日本の数学教育政策に関する批判的考察
―数学へのアフェクトに焦点を当てて―

今井　敏博

概　要

数学（算数を含む）への興味、関心、好意性、意欲、不安、自信、自己概念、情動、信念、態度などの非認知的要因を本研究ではアフェクトという用語で示すことにする。アフェクトについては、日本では情意、情緒、感情などの訳語が用いられている。人と数学との関わりには、実質陶冶、形式陶冶、文化遺産の継承、娯楽の観点があると筆者は考える。それらを支えるのは数学へのアフェクトである。国際的な調査結果から、日本の子どもたちは認知的学力としての数学の到達度は高いが数学へのアフェクトが低く乏しいという状況を確認する。次に日本の数学教育政策にアフェクトが扱われてきたかについて明治時代から現代まで調べる。特に戦後については学習指導要領のキーワードに着目する。数学へのアフェクトに関する研究を、測定方法、教育実践、国際調査結果、格差の経済学の視点から紹介する。また、筆者が行った大学生への調査研究（量的研究）と事例研究（質的研究）から得られた主な知見を述べる。数学へのアフェクトはよいが数学の到達度の低いアメリカの数学教育政策の状況を述べ、日本との違いを示したい。最後に、日本の数学教育政策におけるアフェクトの扱いに関する問題点と課題について述べる。

1. はじめに

学校の日々の算数科・数学科の授業は、教師の説明だけでなく教師と児童・生徒との問答や児童・生徒の学習活動が多く組み込まれている。教師が学校で算数科・数学科の授業を成立させ、より良い授業を行うためには、算数・数学の到達度の高い低いに関わらず、児童・生徒が数学への肯定的なアフェクトをもち備えていることが重要である。数学への否定的なアフェクトの子どもたちをつくらないことも望まれる。大人社会で数学の再学習が必要なときには数学へのアフェクトがより肯定的であるほど有効であると考える。

アメリカのMcLeodは、数学へのアフェクト（Affect）を情動（Emotion）・信念（Belief）・態度（Attitude）の3つに分類している（McLeod 1992）。情動は数学の学習の瞬時に生じるもの、信念・態度は一定時間の学習の間に形成されるものと位置づけている。数学へのアフェクトに関する研究は、1950年頃からアメリカにおいて数学に対する態度の研究として教育心理学の分野で始められた（Aiken 1970）。日本においては、数学に対する態度の研究は教員養成に携わる大学の研究者により1970年代に始められ、学校教員の数学教育実践に関わる研究は1980年代から進められている。また、IEAの国際数学教育調査（TIMSS）やOECDのPISAの中に数学へのアフェクトに関する項目が含められている。

日本の数学教育政策の変遷の中でアフェクトが扱われたのか否か、扱われたとすればどのように扱われてきたのかがリサーチクエスチョンであり、それを明らかにすることが本研究の目的である。

2. 数学を扱った国際的な調査結果

1960年にユネスコ教育研究所で発足した国際教育到達度評価計画（ International Project for the Evaluation of Educational Achievement, 略称 IEA ）

による国際数学教育調査、国際教育到達度評価学会（International Association for the Evaluation of Achievement, 略称 IEA）が行った国際数学・理科教育動向調査（Trends in International Mathematics and Science Study、略称 TIMSS）及び経済協力開発機構（OECD）が行った生徒の学習到達度調査（Programme for International Student Assessment, 略称 PISA）の主な結果を紹介する。

2. 1 IEA の国際調査

1964 年実施の第 1 回国際数学教育調査においては、日本の児童・生徒の到達度は参加 12 か国のうち中学校 3 年生は第 2 位、高校 3 年生は第 6 位であった。しかし、アフェクトでは数学を発展的にみる態度が極端に低かった（国立教育研究所 1967）。1981 年実施の第 2 回調査結果においては、参加 20 か国にうち中学校 1 年生は第 1 位、高校 3 年生は第 2 位であった。アフェクトでは数学嫌いの多さが明らかなった（国立教育研究所 1991）。

1995 年から数学と理科が合同で「国際数学・理科教育動向調査」（Trends in International Mathematics and Science Study、略称 TIMSS）となった。TIMSS1995 においては、算数の到達度では日本の小学校 3 年生・4 年生は参加 26 か国のうち第 3 位、数学の到達度では日本の中学校 1 年生・2 年生は参加 41 か国のうち第 3 位であった。アフェクトについては中学生の数学が好きの割合が最下位から 2 番目であった（国立教育研究所 1997）。TIMSS1999 は TIMSS1995 の小学生の追跡調査で、参加 38 か国のうち到達度は第 5 位であり、アフェクトでは数学が好きな割合は最下位から 2 番目であった（国立教育政策研究所　2000）。TIMSS2003 においては、算数の到達度では日本の小学校 4 年生は参加国 25 か国のうち第 3 位、数学の到達度では日本の中学校 2 年生は第 5 位であった。アフェクトでは算数・数学の勉強の楽しさが小・中それぞれ 29%、9% であり参加国平均値よりも 20 ポイント程度低かった（国立教育政策研究所 2005）。TIMSS2007 においては、算数の到達度では日本の小学校 4 年生は参加 36 か国のうち第 4 位、数学の到達度では日本の中学校 2 年生は参加 49 か国のうち第 5 位であった。アフェクトについては、算数・数学学習の楽しさが参加国平均よりかなり低く中学生は最下位から 3 番目であった（国立教育政策研究所　2009）。TIMSS2011 においては、算数の到達度では日本の小学校 4 年生は参加 50 か国のうち第 5 位、数学の到達度では日本の中学校 2 年生は参加 42 か国のうち第 5 位であった。アフェクトでは小学生、中学生とも算数・数学が好きの割合が参加国平均より低かった（国立教育政策研究所　2013）。

このように、IEA の国際調査と TIMSS の両方において、日本の小学生、中学生は算数・数学へのアフェクトが望ましくないことが明らかになった。

2. 2 PISA 調査

数学的リテラシーを中心的に扱われた PISA 2003 年の結果では、数学的リテラシーの日本の得点は、参加 41 か国・地域のうち香港、フィンランド、韓国、オランダ、リヒテンシュタインに次いで第 6 位であった。数学へのアフェクトにおいては、数学への興味・関心や数学の楽しみに関する 4 つの項目①「数学についての本を読むのが好きである」、②「数学の授業が楽しみである」、③「数学を勉強しているのが楽しい」、④「数学で学ぶ内容に興味がある」に対して、肯定的に回答した日本の生徒の割合はそれぞれ 13%、26%、26%、33% であり OECD 平均（それぞれ 31%、32%、39%、53%）よりも低かった（国立教育政策研究所　2004）。2003 年と同じく数学的リテラシーを中心とした 2012 年調査の結果においては、数学的リテラシーの日本の得点は、65 か国のうち上海、シンガポール、香港、台湾、韓国、マカオに次いで第 7 位であった。数学へのアフェクトでは、①興味関心・楽しみ、②道具的動機付け、③自己効力感、④自己概念、⑤不安のどの要因においても、日本の生徒の肯定的な回答の割合は OECD 平均よりも低く、参加 65 か国・地域の中で極めて低かった（国立教育政策研究所 2013）。

このように、PISA の結果において、日本の子どもたちは数学的リテラシーが上位であるにも関わらず数学へのアフェクトはいずれの調査においても低位であることが明らかになった。

3. 日本の数学教育政策の変遷

明治時代から現在に至るまでの数学教育政策において、数学へのアフェクトが明示されてきたか、また、暗示されてきたか、教育政策の変遷を通して分析する。

3.1 明治維新から第2次世界大戦前まで

1971年に明治政府は文部省を設け、1972年に学制を頒布し、大学区、256中学区、53,760小学区を設けた。1877年にイギリスから帰国した菊池大麓と1887年にドイツから帰国した藤沢利喜太郎は算術の教科書の作成に取りかかった。藤沢は基本となる考え方を書物としてまとめている（藤沢 1895）。1900年に小学校令、小学校施行規則が改正され、小学校は尋常科4年となり、日本で最初の国定教科書『尋常小学算術書』と『高等小学算術書』（いずれも俗称は「黒表紙教科書」）は1904年から使用された。明治時代の数学教育政策は、算術では公式を暗記して日常生活に使用することが目的とされ、入学試験で選抜された者のみが学習する中学校では、代数や幾何の名称がついた書物が教科書として使用され、エリート養成が目的とされた。明治時代から大正時代にかけては、富国強兵の国策のもとでの数学教育政策であり、学習者の数学へのアフェクトなど心理的側面は考慮されていなかったと考えられる。

20世紀初頭におけるイギリスのPerry、ドイツのKlein、およびアメリカのMooreによる世界的な数学教育改造運動は小倉金之助により日本に紹介された。小倉金之助は、世界的な数学教育改造運動の精神について科学的精神を育むことと表現し、関数概念を学校数学の中核とすることの必要性を示した（小倉 1973）。この運動は、グラフを使用すること、日常的な事象を用いることなど学習者の数学へのアフェクト形成に結び付く提唱であったと筆者は考える。

昭和に入って、文部省の図書監修官であった塩野直道は小学算術書の改訂方針を上司に提出し編集の命を取り付けた（塩野先生追想集刊行委員会編 1982）。塩野直道を中心としたスタッフは、1933年に第1学年教科書の作成に取りかかり1935年に完成させ使用に踏み切った。以後第6学年教科書の完成は1940年であった（高木 1980）。この『尋常小学算術』（俗称 緑表紙教科書）は、導入問題があり、色刷りで絵や具体事例が掲載されたことはアフェクトの視点から着目できる。緑表紙教科書を学んだ子どもたちは、1941年には中等学校に進学するため、その中等学校の教科書作成のために数学教育再構成研究会が設けられたが、戦争が激化しガリ刷り実験教科書は残念ながら使用にいたらなかった（今井・西口 2000）。1941年に国民学校令が施行され、国民学校理数科算数の教科書は、『カズノホン』（1、2年生用）、『初等科算数』（3、4、5、6年生用）となったが、内容は緑表紙教科書をほぼ継承していた。

明治時代から戦前を振り返って、明治時代の黒表紙教科書に比べて昭和初期の緑表紙教科書の方が児童のアフェクトへの配慮が伺える。この緑表紙教科書は昭和30年代以後の数学教育政策の策定において参考資料とされ、また、教科書における児童のアフェクトへの配慮を考える上でも貴重な資料であると考える。

3.2 戦後の小学校算数科学習指導要領の変遷

昭和22（1947）年5月学習指導要領算数科（試案）（文部省 1991）では、算数科・数学科指導の目的として、「日常の色々な現象に即して、数・量・形の観念を明らかにし、現象を考察処理する能力と、科学的な生活態度を養うことである。」が示されている。昭和26（1951）年12月小学校学習指導要領算数科編（試案）（文部省 1991）は、昭和22（1947）年の試案を継承した生活に密着した単元学習であった。

昭和33（1958）年7月告示学習指導要領（日本数学教育学会 1965）は、1956年の文部大臣の諮問による1958年の教育課程審議会の答申に基づいている。内容が、数と計算、量と測定、数量関係、図形と系統づけられ、現在もそれが維持されている。またそこでは、「数学的な考え方」とともに、「態度」という用語が用いられている。

昭和43（1968）年7月改訂学習指導要領（文部省 1969）は、1965年6月の文部大臣の諮問を受けての1967年10月の教育課程審議会の答申に基づいた学習指導要領である。科学技術の

進展に伴う世界的な教育の現代化を踏まえたもので内容は豊富となっているものの、アフェクトに関する用語は扱われていない。

昭和 52（1977）年 7 月改訂学習指導要領（文部省 1977）は、1973 年 12 月の文部大臣の諮問を受けた 1976 年 12 月の教育課程審議会の答申に基づいた学習指導要領である。世界的な現代化の反省期において、日本でも内容が削減され授業時間も減少した。

平成元（1989）年 3 月改訂学習指導要領（文部省 1987）は、昭和 60（1985）年 9 月の文部大臣の諮問を受け昭和 62（1987）年 12 月の教育課程委員会の答申に基づいた学習指導要領である。そこでは、算数の「よさ」という用語が用いられている。

平成 10（1998）年 12 月改訂学習指導要領（文部科学省 1999）は、1996 年 8 月の文部大臣の諮問を受け 1998 年 7 月の教育課程審議会の答申に基づいた学習指導要領である。「算数的活動」「活動の楽しさ」が新しく加えられている。

平成 20（2008）年 3 月改訂・告示学習指導要領（文部科学省 2008）は、2005 年 2 月の文部科学大臣の諮問を受け中央教育審議会が 21 世紀に生きる子どもたちの教育の充実に向けての検討を行い、2006 年 12 月 22 日教育基本法改正（教育基本法第 2 条第 1 項）および 2007 年 6 月 27 日学校教育法一部改正（学校教育法第 30 条第 2 項）後、中央教育審議会がこれらを踏まえて、2008 年 1 月に出した答申に基づいた学習指導要領である。算数的活動がより強調され、「活動の楽しさ」が「算数的活動の楽しさ」に変更された。知識注入型から児童の主体的活動を重視した授業変換の意図が伺われる。しかし、アフェクトに関しては、「よさ」や「算数的活動の楽しさ」といった用語が用いられているに過ぎない。

戦後の復興期から高度成長期にかけては、算数・数学の学習内容の量的多さの増減に主眼が置かれ、学習者のアフェクトは着目されてなかったと思われる。1989 年以後に「よさ」「活動の楽しさ」などアフェクトに関する用語が含められるようになったが、アフェクトを学習目標とする記述は見られない。

3.3 戦後の中学校数学科学習指導要領の変遷

昭和 22（1947）年 3 月学習指導要領数学科（試案）（日本数学教育学会出版部 1987）の教科目標は、算数・数学科を統合的に示され、「日常の色々な現象に即して、数・量・形の観念を明らかにし、現象を考察処理する能力と、科学的な生活態度を養うことである。」であった。1951（昭和 26）年学習指導要領（試案）（日本数学教育学会出版部 1987）の中学校学習指導要領は、高等学校と一緒の数学科の一般目標が示され、日常生活への実用性が主眼で、内容の系統性に乏しく、アフェクトを促がす用語は見られない。

昭和 33（1958）年 10 月告示学習指導要領（日本数学教育学会 1965）は、1956 年の文部大臣の諮問を受けて 1957 年 3 月に教育課程審議会から文部大臣に答申がなされ、1957 年 10 月に公示された。数、式、数量関係、計量、図形という領域ごとの系統性が示され、現在もこの形が続いている。また、「数学的な考え方と態度」という用語が用いられた。「態度」という用語は、数学に対する態度を意味するものではなく、付随的に用いられているにすぎない。

昭和 44（1969）年 4 月告示中学校学習指導要領（日本数学教育学会出版部 1987）は、1969 年に全面改訂された学習指導要領である。記数法、不等式、集合、論理、変換、位相、標準偏差等の現代化の特徴である内容が含められた。内容は豊富であったが、生徒のアフェクトを配慮する用語は見られない。

昭和 52（1977）年 7 月改訂学習指導要領（日本数学教育学会出版部 1987）は、1973 年 11 月 21 日の文部大臣の諮問を受けて 1976 年 12 月 18 日に教育課程審議会が出した答申に基づいて 1977 年 7 月 23 日に告示された学習指導要領である。世界的な現代化運動が反省期に入っていること、中学校と高等学校のつながりへの配慮から、「人間性豊か」、「ゆとりと充実」、「基礎・基本重視」、および「個性・能力に応じた教育」がキーワードであった。学習内容が減少したが学習時間も減少したため、生徒のアフェクト形成に結び付いたとは思われない。

平成元（1989）年改訂学習指導要領（文部省 1989）は、1985 年 9 月の文部科学省の諮問を受けて 1987 年 12 月に出された教育課程審議会の答申に基づいた学習指導要領である。ここで新たに設定された「課題学習」は、アメリカの数学教師協議会（NCTM）が 1980 年以後提唱し

ていた問題解決（Problem Solving）を取り入れたものである。問題解決という学習過程が着目されたことはアフェクトの視点から着目できるが、「課題学習」の時間は設定されずその扱いは教師に委ねられたため実践が乏しかったのは残念である。

平成10（1998）年12月改訂学習指導要領（文部省　1999）は、1996年8月の文部大臣の諮問を受けて1998年7月に出された教育課程審議会の答申に基づいた学習指導要領である。完全週5日制、「ゆとり」というキャッチフレーズに象徴されるように、授業時間が減少された。

平成20（2008）年3月公示学習指導要領（文部省　2008）は、2005年2月に文部大臣の諮問を受けて中央教育審議会が2008年1月に出した答申に基づいた学習指導要領である。前々回への回帰の中、「数学的活動の楽しさ」、「数学のよさを実感する」という文言が用いられた。知識注入型から生徒の活動型への転換をねらって、楽しさやよさなどの用語が出現したのは小学校と同様である。

戦後の中学校を振り返って、1989年以後に「よさ」「楽しさ」というアフェクトに関連する用語が用いられるようになったことが着目点である。

3.4　戦後の高等学校数学科の学習指導要領の変遷

1947年の学校教育法施行に伴う文部省通達で、新制高等学校の科目、解析学Ⅰ（5)、解析学Ⅱ(5)、幾何学（5）が設定され1科目必修であった（かっこ内は単位数、以降の記述も同様)。翌年には一般数学（5）が加えられた（小倉金之助・鍋島信太郎　1957)。

昭和26（1951）年学習指導要領（試案）（日本数学教育学会出版部　1987）の目標は中学校数学と高等学校数学が一括して示されている。科目は、一般数学（5）が加えられた。中学校と同様に日常生活への実用性が主体であった。日本数学教育会は大学進学に向けて学習内容の妥当性を検討している（日本数学教育学会　1953)。

昭和30（1955）年改訂学習指導要領（日本数学教育学会出版部　1987）では、数学Ⅰ（6または9)、数学Ⅱ（3)、数学Ⅲ（3または5)、応用数学（3または5）という科目編成で、戦前の再構成運動時のガリ刷り教科書が参考にされている。また、昭和35（1960）年改訂学習指導要領（日本数学教育学会出版部　1987）は、小学校、中学校の改訂に合わせて小・中・高の教育課程に一貫性をもたせるために改訂されたものであり、そこでは数学Ⅱが数学ⅡA(4)と数学ⅡB(5)に分けられた。

昭和45（1970）年改訂学習指導要領（日本数学教育学会出版部　1987）では、数学一般（6）が加えられた。内容は、世界的な数学教育の現代化運動の影響を受け、集合などが扱われ高度になった。

昭和53（1978）年改訂学習指導要領（日本数学教育学会出版部　1987）では、数学Ⅰ（4）（必修)、数学Ⅱ（3)、代数・幾何（3)、基礎解析（3)、微分積分（3)、確率統計（3）と明治以来の分科主義で構成された。共通一次試験、大学入試センター試験の科目への対応から、基礎解析と代数幾何の主要部分を一つにまとめた数学Ⅱが設定され、数学Ⅰ、数学Ⅱが大学の入試科目とされた。この時期から高校内に大学進学に合わせた文科系コース、理科系コースができ、数学の学ぶ内容量がコースで異なった。

平成元（1989）年改訂学習指導要領（文部省　1987）では、数学Ⅰ（4）（必修)、数学Ⅱ（3)、数学Ⅲ（3)、数学A（2)、数学B（2)、数学C（2）で構成された。数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲが主軸で、数学A、数学B、数学Cは内容選択方式となり、コア・オプション方式といわれた。1994(平成6）年7月に、日本数学会、日本数学教育学会、日本応用数理学会、数学教育学会の理事長または会長名で、「数学教育の危機を訴える」という声明が出され、数学嫌いの増加、子どもの理工系離れ対策が緊急な国策として唱えられた（日本数学教育学会　1994）

平成11（1999）年改訂学習指導要領（文部省　1999）は1999年3月29日の学校教育法施行規則の一部改正とともに改訂され、数学基礎(2)、数学Ⅰ（3)、数学Ⅱ（4)、数学Ⅲ（3)、数学A（2)、数学B（2）、数学C（2）の科目編成で、数学Ⅰまたは数学基礎が必修であった。完全週5日制実施、「総合的な学習の時間」の創設を受け、高校でも「数学的活動」という用語が扱かわれるようになった。

平成21（2009）年改訂学習指導要領（文部科学省　2009）は2009年3月9日の学校教育法施行規則の一部改正とともに改訂され、数学Ⅰ

(3)（必修)、数学Ⅱ（4)、数学Ⅲ（5)、数学A（2単位)、数学B（2単位)、数学活用（2）で編成された。数学Ⅰ、数学Ⅱ、数学Ⅲで単位数が増加し週授業時間も増加し、小学校算数科、中学校数学科との一貫性が図られ、高等学校数学科の目標は中学校と似た文言となっている。しかし、「数学のよさを認識し」という文言がアフェクトに関連するに過ぎない。

戦後の高等学校の学習指導要領は、科目編成とその内容配列に主眼が置かれてきた。1989年以後、高校生の理数離れへの対応として、アフェクトに関する用語がわずかではあるが用いられるようになった。しかし、「数学的活動」、「数学のよさ」という用語が適用されたに過ぎなかった。

4. 数学へのアフェクトに関する研究

数学へのアフェクトを扱った先行研究と筆者が行った数学へのアフェクトに関する量的研究と質的研究を紹介する。

4.1　数学へのアフェクトに関する先行研究

数学へのアフェクトに関する研究を、アフェクトの測定方法と要因分析の研究、数学教育実践に関する研究、広域的調査結果分析に関する研究、経済学者による格差に関する研究に分けて示す。

アフェクトの測定方法と要因分析の研究として、1970年代には、数学に弱い生徒の心理の分析（松岡　1972)、数学に対する態度を測定する尺度の分析（佐伯　1972)、小学校教員志望学生の数学に対する態度の測定と分析（湊　1979；伊藤　1979）がある。1980年代には、教員志望学生を対象として、アメリカで開発された測定尺度を用いた調査研究に加えて、日本の小学生用の測定尺度の開発が行われた（湊　1980 ,1983；湊他6名　1981)。中学生や高校生を対象とした研究として、数学への不安の測定と分析に関する研究（鎌田　1983, 1988)、また、数学に対する態度と他の要因（数学の達成度、知能水準、教師への意識）との関連を見出す研究（今井　1985a)、さらに、数学的問題解決に対する態度測定尺度の開発（今井　1985b)、生徒の数学に対する態度変容（今井　1985c)、アメリカで開発された測定尺度に関する研究（今井　1986）がある。1990年代には、中学生・高校生の数学不安の分析（佐々木　1990)、数学に対する態度関連要因のパス分析（今井　1990)、数学へのアフェクトに関する要因の分散分析（今井　1991a)、数学への好意性・意欲と教師・親の要因との関連分析（今井　1991b)、中学生の数学についての信念に関する分析（鎌田　1993）など数量的な研究が行われている。また、数学学習中の情意をVTR録画データにより表情で分析する試み（磯田　1994)、中学生を対象とした時系列の因果関連の分析（湊・鎌田　1997）のように研究方法が多様になった。2000年代になって、小学校志望学生の算数・数学の好き・嫌いの理由、算数・数学の成績についての原因帰属など振り返りの分析が行われた（今井　2004)。このように、アフェクトの測定方法と要因分析の研究は測定尺度を用いて数量的に分析する研究が中心的であったといえる。

数学教育実践に関する研究として、1980年代になり、算数・数学への関心・意欲・態度の評価方法に関する研究が学校実践現場を中心として模索されるようになった。1980年代では、中学生の学習観察に基づく研究（小高　1989)、高校生への数学学習診断システムの開発研究（石渡他4名　1989)、1990年代では、中学生の課題学習が及ぼす関心・意欲・態度への効果の分析研究（浜田・三條　1994)、ペーパーテスト法と観察法の比較研究（齋藤・大島　1996)、中学生の問題作成活動の観察評価研究（阿部・伊藤　1995）が行われた。また、小学校では、児童の行動の観察記録、児童の発言記録の分析研究（橋本他10名　1994)、児童の算数学習についての保護者への調査分析研究（森他2名　1998）など、この年代は学校現場でアフェクトに関する要因の関心が高かったことが伺える。2000年代になって、文部省在籍経験後に大学で教員養成を行っていた伊藤は、数学を学ぶ意欲が低くさらに低下している状況に対して、生涯学習を見据えた持続的な数学学習意欲の重要性を論じている（伊藤　2004)。

広域的調査結果分析に関する研究として、日本数学教育学会は、算数の好き・嫌いを含めた算数への意識調査を行った（日本数学教育学会算数興味調査委員会　1998)。また、2000年代なって、小学校教師に対して算数への情意面を調べ

ている（日本数学教育学会算数・数学意識調査委員会　2001）。国立教育研究所の調査研究者たちは、第3回国際数学・理科教育動向調査の結果分析（長崎　1998 ; 瀬沼　2001, 2005, 2006）、OECDのPISAの結果分析（長崎・瀬沼　2005 ; 清水　2006）から、日本の子どもたちは数学へのアフェクトに関する要因が国際的に低いことを示している。

2000年代になって、経済学者が数学学習と所得格差に関する研究を行っている。それらにおいては、基礎的な数学力のある者ほど高い所得を得ていること（浦坂他3名　2002）、大学入試で数学受験を経験した者ほど平均労働所得が高いこと（西村他3名　2006）、理系学部出身者が文系学部出身者よりも高所得を得ていること（浦坂他3名　2010）が示されている。これらは、1998（平成10）年改訂の小学校・中学校学習指導要領、平成11（1999）年改訂の高等学校学習指導要領、いわゆる「ゆとり教育」の実施への危惧に起因していると思われる。この時期から数学の授業時間数が減少され、数学の学習内容が削減され、大学入試で数学を課さない受験方式が拡大していった。この時期には大学初年次の数学の授業の在り方をめぐって、高校までの数学教育政策への批判が高まった（岡部他2名　1999）。筆者は、数学への否定的なアフェクトの子どもが増加したことが理系離れを増幅させ、大学入試で数学を選択しない者を増加させたと考える。また、数学学習と所得格差に関する研究から、数学へのアフェクト形成が職業での所得格差に関連していることを伺うことができる。

このように、数学へのアフェクトに関する研究は、様々な視点から行われてきたことが明らかになった。これらの研究成果が日本の数学教育政策に影響を及ぼしてきたのかどうかについては今後の課題である。

4.2　大学生へのアフェクトに関する調査研究

筆者は大学生を対象としたアフェクトに関する量的研究を行った（今井　2016）。研究目的は次の3つである。(1）小学校算数、中学校数学、高等学校数学についての情意的要因（好意度、意欲、価値意識、不安）を理系分野の学生と文系分野の学生とで比較する。そして、(2）数学の成績がよかったとき、または、わるかったときに、その原因を、課題の困難度、努力、能力、運のいずれに帰属するかを、理系・文系ごとに、「すき」群・「きらい」群で比較する。(3）学校在籍時を振り返って、算数･数学が「すき」→「きらい」、「きらい」→「すき」へ変わったきっかけ（学習内容･教師の人柄･教師の教え方･仲間･親・塾など・その他に回答）を分析する。対象は大学の1、2年の理系学生と文系学部生である。

本調査結果から得た主な知見は、算数・数学への好意度、意欲、不安というアフェクトの要因が理系、文系の進路選択に関わっていること、数学がきらいな子どもは数学の能力が欠如しているという意識をもつ傾向があること、算数・数学が「きらい」→「すき」への変化のきっかけは学習内容、教師の教え方、教師の人間性だけでなく学習塾などの学校外での教育にも起因していることであった。

4.3　数学へのアフェクトに関する事例研究

筆者は、大学での学生の算数の学習における情動の喚起とアフェクトの形成についての質的研究を行った（今井　2015）。具体的には、小学校教員免許取得志望学生の大学での算数の学習の振り返り記述に関する事例分析である。この科目の受講生には1回目と15回目に、好意性、動機づけ、恐れからの解放、重要性（信念･価値）に関する尺度による測定を実施し、アフェクトに関する要因の数値が著しく向上した6人に焦点を合わせて、6人の振り返り記述を事例分析した。科目「算数」の授業では、算数教材の意味理解に主眼をおいて展開し、授業の一部に演習として、答が1通りでない問題、解決過程が1通りでない問題に取り組ませ、多様なアイデアを発表させた。

6人の事例から得た主な知見は、学校在籍時に算数・数学が「きらい」という意識をもっていた大学生も、大学での算数の学習で「なるほど」という確実な理解を得ることや自分の知らなかった解法のアイデアに気づくことにより、プラスの情動の喚起が生じ、その繰り返しが肯定的なアフェクト形成に結びつくということであった。

5. アメリカの数学教育政策におけるアフェクトの扱い

児童・生徒の数学に関する国際的な調査において、アメリカは数学の達成度は低いが数学へのアフェクトは高いという結果を残している。そこで、アメリカの数学教育政策の特徴に着目する。

5.1　アメリカにおける数学教育現代化運動

1957年10月のソ連による人類初の人工衛星「スプートニク1号」の打ち上げ成功を契機として、アメリカを中心とした西側諸国では、科学教育および数学教育への改革の気運が高まった。学校数学へ現代数学の考えを取り入れる試みが開始し、それらは数学教育の現代化運動といわれている。

数学者Begleは自らがリーダーとなり1958年に学校数学研究団体（School Mathematics Study Group、略称SMSG）を発足させた。SMSGは全米数学教師協議会（National Council of Teachers of Mathematics、略称NCTM）の支援のもとに現代数学の考えを学校数学に取り入れた実験教科書の作成を目的として作業を開始した（日本数学教育学会　1966）。

数学教育の現代化運動は、数学者による改革として始まった。その後、心理学や教育方法の研究者Brunerが議長を務める1959年のウッズホール会議では教育方法の改善に関して議論がなされ、その報告書が書物として出版された（Bruner 1960）。Brunerは、集合等の現代数学の概念を発達段階に見合った提示を行うことで、子どもたちは現代数学の概念を認識することができるということを提唱した。Dienesは、Brunerの提唱に沿って、初等学校段階で現代数学の考えを習得するための教具やゲームを発案し書物にまとめた（Dienes 1963）。発達心理学者Piagetは、共同研究者と数の発達、量の発達についての実験結果を書物にまとめた（Piaget and Szeminska 1939; Piaget and Inhelder 1941）。

SMSGの指導者Begleはタイプ打ちの実験教科書を作成後1978年に没した。その1年後の1979年にはBegleの著書がアメリカ数学会（Mathematics Association of America）と全米数学教師協議会（National Council of Teachers of Mathematics）の共同で出版されている（Begle 1979）。Begleは、その著書の中で、現代数学の良さについては熟知していたが、学校数学に適合する指導方法が見つからなかったことを反省している。Klineは、数学教育の現代化運動を推進すれば基礎的な計算ができない子どもたちをつくりだすという論旨の書物を出版した（Kline 1973）。

5.2　全米数学教師協議会（NCTM）のアジェンダ

NCTMは、全米科学財団の援助により1980年代以後の学校数学教育の焦点についての大規模調査を行い、その調査結果に関する報告書を出した（NCTM 1980a）。その調査結果をもとにして、NCTMは“An Agenda for Action”という冊子を出した（NCTM 1980b）。この冊子には、1980年以後の数学教育の主要課題についての勧告が8つ記載されている。その第1勧告は、「問題解決（Problem Solving）」に関する勧告であった。これを契機に日本では「問題解決」という用語が着目されるようになった。アメリカではNCTMが連邦政府に代わって数学教育に関する政策的提言を行った。NCTMは、問題解決に関する論文を1980年の年報としてまとめ、出版している（NCTM 1980c）。

1980年から1982年にわたって実施された第2回IEAの国際数学教育調査（23か国26機関参加）では、算数・数学の達成度についての日本の結果はアメリカの結果よりも上位であったが、算数・数学が好き、算数・数学学習が楽しいという割合はアメリカが日本より上位であった（国立教育研究所1981、国立教育研究所1982、国立教育研究所1983）。アメリカでは、アフェクトについては学校現場に根付いているが、各州共通のカリキュラムがなく、そのために国際的調査における数学の到達度の平均が低い。NCTMはこのように捉え、アメリカ合衆国全体に向けての学校数学基準づくりを始めた。

5.3　全米数学教師協議会（NCTM）の『学校数学のカリキュラムと評価のスタンダード』について

1984年にNCTMの理事会は、学校数学基準

づくりのために1986年に作成委員会を結成し、1987年10月には作業草案を完成、それを教育関係者、産業、ビジネス、貿易など各種の団体に配布して意見を聞いた上で1988年のNCTMの66th年次大会で討議し、同時期に州の指導主事の協議会（National Council of Supervisors of Mathematics、略称NCSM）の意見も聞いている。1988年のNCTMの理事会で原案が承認された後にNCTMは10を超える数学の団体、20を超える教育団体から承認を得、1989年3月には記者発表を行い、4月の67th年次大会で学校数学基準を参加者に発表した。NCTMが作成した学校数学基準は『学校数学のカリキュラムと評価のスタンダード』（“Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics”、略称　スタンダード）という書物として出版され、約8万人の会員に配布された（NCTM 1989）。当時のNCTM会長であったFryeは、1980年の“An Agenda for Action”はアメリカの数学教育の変容へのステージの設定、1989年のスタンダードはアフェクトを含む数学教育水準を高めるものとして、それぞれ位置づけている（Frye 1989）。スタンダードは、最初に社会的目標としてアメリカ国民としての市民意識の向上を挙げ、その上で数学学習については数学の学習内容だけでなく推論力、コミュニケーション力、問題解決力などアフェクトに関連した項目をも位置づけている。

1991年には、教師の数学指導に関するスタンダードが出された（NCTM 1991）。1995年には、数学指導の評価に主眼が置かれたスタンダードが出された（NCTM 1995）。1998年には、数学学習の内容、数学の指導方法、数学教育の評価方法、数学教育の公平さ、数学教育でのテクノロジー使用など数学指導に関する原理をまとめた書物を作成するために、まず討議草案が提示された（NCTM 1998）。そして2000年には、スタンダードの総合的な完成版が書物として会員に配布された（NCTM　2000）。NCTMの年次大会は毎年4月に主要都市で開かれ、数千人が参加し、スタンダードは全米に浸透していった。

5.4　コモン・コアとNCTMの対応

2014年7月にオバマ大統領は、優先的政策領域の1つである労働力向上に向けて、労働力革新・機会法に著名した。連邦の職業教育・訓練事業を包括的に定めた同法は、従来の労働力投資法を16年ぶりに改正するもので、地域の経済発展、労働需要への対応方策の策定など、州や高等教育界に期待を促すものである。教育改革の政策ツールとして進められてきたのが教育課程基準であり、英語と数学の教育課程基準モデルが、コモン・コア（ Common Core State Standards）である。この共通基礎スタンダード（通称「コモン・コア」）は、全米州知事センター（The National Governors Association Center for Best Practice）と州教育長協議会（ The Council of Chief State School Officers）により、すべての州への導入にむけて、州知事や州教育庁の誓約書の提出を求めている（文部科学省　2015）。

このコモン・コアとNCTMが取り組んできたスタンダードは、いずれも州を超えて数学教育基準を統一化する動きである。NCTMは、コモン・コア数学とスタンダードの内容の共通点を分析し、冊子として出版している（NCTM 2011）。

TIMSSにおけるアメリカの数学の達成度は、第4学年生も第8学年もともに2007年は1995年よりも順位はよく、2007年では、上位3分の1までになっている。しかし、OECDのPISAの2009年調査では、50か国のうち31位である。この状況がコモン・コアを進める原動力となったと思われる。NCTMは、コモン・コアに基づいて、カリキュラム、教材、教育技術、評価、教師の専門性の本質事項を教師に提供するために書物を出版している（NCTM　2014）。そこでは、効果的な数学指導を行う留意点として、1.概念的理解、2.手続きの流暢性、3.方略活用能力、4.論理的な根拠の正当化、および5.生産的思考を示している。これらの実現のため、子どもたちが数学学習への価値意識をもって、数学的な問題解決に持続的な動機づけを保持することが内在的な目標とされている。NCTMのこの書物では、数学の指導と学習に関して、信念を生み出す場合と信念を生み出さない場合を比較して示している。ここでは、「なるほど」と納得させる指導や「なるほど」と納得する学習という意味で信念という用語が用いられていると筆者は捉える。「なるほど」と納得した上で生じる信念は、アフェクトに含まれる要因であると筆者は考える。

コモン・コアとNCTMのスタンダードに関す

る取り組みは、本来連邦制国家であるアメリカが数学教育においては中央集権的政策を展開しようとする動きであり、世界の様々な民族が集結していることにより生じる格差を小さくし公正へと向かうための試みであると筆者は考える。もともと数学へのアフェクトが子どもたちに根付いているものの、コモン・コアやNCTMの提案は数学学習内容と数学へのアフェクトを結合させ関連づけて展開しようとしている点が着目点であり日本と異なる点であると筆者は考える。

6. おわりに

日本の数学教育政策の変遷の中でアフェクトが扱われていたか否か、扱われていたとすればどのように扱われていたかが本研究のリサーチクエスチョンである。

明治時代の国定教科書である黒表紙教科書は問題の羅列であり、学習者のアフェクトへの配慮はなされていなかった。昭和初期の国定教科書である緑表紙教科書は日常事象が導入場面で載せられているなど学習者の学習活動への配慮がみられる。緑表紙教科書は作成する過程において間接的ではあるが子どもたちのアフェクトが考慮されていたと考える。戦後の学習指導要領は小学校、中学校、高等学校のいずれも学習内容の配列が主眼となっていたと思われる。算数科、数学科の学習目標においても、「態度」などの用語は用いられているが、学習到達度の達成に付加的に用いられているにすぎない。すなわち、数学への肯定的なアフェクトの形成は数学学習の到達度の達成と両輪の1つとして位置づけられてこなかった。このことがリサーチクエスチョンに対して明らかになった主な点である。

TIMSS、PISAという国際的調査の算数・数学の結果においては、日本の子どもたちの認知的学力は参加国中上位に位置しているが、アフェクトに関する項目については最低レベルである。アメリカの子どもたちは、アフェクトについては中・上位であるが、認知的学力が中位以下である。全米数学教育協議会（NCTM）は認知的学力の向上に向けて学習内容の共通化を進めている。その提案は、学習内容と学習方法の両者を関連づけており、また、認知的学力とアフェクトの両方の充実を図っている。

アフェクトに関する筆者の調査研究では、中学校や高等学校での生徒の数学へのアフェクトに関する要因が理系・文系の進路選択に関わっていること、また、教員志望学生を対象とした大学での算数の授業において学習者が意味理解を確実にすることにより、アフェクトが否定的から肯定的に回復することが明らかになった。子どもたちが算数・数学に最初に出会う学校での学習において、算数･数学への否定的なアフェクトをもち備える児童・生徒をつくらない教育実践が望まれる。

アフェクトに関する研究として、測定方法と要因分析の研究、数学教育実践に関する研究、広域的調査結果分析に関する研究、経済学者による格差に関する研究に着目した。これらの研究成果が日本の数学教育政策に反映されているのか、また、学習指導要領において、数学へのアフェクト形成が数学学習の到達度の達成と両輪の1つとして扱われてこなかったのはなぜかなどについては今後の課題として残されている。

参考文献目録

【日本語文献】

阿部裕・伊藤道夫（1995）「問題設定活動と情意的側面の変容に関する一考察　―情意的側面を「みとる」枠組みの開発を軸にして―」『日本数学教育学会誌』77、13-21。

石綿勇人・松田稔樹・市川雅教・繁桝算男・坂元昂（1989）「個に応じた指導のための生徒の意識・態度と学習方法ならびに学力の診断システムの開発に向けて―」『日本科学教育学会科学教育研究』13、179-189。

磯田正美・阿部裕（1994）「表情からみた学習指導による数学観育成に関する一考察　―授業参加形態としての認め合う活動と、個の欲求、自己実現―」『日本数学教育学会誌』76、132-134。

伊藤説郎（2003）「数学「学ぶ意欲」はどこから来るのか」『日本数学教育学会誌』85、1-9。

伊藤俊彦（1979）「三つの態度尺度による小学校教員志望学生の算数に対する態度と成績との関連」『日本数学教育学会誌』61、132-134。

今井敏博（1985a）「生徒の数学に対する態度に影響を与える要因について　―教師の要因、数学学力との関連を中心に―」『日本数学会誌　数学教育学論究』43・44、3-33。

今井敏博（1985b）「問題解決に対する態度を測定するLikert型尺度について」『日本数学教育学会誌』67、2-9。

今井敏博（1985c）「生徒の数学に対する態度とその変容について　―中学生を対象として―」『日本数学教育学会誌』67、13-21。

今井敏博（1986）「Sandmanのthe Mathematics Attitude Inventoryについて　―わが国の生徒への適応可能性の検討―」『日本数学教育学会誌』68、39-47。

今井敏博（1990）「生徒の数学に対する態度とその関連要因との因果的関連について」『日本教科教育学会誌』14、153-158。

今井敏博（1991a）「生徒の数学への情意的要因の様相について　―中・高生の数学の達成度・習熟度による比較―」『日本数学教育学会誌』73、2-9。
今井敏博（1991b）「数学を好きにさせ意欲を高めるための教師、親の役割について」『日本数学教育学会誌』73、4-13。
今井敏博・西口正純（2000）「戦前のわが国の数学教育再構成運動について」『和歌山大学教育学部紀要 教育科学』50、45-52。
今井敏博（2004）「小学校教員志望学生の算数・数学に対する態度に関する一考察」『日本数学教育学会誌』86、21-26。
今井敏博（2015）「算数の学習における情動の喚起と情意形成　―小学校教員志望学生の大学での算数の学習の振り返りに焦点を当てて―」『日本数学教育学会 数学教育学論究 臨時増刊』97、17-24。
今井敏博（2016）「大学生の学校数学に対する情意的要因についての意識」『同志社女子大学 総合文化研究所紀要』33、82-93。
浦坂純子・西村和雄・平田純一・八木匡（2002）「数学学習と大学教育・所得・昇進　―「経済学部出身者の大学教育とキャリア形成に関する実態調査」に基づく実証分析―」『日本経済研究』46、1-22。
浦坂純子・西村和雄・平田純一・八木匡（2010）「数学教育と人的資本蓄積　―日本における実証分析―」、Journal of Quality Education, 3, 1-14。
岡部恒治・戸瀬信之・西村和雄（1999）『分数ができない大学生』東洋経済出版社。
小倉金之助・鍋島信太郎（1957）『現代数学教育史』大日本図書。
小倉金之助（1972）『数学教育の根本問題』玉川出版。
小高俊夫（1989）「数学の学習意欲に関する一調査　―考察と指導法の提案―」『日本数学教育学会誌』70、5-11。
鎌田次男（1983）「中学生の数学に対する不安の分析」『日本数学教育学会誌』65、2-8。
鎌田次男（1988）「リッカート型用具によって測定された我国中学生の数学不安について」『日本教科教育学会誌』13、9-17。
鎌田次男（1993）「中学生の数学についての信念を測定するための用語の開発、および数学についての信念と数学の成績との間の関係についての検討」『日本科学教育学会』17、3-10。
国立教育研究所編（1967）『国際数学教育調査 IEA 日本国内委員会報告書』国立教育研究所。
国立教育研究所編（1981）『中学･高校生の数学の成績』第一法規。
国立教育研究所（1982）『中学・高校生の数学の成績と諸条件』第一法規。
国立教育研究所（1983）『中学生の数学成績と教師の指導法』第一法規。
国立教育研究所編（1991）『数学教育の国際比較』第一法規。
国立教育研究所内戦後教育改革資料研究会（編）（1991）『文部省学習指導要領全 21 巻　7 算数科・数学科編（1）』日本図書センター。
国立教育研究所編（1997）『中学校の数学教育・理科教育の国際比較』東洋館出版社。
国立教育政策研究所編（2000）「第 3 回国際数学・理科教育調査第 2 段階調査（TIMSS-R）」国立教育政策研究所ホームページ（2016 年 4 月 9 日取得、http://www.mext.go.jp）。
国立教育政策研究所編（2004）『生きるための知識と技能 OECD 生徒の学習到達度調査（PISA）2003 年調査国際結果報告書』ぎょうせい。
国立教育政策研究所編（2005）『TIMSS2003 算数・数学教育の国際比較』ぎょうせい。
国立教育政策研究所編（2009）「TIMSS2007 算数・数学教育の国際比較　―国際数学・理科教育動向調査の 2007 調査報告書」国立教育政策研究所ホームページ（2016 年 4 月 9 日取得、http://www.mext.go.jp）。
国立教育政策研究所編（2013a）『TIMSS2011 算数・数学教育の国際比較 国際数学・理科教育動向調査の 2011 年調査報告書』明石書店。
国立教育政策研究所編（2013b）「OECD 生徒の学習到達度調査～ 2012 年調査国際結果の要約～」国際教育政策研究所ホームページ（2014 年 5 月 8 日取得、http://www.mext.go.jp）。
齋藤昇・大島正秀（1996）「観点別学習状況の評価の問題点とその解決策」『日本数学教育学会誌』78、4-13。
佐伯卓也（1979）「高等学校における概念『数学』の SD プロフィール」『日本教科教育学会』3、1-5。
佐々木公久（1990）「中学生における数学不安の研究」『日本数学教育学会誌』72、2-16。
塩野先生追想集刊行委員会（編）『随流導流』新興出版啓林館。
清水美憲（2006）「OECD・PISA の「数学的リテラシー」論からみた日本の算数・数学教育」『日本数学教育学会誌』88、44-53。
瀬沼花子（2001）「第 3 回国際数学・理科教育調査　―第 2 段階調査の国際比較調査―」『日本数学教育学会誌』83、34-44。
瀬沼花子（2005）「国際数学・理科教育調査の 2003 年調査の国際比較結果　―小学校算数―」『日本数学教育学会誌』87、11-20。
瀬沼花子（2006）「国際数学・理科教育調査の 2003 年調査の国際比較結果　―中学校数学―」『日本数学教育学会誌』88、11-22。
高木佐佳枝（1980）『「小學算術」の研究』東洋館出版社。
長崎栄三（1998）「第 3 回国際数学・理科教育調査の国際比較結果　―小学校算数―」『日本数学教育学会誌』80、14-21。
長崎栄三・瀬沼花子（2005）「OECD 生徒の学習到達度調査 2003 年調査の国際結果　―15 歳児の数学的リテラシー」『日本数学教育学会誌』87、17-26。
西村和雄・平田純一・八木匡・浦坂純子（2006）「数学学習と所得」『数学文化』7、12-20。
日本数学教育学会（1965）『算数・数学 学習指導要領（小学校・中学校・高等学校）』日本数学教育学会発行。
日本数学教育学会（編）（1966）『数学教育の現代化』培風館。
日本数学教育学会（編）（1987）『中学校数学教育史 上巻』新数社。
日本数学教育学会算数興味調査委員会（1998）「児童の算数に対する意識」『日本数学教育学会誌』80、17-27。
日本数学教育学会算数・数学意識調査委員会（2001）「算数についての教師の意識」『日本数学教育学会誌』83、35-46。
橋本京子・藤井哲也他 9 名（1994）「情意を育む授業の設計・実践とその評価について　―6 年『対称図形』を通して―」『日本数学教育学会誌』76、3-11。
浜田真・三條正弘（1994）「情意的学力の育成を目指した課題学習の共同研究」『日本数学教育学会誌』76、18-22。
藤沢利喜太郎（1895）『算術条目及教授法』三省堂・丸善書店。
松岡元久（1972）「数学に弱い生徒の心理に関する実験研究」『山形大学紀要（教育科学）』5、46-68。
湊三郎（1979）「教育学部小学校教員志望学生の数学への態度とその測定について」『日本教科教育学会誌』7, 141-151。
湊三郎（1980）「小学校教員志望学生の算数に対する態度への算数科教材研究（科目）の影響」『日本教科教育学会誌』5、127-137。
湊三郎・石川智香子・小松樹・奈良倫子・大田万喜・田沢洋子・土谷博済（1981）「目標分類学にもとづいた我国小学校教員志望学生のための Likert 型数学的態度測定用具の開発」『日本教科教育学会誌』6、11-18。
湊三郎（1983）「算数・数学に対する態度を測定するために開発された SD について」『日本数学教育学会誌　数学教育論究』39・40、1-25。
湊三郎・鎌田次男（1997）「中学校における数学の学力と数学に対する態度との間の因果的優越関係」『日本数学教育学会 数学教育学論究』67・68、3-28。
森園子・長崎栄三・瀬沼花子（1998）「算数・数学教育に対する保護者の意識」『日本数学教育学会誌』80、2-9。
文部省（1971）『算数・数学学習指導要領』日本数学教育学会。
文部省（1977）『小学校学習指導要領（51 年 7 月）』大蔵省印刷局。
文部省（1989）『小学校指導書 算数編』東洋館出版。
文部科学省（1999）『小学校学習指導要領解説算数編』東洋館出版社。
文部科学省（2008）『小学校学習指導要領解説算数編』東洋館出版社。

文部省（1989）『中学校指導書 数学編』大阪書籍。
文部科学省（1999）『中学校学習指導要領（平成 10 年 12 月）解説数学編』大阪書籍。
文部科学省（2008）『中学校学習指導要領解説数学編』教育出版。
文部省（1987）『高等学校学習指導要領解説 数学科編』。文部省発行。
文部科学省（1999）『高等学校学習指導要領解説 数学科編 理数科編』実教出版。
文部科学省（2009）『高等学校学習指導要領解説 数学科編 理数科編』実教出版。
文部科学省（2015）『諸外国の教育動向 2014 年度版』明石書店。

【外国語文献】

Aiken, L.R. (1970) Attitudes toward Mathematics. *Review of Educational Research* , 40, 551-596.
Begle, E.G. (1979) *Critical Variables in Mathematics Education: Findings from a Survey of the Empirical Literature*, Mathematics Association of America and National Council of Teachers of Mathematics, Reston,VA.
Behrendsen, D. und Golling, E. (1908) *Leherbuch der Mathematik nach Modernen Grundsatzen*, Teubner（=1915、森外三郎編訳、著作権者文部省『新主義数学』国定教科書共同販売所）
Bruner, J.S. (1960)　*The Process of Education*, Harvard University Press.（=1961、鈴木祥蔵･佐藤三郎訳『教育の過程』岩波書店）。
Dienes, Z.P. (1963) *An Experimental Study of Mathematics Learning*, Hutchinson Publishing Group LTd.（=1977、赤攝也監訳『ディーンズ選集　全 6 巻』新数社）。
Frye, S.M. (1989) The NCTM Standard Challenges for All Classrooms, *Mathematics Teacher*, 82, 312-317.
Kline, F. (1973) *Why Johnny Can't Add? The Failure of the New Math*, ST. Martin's Press Inc.（=1976、柴田録治訳『数学教育現代化の失敗　ジョニーはなぜたし算ができないか』黎明書房）。
McLeod, D.B. (1992) Research on Effect in Mathematics Education: A Reconceptualization. In D.A. Grouws (eds.) , *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 575-596, New York: Macmillan.
National Council of Teachers of Mathematics (1980 a) *Priorities in School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (1980 b) *An Agenda for Action*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc. Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (1980 c) *Problem Solving in School Mathematics*, The 1980 year book of NCTM, National Council of Teachers of Mathematics, Inc. , Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (1989) *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (1991) *Professional Standards for Teaching Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (1995) *Assessment Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc.,Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (1998) *Principles and Standards for School Mathematics: Discussion Draft*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (2000) *Principles and Standards for School Mathematics,* National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (2011) *Administrator's Guide Interpreting the Common Core State Standards to Improve Mathematics Education*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
National Council of Teachers of Mathematics (2014) *Principles to Action Ensuring Mathematical Success for All*, National Council of Teachers of Mathematics, Inc., Reston, VA.
Piaget, J. & Szeminska, (1941) *A. La Genese du Nombre Ches L'enfant*, Delahaux & Niestle S.A.（=1962、遠山啓・銀林浩・滝沢武久訳『数の発達心理学』国土社）。
Piaget, J. & Inhelder B. (1941) Le developpement des Quantites hes Lènfant, Delahaux & Niestle S.A.（=1965、滝沢武久･銀林浩訳『量の発達心理学』国土社）。