambda_e^*$  は低下することが読み取れる。加えて、 $\sigma_v^2$  が小さいほど  $\lambda_e^*$  は急速に低下することがわかる。

以上、分析の結果を小括すると、日銀の買い入れは情報トレーダーの売り注文を呼び込み、またETFの価格を上昇させる。一方で、投資家の合理的期待が成立する限りにおいて、市場流動性や価格発見力といった市場機能を歪ませることはない、と結論づけることができる。

## IV 終わりに

日銀のETF買い入れ政策がETF市場の価格形成にどのような影響を及ぼしているか明らかにすることは、学术界や実務界、そして政策当局者にとっても関心事である。日銀買い入れが長期にわたることからも、便益と副作用を今一度評価する意義はいっそう大きいと考えられる。

こうした問題意識を踏まえ、本研究では日銀の買い入れ行動を取り入れた理論モデルを検討することで、ETF市場の価格形成メカニズムを明らかにした。本研究の主な結論は次のようにまとめられる。第一に、日銀の買い入れの増額は情報トレーダーに売り注文を呼び起こす。第二に、日銀買い入れの増額はETFの価格を上昇させる。第三に、

本モデルの仮定の下では、日銀買い入れは市場流動性や価格発見力といった市場機能を歪ませることはない。第三の結論は、政策当局者にとってはかなり望ましい内容を含んでいる。なぜなら、大規模な買い入れを実行したとしても、正常な市場機能を保ったまま資産価格の向上を目指せる可能性を示唆しているからである。しかし、この結果はあくまでもトレーダー、マーケット・メーカーの合理的期待という強い制約の下で成立することには注意を払わなければならない。また、本論で得られた結論の中には、経済学的な推論からはいくぶん当たり前と思われる結果も含まれている。しかし、実証的な視点からだけでなく、理論的な視点からも ETF 市場で何が起きているかを理解することは政策評価を行う上でも重要であると著者は考えている。

一方で、本研究には多くの課題も存在している。何よりも議論的となるのは、日銀による買い入れ行動の定式化である。日銀がマクロ経済環境、特にインフレ率の長期的な安定を達成するために金融政策を発動していることは言うまでもない。ETF 買い入れもあくまでその一環として行っているのであって、ETF 市場の部分均衡だけを目標にしているわけではない。そのため、ETF 市場における振る舞いの一側面だけを取り出すことには限界があるだろう。また、本研究では日銀が買い入れ額を連続的に選択できると考えたが実際に見られるのは「700 億円買う」あるいは「買わない」といった離散的な選択である。この場合、いつ日銀が買い入れるのかといったタイミングの読み合いの方が投資家にとっては問題となるはずである。井出 (2019) のように日銀が予想 PER といった変数も考慮して買い入れ基準を決定しているという指摘もある。2021 年 8 月では日銀による ETF 買い入れ実施はかなり稀になってきており、買い入れ基準の曖昧化も見逃すことのできない問題である。

また、本研究では現物市場への影響は考えてこなかった。ETF 市場における買い入れはそのまま現物市場における組成証券の調達という形で効果が波及するものである。Bhattacharya and O'Hara (2016) は ETF 市場におけるノイズトレードが ETF 証券の価格を上昇させると、現物市場の投資家に誤ったシグナルを送ることを明らかにし現物市場の価格発見力が低下することを示している。日銀の買い入れ政策にもこうした懸念が生じる。こうした影響を検討するには、Malamud (2016) や Bhattacharya and O'Hara (2016) の提案する ETF 市場と現物市場の相互関係を分析したモデルが有効になると思われる。こうした課題については、今後の研究課題としたい。

#### 補論 A (命題 1) の証明

ここでは、(命題 1) で示した均衡の導出・証明を行う。

■証明：証明には係数比較法を用いる。したがって、(定義) で仮定した線形注文、線

形価格を所与に最適化問題を解いた後、事後的にこの仮定に当てはまる係数を求めることとする。

はじめに、情報トレーダーの最適注文数を導出する。本論で示したように、情報トレーダーは(2)式の利潤最大化問題を解いた結果、(8)式の注文を行う。(定義)より情報トレーダーの注文数は線形であると仮定したので、(6)式と(8)式の係数を比較することで、情報トレーダーの線形注文パラメーター $(\theta_e, \phi_e)$ が満たすべき条件が求められる。

$$\theta_e = \frac{-\mu_e - a\lambda_e[\pi\bar{X} + (1-\pi)\lambda_e(P_{e,0} - \mu_e)]}{2a\pi\lambda_e} \quad (\text{A.1})$$

$$\phi_e = \frac{1}{2a\pi\lambda_e} \quad (\text{A.2})$$

続いて、マーケット・メーカーの価格付けパラメーターを求める。マーケット・メーカーは純注文数を所与とした最良推定は、本論(9)式で示した条件付き期待値で求められる。ここで純注文数(3)式は、日銀の買い入れ数と情報トレーダーの注文数を代入すると、(A.3)式に変形できる。

$$\begin{aligned} \tilde{q}_e &= x_I + x_{BOJ} + \tilde{z} \\ &= \frac{\tilde{v}_e}{2\lambda_e} + \frac{a}{2}[\pi\bar{X} + (1-\pi)\lambda_e(P_{e,0} - \mu_e)] + \tilde{z} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

この結果を用いて期待値、分散、共分散を整理すると次のようになる。

$$E[\tilde{q}_e] = \frac{\bar{v}_e}{2\lambda_e} + \frac{a}{2}[\pi\bar{X} + (1-\pi)\lambda_e(P_{e,0} - \mu_e)] \quad (\text{A.4})$$

$$V[\tilde{q}_e] = \frac{\sigma_v^2}{4\lambda_e^2} + \sigma_z^2 \quad (\text{A.5})$$

$$\text{Cov}[\tilde{v}_e, \tilde{q}_e] = \frac{\sigma_v^2}{4\lambda_e^2} \quad (\text{A.6})$$

一方で、マーケット・メーカーは純注文数に対して線形な価格付けを行うと仮定したので、(5)式と(9)式の係数を比較することで $(\mu_e, \lambda_e)$ の満たすべき条件が求められる。

$$\mu_e = E[\tilde{v}_e] - \lambda_e E[\tilde{q}_e] = \bar{v}_e - \lambda_e \left\{ \frac{\bar{v}_e}{2\lambda_e} + \frac{a}{2}[\pi\bar{X} + (1-\pi)\lambda_e(P_{e,0} - \mu_e)] \right\} \quad (\text{A.7})$$

$$\lambda_e = \frac{\text{Cov}[\tilde{v}_e, \tilde{q}_e]}{V[\tilde{q}_e]} = \frac{\frac{\sigma_v^2}{4\lambda_e^2}}{\frac{\sigma_v^2}{4\lambda_e^2} + \sigma_z^2} \quad (\text{A.8})$$

ここまでをまとめると、均衡は (A.1), (A.2), (A.7), (A.8) 式からなる連立方程式の解となることわかる。

この連立方程式は、 $\lambda_e$  から順に求めることができる。(A.8) 式を式変形すると  $\lambda_e$  について 3 次方程式である。

$$\lambda_e = \frac{\frac{\sigma_v^2}{4\lambda_e^2}}{\frac{\sigma_v^2}{4\lambda_e^2} + \sigma_z^2} \Leftrightarrow 4\lambda_e^3\sigma_z^2 + \lambda_e\sigma_v^2 - \sigma_v^2 = 0 \quad (\text{A.9})$$

この方程式を満たす解は、正かつ実数解に限定すると (A.10) 式で与えられる。

$$\lambda_e^* = \frac{1}{2} \left[ -\frac{\sigma_v^2}{3^{1/3} \left( 9\sigma_v^2\sigma_z^4 + \sqrt{3} \sqrt{\sigma_v^6\sigma_z^6 + 27\sigma_v^4\sigma_z^8} \right)^{1/3}} + \frac{\left( 9\sigma_v^2\sigma_z^4 + \sqrt{3} \sqrt{\sigma_v^6\sigma_z^6 + 27\sigma_v^4\sigma_z^8} \right)^{1/3}}{3^{2/3}\sigma_z^2} \right] \quad (\text{A.10})$$

以降、他の方程式も  $\lambda_e^*$  を代入することで逐次解くことができる。(A.1), (A.2), (A.7), (A.10) をまとめると (命題 1) となる。(証明終わり)

#### 参考文献

- [1] 安達 孔・北村富行・平木一浩 (2020) 「日本銀行の ETF 買い入れが株式市場のリスク・プレミアムに及ぼす影響」, 『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ「点検」補足ペーパーシリーズ①』, No.21-J-6.
- [2] 井出真吾・南正太郎 (2013) 「『日銀の ETF 買い入れが市場を歪めている』は本当か—現物株市場に及ぼす影響の一考察」, 『月刊資本市場』, No.335, pp.18-25.
- [3] 井出真吾 (2019) 「日銀の ETF 買いに異変?」, 『ニッセイ基礎研究所 基礎研レター』, 2019-11-25.
- [4] 俊野雅司 (2019) 「日銀による ETF 購入政策のインパクト」, 2019 年日本金融学会秋季大会報告資料.
- [5] 平山賢一 (2021) 『日銀 ETF 問題 《最大株主化》の実態とその出口戦略』, 中央経済社.
- [6] Bhattacharya, A., and M., O'Hara (2016) "Can ETFs Increase Market Fragility? Effect of Information Linkages in ETF Markets," mimeo.
- [7] Greene, W. H. (2000) "Econometric Analysis (4<sup>th</sup> edition)," Prentice-Hall.
- [8] Harada, K., and Okimoto, T. (2019) "The BOJ's ETF Purchases and Its Effects on Nikkei 225 Stocks," *RIETI Discussion Paper Series*, 19-E-014.
- [9] Kyle, A., S. (1985) "Continuous Auctions and Insider Trading," *Econometrica*, Vol.53, No.6, pp.1315-1335.
- [10] Malamud, S. (2016) "A Dynamic Equilibrium Model of ETFs," *CEPR Discussion Paper*, No. DP 11469.
- [11] Pasquariello, P., Roush, J., and Vega, C. (2020) "Government intervention and strategic trading in the US treasury market," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol.55, No.1, pp.117-157.
- [12] Siemroth, C., (2019) "The informational content of prices when policy makers react to financial markets," *Journal of Economic Theory*, Vol.179, pp.240-274.