《研究ノート》

税務査察と不正申告の動態について[1]

森　田　雅　憲

Ⅰ　本研究が明らかにしようとする問題

不正申告をする納税者の数を減らすためには，さまざまな方策が考えられる。納税者教育の徹底や税務申告制度の改正などの質的・制度的な対応に加え，査察頻度[2]や懲罰税率の引き上げなどの量的・経過的な対応がある。この論文では後者の問題を扱う。

一般に，納税者に対する税務査察の頻度を引き上げるとより多くの不正申告を発見・追徴することができ，税収を伸ばすことが期待できるが，一方で，査察の実施にはコストがかかるので過度な査察は税収にかえって負の効果をもたらしうる。逆に，査察実施のコストを節約するために，査察頻度を下げるとともに不正申告の見逃しによる税収の下落を税率の引き上げによって回復しようとすると，かえって不正申告が増えることが起こりうる。こうした問題意識から，以下では，税収を最大化するという意味で納税当局にとって最適な査察率と懲罰税率の関係について比較静学分析を行う。また所得税率の引き上げが tax compliance に与える影響についても触れる。

1　筆者は，主としてハイエクの社会理論の研究をベースとしながら，並行して彼の提唱する知識論・行為論と整合性のある制度分析の理論的枠組みを模索してきた。その試論的なモデルは森田（2008）で示されている。この研究ノートは，そこでの議論を税制に関わる問題に適用したものである。整合性のあるモデルの主たる構成要件としては，行為主体の多様性，環境への適応，経験からの学習，情報処理能力の不完全性によるルール追従的行動，環境と主体の行動との相互反応，を挙げることができる。

2　本稿でいう「査察」とは「税務監査」と「税務調査」を包含する概念であり，不適切申告や無申告の有無を検査する税務当局の行動一般を意味している。

Ⅱ　分析の前提と記号

（主な前提）

モデル分析を行うに当たって，次のような前提を置く。

前提 1：税務当局は納税者に対して査察を行うと 100% の確率で不正申告を発見することができ，それに対して懲罰税率を適用することで，適正な納税額に加え追徴税を得ることができる。

前提 2：納税者に対して税務査察を行うためには査察の頻度に応じて逓増的なコストがかかる。

前提 3：税務当局は税収を最大化するよう，査察率（納税者の何パーセントを査察するか）を決定する。

前提 4：経済には不正申告を行う動機づけをもっている者（以下，潜在的不正申告者と呼ぶ）と，適正な申告を常に行う者（以下，適正申告者と呼ぶ）からなっている。

前提 5：潜在的不正申告者は，不正申告を行うことを行為のオプションとして常に有している者（以下，不正申告者と呼ぶ）と，置かれている状況では不正申告をすることを行為のオプションとして持つことが事後的に利得を生まないために，やむなく適正申告を行っている主体からなる。後者と適正申告者の違いは，不正申告をする動機づけの有無だけであり，表面的な納税行動は同一である。

前提 6：不正申告を行為オプションとして有している主体のうち一定割合が，実際に不正申告を行うものとする。

前提 7：税務当局は，納税者に占める不正申告を行う可能性のある者の数を，過去の査察実績から予想する。ただし，潜在的には不正申告者であっても，適正な納税を行うことがあるので，個々の納税者について不正申告をする動機付けの有無を事前に知ることはできない。

前提 8：総納税者数の多寡は分析結果に影響しないので，それを 1 に正規化する。

前提 9：所得税だけを考え，その税率は納税者の所得水準に関わらず一定とする。

（本モデルの特徴）

標準的なモデルでは代表的個人（あるいは企業）が想定され，その合理的行動を前提に分析が進められるが，ここでは情報処理能力および所得や不正申告額といった経済的条件について多様性のある複数の納税者の存在を想定している。彼らのうち不正申告を行う者は，不正申告をするという行為オプションを有していることが事後的に利得を生むことを過去の経験から学習した主体である。言うなれば，不正申告をすることが日常

化（ルール化）した主体である。この意味では，標準的モデルで想定されるような事前的・逐次最適化にしたがって不正申告額や不正申告の頻度を決定する主体像とは異なる。したがって，納税者個人のレベルでの戦略的応答の変化に基づく分析は行えないが，納税者の特性（情報処理能力や所得額など）における一定の分布状態を利用して，不正申告者数の変化について分析を行うことが可能になる。

税務当局についても，各主体に関する所得や不正申告額を事前に正確に知ることはできないと想定する。税務当局が知りうるのは，納税者の平均所得や平均不正申告額と想定している。マクロ経済環境に大きな変化がない場合，それらは安定した値を取るものと想定でき，税務当局はそれらの平均値を過去の経験から学習できると仮定している。また不正申告を行う納税者の数についても，過去の査察実績から学習可能とする。つまり納税者についても税務当局についても，過去の経験からの学習が基本になっている。

また，納税行動に関する理論的なモデルでは，納税者があらかじめ不正申告を行う者と適正な申告を行う者とにグループ分けされているケースがよく見られる。本稿でも，潜在的不正申告者と適正申告者というグループは所与としているが[3]，少なくとも行動面では，適正納税者と潜在的不正申告者の境界はファジーである。不正申告を行う動機づけを有している納税者であっても，不正申告を摘発された経験が幾度もある納税者は，やむなく適正な申告を行うことは十分考えられる。また，一方で，逐一状況を判断して不正申告を行ったり見合わせたりしている納税者も存在するであろう。このような場合，少なくとも行動面では，本来的な適正申告者と機会主義的に適正申告を行っている者との区別をつけることはできない。こうした点を考慮できることも本モデルの特徴である。

（主な記号）

以下で用いる記号の意味は次のように定める。

I：納税者の平均所得（定数；納税者数を 1 に正規化しているので総所得に等しい）

E：適正な申告額と不正申告額との差の平均値（定数）

t：全納税者に一律に適用される所得税率（定数；$0 < t < 1$）

r：不正申告者が査察を受けたときに適用される懲罰税率（定数；$t < r$）

s：全納税者のうち査察を受ける者の比率を表わす査察率（変数；$0 < s < 1$）

$\overline{n}$：潜在的不正申告者数（定数；$0 \leq \overline{n} \leq 1$；全納税者を 1 に正規化するので比率でもある）

n：不正申告者数（変数；$0 \leq n \leq \overline{n}$；上と同様の理由で比率でもある）

n^e：税務当局の n に対する予想値（変数；$0 \leq n^e \leq 1$；上と同様の理由で比率でもあ

3　ただし本稿の場合分析上はこの分類はほとんど結果に影響しない。

る）

α：不正申告を行為オプションとして有している者のうち，実際に不正申告を行う者の確率（定数；$0<\alpha<1$）[4]

T ：期待粗税収

a ：納税者が状況を判断して不正申告を行うかどうかを逐一決めるという行為オプションを保持していること

R： a が主体に利得を与える状況（査察を免れること）

W： a が主体に損失を与える状況（査察を受けること）

Ⅲ　税務当局の行動

（期待粗税収）

税務当局が予想する粗税収は，査察を行った納税者からの税収と査察を行わなかった納税者からの税収との合計で得られる。従って次式を得る。

$$\begin{aligned} T &= s\left(n^e \alpha r I + n^e(1-\alpha)tI + (1-n^e)tI\right) \\ &+ (1-s)\left(n^e\alpha(tI-E) + n^e(1-\alpha)tI + (1-n^e)tI\right) \end{aligned} \tag{1}$$

上式を整理すると次式を得る。

$$T = sn^e\alpha((r-t)I+E) + (tI - n^e\alpha E) \equiv T(s) \tag{2}$$

上式は s に関する線形関数であり，右辺第１項は査察を行うことから得られる追加税収，定数項は査察をまったく行わないときの税収である。適正な総税収より不正申告額の方が大きいことは通常の税制度の下では考えにくいので，ここでは $tI - n^e\alpha E > 0$ と想定しておく。

（徴税コスト）

徴税コストは，固定費（通常の徴税に伴う費用）と変動費（査察を行うことで追加的

4　α が常に１のケースも考えられうるが，ここでのモデルでは，その場合，一定の査察率の下で期待収益がプラスになる不正申告者は全員が常に不正申告を行うことになる。しかし本稿では，不正申告者の集合の要素は，不正申告のスキル（固有の情報処理能力）に関して一様ではなく，そのため不正申告が摘発されないことに対する主観的な確信の強さはそれぞれに異なる状況を想定する。こうした場合，集団には一定確率で不正申告を見合わせる主体がいるものと想定してよい。α はそうした要因を考慮したものである。いうまでもなく，α に分類される個体は固定されていず，たえず入れ替わるとしている。いずれにしても $\alpha=1$ のケースでも以下の議論は影響を受けない。

に生じる費用）からなり，変動費は査察率の逓増的関数とする。その理由は，査察率を上げると，たとえば査察に伴う作業量の増加や作業時間，あるいは情報処理負荷の増加に伴って限界生産性が低下すると予想されるからである。そこで徴税コスト関数 $C(s)$ を次のように与える。ただし C_0 は固定費，$C_v(s)$ は変動費である。

$$C(s) \equiv C_0 + C_v(s),\ \ C_v'(s) > 0,\ \ C_v''(s) > 0,\ \ C_0 > 0 \tag{3}$$

（最適査察率）

税務当局は予想した潜在的不正申告者の割合 n^e に基づき，粗税収から徴税コストを差し引いた純税収を最大化するよう最適な査察率を決定するとする。純税収を T_n としたとき，

$$T_n = T(s) - C(s) = sn^e\alpha((r-t)I+E) + (tI - n^e\alpha E) - C_0 - C_v(s) \tag{4}$$

したがって，最適査察率 s^* は次の条件にしたがう。

$$\frac{dT_n}{ds} = T'(s^*) - C'(s^*) = n^e\alpha((r-t)I+E) - C_v'(s^*) = 0 \tag{5}$$

（5）式を s^* と r および s^* と t で微分すると次式を得る。

$$\frac{ds^*}{dr} = \frac{n^e\alpha I}{C_v''(s^*)} > 0 \tag{6}$$

$$\frac{ds^*}{dt} = -\frac{n^e\alpha I}{C_v''(s^*)} < 0 \tag{7}$$

$C_v''(s^*) > 0$ なので，（6）式の符号は正，（7）式の符号は負である。すなわち，懲罰税率 r の上昇は最適査察率を引き上げ，所得税率 t の低下は最適査察率を引き下げる。

また s^* と n^e で微分すると次式を得る。

$$\frac{ds^*}{dn^e} = \frac{\alpha((r-t)I+E)}{C_v''(s^*)} > 0 \tag{8}$$

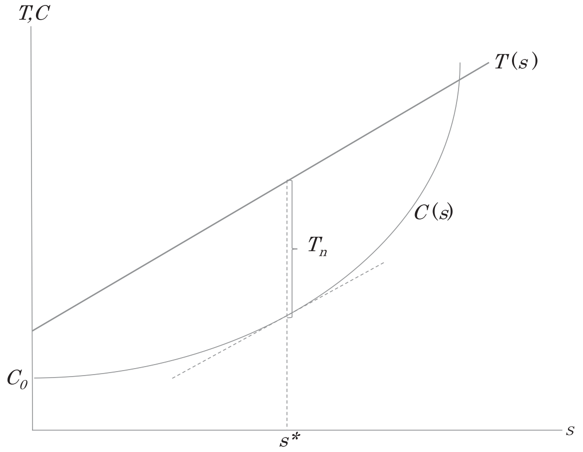
上式の符号も正である。そこで最適査察率を次の関数で与える。

$$s^* = s^*(n^e; r, t);\frac{\partial s^*}{\partial n^e} > 0,\ \ \frac{\partial s^*}{\partial r} > 0,\ \ \frac{\partial s^*}{\partial t} < 0 \tag{9}$$

上式の最後の条件は，$n^e = 0$ のときには査察そのものを行う理由がないことを表わす。

次の図は，最適査察率の決定を図示したものである。ただし $T(0) > C_0$ と仮定している。

図 1



また税務当局は過去において査察した納税者に占める不正申告者の率から当期の潜在的不正申告者数を予想すると仮定するが，それを適合的期待形成式で与える。すなわち，税務当局は過去の査察から α の値を推定し[5]，それを所与として実際に観察された過去の不正申告者率（査察をしたものに占める実際の不正申告者の率 $n_{-1}\alpha$）から，潜在的不正申告者の全納税者に占める割合を知ることができるものとする。そして，それを基に前期の予想を修正する形で今期の潜在的不正申告者率 n^e を予想すると見なすとする。すなわち

$$n^e = n^e_{-1} + \beta(n_{-1} - n^e_{-1})\,; \quad 0 < \beta \leq 1 \tag{10}$$

となる[6]。

5　厳密に α を推定することは困難だが，査察率やマクロ的な経済環境に大きな変化がないとして，たとえば，過去の不正申告者数 $n_{-1}\alpha$ の時系列データから，その最大値に対する平均的な $n_{-1}\alpha$ の比率を α とみなす方法が考えられる。

6　これは Koyck 型ラグ分布を示し，過去に実現したすべての n_{-i} の加重平均 $\beta\Sigma_{i=1}^{\infty}(1-\beta)^{i-1}n_{-i}$ となっている。

Ⅳ　潜在的不正申告者の査察環境への適応

全納税者から常時適正申告を行う主体を差し引いた潜在的不正申告者は，各主体固有の情報処理能力によって，与えられた状況（税務査察を受ける頻度や査察を受けたときの損失についての推測など）で不正申告をしたり・しなかったりする行為オプションを保有する主体と，不正申告が不利な状況と判断し，そうした行為オプションを持つこと自体が利益にならないとして適正申告を行う主体からなる[7]。

以下，添え字 i で第 i 納税者を表わすものとし，I_i を第 i 個人の所得，E_i を第 i 個人が不正申告をし，かつ査察されなかった場合に得る利益とする。ただし全納税者の集合を N とすると，$\Sigma_{i\in N}I_i \equiv I$，$\Sigma_{i\in N}E_i \equiv n\alpha E$ である。査察を受け懲罰税率を適用されたときには第 i 個人には $rI_i - E_i$ の損失が発生する。懲罰税率の意味を考慮すれば $r > t$ でありかつ $rI_i - E_i > 0$ として良い。したがって潜在的不正申告者が，状況をみて不正申告をするかしないかを適宜判断するという行為オプションを保持することが事後平均的に当該主体に利得をもたらすためには次の条件が満たされなければならない。

$$E_i P_i(R\cap a) - (rI_i - E_i)P_i(W\cap a) > 0 \tag{11}$$

$P(a|X) \equiv P(X\cap a)/P(X)$ なので，上式は次のように変形できる。

$$E_i P(R)P_i(a|R) - (rI_i - E_i)P(W)P_i(a|W) > 0 \tag{12}$$

ここで $P_i(a|R)$ は不正申告をするという行為オプションを第 i 個人が査察を受けなかったときに保持している確率であり，$P(R)$ は査察を免れる確率である。すべての納税者にとって査察の確率は均等だとすると $P(R)$ は $1-s^*$ に等しい。また，$P_i(a|W)$ は不正申告をするという行為オプションを第 i 個人が査察を受けたときに保持している確率であり，$P(W)$ は査察を受ける確率であり，s^* に等しいものとする。（12）が満たされている主体は，状況に応じて不正申告をするかどうかを判断するという行為オプションを保持していることが事後平均的に利得を生むので，このオプションを保持する合理的な理由があることになる。以後，この条件を満たす主体はこのオプションを持ち，この条

7　例として株式投資を考えるとより分かりやすい。株式投資をする者は，（1）株への投資自体に関心がなかったり否定的な考えなどをもっていて，まったく株式投資をしない主体と，（2）株式に投資をしても自分の経験や技量を前提とすると現状では利得を得ることはまず不可能と考えて株式投資を行うことを留保している主体と，（3）日々の株価に関係する情報を逐次考慮しながら株の売買をしている主体，の3通りを考えることができる。

件を満たさない主体は不正申告をする動機はあったとしても，事後的にそのことが利得を生まないので，主体が置かれている状況が変わらないかぎり（たとえば周囲の類似した納税者が不正申告をしても摘発されることが稀であるような状況がしばしば観察されること）そうした行為オプションを保持しないとする。
（12）式を変形すると，次の条件を得る。

$$\frac{P_i(a|R)}{P_i(a|W)} > \frac{rI_i - E_i}{E_i}\frac{s^*}{1-s^*} \tag{13}$$

$P_i(a|R)/P_i(a|W)$ と $(rI_i - E_i)/E_i$ は，各主体固有の値を取ると考えて良い。なぜなら納税者はそれぞれ固有の知識や情報処理能力をもっており，不正申告をすることが利得となるレベルの者とそうでない者とが存在して当然だからである。また稼得する所得や脱税額も，主体が異なれば異なるであろう。以下では $P_i(a|R)/P_i(a|W)$ を，当該主体の情報処理における「信頼率」，$(rI_i - E_i)/E_i$ を「相対損失」と呼ぶことにする。情報処理能力の高い主体ほど，正しい判断（摘発されないタイミングで不正申告を行うこと）のできる確率が，そうでない確率を上回る程度は高くなる。逆にいえば，信頼率をもって，当該主体の情報処理能力の高さを表わすことができる。したがってこの意味での「信頼率」の信頼とは，実際の不正申告を行うことが摘発されないことに対する信頼ではなく，不正申告をしたり見合わせたりするという行為オプションをもつことが事後的に利得をもたらすことに対する信頼を表わしている。

図２の右下がりの実線は，縦軸に λ_i，横軸に n をとって，全納税者を λ_i が高い者から低い者へと並べたものである。ただし，

$$\lambda_i \equiv \frac{P_i(a|R)}{P_i(a|W)} - \frac{rI_i - E_i}{E_i}\mu \tag{14}$$

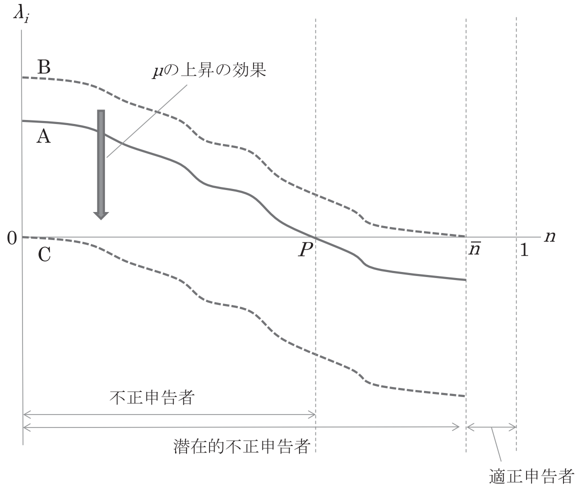
$$\mu \equiv \frac{s^*}{1-s^*} \tag{15}$$

である。この曲線が横軸を横切る点 P の横座標が，与えられた査察率に対してその経済に存在する不正申告者の数に対応している。この曲線の形状は，納税者の信頼率と相対損失の分布に依存するが，それがどのようであれ，右下がり（水平の部分含みうる）であることは，この曲線が λ_i の高さに従った整序によるものであることから明らかである[8]。また査察率 s^* が上昇すると（μ の上昇），この曲線は最も高い B（潜在的不正申告者全員が不正申告を行為オプションとして現に保有している状態）から最も低い C

８　λ_i は特定の単位を持たない無名数であり，個人間比較が困難な効用概念で利得や損失を表現してもこのような整序は可能である。

（納税者全員が適正申告を行っている状態）に向けて下にシフトするが，このことは，潜在的不正申告者の数が査察率の非増加関数であることを示唆する。図 2 で，$n=\bar{n}$ を充たす μ の最大値を $\underline{\mu}$，$n=0$ を充たす μ の最小値を $\bar{\mu}$ としておく。

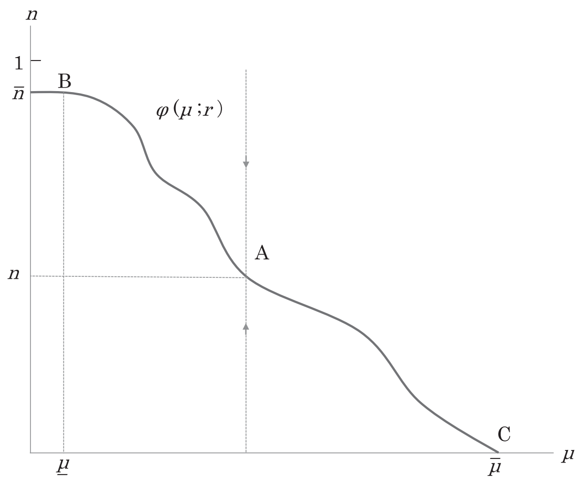
図 2



この関係を，横軸に μ を，縦軸に n をとり，図 3 の $\phi(\mu;r)$ で例示したような傾向的に右下がりの非増加関数として示すことができる。ただし以下では議論を簡略にするため，この関数は連続で少なくとも 1 階の微分可能な実数値関数と仮定する。s^* が高ければ高いほど μ は大きくなり，納税者は不正申告をよりしにくい環境にさらされていることになるので，以下 μ を「査察環境」と呼ぶ。図中の A, B, C で示された点は，図 2 のそれらに対応している。

図 3 に示された右下がりの曲線を次の関数で与えておく。

図 3



$$n = \phi(\mu; r)\ ;\ \ \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \leq 0,\ \frac{\partial \phi}{\partial r} < 0,\ \phi(\mu; r) = \overline{n}\ \text{ for }\ \mu \leq \underline{\mu},\ \phi(\mu; r) = 0\ \text{ for }\ \mu \geq \overline{\mu} \tag{16}$$

$\partial\phi/\partial r$ の符号については，

$$\frac{d\lambda_i}{dr} = -\frac{I_i}{E_i}\frac{s(n^e; r, t)}{1 - s(n^e; r, t)} - \frac{rI_i - E_i}{E_i}\frac{1}{(1 - s(n^e; r, t))^2} < 0 \tag{17}$$

より導かれる。

図３において，A 点の横座標は税務当局が決定した査察率に対応して決まる査察環境の値である。そのとき図の A 点より上に対応する潜在的不正申告者は，不正申告を行うことが平均的に利得をもたらさないため適正申告をし，それより下の領域は実際に不正申告をするという行為オプションを保持していることが利得を生む納税者に対応する。そのうち α 倍の納税者が実際に不正申告を行っているものと想定している。図中の矢印は与えられた査察環境への潜在的不正申告者の適応方向である。

また，(9)，（15）を充たす n と μ の関係を次の式で与えておく。

$$n = \min[\gamma(\mu; r, t), \overline{n}]\ ;\ \ \frac{\partial \gamma}{\partial \mu} > 0,\ \frac{\partial \gamma}{\partial r} < 0,\ \frac{\partial \gamma}{\partial t} > 0,\ \gamma(0; \gamma, t) = 0 \tag{18}$$

各偏導関数の符号は（9）と（15）より導かれる。$\overline{n}$ より大なる n は意味をなさないので $\gamma(\mu; r, t) \geq \overline{n}$ の場合は $n = \overline{n}$ である。また単純化の仮定として $\gamma(0; r, t) = 0$ とする。

V　査察と不正申告の相互反応と均衡状態

(均衡の存在と一意性)

以上で，モデルを構成する要素は揃った。(9)，（10)，（15)，（16）の４本の式に対し，n^e，n，s^*，μ の４個の未知数が対応した１階の差分方程式システムとなっている。ここで $V(\mu; r, t)$ を次のように定義する。

$$V(\mu; r, t) \equiv \phi(\mu, r) - \min[\gamma(\mu; r, t), \overline{n}] \tag{19}$$

これまで見てきたところから明らかなように $V(\mu; r, t)$ は次の性質をもつ。

$$\frac{dV}{d\mu} \leq 0,\ V(0; r, t) = \overline{n} > 0,\ V(\overline{\mu}; r, t) = -\min[\gamma(\overline{\mu}; r, t), \overline{n}] < 0 \tag{20}$$

したがって，中間値の定理により $V(\mu;r,t)=0$ を充たす均衡は $V(\mu;r,t)$ の連続性より閉区間 $[0,\overline{\mu}]$ 内に存在する。また，$V(\mu;r,t)$ の単調性および $dV/d\mu$ の等号が成立する可能性は $n=\overline{n}$ においてのみであることから，均衡は一意である[9]。μ の均衡値を μ^* で示せば，$0\le\mu^*\le\overline{\mu}$ なる μ^* に対し，n の均衡値 n^* は $0\le n^*\le\overline{n}$ を充たす。

（均衡の安定性）

税務当局と潜在的不正申告者の時間の経過に伴う相互作用は次のようである。

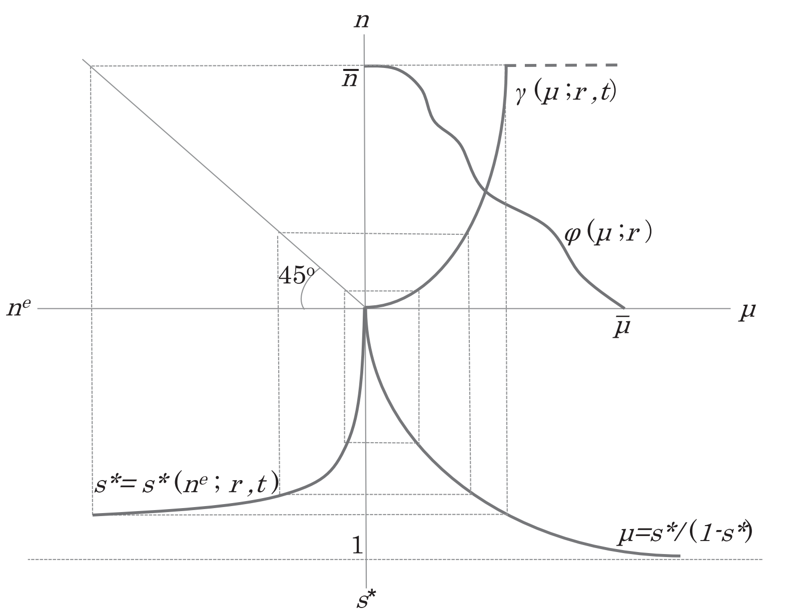
1. 税務当局は過去の査察データから，今期の潜在的不正申告者が納税者に占める比率 n^e を予想する（図 4 の第 2 象限の 45 度線。ただし説明の簡略化のために $\beta=1$ として作図されており，また時間ラグが 1 期間存在する）。

2. 税務当局はそれに基づいて税収を最大にする最適査察率 s^* を決定する（図 4 の第 3 象限）。

3. 最適査察率に対応して査察環境 μ が定まる（図 4 の第 4 象限）。それによって第 1 象限の $\gamma(\mu;r,t)$ が定まる。

4. その μ に対し利得を得ることができない潜在的不正申告者は不正申告を行うという行為オプションを放棄し適正納税をする一方，利得を得ることのできる者は機を見て不正申告をする行為オプションを保持する。これによって次の期間の n が定まる（図 4 の第 1 象限の $\phi(\mu;r)$ にしたがう）。

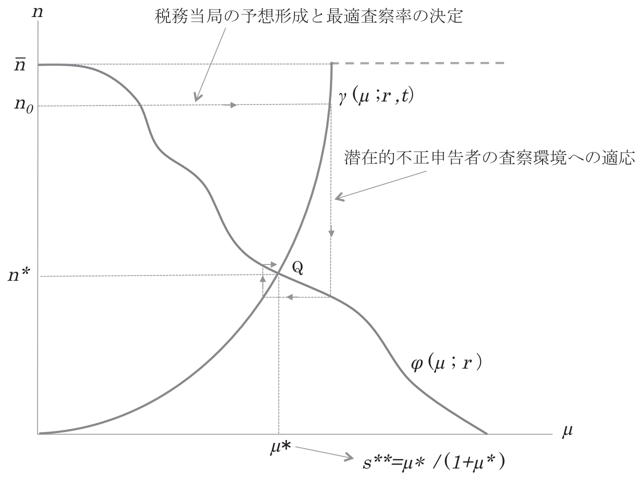
図 4



9　$\overline{n}=\gamma(\mu;r,t)$ を充たす μ を μ^+ とすれば，$\mu>\mu^+$ となるすべての μ は税収最大化という条件によって選択されない。したがって均衡はたとえ $\overline{n}=\phi(\mu,r)$ となる水平部分に存在したとしても一意である。

以降，この繰り返しであり，与えられた n に関する初期条件 n_0 から出発して $1\to2\to3\to4\to1\to2\to$・・・という形で動学的な経路が一意に定まる。図5は図4の第1象限を取り出したものであり，動学的な経路をこの図を用いて求めることができる。動学経路は図のように振動し，安定な場合には二つの曲線の交点 Q に収束する。しかし，両曲線の交点付近での相対的な傾きの大小によって，不安定になる場合もありうる。また Q の近傍で不安定であり，その外では安定な場合は，一定の周期に収束するリミットサイクル様の振動が発生する可能性もある。

図5



このシステムを集約すると次式を得る。

$$n^e = n^e_{-1} + \beta\left(\phi\left(\frac{s^*(n^e_{-1};r,t)}{1-s^*(n^e_{-1};r,t)};r\right) - n^e_{-1}\right) \tag{21}$$

したがって，

$$\frac{dn^e}{dn^e_{-1}} = 1 + \beta\left(\frac{\partial\phi}{\partial\mu}\frac{\partial s^*}{\partial n^e_{-1}}\frac{1}{(1-s(n^e_{-1};r,t))^2} - 1\right) \tag{22}$$

となる。$\partial\phi/\partial\mu \le 0$ であり，また $\partial s^*/\partial n^e_{-1} > 0$ であることから，上式の値は1より小であるが，-1 より小さな値をとった場合は，不安定となる。

以下では表記を簡単にするために最も単純な $n^e = n_{-1}$ のケースで安定性を検討する[10]。この場合，Q の近傍で軌道が漸近安定であるためには次の条件が満たされなければならない。ただし n^* および μ^* は均衡での値を示す。

10　$\beta < 1$ の場合にはより安定条件は充たされやすくなる。。

$$\left|\frac{dn}{dn_{-1}}\Big|_{(\mu^*,n^*)}\right| = \left|\frac{\partial\phi}{\partial\mu}\frac{\partial s^*}{\partial n^e_{-1}}\frac{1}{(1-s^*(n^*;r,t))^2}\right| < 1 \tag{23}$$

（23）の $\partial s^*/\partial n^e_{-1}/(1-s^*(n^*;r,t))^2$ は図５の $\gamma(\mu;r,t)$ の交点での勾配の逆数である。このことからこの曲線の勾配が $\phi(\mu;r)$ のそれより絶対値で見て大きい場合にシステムは安定的であることが分かる。不安定化する要因としては，たとえば信頼率や相対損失で見て類似した納税者が極めて多く存在するような場合，査察環境の少しの変化が不正申告者の数に大きな変動をもたらすので，$\partial\phi/\partial\mu$ の絶対値は大きくなる。また，$s^*(n^*;r,t)$ が１の近傍にある場合は，$\gamma(\mu;r,t)$ がほぼ水平になるのでシステムは不安定になる。以下では均衡点の比較静学を行うため，Q は安定的であると仮定する。

（比較静学）

この動学システムの均衡点 Q は，$n^e=n$ で特徴づけられる。（10）をこの式で置き換え，動学システムを n と μ のシステムとして表すと，均衡は次の連立方程式の解として与えられる。

$$(1+\mu^*)s^*(n^*;r,t)-\mu^*=0 \tag{24}$$

$$n^*-\phi(\mu^*;r)=0 \tag{25}$$

この両式を μ^*，n^*，r で微分し，懲罰税率 r の引き上げが μ^*，n^* に及ぼす影響を求めると次の結果となる。

$$\frac{d\mu^*}{dr}=\frac{-(1+\mu^*)\left(\frac{\partial s^*}{\partial r}-\frac{\partial\phi}{\partial r}\frac{\partial s^*}{\partial n}\right)}{s^*(n^*;r,t)-1+(1+\mu^*)\frac{\partial\phi}{\partial\mu}\frac{\partial s^*}{\partial n}}>0 \tag{26}$$

$$\frac{dn^*}{dr}=\frac{(s(n^*;r,t)-1)\frac{\partial\phi}{\partial r}-(1+\mu^*)\frac{\partial\phi}{\partial\mu}\frac{\partial s^*}{\partial r}}{s^*(n^*;r,t)-1+(1+\mu^*)\frac{\partial\phi}{\partial\mu}\frac{\partial s^*}{\partial n}}<0 \tag{27}$$

ここで $0<s^*(n^*;r,t)<1$，$\partial s^*/\partial r>0$，$\partial s^*/\partial n>0$，$\partial\phi/\partial\mu\leq 0$，$\partial\phi/\partial r<0$ なので，（26）の符号は正，（27）の符号は負である。したがって，懲罰税率 r の引き上げは，総納税者に占める潜在的不正申告者の割合を引き下げる。この結果より，より高い懲罰税率の経済では潜在的不正申告者の数を減らすという意味で tax compliance は高くなる可能性のあることを示唆する[11]。また s^* が μ の増加関数であることは明らかなので，懲

11　このことは実証研究や実験結果からも確かめられている。たとえば Freire-Serén and Panadés（2013），↗

罰税率の引き上げは，均衡での最適査察率 $s^{**}(=\mu^*/(1+\mu^*))$ を引き上げる。図６の $Q \to Q'$ はこれらの効果を図示したものである。

また r の変化が均衡での純税収 T_n^* に及ぼす効果については，

$$\frac{dT_n^*}{dr} = s^*(n^*; r, t)n^*\alpha I + \big((\alpha s^*(n^*; r, t)(r-t)I - \alpha(1 - s^*(n^*; r, t))E\big)\big)\frac{dn^*}{dr} \tag{28}$$

となる。上式の右辺第１項は，懲罰税率の引き上げによる直接的な増収分を示し，右辺第２項は潜在的不正申告者の変動（減少または一定）による税収への間接的影響を示している。両効果の和は，右辺第２項の符号が定まらないので，パラメーター間の相対的大小によって違ってくる。ここで $\big((\alpha s^*(n^*; r, t)(r-t)I - \alpha(1 - s^*(n^*; r, t))E\big)\big)$ の第１項は不正申告を摘発した時の増収分であり，第２項は査察を免れた不正申告による減収分であるので，その和は潜在的不正申告者が増加することによる限界税収である。したがって，懲罰税率を変えても潜在的不正申告者がほとんど変化しないような場合，すなわち $\partial n^*/\partial r$ が十分ゼロに近い時には（28）の符号は正となり，懲罰税率の引き上げは税収を改善する。また，平均所得に対して不正申告額が一定以上大きければ懲罰税率の引き上げは税収にプラスに働く。懲罰税率の引き上げは $r-t$ を引き上げるので，右辺第２項がプラスになる程度にまでその差が開いているような経済は，懲罰税率の引き上げによる潜在的不正申告者数の減少によって，税収を引き下げる効果を有している。こうしたことから，懲罰税率の引き上げはそれが一定程度低い場合は増収効果をもつが，その効果は引き上げとともに徐々に下がっていき，やがて減収効果をもつようになる可能性がある。すなわち，懲罰税率の引き上げには税収を増やすという観点からは上限が存在するといえる[12]。

また n^* を t で微分すると次式を得る。

$$\frac{dn^*}{dt} = \frac{-(1+\mu^*)\frac{\partial\phi}{\partial\mu}\frac{\partial s^*}{\partial t}}{s^*(n^*; r, t) - 1 + (1+\mu^*)\frac{\partial\phi}{\partial\mu}\frac{\partial s^*}{\partial n}} \geq 0 \tag{29}$$

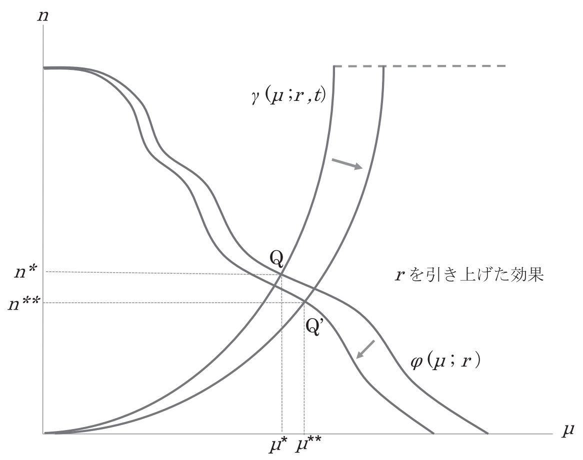
この符号は分子の $\partial s^*/\partial t$ が負であるため，非負となる。したがって，t の変化が n^* に及ぼす影響については，r の場合と逆である。仮に（29）が正の場合，図６でいえば，t の上昇は，$\phi(\mu; r)$ 曲線に影響しないが，$\gamma(\mu; r, t)$ を上方にシフトさせるので，$\phi(\mu; r)$ の水平部分に交点がない限り n^* を引き上げ，μ^* を引き下げる（s^{**} を引き下げる）。税率の引き上げが tax compliance を向上させるかどうかという問題については論者の間で

↘　Tandon and Kavita Rao（2017）を参照。

12　γ の変更は，s^* を変化させるが，s^* が最適条件（5）を満たしている限り，その税収に与える効果はゼロである。（28）に ds^*/dr の項目が含まれていないのはこの理由による。

結論は分かれているようであるが，ここでの分析にしたがえば，税率の上昇は，潜在的不正申告者の数（したがって不正申告者の数）を増やすという意味で tax compliance を悪化させると言える[13]。その理由は，r を所与としたまま t を引き上げると，(4）から類推できるように最適査察率 s^{**}（したがって μ^{*}）が低下するが，この査察環境の低下によって，納税者の情報処理能力や相対損失の分布に変化がなくても，不正申告を行為オプションとして持つことが事後平均的に利得を生む主体の数が増えるからである。このことを避けるためには，t の上昇に比例して r を引き上げ，不正申告者にとっての追徴税の相対的コストが低下しないようにすることが必要である。

図



税率の引き上げが純税収に与える効果については，

$$\frac{dT_n^*}{dt} = \left(1 - s^*(n^*; r, t)n^*\alpha\right)I + \left((\alpha s^*(n^*; r, t)(r - t)I - \alpha(1 - s^*(n^*; r, t))E\right)\frac{dn^*}{dt} \qquad (30)$$

となるので，懲罰税率の変更の効果との比較で言えば，右辺第 1 項は同方向の，第 2 項は逆方向の結果となる。

むすびにかえて

（主な結論）

以上より，税務当局による懲罰税率の引き上げは，納税者に占める潜在的不正申告者

13　とりわけ理論モデルの結果と実証研究とで相容れない結論が導かれている。実証研究では高い税率は不正申告を増やすという結論が一般的であるが，理論モデルからの結論は必ずしもそうではないケースがある。この点に関しては Freire-Serén and Panadés（2013）に詳しい。

の割合を小さくする。その際，税務当局が税収最大化を目的として査察率を決定している場合には，査察の確率は高くなる。こうした政策が純税収に与える影響については一義的な結論は導かれないが，懲罰税率を引き上げても不正申告者の数があまり影響を受けない場合，あるいは，納税者の平均所得に対し不正申告額が大きい場合には，純税収の増加が期待できる。また所得税率の引き上げは，tax compliance を悪化させるとともに，最適査察率を下げる。

（その他の拡張の可能性）

本稿では，所得税率も懲罰税率も一定と仮定したが，実際にはそれらは納税者個々の所得水準や不正申告額に応じて何段階かに分けられている[14]こうした一般化は納税者の行動については大きな修正を必要としないが，粗税収の定式がより複雑になる。しかし，納税者を所得水準に従っていくつかのグループに分け，それぞれについて税務当局が平均所得を把握しているという前提でグループごとの税収を定式化すれば，同様の分析が可能であろう。

また本稿では，潜在的不正申告者の一定割合 α が実際に不正申告をすると想定したが，それを納税者の意思決定を反映した関数として定式化することが考えられる。たとえば不正申告からの期待利得や予想査察率の関数として定式化することもあるいは可能であろう。こうした納税者側の prospective な行動と環境への適応というアプローチをどう整合させるかという点が大きな課題であろう。

最後に，比較静学をするために安定的な均衡を仮定したが，不安定なケースが生じる条件のより立ち入った検討も，制度の安定性という観点から興味深い論点である。

いずれにしろこれらの問題は，先行研究のレビューと共に今後の課題としておく。

参考文献

Crane, Stevene and Farrokh Nourza（1990）, Tax Rates and Tax Evasion : Evidence from California, *National Tax Journal,* Vol.43, n 0.2, pp.189-199

Freire-Serén, María Jesús and Judith Panadés（2013）, Do Higher Tax Rates Encourage/Discourage Tax Compliance?, *Modern Economy,* 4, pp.809-817

Mas sup prime ud, Abdulsalam, Almustapha Alhaji Aliyu and El-Maude Jibreel Gambo（2014）, Tax Rate and Tax Compliance in Africa, *European Journal of Accounting Auditing and Finance Research,* Vol.2, No.3, pp.22-30

Tandon, Suranjali and R. Kavita Rao（2017）, Tax Compliance in India : An Experimental Approach, *NIPFP Working paper series,* No.207, pp.1-20

森田雅憲（2008）「行為ルールと制度の再帰的モデル」『同志社商学』第 60 巻，第１・２号，pp.44-63

14　所得税の場合は税率は所得額に応じて７段階。不正申告の場合は，過少申告加算税，無申告加算税，不納付加算税，重加算税となっている。