

## 【論 説】

## 私立大学の費用関数\*

——トランスログ・コストシェアモデルによる同時推定——

北 坂 真 一

## 1 は じ め に

2010 年度決算（日本私立学校振興・共済事業団調べ）によると、わが国の 4 年制私立大学のおよそ 4 割に当たる 227 校が赤字の状態にあり、またここ数年、4 年制私立大学のおよそ 4 割で定員割れが続いている。18 歳人口の減少が続き、私立大学は厳しい経営環境に直面している。高等教育機関としての大学は人材の育成を担う重要な産業であり、わが国において私立大学の在籍者が大学生全体の 7 割以上を占めることを考えれば、今後の私立大学の健全な発展は日本経済にとって重要な課題の 1 つと言える。

国立大学については、2004 年度の法人化をきっかけにその運営や財務面の整備が進み、多くの論点も浮き彫りになった<sup>1)</sup>。また、財務データの整備と公表が義務付けられ、そうしたデータを利用した研究もここ数年に相次いで公表されている。

なかでも計量経済学からのアプローチとしては、国立大学の費用関数の推定が挙げられる。費用関数の推定は、産業の技術特性を考察する分析として、これまでに多くの産業について行われてきた。わが国の国立大学についても、

---

\* 本研究には、科学研究費補助金（基盤研究（C）課題番号 20530186）と平成 20 年度私立大学等経常費補助金特別補助高度化推進特別経費大学院重点特別経費（研究科分）の助成を受けた。なお本稿は、同志社大学経済学ワーキングペーパー、No.41 を加筆・修正したものである。

1) 例えば、天野（2008）を参照。

妹尾 (2004) や中島ほか (2004), 山内研究室 (2006), 菅原 (2009a, b), 北坂 (2013) などで費用関数の推定が行われ, 規模の経済性や範囲の経済性などについて考察が行われている。

これとは対照的に, わが国の私立大学については財務データをはじめとする各種情報の統一的な開示がこれまで不十分なこともあって研究の蓄積は少なく, その費用関数の推定はわずかに Hashimoto and Cohn (1997) の研究が知られる程度にとどまっている。

Hashimoto and Cohn (1997) は、『全国私立大学白書』(国庫助成に関する全国私立大学教授会連合編) のデータに依拠して, 1991 年の私立大学 94 校を対象に単年度のクロスセクション・データを用いた費用関数の推定を行っている。ここでは, 費用関数に 2 次関数をベースとする FFCQ (Flexible Fixed Cost Quadratic function) モデルを想定し, 生産物を学部学生, 大学院生, 研究<sup>2)</sup> という 3 つの複数生産物として, 私立大学に規模の経済性や範囲の経済性が認められるという結果を得ている。

本研究では, Hashimoto and Cohn (1997) と同様にわが国の 4 年制私立大学を対象に費用関数を推定するが, 3 つの点で改善と拡張を試みる。まず第 1 にデータについて, 東洋経済新報社が収集し公表している『大学四季報』や朝日新聞社が刊行する『大学ランキング』を主に利用し, 最近数年間にわたる 4 年制私立大学のパネル・データを分析の対象とする。Hashimoto and Cohn (1997) が用いた『全国私立大学白書』は, 4, 5 年おきに行われる大学に対するアンケート調査に基づくもので, そこには貴重な内容が含まれるが, 近年は残念ながら費用関数の推定に必要なデータが収集・公表されていない。また, アンケートに対して大規模な私立大学の回答率が低い, という問題もあった。本稿で用いるデータは, わが国の主な大規模大学を含んでおり, 後で説明するようにパネル形式のデータベースとして整備可能で, サンプル数も十分に多いと

---

2) 研究のアウトプットは, 内外の他の研究と同様に研究費で代用し, 教育の質に関して適切な指標はないとして考慮せず, 教育のアウトプットは学生数を用いている。

いう利点がある。

第2の特徴は、本研究では Hashimoto and Cohn (1997) と異なり、FFCQ モデルではなく、費用関数の推定で用いられることの多いトランスログ・モデルを用いることである。米国のように多様な大学を一括して分析する場合には、複数生産物においてゼロアウトプットを推定できないトランスログ・モデルは問題を抱える。しかし、本研究のデータベースではゼロアウトプットは問題とならず、むしろトランスログ・モデルの関数型としてのあてはまりの良さという利点が多い。この点は菅原（2009b）でも指摘されており、さらに北坂（2013）が国立大学について試みたように、要素コストシェアや要素価格の情報を利用して、トランスログ費用関数とコストシェア式を同時推定することによって、統計的に安定した推定値を得る可能性が高い。

第3の特徴は、Hashimoto and Cohn (1997) が分析した規模や範囲の経済性に加えて、本研究では関数型の妥当性についても仮説検定する。具体的には、分離可能性やホモセティシティー、あるいはトランスログ・モデルと nest 構造にあるコブ・ダグラス型モデルの妥当性を検定する。また、規模の経済性や範囲の経済性について、その推定値だけではなく標準誤差を計算して仮説検定の対象とし、さらに生産要素間の代替・補完関係についても計測する。こうした包括的な考察によって、私立大学の費用関数からこの産業の特性について、より多くの情報を得ることが出来る。

本稿の構成は、次の通りである。第2節では、トランスログ型の費用関数について説明する。第3節では、本研究で用いるデータについて説明する。第4節では、推定や検定の結果を示し考察する。最後に、第5節で本研究のまとめを示す。

## 2 費用関数とトランスログ・モデル

$n$  種類の複数生産物（multiproduct）を持つ一般的な費用関数は、次のようにあらわすことができる。

$$C = C(p_i, y_j), \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \quad (1)$$

ここで、 $C$  は費用、 $p_i$  は生産要素価格、 $y_j$  は生産物、 $m$  は生産要素の種類、 $n$  は生産物の種類である。費用関数には、生産要素価格  $p_i$  に関する単調性（増加）、1 次同次性、凹性と、生産物  $y_j$  に関する単調性（増加）が求められる<sup>3)</sup>。

(1) の費用関数に Christensen, Jorgenson and Lau (1973) が提案したトランスログ・モデルを仮定すると、次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \ln C = & a_0 + \sum_j a_j \ln y_j + \sum_i \beta_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_j \sum_k \gamma_{jk} \ln y_j \ln y_k + \frac{1}{2} \sum_i \sum_l \delta_{il} \ln p_i \ln p_l \\ & + \sum_j \sum_i \rho_{ji} \ln y_j \ln p_i, \quad i, l = 1, \dots, m, \quad j, k = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

トランスログ型の費用関数は一般的な費用関数について連続性を仮定し、2 階微分の項までを残した近似式とみることができる。したがって、パラメータには  $\gamma_{jk} = \gamma_{kj}$  と  $\delta_{il} = \delta_{li}$  という対称性の制約が課せられる。また、費用関数の性質として求められる生産要素価格に関する 1 次同次性は、任意の要素価格を基準として費用  $C$  と他の要素価格  $p_i$  を相対価格化することによってモデルに制約として与えることが出来る。他の費用最小化の条件である生産要素価格に関する単調性と凹性、生産物に関する単調性は、パラメータの推定値から事後的にチェックする。

(2) の費用関数に対して、シェパードのレンマを使い要素価格に関する 1 次微分をもとめると、トランスログ型の費用関数では第  $i$  生産要素のコストシェア方程式を得る。すなわち、

$$S_i = \frac{p_i f_i}{C} = \beta_i + \sum_l \delta_{il} \ln p_l + \sum_j \rho_{ji} \ln y_j, \quad i, l = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \quad (3)$$

である。ここで、 $f_i$  は第  $i$  生産要素の投入量であり、 $S_i$  は第  $i$  生産要素のコストシェアである。コストシェア方程式に関しては、次のような adding-up (加

3) 例えば、ヴァリアン (1986) 第 1 章を参照。

法性）制約が成り立つ．

$$\sum_i S_i = 1, \quad i = 1, \dots, m \quad (4)$$

(4) 式はすべての生産要素のコストシェアの和が「1」になることを意味しており，その定義から自明であるが，この制約によって生産要素の数だけ存在するコストシェア方程式のうち1本は独立でないことが分かる．したがって，(3) 式の  $m$  本のコストシェア方程式のうち任意の1本を除いたコストシェア式と，共通のパラメータを持つ (2) 式の費用関数とを連立させた連立方程式体系を同時推定することで，方程式間の制約をふまえながら豊富なデータの情報に基づいてすべてのパラメータ推定値を得ることができる．

(2) 式で示したトランスログ型の費用関数は，フレキシブル（伸縮的）な構造<sup>4)</sup>を持つ一般的な関数型として知られているが，そのパラメータに対して適切な制約を与えることによって，生産構造についてさらに付加的な情報を得ることが出来る．例えば，Denny and Fuss (1977) は生産物と生産要素価格の間の分離可能性 (separability) を仮説検定している．ここで，分離可能な投入－産出構造とは，次のような費用関数の構造を言う．

$$\begin{aligned} C &= C(p_1, \dots, p_m, y_1, \dots, y_n) = C(p_1, \dots, p_m, Q(y_1, \dots, y_n)) \\ &= C(p_1, \dots, p_m, Q) \end{aligned} \quad (5)$$

ただしここで， $Q = Q(y_1, \dots, y_n)$  である．すなわち，このモデルにおける分離可能性とは，複数生産物を1つの生産物の指標に集計することが可能であることを意味する．もしそれが可能であれば，複数生産物を個別に費用関数に取り入れる必要は無く，大学の生産物を1つの指標で表すことを考えればよい．Nelson and Hevert (1992) は同様の分離可能性をテストして棄却し，大学院生1人を学部学生3人分として大学の生産物を検討したカーネギー財団

4) ここでフレキシブル（伸縮的）な構造とは，生産要素間の代替の弾力性や規模の経済性などについて，事前の制約を与えないことを言う．

(Carnegie Commission on Higher Education, 1972) の調査を批判している。

また費用関数について、次の関係が成り立つときにホモセティック (homothetic; 相似拡大的) な生産構造を持つという。

$$C = C(p_1, \dots, p_m, y_1, \dots, y_n) = g(p_1, \dots, p_m) q(y_1, \dots, y_n) \quad (6)$$

これは、費用最小化行動のもとで投入される最適な生産要素の組み合わせが生産規模とは無関係であることを意味しており、2 生産要素の等量曲線を描けば原点を通る直線上において技術的限界代替率が一定になる場合である。(2) 式で示したトランスログ型の費用関数は、ホモセティックな生産構造を仮定しない一般型であり、(6) 式を満たすように適切な制約をパラメータに与えると、ホモセシティー (Homotheticity; 相似拡大性) を満たすより単純な関数型に還元できる。

さらに、トランスログ型の費用関数 (2) 式において、2 次の項のパラメータ  $\gamma_{jk}$ ,  $\delta_{ii}$ ,  $\rho_{ji}$  がすべてゼロであれば、その費用関数は次のようなコブ・ダグラス型としてよく知られる関数型に一致する。

$$C = A p_1^{\beta_1} p_2^{\beta_2} p_3^{\beta_3} Y_1^{\alpha_1} Y_2^{\alpha_2} Y_3^{\alpha_3} \quad (7)$$

ここでは、3 種類の生産要素と 3 種類の生産物を仮定している。

このように、トランスログ・モデルのパラメータを仮説検定の対象とすることによって、私立大学の生産構造についていくつかの有益な情報を得ることが出来る。本研究でも、そうした検定を行う。

推定された費用関数のパラメータからは、生産要素に関する価格弾力性を求めることが出来る。第  $i$  生産要素の自己価格弾力性 ( $\eta_{ii}$ ) と第  $i$  生産要素と第  $j$  生産要素の交差価格弾力性 ( $\eta_{ij}$ ) は、次のように計算される。

$$\eta_{ii} = \left( \frac{\beta_{ii} + S_i^2 - S_i}{S_i} \right) S_i, \quad \eta_{ij} = \left( \frac{\beta_{ij} + S_i S_j}{S_i S_j} \right) S_j \quad (8)$$

こうした生産要素の価格弾力性は、当然のことながら、単年度のクロスセ

クシオン・データを使い生産要素価格を各大学に共通として説明変数に含めず、生産物のデータだけで推定する場合には求めることは出来ない。

生産活動における規模の経済性については、費用関数に基づいて生産物の規模が  $n$  倍になったときその費用が  $n$  倍以下で済むような状況と定義する。ここでは複数生産物を考えるので、規模の経済性について、すべての生産物が等しく  $n$  倍になるときと、1つの生産物だけが  $n$  倍になるときの2つの状況が考えられる。前者のようにすべての生産物が等しく  $n$  倍になるときを「全体の規模の経済性」とよび、(2) 式のトランスログ・モデルにおいて、次のように示すことが出来る。

$$\sum_i \left( \frac{\partial \ln C}{\partial \ln y_i} \right) = \sum_i \left( a_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln y_j + \sum_i \rho_{ij} \ln p_j \right) < 1 \quad (9)$$

そこで、「全体の規模の経済性」  $SAL_0$  を次のように定義し、その値がゼロを下回って有意にマイナスとなるかどうかを検定する。

$$SAL_0 = \sum_i \left( a_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln y_j + \sum_i \rho_{ij} \ln p_j \right) - 1 < 0 \quad (10)$$

また、1つの生産物だけが  $n$  倍になるような「第  $i$  生産物の規模の経済性」  $SAL_i$  は、「全体の規模の経済性」  $SAL_0$  から類推できるように、次の関係を検定する。

$$SAL_i = a_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln y_j + \sum_i \rho_{ij} \ln p_j - 1 < 0 \quad (11)$$

次に、範囲の経済性については、Baumol, Panzar and Willing (1982) に従い、次に示す費用の補完性に基づいて検証する

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y_i \partial y_j} < 0, \quad (i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, m) \quad (12)$$

(12) 式は、第  $i$  生産物と第  $j$  生産物が共に増加したときに費用削減的な効果が働くかどうかを示している。

この(12)式を(2)式のトランスログ費用関数に用いると、次の関係式を得る。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial y_i \partial y_j} = \left( \frac{C}{y_i y_j} \right) \left[ \alpha_{ij} + \left( \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln y_j + \sum_j \rho_{ij} \ln p_j \right) \left( \alpha_j + \sum_i \gamma_{ij} \ln y_i + \sum_i \rho_{ij} \ln p_i \right) \right] < 0 \quad (13)$$

したがって、第  $i$  生産物と第  $j$  生産物の間に費用の補完性、すなわち範囲の経済性  $SCP_{ij}$  があるかどうかは、次の関係を検定することによって判別できる。

$$SCP_{ij} = \alpha_{ij} + \left( \alpha_i + \sum_j \gamma_{ij} \ln y_j + \sum_j \rho_{ij} \ln p_j \right) \left( \alpha_j + \sum_i \gamma_{ij} \ln y_i + \sum_i \rho_{ij} \ln p_i \right) < 0 \quad (14)$$

一般に範囲の経済性の源泉は、1つの生産要素を複数の生産物の生産に使えることである。これを大学にあてはめると、大学の教員は研究によって得た知識を大学院生や学部生の教育に用いることが出来るし、各種の書籍や研究用具、教材などは研究にも教育にも使うことが出来る。また、事務職員は学部生や大学院生の教育とともに、教員の研究をサポートすることも出来る。このように、1つの生産要素を複数の生産物に上手く効率的に使いまわすことが出来れば、範囲の経済性が生じる。しかし反対に、例えば教員が学部生の教育に多くの時間をとられ、それが研究や大学院生の教育にマイナスの効果を持つかもしれない。この場合には、範囲の経済性は発生せず、むしろ範囲の不経済が生じる。したがって、その効果の妥当性は実際に計測してみないと分からない。

### 3 データ

本研究では、平成 18 年度（2006 年）から平成 21 年度（2009 年）の 4 年間にわたる私立大学法人 107 校を分析の対象とする。具体的な大学名は、第 1 表に示されている。データの出所は、主に東洋経済新報社が毎年 10 月に「週刊東洋経済」の付録として公表している『大学四季報』（各年版）と、朝日新聞社が毎年刊行している『大学ランキング』（各年号）である。『大学四季報』は、



第1表 分析対象とした私立大学

番号	大学名	番号	大学名	番号	大学名
1	札幌大学	37	大東文化大学	73	中京大学
2	北星学園大学	38	拓殖大学	74	中部大学
3	東北学院大学	39	玉川大学	75	豊田工業大学
4	東北福祉大学	40	中央大学	76	名古屋学院大学
5	流通経済大学	41	津田塾大学	77	名古屋商科大学
6	白鷗大学	42	東海大学	78	南山大学
7	駿河台大学	43	東京家政大学	79	日本福祉大学
8	獨協大学	44	東京経済大学	80	名城大学
9	日本工業大学	45	東京工科大学	81	大谷大学
10	文教大学	46	東京女子大学	82	京都産業大学
11	明海大学	47	東京電機大学	83	京都精華大学
12	千葉工業大学	48	東京農業大学	84	同志社大学
13	千葉商科大学	49	東京理科大学	85	立命館大学
14	青山学院大学	50	東邦大学	86	龍谷大学
15	亜細亜大学	51	東洋大学	87	追手門大学
16	桜美林大学	52	日本大学	88	大阪経済大学
17	大妻女子大学	53	文京学院大学	89	大阪工業大学
18	学習院大学	54	法政大学	90	大阪産業大学
19	北里大学	55	武蔵大学	91	関西大学
20	共立女子大学	56	東京都市大学	92	関西外国語大学
21	杏林大学	57	武蔵野大学	93	近畿大学
22	慶應義塾大学	58	明治大学	94	阪南大学
23	工学院大学	59	明治学院大学	95	桃山学院大学
24	國學院大学	60	明星大学	96	関西学院大学
25	国際基督教大学	61	目白大学	97	甲南大学
26	国土館大学	62	立教大学	98	神戸学院大学
27	駒澤大学	63	立正大学	99	武庫川女子大学
28	芝浦工業大学	64	早稲田大学	100	流通科学大学
29	城西大学	65	神奈川大学	101	帝塚山大学
30	上智大学	66	関東学院大学	102	広島修道大学
31	昭和女子大学	67	金沢工業大学	103	九州産業大学
32	成蹊大学	68	山梨学院大学	104	久留米大学
33	成城大学	69	愛知大学	105	西南学院大学
34	専修大学	70	愛知学院大学	106	福岡大学
35	創価大学	71	愛知工業大学	107	沖縄国際大学
36	大正大学	72	愛知淑徳大学		

注：サンプル期間中に武蔵工業大学は東京都市大学と名称変更された。

大学が公表する消費収支計算書と貸借対照表を掲載しているが、公表される大学は年ごとにわずかだが変わっており、また一部大学ではデータの継続性に問題がみられた。そこで、本研究で用いるデータは 4 年間 107 大学を対象とするものの一部欠損値があるために非バランス型のパネル・データとなり、サンプル数は全体で 402 である。

推定に用いる変数の定義と出所を説明する。大学の費用 (C) は、消費支出に資本コストを加えたものと定義する。このうち、消費支出は『大学四季報』の消費収支計算書に記載されている。また資本コストは、『大学四季報』の貸借対照表に記載されている有形固定資産に全銀貸出約定平均金利 (日本銀行) と減価償却率をかけて計算した<sup>5)</sup>。ここで減価償却率 (DEP) はその計算が困難なので、2%、4%、6%と 3 つのケースを仮定し、それぞれの場合について推定した。

大学の生産物 ( $y_i$ ) は、学部教育、大学院教育、研究の 3 種類とし、先行研究にしたがって学部教育については学部学生数、大学院教育については大学院生数、研究については科学研究費補助金の金額を用いた。データの出所は、学部学生数と大学院生数は『大学ランキング』(各年版)であり、科学研究費補助金は文部科学省のホームページに掲載されている科学研究費補助金の「機関別採択件数・配分額一覧 (新規採択+継続分)」(各年版)である。

大学の生産要素については、資本と教職員<sup>6)</sup>、それに研究・教育経費等 (資本や人以外に研究・教育に関わる生産要素) の 3 種類とする。各コストシェアは大学の費用 (C) をいずれも分母として、資本のコストシェアは先に定義した資本コストを分子に、教職員のコストシェアは『大学四季報』の消費収支計算書の人件費を分子に、また教育・研究経費等のコストシェアは消費支出から人件費を差し引いた残余を分子とした。

5) 貸借対照表に記載されている有形固定資産は簿価で評価されており、本来は時価評価しなおすことが望ましいが、本稿では簿価のまま利用している。

6) 生産要素に関して教員と職員に分けることが望ましいが、本稿ではデータの制約から教職員とした。

第2表 データの基本統計量

変数名	変数の定義	平均値	標準偏差	最小値	最大値
$y_1$	学部学生数	10,919 人	9,475 人	328 人	67,228 人
$y_2$	大学院生数	672 人	1,105 人	30 人	8,642 人
$y_3$	科学研究費	1 億 5,514 円	3 億 2,009 万円	90 万円	25 億 4,875 万円
$C$	消費支出	244 億 7,830 万円	297 億 3,484 万円	30 億 700 万円	1,883 億 3,000 万円
$S_1$	人件費シェア	0.49073	0.06318	0.22135	0.69348
		0.46520	0.06205	0.21587	0.62272
		0.44240	0.06139	0.21066	0.59195
$S_2$	研究・教育経費等シェア	0.41120	0.06344	0.09742	0.73372
		0.38988	0.06247	0.08748	0.71557
		0.37085	0.06199	0.07938	0.69830
$S_3$	資本コストシェア	0.09807	0.03268	0.03264	0.25124
		0.14492	0.04517	0.05132	0.34119
		0.18675	0.05488	0.06929	0.41184
$p_1$	賃金	1.00000	0.35371	0.37135	2.83091
$p_2$	研究・教育経費等の価格	1.00000	0.00584	0.99109	1.02393
$p_3$	資本価格	1.00000	0.73422	0.05413	1.99299

注：対象は平成 18 年度から平成 21 年度の私立大学 107 法人，データは非バランス・パネル形式で，サンプル数は 402．各シェアの上段・中段・下段は，それぞれ減価償却率が 2%，4%，6% の場合．

生産要素価格について，資本価格は各大学の本部がある都道府県の地価（国土交通省の都道府県別・用途別地価の商業地）に全銀貸出約定平均金利（日本銀行）を掛けて求め，教職員の賃金は消費収支計算書の人件費を教職員数で割り，研究・教育経費等の価格は都道府県・県庁所在地の消費者物価指数を用いた．これらの生産要素価格は，平均値で基準化し指数化されている．

以上の方法で計算したデータの基本統計量が，第2表に示されている．データは 107 大学の 4 年間にわたる非バランス・パネル形式で，第2表の統計量はすべてのデータをプールして計算されている．変動の大きさは個体間，すなわち大学の違いによる部分が大きく，時系列での変化は相対的に小さい．

第2表のデータについて最大値が最小値の何倍になるかをみると，生産物

については学部学生数では 205 倍、大学院生数で 288 倍、科学研究費で 2831 倍となっており、特に研究費で私立大学間の規模の格差が大きい。費用（消費支出）についてみると、最大値は最小値の 62 倍であり、学生数や研究費の格差ほど大きくないことが分かる。コストシェアの平均を減価償却率（DEP）4% でみると、およそ人件費 47%、研究・教育経費 39%、資本 14% であり、北坂 (2013) で計算された国立大学のコストシェアを整理すると人件費 48%、研究・教育経費 32%、資本 20% であることから、本研究で分析対象とする私立大学では国立大学と比較して土地や建物といった資本がやや少なく研究・教育経費がやや多いことが分かる。

#### 4 実証分析の結果と考察

費用関数のパラメータ推定値は、前節で説明した (2) 式のトランスログ費用関数と (3) 式のコストシェア方程式 3 本のうち 2 本の計 3 本を同時推定（あるいはシステム推定）することによって求める。ただし、ここでは (2) 式の費用関数に各大学の特性を示す 3 種類のダミー変数  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$  を加え、次のような費用関数を推定の対象とした。

$$\begin{aligned} \ln C = & a_0 + \sum_j a_j \ln y_j + \sum_i \beta_i \ln p_i + \frac{1}{2} \sum_j \sum_k \gamma_{jk} \ln y_j \ln y_k + \frac{1}{2} \sum_i \sum_l \delta_{il} \ln p_i \ln p_l \\ & + \sum_j \sum_i \rho_{ji} \ln y_j \ln p_i + \theta_1 d_1 + \theta_2 d_2 + \theta_3 d_3, \\ & (i, l = 1, \dots, m, \quad j, k = 1, \dots, n) \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、具体的にダミー変数は次の 3 種類である。

$d_1$  : 付属病院を持つ大学は「1」、持たない大学は「0」。

$d_2$  : 女子大学は「1」、女子大学でない場合は「0」。

$d_3$  : 『大学ランキング (2011 年版)』に記載された各大学の沿革で起源あるいは設立年が 1919 年より前は「0」、1919 年から 1945 年の間は「1」、1945 年以降は「2」。

$d_1$  は付属病院が大学の費用を高める可能性を考慮したものであり、 $d_2$  は女子大学が学生を女性に限定することによって大学の費用を高める可能性を考慮したものである。

$d_3$  は大学の設立年が費用に影響することを考慮しており、一般に歴史のある大学ほど費用が削減される可能性が高いと考えられる。ただし、設立年や起源の年が大学の費用に比例的に影響するとは考えにくいので、大学の起源や設立年によって大学を大きく3種類に分類した。もっとも古いカテゴリーは1919年（大正8年）に施行された「大学令」以前に起源をもつ大学でダミー変数に「0」を与え、「大学令」以降で第2次世界大戦終戦（1945年、昭和20年）までの大学を「1」、もっとも新しいカテゴリーの第2次世界大戦終戦以降の大学を「2」とした。

ちなみに、『大学ランキング（2011年版）』の大学の沿革では、慶應義塾大学は「1858年福澤諭吉が開いた蘭学塾が起源」とされ、早稲田大学は「1882年大隈重信が東京専門学校を創設」、同志社大学は「1875年新島襄が開設した同志社英学校が起源」と記載されており、いずれの大学にも、もっとも古い大学として「0」を与えた。

推定において、生産物と生産要素価格のデータは平均で「1」と基準化され、要素価格の1次同次性を制約として与えるために基準として資本の価格を使い、連立させるコストシェア式としては人件費と研究・教育経費等の2本のシェア方程式を用いた。推定は、目的関数が収束するまで繰り返しパラメータの計算を行うSUR推定（Seemingly Unrelated Regression Estimation）を用いた<sup>7)</sup>。

前節で説明したように、減価償却率（DEP）については、2%、4%、6%の3つの場合を仮定し、それぞれについて推定を行った。その結果として、第3表には減価償却率（DEP）2%の場合、第4表には4%の場合、第5表には6%の場合が示されている。これらの結果をみると、パラメータの推定値につい

---

7) Zellner (1962) にちなんで Iterative Zellner Efficient (IZEF) 推定と呼ばれることもある。

第 3 表 推 定 結 果 (DEP = 2%)

パラメータ	推定値	標準誤差	t- 統計量	p- 値
$\alpha_0$	10.016	0.0254	394.05	[0.000]
$\alpha_1$	0.4402	0.0395	11.133	[0.000]
$\alpha_2$	0.1875	0.0431	4.350	[0.000]
$\alpha_3$	0.0949	0.0443	2.140	[0.032]
$\beta_1$	0.4885	0.0031	153.94	[0.000]
$\beta_2$	0.4221	0.0030	139.49	[0.000]
$\gamma_{11}$	0.0634	0.0679	0.9339	[0.350]
$\gamma_{12}$	0.0521	0.0731	0.7127	[0.476]
$\gamma_{13}$	-0.1750	0.0438	-3.9905	[0.000]
$\gamma_{22}$	-0.0281	0.0503	-0.5598	[0.576]
$\gamma_{23}$	0.0196	0.0277	0.7075	[0.479]
$\gamma_{33}$	0.0665	0.0257	2.5824	[0.010]
$\delta_{11}$	0.0402	0.0102	3.9064	[0.000]
$\delta_{12}$	-0.0411	0.0098	-4.1825	[0.000]
$\delta_{22}$	0.0404	0.0100	4.0384	[0.000]
$\rho_{11}$	0.0249	0.0074	3.3649	[0.001]
$\rho_{12}$	-0.0284	0.0055	-5.1285	[0.000]
$\rho_{21}$	-0.0234	0.0053	-4.3825	[0.000]
$\rho_{22}$	0.0252	0.0042	5.9376	[0.000]
$\rho_{31}$	0.0060	0.0030	1.9789	[0.048]
$\rho_{32}$	0.0009	0.0028	0.3239	[0.746]
$\theta_1$	1.1326	0.1049	10.790	[0.000]
$\theta_2$	0.2270	0.0618	3.6689	[0.000]
$\theta_3$	0.0364	0.0201	1.8143	[0.070]

注：標準誤差は White の修正によるもの。

第4表 推定結果 (DEP = 4%)

パラメータ	推定値	標準誤差	t-統計量	p-値
$\alpha_0$	10.072	0.0267	376.35	[0.000]
$\alpha_1$	0.4621	0.0399	11.575	[0.000]
$\alpha_2$	0.1640	0.0441	3.7192	[0.000]
$\alpha_3$	0.0924	0.0454	2.0340	[0.032]
$\beta_1$	0.4649	0.3194	145.54	[0.000]
$\beta_2$	0.4029	0.2985	134.97	[0.000]
$\gamma_{11}$	0.0589	0.0705	0.8366	[0.350]
$\gamma_{12}$	0.0586	0.0758	0.7728	[0.476]
$\gamma_{13}$	-0.1671	0.0457	-3.6523	[0.000]
$\gamma_{22}$	-0.0495	0.0519	-0.9550	[0.576]
$\gamma_{23}$	0.0281	0.0284	0.9913	[0.479]
$\gamma_{33}$	0.0604	0.0275	2.1917	[0.010]
$\delta_{11}$	0.0425	0.9612	4.4263	[0.000]
$\delta_{12}$	-0.0395	0.9273	-4.2631	[0.000]
$\delta_{22}$	0.0350	0.9553	3.6662	[0.000]
$\rho_{11}$	0.0219	0.7610	2.8893	[0.001]
$\rho_{12}$	-0.0271	0.5282	-5.1479	[0.000]
$\rho_{21}$	-0.0210	0.5446	-3.8579	[0.000]
$\rho_{22}$	0.0237	0.4080	5.8200	[0.000]
$\rho_{31}$	0.7583	0.3181	2.3838	[0.048]
$\rho_{32}$	0.1683	0.2894	0.5814	[0.746]
$\theta_1$	1.1176	0.1043	10.713	[0.000]
$\theta_2$	0.1963	0.0665	2.9507	[0.000]
$\theta_3$	0.0446	0.0211	2.1062	[0.070]

注：標準誤差は White の修正によるもの。

第 5 表 推 定 結 果 (DEP = 6%)

パラメータ	推定値	標準誤差	t- 統計量	p- 値
$\alpha_0$	10.072	0.0283	357.65	[0.000]
$\alpha_1$	0.4621	0.0410	11.726	[0.000]
$\alpha_2$	0.1640	0.0455	3.1297	[0.002]
$\alpha_3$	0.0924	0.0467	1.9313	[0.053]
$\beta_1$	0.4649	0.3236	137.12	[0.000]
$\beta_2$	0.4029	0.2972	129.74	[0.000]
$\gamma_{11}$	0.0589	0.0740	0.5786	[0.563]
$\gamma_{12}$	0.0586	0.0792	0.9945	[0.320]
$\gamma_{13}$	-0.1671	0.0477	-3.4914	[0.000]
$\gamma_{22}$	-0.0495	0.0538	-1.3867	[0.166]
$\gamma_{23}$	0.0281	0.0294	1.2046	[0.228]
$\gamma_{33}$	0.0604	0.0292	1.9568	[0.050]
$\delta_{11}$	0.0425	0.9043	4.8682	[0.000]
$\delta_{12}$	-0.0395	0.8802	-4.2396	[0.000]
$\delta_{22}$	0.0350	0.9120	3.3541	[0.001]
$\rho_{11}$	0.0219	0.7789	2.5076	[0.012]
$\rho_{12}$	-0.0271	0.5146	-5.0776	[0.000]
$\rho_{21}$	-0.0210	0.5550	-3.4192	[0.001]
$\rho_{22}$	0.0237	0.4030	5.5847	[0.000]
$\rho_{31}$	0.7583	0.3336	2.6314	[0.009]
$\rho_{32}$	0.1683	0.2953	0.7832	[0.433]
$\theta_1$	1.1176	0.1045	10.630	[0.000]
$\theta_2$	0.1963	0.0701	2.4024	[0.016]
$\theta_3$	0.0446	0.0223	2.2071	[0.027]

注：標準誤差は White の修正によるもの。

ていずれの場合も大差はなく、一部の推定値を除いて漸近的標準誤差は総じて小さく、FFCQ モデルやトランスログ費用関数を単独で推定した先行研究に比較して、本研究の推定値が統計的に安定していることが分かる。この傾向は、国立大学についてトランスログ型の費用関数とシェア方程式の同時推



第6表 生産要素の価格弾力性（DEP = 4%）

	教職員	研究教育	資 本
賃 金	-0.44139 (0.021103)	0.30309 (0.020358)	0.15154 (0.0069716)
研究教育価格	0.36085 (0.024476)	-0.51768 (0.025214)	0.15288 (0.0083815)
資本価格	0.48820 (0.024228)	0.41288 (0.024228)	-0.86649 (0.018979)

注：上段は価格弾力性，下段（ ）はデルタ法により計算された標準誤差。

定を行った北坂（2013）と同様であり，同時推定の有用性を示しているものと考えられる。

減価償却率に関する3つの場合について大きな違いはないので，以下では第4表の推定結果（DEP=4%）に基づいて考察する．まず，費用関数が満たすべき性質を基準時点において判断すると，生産要素価格に関する単調性については， $\beta_1$ と $\beta_2$ がプラスで有意に計測されていることからいずれも満たされていることが分かる．また生産物に関する単調性も $\alpha_1$ ， $\alpha_2$ ， $\alpha_3$ がプラスで有意に計測されており，いずれも満たされていることが分かる。

第4表でダミー変数の係数推定値をみると，付属病院ダミーの係数推定値 $\theta_1$ はプラスで統計的にも有意である．したがって，付属病院の存在が私立大学の経費を高めていることが分かる．また女子大学ダミーの係数推定値 $\theta_2$ もプラスで統計的に有意である．したがって，この点も予想された通りに，女子大学はその費用が共学の大学よりも高くなることが分かる．大学の設立年に基づくダミー変数の係数推定値 $\theta_3$ はプラスで，統計的に有意水準10%で有意である．したがって，歴史の新しい大学はその費用が高くなる傾向のあることが示されている。

費用関数に関する条件の中で残されているのは，生産要素価格に関する凹性である．この性質は，生産要素の自己価格弾力性が負になることによって

確認できる<sup>8)</sup>。費用関数のパラメータ推定値から計算された生産要素の価格弾力性が第6表に示されている。価格弾力性は(8)式で示されるように、パラメータ推定値から計算される推定値であり、その標準誤差がデルタ法によって計算され、第6表の下段の( )内に示されている。

第6表をみると、推定結果が統計的に安定しているために価格弾力性の標準誤差も総じて小さく、信頼できる推定値が得られたことが分かる。第6表の対角線上のマス目に、各生産要素の自己価格弾力性が示されており、これによると、自己価格弾力性の符号はいずれも経済理論が示唆するようにマイナスになっている。したがって、生産要素価格に関する凹性についても、その必要条件を満たしている。

また3つの生産要素の中で、もっとも自己価格弾力性が高いのは資本で「-0.87」、次いで研究・教育経費等の「-0.52」、最後に教職員の「-0.44」となっている。資本は固定性が強いと考えられるが、本稿のデータは全国の4年制大学を対象にしたパネル・データであり、データの変動はすでに指摘した通り時系列より横断面の方向で大きい。したがって、地方と都市部で大きく地価が異なり、それに応じて私立大学が敷地の広さなど資本設備を調整していると考えれば、この結果も予想できる<sup>9)</sup>。

第6表の生産要素の交差価格弾力性をみると、いずれもプラスで計測されており、3つの生産要素が互いに代替的であることが分かる。代替の程度を弾力性の大きさで見ると、やはり他の価格変化に対する資本の反応は小さい。これに対して、教職員と研究・教育にかかわる生産要素の反応は同程度で資本よりやや大きい。

これまで費用関数にトランスログ・モデルを仮定し、そのパラメータ推定値の単調性や要素価格に関する凹性の必要条件などから、特定化の妥当性を

8) この確認の方法は必要条件であり、十分条件ではない。

9) ただし、有形固定資産の価格を地価と金利で作成したことにより推定値にバイアスが生じる可能性も否定できない。

第7表 モデル特定化のテスト（DEP = 4%の場合）

---

分離可能性： $\alpha_{01} = \alpha_{03} (\rho_{11} / \rho_{31})$ ,  $\alpha_{02} = \alpha_{03} (\rho_{21} / \rho_{31})$ ,  $\rho_{12} = \rho_{11} (\rho_{22} / \rho_{21})$ ,  $\rho_{32} = \rho_{31} (\rho_{22} / \rho_{21})$ ,

Chisq(4) = 41.5223, p-値 = 0.0000

---

ホモセティシティー： $\rho_{ij} = 0$

Chisq(6) = 72.5514, p-値 = 0.0000

---

コブ・ダグラス型： $\delta_{ij} = \gamma_{ij} = \rho_{ij} = 0$

Chisq(15) = 179.172, p-値 = 0.0000

---

注：Chisq( ) はカイ自乗 ( $\chi^2$ ) 検定統計量の値で ( ) 内は自由度, p-値はその確率値。

検討した。ここではさらに第2節で説明したように、生産構造に関する異なるモデルの特定化という面からその妥当性を検討する。まず、(5)式で示した分離可能性の検定を行う。その結果が、第7表に示されている。分離可能な投入－産出構造を仮定した場合、Wald検定のためのカイ自乗 ( $\chi^2$ ) 検定統計量は「41.5」となり、「分離可能」という帰無仮説を明確に棄却する。すなわち、この検定結果は、私立大学の生産物について学部教育や大学院教育、研究活動などを1つの指標に集計して費用関数の中で扱うことは適切ではないことを示している。この点で、複数生産物であることを明示したトランスログ・モデルの妥当性が支持されている。

第2の検定は、最適な生産要素の組み合わせが生産規模に依存しないというホモセティシティーの妥当性である。ホモセティシティーが成り立てば、よりパラメータの少ない簡潔なモデルが使える。そのWald検定のためのカイ自乗検定統計量は第7表に示されるように「72.5」となり、「ホモセティック」という帰無仮説を棄却する。さらに、ホモセティックでより簡潔な関数型として知られるコブ・ダグラス型の費用関数を検証すると、そのWald検定のためのカイ自乗検定統計量は「179」となり、明確にコブ・ダグラス型の費用関数を棄却する。

以上のように、トランスログ・モデルをベースとして、より簡潔な生産構

第 8 表 規模の経済性と範囲の経済性 (DEP = 4%)

規模の経済性				範囲の経済性		
全体	学部生	大学院生	研究	学部 - 大学院	学部 - 研究	大学院 - 研究
-0.28134	-0.53787	-0.83591	-0.90754	0.13446	-0.12439	0.04336
92.9025	181.508	359.020	398.621	2.96052	4.91429	2.04332
(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.085)	(0.026)	(0.152)

注: 上段は推定値, 中段は Wald 検定のためのカイ自乗 ( $\chi^2$ ) 検定統計量 (自由度は「1」), 下段は p- 値.

造を意味するいくつかの関数型の妥当性を検討したが、いずれも棄却され、結果的にトランスログ型の費用関数が支持されている。

最後に、第 4 表の推定値から計算した規模の経済性と範囲の経済性を考察する。その結果が第 8 表に示されている。まず規模の経済性をみると、全体の規模の経済性も 3 つの生産物に関する個々の規模の経済性も、いずれもマイナスで計測されている。Wald 検定のための統計量は大きく、いずれの p- 値も有意にゼロと異なることを示している。すなわち、全体と個別のいずれについても、規模の経済性の存在が肯定されている。

また、個別の規模の経済性の中では、研究に関する規模の経済性が高い、という結果を得た。北坂 (2013) は国立大学について、本稿と同様のトランスログ型の費用関数を同時推定し、規模の経済性が全体と個別のいずれについても認められるという結果を得ている。また個別の中では、国立大学の場合は大学院生の規模の経済性が最も大きいという結果を得ている。わが国の私立大学と国立大学について、それぞれ研究と大学院教育と拡大すべきところは異なるが、国立と私立のいずれについてもわが国の大学は規模をより拡大することでその経済性を享受し、費用面から効率的になる可能性が示唆されている。

最後に、第 8 表で範囲の経済性をみる。学部学生と研究の間はマイナスで計測され、Wald 検定に基づく p- 値は有意水準 5% で有意にゼロと異なること

を示し、範囲の経済性の存在を示している。これに対して、学部学生と大学院生、大学院生と研究という2つの組み合わせについては、範囲の経済性がプラスで計測されている。また、これらのWald検定に基づくp-値は有意水準5%のもとで帰無仮説を棄却できないことを示しており、範囲の経済性も不経済性もともに支持されないことを示している。

すなわち、わが国の私立大学では学部教育と研究の間に範囲の経済性が存在し、学部教育と大学院教育、大学院教育と研究という組合せでは範囲の経済性は存在しない、という結果を得た。この結果は、やや意外なものである。北坂（2013）によれば、国立大学については学部教育と大学院教育、大学院教育と研究という組み合わせに範囲の経済性が認められる。このように範囲の経済性について、私立大学と国立大学で異なる結果を得たことは、その教育・研究活動の違いを示唆しており興味深い。

## 5 ま と め

本稿では、平成18年度（2006年）から平成21年度（2009年）の4年間にわたる私立大学107校の非バランス型パネル・データ（サンプル数402）を対象に、トランスログ型の費用関数とコストシェア方程式を同時推定した。この結果、統計的にみて良好な結果を得て費用関数の特定化を検討し、生産要素の価格弾力性や規模の経済性、範囲の経済性などを考察した。

その結果をまとめると、次のようになる。第1に、資本、教職員、その他の研究・教育に関わる要素、という3種類の生産要素を考えたとき、わが国の私立大学はミクロ経済学と整合的な費用最小化行動をとっていることが示された。これは、北坂（2013）が示した国立大学は土地や建物といった資本について費用最小化をしていない、という結果と対照的である。私立大学は国立大学と異なり、やはり民間企業と同様に資本についてもコスト意識がはたらいっていることを示す結果である。

次に、付属病院の有無や女子大であること、あるいは大学の起源（ないし設

立年)といった「歴史の古さ」を表すダミー変数を作成し費用関数に含めると、やはり付属病院を持つことや女子大であること、あるいは歴史が新しい大学では、その運営の費用が相対的に高くなることが示された。

第 3 に、モデルの特定化テストによって費用関数における投入と産出の分離可能性やホモセティシティー、あるいはコブ・ダグラス型費用関数の妥当性を検定したが、いずれも棄却され、トランスログ型の費用関数が支持された。

第 4 は、係数推定値から計算された生産要素の価格弾力性について、3 つの生産要素の中では資本の自己価格弾力性が最も高いことが示された。また生産要素間の代替・補完関係については、いずれの関係も代替的であり、交差価格弾力性の程度は相対的に資本が低いことが示された。

第 5 に、規模の経済性については、全体の規模の経済性も個別の規模の経済性もともに認められた。この結果は、北坂 (2013) による国立大学の結果と同様であり、わが国の大学は国立と私立に関係なく規模を拡大することで規模の経済性を享受し、費用がより効率的になる可能性が示唆されている。

最後に、範囲の経済性については、学部と研究について範囲の経済性が認められ、学部と大学院、大学院と研究では範囲の経済性は認められなかった。この結果は北坂 (2013) による国立大学の結果と異なるものである。

本研究で費用関数について総じて統計的に安定した結果を得たことは、北坂 (2013) と同様に、この分野におけるトランスログ型の費用関数とコストシェア方程式の同時推定の有用性を示している。また、私立大学と国立大学で生産要素としての資本に関する行動が異なることは興味深く、国立大学における資本の扱いについて改善の余地があるという北坂 (2013) の指摘を私立大学の側から裏付けるものと言える。また、規模の経済性については国立と私立で大差は無いが、私立では国立と異なり学部教育と研究の間に範囲の経済性が認められており、その要因が何であるかについてはより一層の分析が必要であろう。

## 【参考文献】

- Baumol, W. J., J. C. Panzar and R. D. Willig (1982) *Contestable Markets and the Theory of Industry Structure*, Harcourt Brace Jovanovich.
- Carnegie Commission on Higher Education (1972) *The More Effective Use of Resources*, McGraw-Hill.
- Christensen, L. R., D. W. Jorgenson and L. J. Lau (1973) "Transcendental Logarithmic Production Frontiers," *Review of Economics and Statistics*, Vol.55, pp.28-45.
- Cohn, E. and S. T. Cooper (2004) "Multi-product Cost Functions for Universities: Economies of Scale and Scope," in Johnes, G. and J. Johnes, eds., *International Handbook on the Economics of Education*, Edward Elgar, ch.15, pp.579-612.
- Cohn, E., S. L. W. Rhine and M. C. Santos (1989) "Institutions of Higher Education as Multi-product Firms: Economies of Scale and Scope," *Review of Economics and Statistics*, Vol.71, pp.284-290.
- Denny, M. and M. Fuss (1977) "The Use of Approximation Analysis to Test for Separability and the Existence of Consistent Aggregate," *American Economic Review*, Vol.67, pp.404-418.
- Glass, J. C., D. G. McKillop and N. Hyndman (1995) "Efficiency in the Provision of University Teaching and Research: An Empirical Analysis of UK Universities," *Journal of Applied Econometrics*, Vol.10, pp.61-72.
- Hashimoto, K. and E. Cohn (1997) "Economies of Scale and Scope in Japanese Private Universities," *Education Economics*, Vol.5, pp.107-116.
- Nelson, R. and K. T. Hevert (1992) "Effect of Class Size on Economies of Scale and Marginal Costs in Higher Education," *Applied Economics*, Vol.24, pp.473-482.
- Zellner, Arnold (1962) "An efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regression Equations and Tests for Aggregation Bias," *Journal of the American Statistical Association*, Vol.57, pp.348-368.
- 天野郁夫 (2008) 『国立大学・法人化の行方』 東信堂.
- 天野郁夫 (2009) 『大学の誕生 (上) (下)』 中公新書.
- 北坂真一 (2013) 「国立大学の費用関数：トランスログ・コストシェアモデルによる同

- 時推定』『経済学論叢』（同志社大学），第 64 巻第 3 号，pp.241-268.
- 国立大学法人財務分析研究会編（2008）『平成 19 年度版国立大学の財務』独立行政法人国立大学財務・経営センター.
- 黒田昌裕（1989）『一般均衡の数量分析』岩波書店.
- 中島英博・キース J. モーガン・鳥居朋子・小湊卓矢・池田輝政（2004）「国立大学における規模及び範囲の経済に関する実証分析」『名古屋高等教育研究』第 4 号，pp.91-104.
- 妹尾渉（2004）「研究と教育に関する規模の経済と範囲の経済——日本の国立大学の場合——」『国際公共政策研究』（大阪大学），第 8 巻第 2 号，pp.1-15.
- 菅原千織（2009a）「国立大学の規模と範囲の経済性——パネル・データ分析——」『経済学論叢』（同志社大学），第 61 巻第 1 号，pp.117-151.
- 菅原千織（2009b）「国立大学の規模と範囲の経済性——トランスログ・モデルによる推定——」『経済学論叢』（同志社大学），第 61 巻第 2 号，pp.147-170.
- ヴァリアン，ハル，R.（1986）『ミクロ経済分析』（佐藤隆三・三野和雄訳）勁草書房.
- 山内直人研究室（近江舞，大塚亜紗人，糸井久輝，中川浩幸，松本紗矢香，好村早織）（2006）「国立大学法人の今後のあり方——規模および範囲の経済性に関する実証分析を通して——」ISFJ 日本政策学生会議「政策フォーラム 2006」，[http://www.isfj.net/ronbun\\_backup/2006/sangyo/yamauchi2.pdf](http://www.isfj.net/ronbun_backup/2006/sangyo/yamauchi2.pdf), 2010.10.30. 取得.

（きたさか しんいち・同志社大学経済学部）



## The Doshisha University Economic Review, Vol.65 No.1

## Abstract

Shinichi KITASAKA, *Multi-product Cost Functions for Japanese Private Universities: Simultaneous Estimation of Translog Cost Share Equations*

Using panel data from 107 private universities in Japan, we jointly estimated the translog cost function with cost-share equations. The main findings are summarized as follows;

(1) There is consistent evidence of cost-minimization behavior with respect to capital, faculty staff, and other factors among private universities.

(2) The demand for capital is most responsive to changes in its own price, and capital, staff, and other factors are substitutable for each other.

(3) Overall economies of scale and product-specific economies of scale estimates show increasing returns to scale among private universities.

(4) Scope economies were found between undergraduate and research outputs, but were not found between undergraduate and postgraduate outputs or between postgraduate and research outputs.