Vibrational Convection inside a Cube in Weightlessness

Katsuya HIRATA*, Keisuke TATSUMOTO*, Masaki NOBUHARA* and Hirochika TANIGAWA**

(Received June 21, 2016)

To investigate the forced-oscillation-frequency responses on the three-dimensional thermal convection inside a cube heated from one wall and chilled from its opposite wall in the non-gravitational field, the authors conduct computations at Prandtl number Pr = 7.1 (water). The direction of the forced sinusoidal oscillation is parallel to the temperature gradient inside the cube. As a result, five kinds of flow structures S2, S4, S5, S6 and Sα appear in the tested ranges of vibrational Rayleigh number Ra_η and non-dimensional forced-oscillation frequency ω. The Sα consists of a pair of trident currents. Whenever it is not conductive but convective for $\omega < 5.0\times10^2$, convective motion always starts with the S4 from the rest at each forcing cycle. The authors find out the optimum frequency where the amplitude of a spatially-averaged kinetic energy attains the maximum at each Ra_η. At the optimum frequency, flow structure is always characterised by the S4. So, the optimum frequency can be related with the S4. In addition, the authors show the occurrence condition for convection as a function of Ra_η and ω, and the boundary for the quasi-steady approximation which is permissible at $\omega \lesssim 10^0$.

Key Words: Rayleigh-Bénard convection, natural convection, thermal convection, forced oscillation, laminar flow

キーワード： レイリー・ベナール対流，自然対流，熱対流，強制加振，層流

無重力場における立方体内の振動対流

平田 勝哉，立元 惠祐，延原 正起，谷川 博哉

1. はじめに

熱対流は熱伝達や物質移動において重要な現象であり，例えば，地質学や気象学，原子炉や空調に関する工学などの学術分野ならびに，様々な製造業などの実務分野において中心課題の一つである．そのため，熱対流に関して 1900 年の Bénard の実験 [1] に始まり，これまでに多くの研究がなされてきた．これらの分野では，熱対流の応用により，物質混合や拡散，熱伝達の向上などが期待できる．よって，静止容器内の対流についての研究は，数多くなされている．(例えば，立方体容器については，文献 [2–10] がある).

近年，宇宙船内での結晶製造などに振動が悪影響をおよぼすことから，微小重力場での重力変動による対流の発生も問題になっている [11–16]．この重力変動は，搭載された機械の振動や宇宙船の軌道修正，搭乗員の活動等が原因で，完全に除去できない．船内での製造工程において，この様な予期しない重力変動は熱・物質伝達過程に影響を与え，宇宙空間で製造された製品の質の低下をもたらす．本研究では，無重力場において強制加振した立方体容器内部の水の熱対流を考える．プラントル数 Pr は 7.1 である．

*Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyoto
Telephone: +81-774-65-6461, FAX: +81-774-65-6830, E-mail:khirata@mail.doshisha.ac.jp
**Department of Mechanical Engineering, National Institute of Technology, Maizuru College, Maizuru

境界条件は，一面加熱かつ対面冷却，側面完全熱伝導とする. 加振方向は, 温度勾配と平行方向である. 振動レイリー数 Ra_η は $5.0\times10^3 \le Ra_\eta \le 1.1\times10^5$, かつ, 無次元（角）振動数 ω は $10^0 \le \omega \le 10^3$ の範囲内で, 空間平均運動エネルギー $\overline{K}$ や流れ構造を調べる. 無重力場で振動する立方体容器内の非圧縮性流体の流れを解析するために，Boussinesq 近似を用いた三次元 Navier-Stokes 方程式とエネルギー方程式を用いる. これらの支配方程式を，有限差分法 [17–19] を用いて解く.

2. 計算方法

2.1　モデルと支配方程式

Fig.1 に，解析モデルと座標，境界条件を示す．一辺が H^* の立方体を満たす流体を考え，水平横方向に x^*，および，水平奥行き方向に y^*，鉛直方向に z^* をとる．流体は，非圧縮性を仮定し，プラントル数 $Pr = 7.1$（水）とする．加熱面は一様加熱，冷却面は一様冷却とする．以降，それぞれを，高温壁と低温壁と呼ぶ．四方の側壁は完全熱伝導とする．容器は，温度勾配と平行方向に振動する．

支配方程式は，Boussinesq 近似した無次元 Navier-Stokes 方程式と無次元エネルギー方程式であり，それらを以下に示す．

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0\,. \tag{1}$$

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = -\nabla p + Pr\Delta\boldsymbol{u} + Ra_\eta Pr T\sin\omega t\,\boldsymbol{e}_z\,. \tag{2}$$

$$\frac{DT}{Dt} = \Delta T\,. \tag{3}$$

ここに，$\boldsymbol{u}$ は速度ベクトル，t は時間，p は圧力，T は温度，$\boldsymbol{e}_z$ は z 方向の単位ベクトル，ω は(角)振動数である．なお，Ra_η と Pr は，後の 2.2 節で定義する．

なお，独立変数を以下の様に無次元化する．

$$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{H^*}\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \end{pmatrix}. \tag{4}$$

$$t = \frac{t^*}{H^{*2}/\alpha^*}\,. \tag{5}$$

ここに，α^* は熱拡散率であり，上添字“*”は有次元量であることを示す. 同様に, 従属変数は以下の様に無次元化する.

$$\boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \frac{H^*}{\alpha^*}\begin{pmatrix} u^* \\ v^* \\ w^* \end{pmatrix},\quad T = \frac{T^* - T_c^*}{T_h^* - T_c^*},\quad p = \frac{p^* H^{*2}}{\rho^*\alpha^{*2}}\,. \tag{6}$$

ここに，T_c^* は低温壁温度，T_h^* は高温壁温度，ρ^* は平均流体密度である.

2.2　支配パラメータ

三つの無次元支配パラメータには，振動レイリー数 Ra_η とプラントル数 Pr，無次元(角)振動数 ω を用いる. それらの定義を，以下に示す.

$$Ra_\eta = \frac{\eta^*\beta^*\left(T_h^* - T_c^*\right)H^{*3}}{\nu^*\alpha^*}\,. \tag{7}$$

$$Pr = \frac{\nu^*}{\alpha^*}\,. \tag{8}$$

$$\omega = \frac{\omega^* H^{*2}}{\alpha^*}\,. \tag{9}$$

ここに，β^* は熱膨張係数，ν^* は動粘度，η^* は加速度振幅である. 本研究では, 内部流体を水（$Pr = 7.1$）とし，振動レイリー数 Ra_η については 5.0×10^4 – 1.1×10^5 の範囲で，無次元角振動数 ω については 1 – 200 の範囲で，解析を行う.

なお，支配パラメータとして地球重力場の様な一定重力下にあるときは Ra_η と Pr，ω の三つの代わりに，

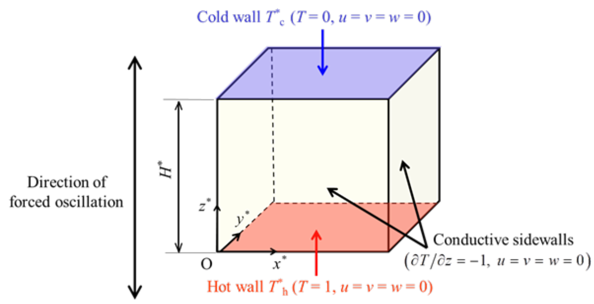


Fig. 1. Computational domain, together with coordinate system and boundary conditions.

レイリー数RaとPr，ω，無次元加速度振幅ηの四つを用いる[17]．ここで，特に無重力時は，$Ra = 0$ となる．また，無加振時は，$\eta = 0$ となる．Ra と η，Ra_ηとの関係は，

$$Ra\,\eta = Ra_\eta \tag{10}$$

である．

2.3　境界条件

流速の境界条件は，いわゆる「粘着条件」であり，以下の通りである．

$$u = v = w = 0. \quad \text{(on all the walls)} \tag{11}$$

圧力の境界条件は，以下の通りである．

$$\frac{\partial p}{\partial x} = Pr\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad \text{(at } x = 0 \text{ and } x = 1) \tag{12}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = Pr\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}, \quad \text{(at } y = 0 \text{ and } y = 1) \tag{13}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = Pr\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + Ra_\eta Pr\,T\sin\omega t\,. \quad \text{(at } z = 0 \text{ and } z = 1)$$

$$u = v = w = 0. \quad \text{(on all the walls)} \tag{14}$$

温度の境界条件は，以下の通りである．

$$T = 1, \quad \text{(at } z = 0) \tag{15}$$

$$T = 0, \quad \text{(at } z = 1) \tag{16}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -1 \quad \text{(at } x = 0, x = 1, y = 0 \text{ and } y = 1). \tag{17}$$

ここに，式(17)は，四つの側壁が完全熱伝導であることを示す．

2.4　数値解析法

支配方程式(1) – (3)を，有限差分法により近似的に解く．速度と圧力のカップリングにはMAC法を用いる．差分スキームはFTCSとし，計算格子は等間隔千鳥（スタガード）格子を用いる．

非線形問題ではいくつもの不明な要因が存在するので，数値精度の確認のために，主計算に先駆けて，過去の研究[17–19]と同様，多くの予備計算を実施する．一例として，Fig.2は，$Ra_\eta = 9.0\times10^4$ かつ $Pr = 7.1$, $\omega = 5$，$\Delta t = 5.0\times10^{-7}$ での，格子数 M^3 の空間運動平均エネルギー$\overline{K}$（後述）への影響を示す．今回調査した $M^3 = 61^3 - 123^3$ の範囲内では，$\overline{K}$ の違いは，ほとんど認められない．よって，M^3 は，主計算では 81^3 とする．

時間刻み幅 Δt は概ね 5.0×10^{-7} とするが，更に主計算のいくつかの場合では，Δt が数値精度に及ぼす影響が小さいことを，適宜，確認する．なお，本論の調査範囲では，$t > 20$ で厳密な周期性が常に確認できたため，$t > 20$ での結果を専ら議論する．

2.5　状態量

流れ場の状態の指標として，以下の空間平均運動エネルギー$\overline{K}$を考える．

$$\overline{K} = \frac{1}{V}\iiint K\,dxdydz. \tag{18}$$

ここで，K は局所運動エネルギーであり，以下の様に定義する．

$$K = \frac{1}{2}\left(u^2 + v^2 + w^2\right). \tag{19}$$

また，V は立方体容器の体積である．

代表的状態量に$\overline{K}$ を用いる理由は，ベジャン数やヌセルト数，空間平均内部エネルギー（または，空間平均温度）などといった状態量よりも有用だからである[17, 18, 20, 21]．より具体的に述べると，$\overline{K}$ のスペクトル・ピークが他の状態量よりも明瞭になりがちなためである．

次に，流れの場の詳細を検討するため，以下の諸々の物理量を考える．第一に，渦度（ベクトル）$\boldsymbol{\Omega}$の大きさを考える．$\boldsymbol{\Omega}$の各成分は，

$$\Omega_1 = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \Omega_2 = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \Omega_3 = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \tag{20}$$

と表される．よって，$\boldsymbol{\Omega}$の大きさは，自乗和の平方根（第二ノルム）を考えて，

$$\left|\boldsymbol{\Omega}\right| = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2} \tag{21}$$

で与えられる．

第二に，速度勾配テンソルA_{ij}の第二不変量Qを考える．A_{ij}は次のように表される．

$$A_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} + W_{ij}. \tag{22}$$

ここで，S_{ij}とW_{ij}は速度勾配テンソルの対称成分と反対称成分である．よって，Qは，次のように表される．

$$Q = \frac{1}{2}\left(-S_{ij}S_{ij} + W_{ij}W_{ij}\right) \tag{23}$$

Qは，局所的な流体の回転運動と歪み率の関係を示している．

第三に，相対ヘリシティH_nを考える．H_nは，以下のように表される．

$$H_n = \frac{\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{\Omega}}{|\boldsymbol{u}||\boldsymbol{\Omega}|} \tag{24}$$

3.　結果と考察

3.1　一定重力場での対流構造

Fig.3 に，一定重力場中において無加振状態での，様々な Ra で現れる流れ構造をまとめる．図の上段はレイリー数が非常にゆっくりと減少する時の，下段はレイリー数が非常にゆっくり増加する時の対流構造を示す．つまり，上段では初期値にわずかに高い Ra を用い，下段では，その逆である．図の，黒色部分は熱伝導状態であることを示し，灰色部分は対流構造の遷移域を表す．対流の起こり始める臨界レイリー数 Ra_cは，約 6800 程度である [5]．ここに，$Ra \le 8.0\times10^4$については，平田ら [17]の結果を引用している．

Fig.3 より，四種類の定常な対流構造が確認できる．すなわち，単一ロールを持つ構造が二種類，四つのロールを持つ構造が二種類である．これらの対流構造は，Pallares et al.[6, 8, 9]に従い，S1 と S2，S5，S6 と呼ぶ（Table 1 を参照）．今回の解析範囲では，Ra_ηが 1.1×10^5 を下回るため，準定常近似が成立する $\omega \simeq 0$ の状態では S1 や S2，S5，S6 の出現を予測することができる．更に，$Ra \gtrsim 2.0\times10^4$ では，履歴現象が顕著になることも分かる．

Table 1 に，一定重力場かつ無加振状態での立方体容器中に現れる，定常かつ層流状態にある対流構造をまとめる．対流構造の内，S1 ないし S7 の定義の詳細は，Pallares et al.[6, 8, 9]を参照されたい．また，表中の Sαは，後の解析で示すが，一組の三叉流れにより特徴づけられる対流構造であって，詳細に述べると三つの上昇流と対応する三つの下降流で構成される．

表中の模式図は，中央平面($z = 0.5$)における上昇流／下降流を示す．具体的には，図の灰色部分は上昇流(z 方向)を，白色部分は下降流($-z$ 方向)を示す．鎖線は流れ構造の回転中心軸を，細実線は垂直(z 方向)対称面を表す．ここで注意すべきことは，対称性を考えると，回転中心軸と上昇／下降領域は立方体容器の垂直対称軸に関して Table 1 の模式図を π/2 または π，3π/2 だけ回転した図に対応する流れも起こり得る事である．同様に，トロイダル・ロールに近い S4 でもまた，中心下降かつ周辺上昇となる流れ構造が起こり得る．

3.2　$\overline{K}$ の時系列波形

Fig.4 に，$\overline{K}$ の時系列波形を示す．特に，Fig.4(b)と(c)は，充分に時間が経過した時の結果である．Fig.4(a)ないし(h)は，後に示す Fig.6 の八種類の分類(1)ないし(8)に対応する．各図の青太線と赤細線は，それぞれ，$\overline{K}$ と $Ra_\eta \sin\omega t$ を示す．また，横軸は，無次元時間 ωt である．なお，Fig.4(g)と(h)中の赤丸

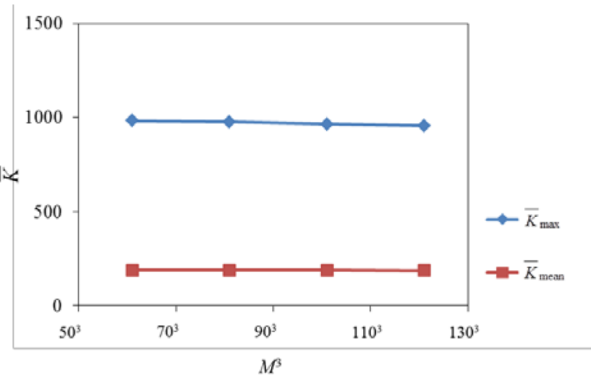


Fig. 2. Influence of grid size M^3 upon converged maximum kinetic energy $\overline{K}_{max}$ and time-mean kinetic energy $\overline{K}_{mean}$, for $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $Pr = 7.1$ and $\omega = 5$.

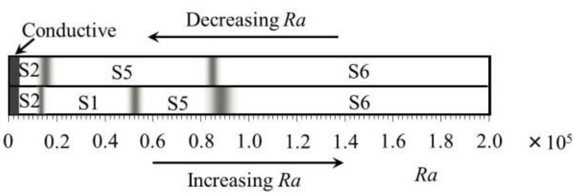
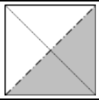
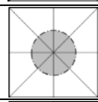
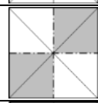
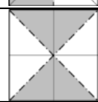
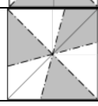


Fig. 3. Flow structures under the terrestrial gravity for $Ra \le 2.0\times10^5$, $Pr = 7.1$ and $\eta = 0$ (non-forced-oscillation state). Black zones denote to be in a conductive state. Gray zones denote to be in transitional states. The results for $Ra \le 8.0\times10^4$ are from Hirata et al. (2006)

Table 1. Definitions of flow structures S1 – S7, together with the present flow structure Sα. The S1 – S7 are according to Pallares et al. (1996, 1999 & 2002).

Flow Structure	Definitions	Schematic diagram on the midplane (at z = 0.5)
S1 (including S3 and S7 with twisted axis of rotation)	A single roll. (For the difference among the S1, S3 and S7, we have to consider the hysteresis of *Nu* with increasing *Ra*. See Pallares et al. (2002).)	
S2	A single diagonally-oriented roll.	
S4	A nearly-toroidal roll.	
S5	Four rolls. Each one is with its axis perpendicular to one sidewall.	
S6	Four rolls. Each one is with its axis perpendicular to one vertical (z-ward) edge.	
Sα	Six rolls.	

は，それぞれ，後に示す Fig.9 と Fig.11 の観測時刻である．Fig.4(a)は，$\omega t > 30\pi$ で$\overline{K}$ が零（熱伝導状態）となる．Fig.4(a)を除く全ての図からは，一加振周期内のある一定期間は，$\overline{K}$ がゼロでない状態（対流状態）となることが確認できる．$\overline{K}$ の周期性は，数値計算の開始直後の約一加振周期間を除くと，厳密である．ただし，より正確に述べると，Fig.4(b)と(c)では，厳密な周期性が現れるまでに，数値計算の開始直後の一加振周期よりも若干長い時間が必要である．また，Fig.4(b)だけは，他の Fig.4(c)ないし(h)とは異なり，一加振周期内のある一定期間，$\overline{K}$ が零（熱伝導状態）となることはない．

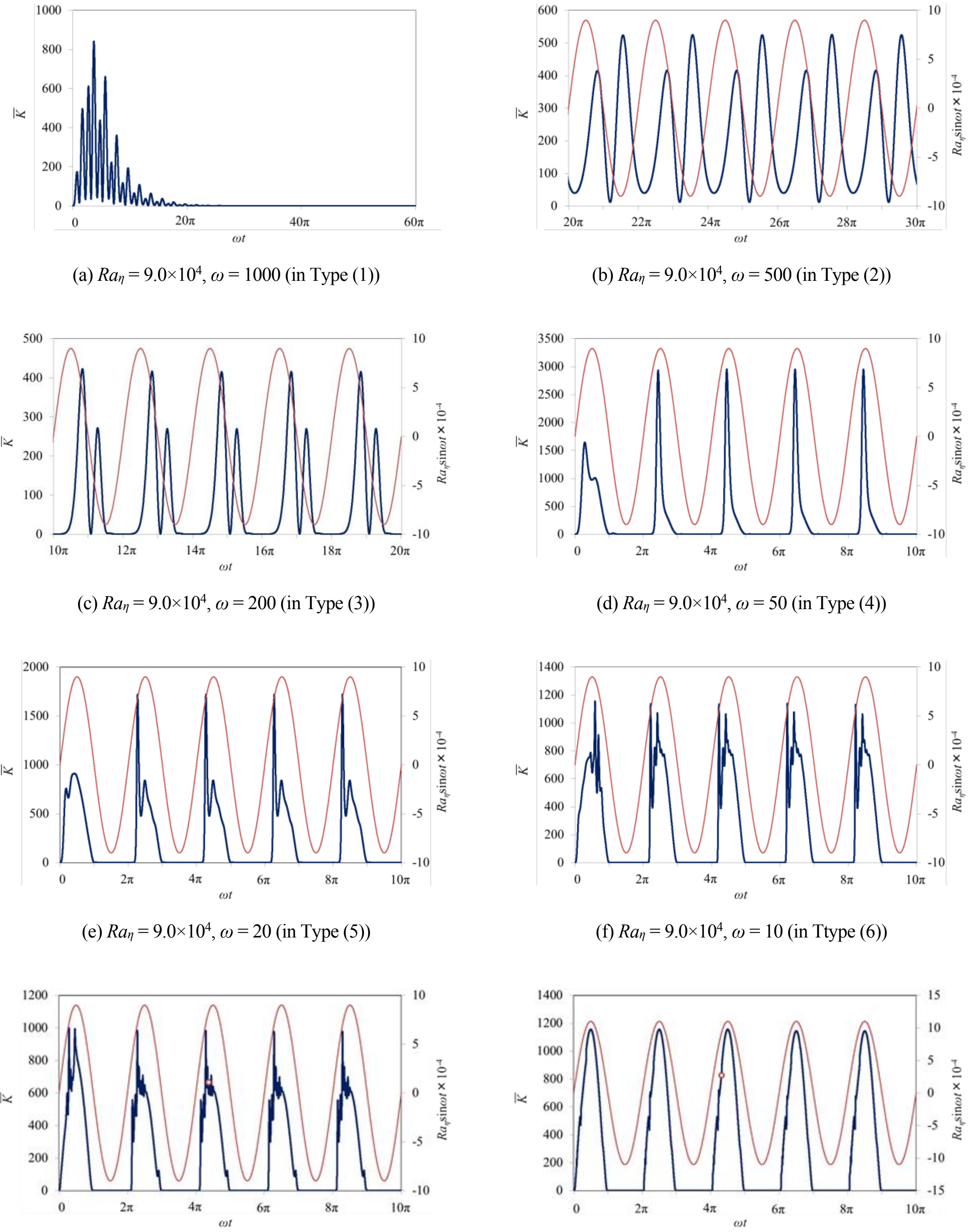
3.3　最適周波数

様々な$\overline{K}$ の振幅が最大となるような加振周波数（以降，最適周波数と呼ぶ）の存在について調べる．ここで，計算開始から充分に時間が経過し，完全周期状態に至った一周期中における$\overline{K}$ の最大値と最小値の差を振幅$\left|\overline{K}\right|$ と定義する．

Fig.5 に，$\left|\overline{K}\right|$ の周波数応答を示す．Fig.5(a)ないし(g)は，様々な Ra_η の結果である．各図の赤ダッシュ線は，準定常近似値を示す．

すべての Ra_η で，ω が 10^3 へと増加するにつれ，$\left|\overline{K}\right|$ は 0 へと収束する．また，10^0 へと減少するにつれ，$\left|\overline{K}\right|$ は準定常近似値へと漸近する．ただし，流れ構造を考えたとき，$\omega = 10^0$ は，準定常近似には定性的観点から充分ではない（Fig.6 を参照）．

Fig.5(b)ないし(g)において，$\omega \approx 10^1 - 10^2$ で$\left|\overline{K}\right|$ のピークが確認できる．（一方で，Fig.5(a)において，ω の増加につれ$\left|\overline{K}\right|$ は単調減少し，$\left|\overline{K}\right|$ のピークは確認できない）．つまり，$\left|\overline{K}\right|$ は，それぞれ，$Ra_\eta = 3.0\times10^4$ に対して $\omega = 18$（Fig.5(b)）で，$Ra_\eta = 5.0\times10^4$ に対して $\omega = 30$（Fig.5(c)）で，$Ra_\eta = 7.0\times10^4$ に対して $\omega = 50$（Fig.5(d)）で，$Ra_\eta = 9.0\times10^4$ に対して $\omega = 60$（Fig.5(e)）で，$Ra_\eta = 1.0\times10^5$ に対して $\omega = 70$（Fig.5(f)）で，$Ra_\eta = 1.1\times10^5$ に対して $\omega = 70$（Fig.5(g)）で，ピークを取る．$Ra_\eta = 1.0\times10^4$に対しては，調査範囲外の $\omega < 1$ に



(a) $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $\omega = 1000$ (in Type (1))

(b) $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $\omega = 500$ (in Type (2))

(c) $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $\omega = 200$ (in Type (3))

(d) $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $\omega = 50$ (in Type (4))

(e) $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $\omega = 20$ (in Type (5))

(f) $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $\omega = 10$ (in Ttype (6))

(g) $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $\omega = 5$ (in Type (7))

(h) $Ra_\eta = 1.1\times10^5$, $\omega = 1$ (in Type (8))

Fig. 4. Time history of $\overline{K}$ for $Pr = 7.1$. In each figure, a blue line denotes $\overline{K}$, and a red line denotes $Ra_\eta \sin\omega t$. A red open circle in figure (h) denotes the instant when flow is visualised in Fig. 11.

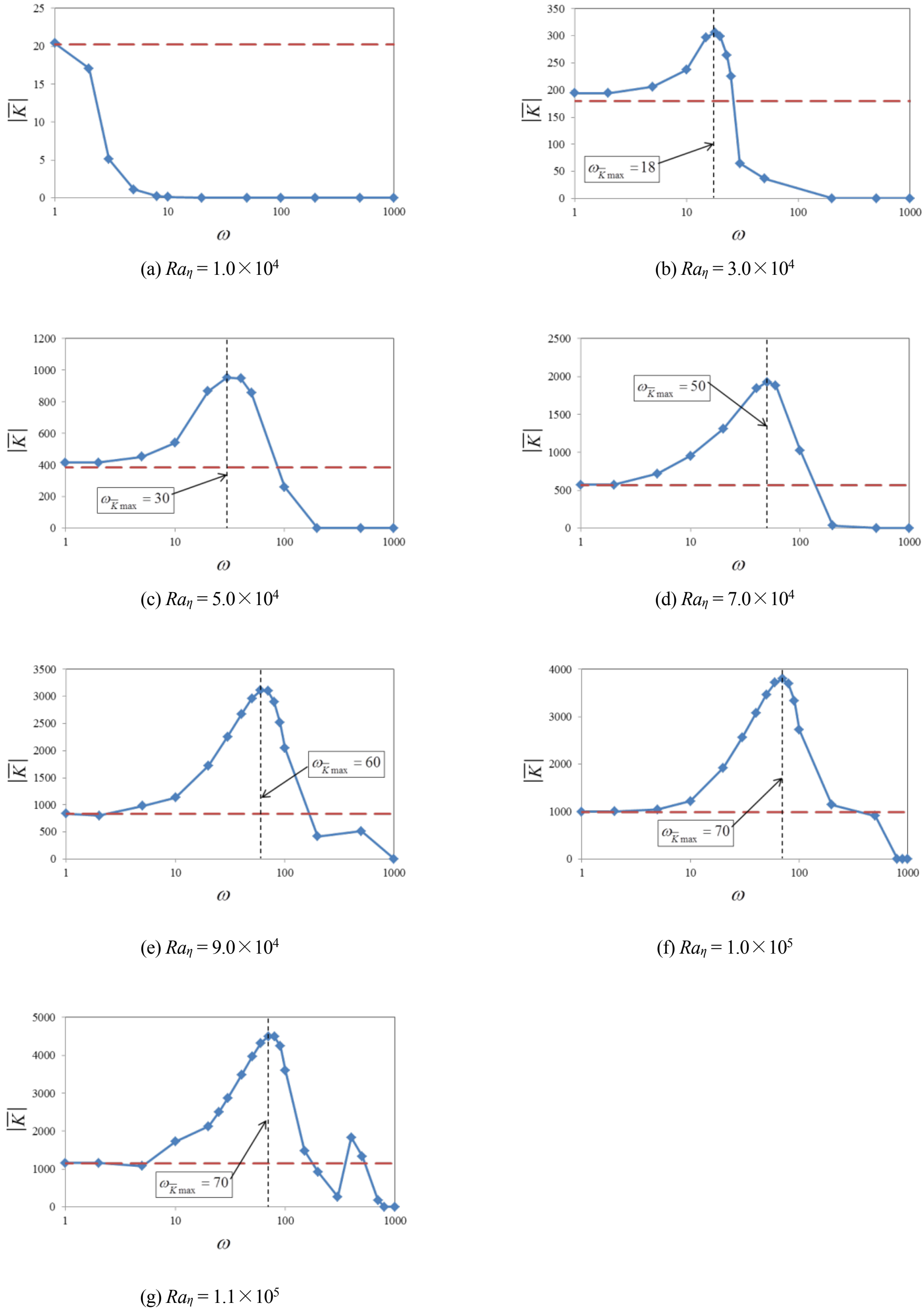


Fig. 5. Frequency response of the amplitude $|\overline{K}|$ of the spatially-averaged kinetic energy for Pr = 7.1. A dashed line in each figure denotes the quasi-steady approximation.

てピークを取ると考えられる（Fig.5(a)）．ピークの存在は，熱伝達の向上という実用的観点からも重要である．$\left|\overline{K}\right|$ のピーク値は，準定常近似値よりも大きい．ここに本論では，各 Ra_η で $\left|\overline{K}\right|$ が最大のピーク値をとる時の周波数を最適周波数 $\omega_{|\overline{K}|\max}$ と呼ぶ．$\left|\overline{K}\right|$ が最大値をとるメカニズムについては，3.4 節に後述する．

3.4　最適周波数と振幅応答

Fig.6 に，本解析における流れ構造（詳細は後述）をまとめる．支配パラメーターの解析範囲は，$Ra_\eta < 1.1\times10^5$ かつ $Pr = 7.1$，$\omega = 1.0\times10^0 - 1.0\times10^3$ である．言い換えると，Fig.6 は，ω-Ra_η 平面に描いた流れ構造に関する安定領域図である．

結論から述べると，流れ構造の様々な遷移は全て図の右部に示す(1)ないし(8)の八種類の Type に分類できる．詳述すると，Type (1)ないし Type (8)は一加振周期間に現れる流れ構造の時系列変化を定義している．

Type (1)では，常に対流が起こらない．Type (2)では，最初に S2 が現れたのち，S2 の逆構造である S2reversed が現れる．Type (3)でも，Type (2)と同様，まず S4 が現れたのち, S4 の逆構造である S4reversed が現れる．Type (4)では，常に S4 が現れる，Type (5)では, 最初に S4 が現れたのち, S2 が現れる. Type (6)では，最初に S4 が現れたのち，S2，続いて S5 が現れる．Type (7)では，最初に S4 が現れたのち，S2，続いて Sαが現れる．Type (8)では，最初に S4 が現れたのち，S2，続いて Sαが現れる．これらの八種類の Type は，図中右側の凡例により明記する．

Type (1)は，Ra_η が小さくかつ ω が大きい時に，現れる傾向がある．一方，Ra_η が大きくかつ ω が小さい時，流れは複雑となる．なお，Type の番号は，流れの複雑さの目安と見做せるが，Ra_η が大きい程あるいは ω が小さい程，大きくなる傾向がある．

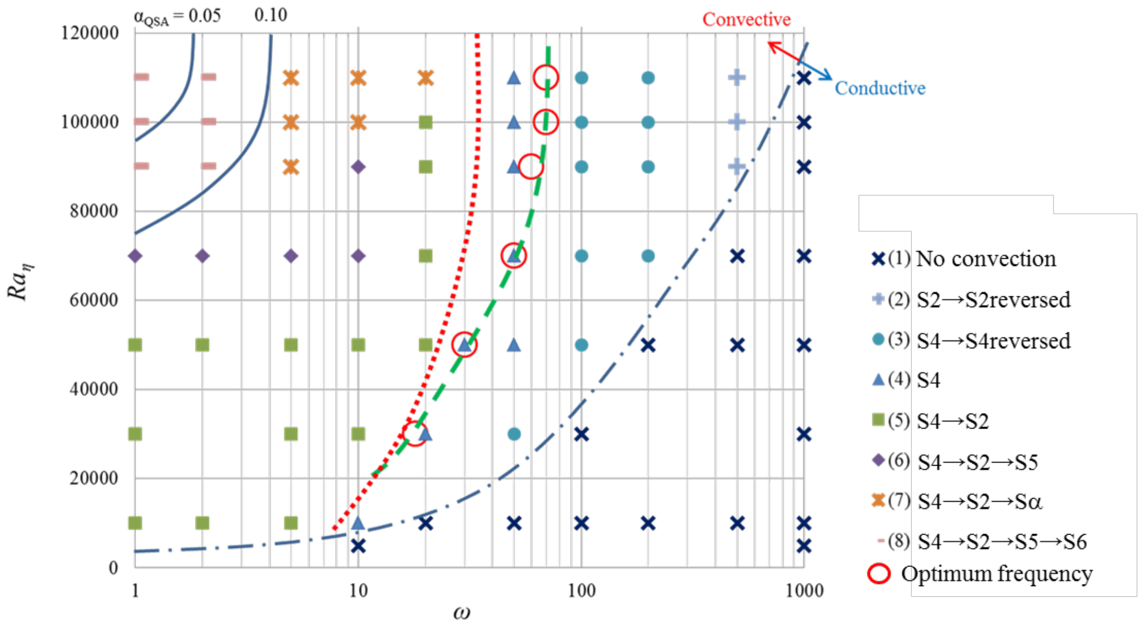
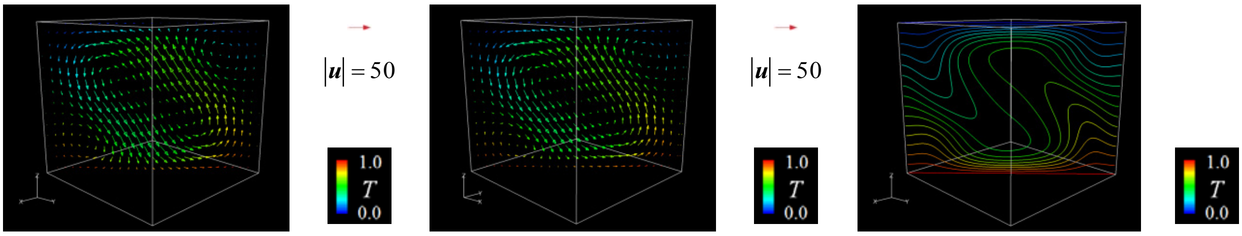


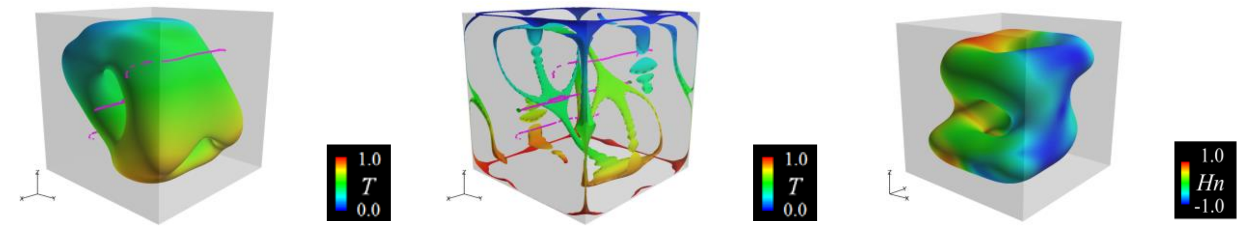
Fig. 6. Flow structure for Pr = 7.1. Types (1) – (8) in the legend are defined on the basis of a sequence of flow-structure appearance during one forcing cycle. A chained line denotes the border between convective and conductive states. Open circles and a dashed line denote the peak frequencies where $\left|\overline{K}\right|$ attain local peaks, and the optimum frequency $\omega_{|\overline{K}|\max}$ where $\left|\overline{K}\right|$ attains the maximum, respectively. A dotted line denotes the border beyond which we can observe any other flow structures in addition to only a single flow structure such as the S4 or the S2 during one forcing cycle. Two solid lines denote the borders beyond which the quasi-steady approximations concerning $\overline{K}$ averaged over one forcing cycle keep relative errors α_{QSA} less than 5 % and 10 %.



(a) Velocity vectors on a vertical diagonal section

(b) Velocity vectors on the other vertical diagonal section

(c) Iso-thermal contours on a vertical diagonal section

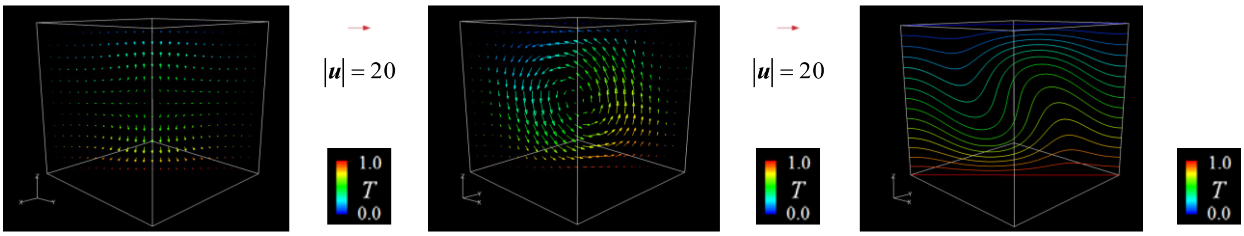


(d) Iso-kinetic-energy surface of $0.2 \times K_{max}$

(e) Iso-vorticity surface of $0.05 \times |\boldsymbol{\Omega}|_{max}$

(f) Iso-Q-value surface at $Q = 0.05$

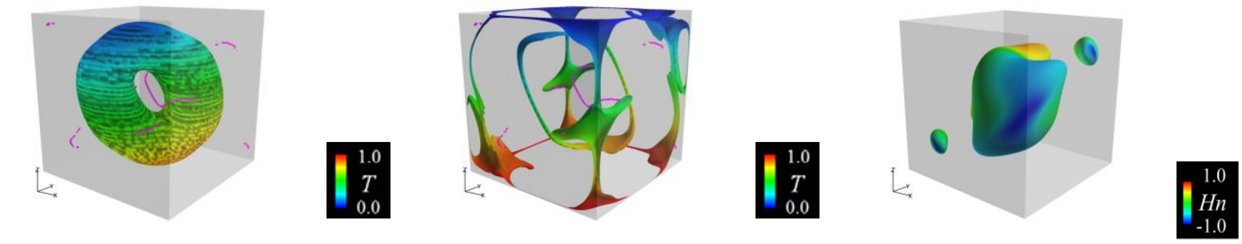
Fig. 7. Flow structure S1 for Ra = 4.0×10^4, Pr = 7.1 and η = 0 with increasing Ra. Each colour denotes temperature (in figures (a) – (e)) and relative helicity (in figure (f)), as shown in a colour bar on the right hand. Violet dots in figures (d) and (e) denote the vortex core.



(a) Velocity vectors on a vertical diagonal section

(b) Velocity vectors on the other vertical diagonal section

(c) Iso-thermal contours on a vertical diagonal section

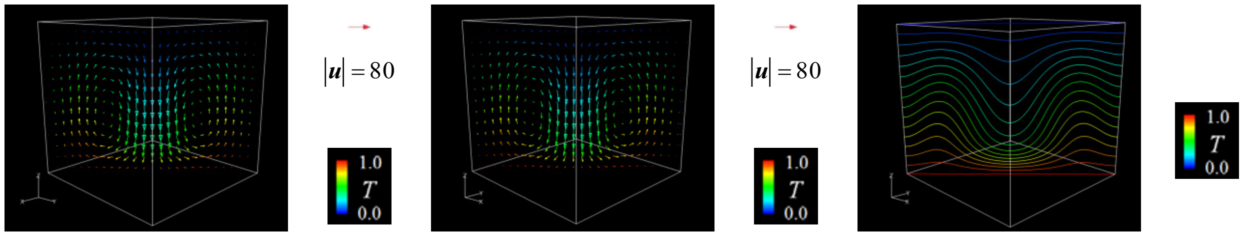


(d) Iso-kinetic-energy surface of $0.2 \times K_{max}$

(e) Iso-vorticity surface of $0.05 \times |\boldsymbol{\Omega}|_{max}$

(f) Iso-Q-value surface at $Q = 0.05$

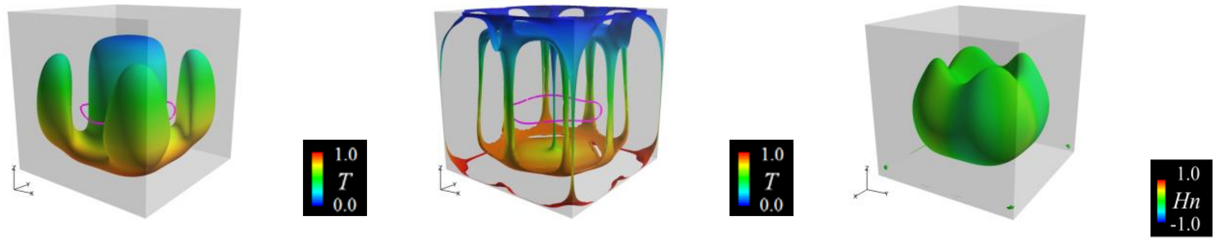
Fig. 8. Flow structure S2 for Ra = 1.0×10^4, Pr = 7.1 and η = 0 with increasing Ra. Each colour denotes temperature (in figures (a) – (e)) and relative helicity (in figure (f)), as shown in a colour bar on the right hand. Violet dots in figures (d) and (e) denote the vortex core.



(a) Velocity vectors on a vertical diagonal section

(b) Velocity vectors on the other vertical diagonal section

(c) Iso-thermal contours on a vertical diagonal section

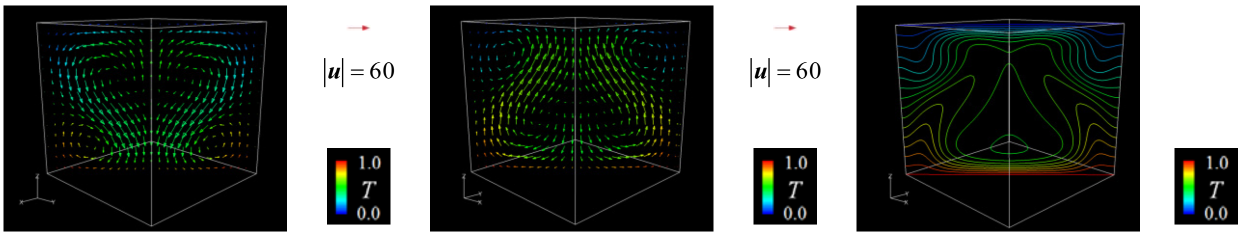


(d) Iso-kinetic-energy surface of $0.05 \times K_{max}$

(e) Iso-vorticity surface of $0.05 \times |\boldsymbol{\Omega}|_{max}$

(f) Iso-Q-value surface at $Q = 0.05$

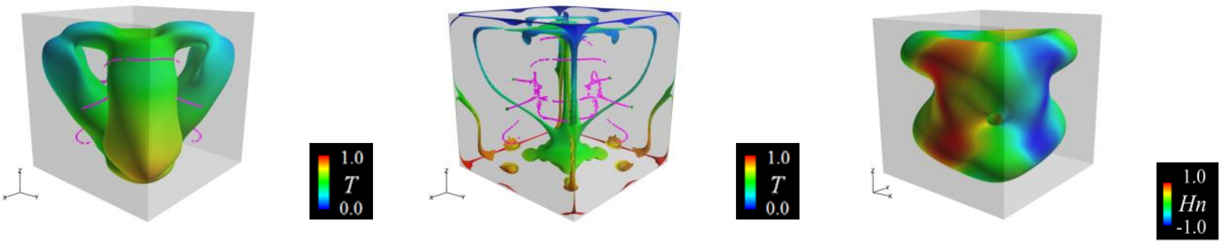
Fig. 9. Flow structure S4 for $Ra_\eta = 9.0 \times 10^4$, $Pr = 7.1$, $\omega = 100$ and $\omega t = 2\pi + 0.40\pi$. Each colour denotes temperature (in figures (a) – (e)) and relative helicity (in figure (f)), as shown in a colour bar on the right hand. Violet dots in figures (d) and (e) denote the vortex core.



(a) Velocity vectors on a vertical diagonal section

(b) Velocity vectors on the other vertical diagonal section

(c) Iso-thermal contours on a vertical diagonal section

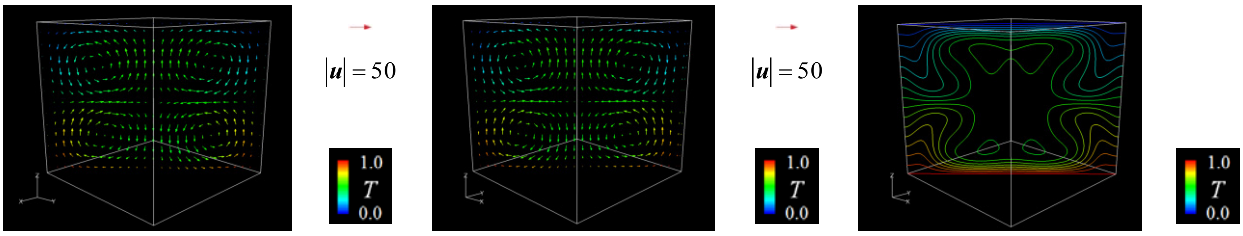


(d) Iso-kinetic-energy surface of $0.05 \times K_{max}$

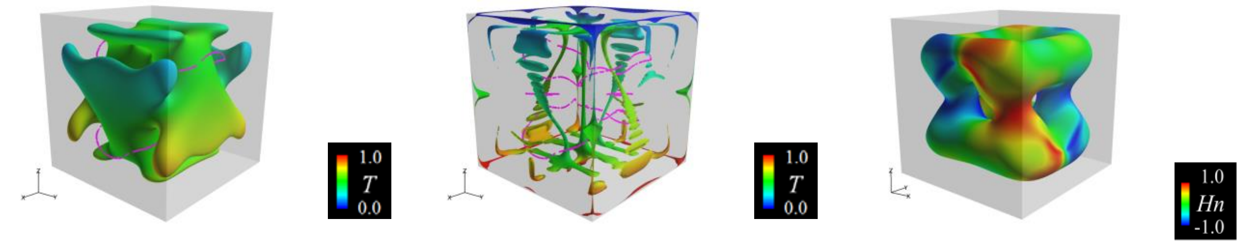
(e) Iso-vorticity surface of $0.05 \times |\boldsymbol{\Omega}|_{max}$

(f) Iso-Q-value surface at $Q = 0.05$

Fig. 10. Flow structure S5 for $Ra = 8.0 \times 10^4$, $Pr = 7.1$ and $\eta = 0$ with increasing Ra. Each colour denotes temperature (in figures (a) – (e)) and relative helicity (in figure (f)), as shown in a colour bar on the right hand. Violet dots in figures (d) and (e) denote the vortex core.

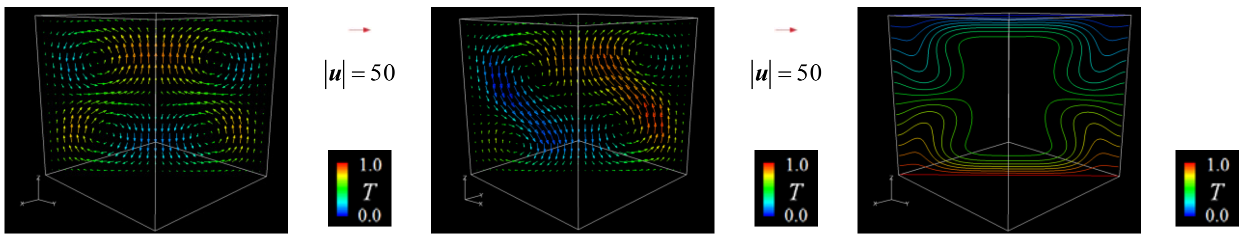


(a) Velocity vectors on a vertical diagonal section (b) Velocity vectors on the other vertical diagonal section (c) Iso-thermal contours on a vertical diagonal section

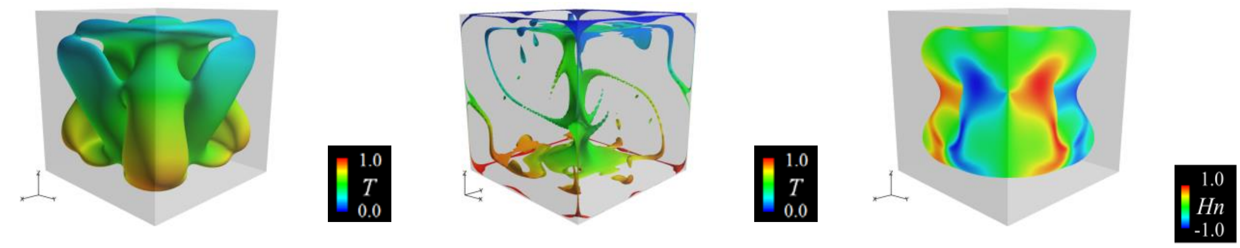


(d) Iso-kinetic-energy surface of $0.05\times K_{\max}$ (e) Iso-vorticity surface of $0.05\times|\boldsymbol{\Omega}|_{\max}$ (f) Iso-Q-value surface at $Q = 0.05$

Fig. 11. Flow structure S6 for $Ra_\eta = 1.1\times10^5$, $Pr = 7.1$, $\omega = 1$ and $\omega t = 8\pi+0.30\pi$. Each colour denotes temperature (in figures (a) – (e)) and relative helicity (in figure (f)), as shown in a colour bar on the right hand. Violet dots in figures (d) and (e) denote the vortex core.



(a) Velocity vectors on a vertical diagonal section (b) Velocity vectors on the other vertical diagonal section (c) Iso-thermal contours on a vertical diagonal section



(d) Iso-kinetic-energy surface of $0.05\times K_{\max}$ (e) Iso-vorticity surface of $0.05\times|\boldsymbol{\Omega}|_{\max}$ (f) Iso-Q-value surface at $Q = 0.05$

Fig. 12. Flow structure Sα for $Ra_\eta = 9.0\times10^4$, $Pr = 7.1$, $\omega = 5$ and $\omega t = 8\pi+0.35\pi$. Each colour denotes temperature (in figures (a) – (e)) and relative helicity (in figure (f)), as shown in a colour bar on the right hand. Violet dots in figures (d) and (e) denote the vortex core.

Fig.6 の鎖線は，熱対流状態と熱伝導状態の境界を示す．また，図中の点線は一加振周期内に単一の対流構造のみ（S4 あるいは S2）が現れる状態と，より複雑な状態すなわち S4 に加え他の対流構造が現れる状態との境界である．Ra_η が大きくかつ ω が小さい程，流れが複雑になる傾向は，これらの二つの境界と整合する．

更に，Type (2)を除く熱対流状態（Type (3)ないし Type (8)の様に各加振周期中に熱伝導状態が存在する状態）は，常に S4 から始まる．この事実より，熱伝導状態から始まる対流は，常に S4 と関係することが分かる．なぜならば，Type (3)ないし Type (8) においては，一加振周期の間に，一度は流体がすべての点で完全に静止し，温度場が定常熱伝導となる期間が存在する．熱伝導状態から，たとえ急激な加速度変化が起こる場合であっても（単振動以外も含む)，一定重力場では S4 が最初に現れる傾向がある [18]．この遷移が S4 で始まる傾向は，Type (2)で $\omega \ll 1$ でなくても S4 が確認できない事実とは矛盾しない．これは, Type (2)で一加振周期中に伝導状態が存在しないことと関係する．

次に，最適周波数 $\omega_{|\overline{K}|\max}$ について考える．図中の赤丸と破線は，$\omega_{|\overline{K}|\max}$ である．その破線は，流れ構造と何らかの関係があるように見える．実際，図中の赤点線は破線に近い．ここに，赤点線は，一加振周期間の遷移において単一流れ構造（S4 または S2）のみが現れるか複数の流れ構造が現れるかの境界である．より，正確に述べると，$\omega_{|\overline{K}|\max}$ は S2 ではなく S4 と関係している．S4 が重要な理由としては，S4 が中心上昇流／下降流の特徴を有することにある．よって，S4 は，S2 や S5，S6 よりもずっと強い流れとなる．このことは，後述の 3.5 節に示す流れ構造からも伺える．

勿論，S4 の出現は，準定常近似とは矛盾する．なぜならば，Fig.3 からは S1 と S2，S5，S6 のみの出現が期待できるからである．S4 の出現は，準定常近似が現在の ω の試験範囲より充分に低い $\omega \ll 10^0$ で有効となることを示唆する．一方で，$\overline{K}$ の定量的な観点からみると，準定常近似は $\omega \lesssim 10^0$ でも充分に有効である．図中の二つの実線は，それぞれ，準定常近似の境界を表す．すなわち，その境界上では一加振周期に渡って平均した相対誤差 α_{QSA} が 5% または 10%となる．α_{QSA} の定義は以下の通りである．

$$\alpha_{\mathrm{QSA}} = \left(\overline{K} - \overline{K}_{\mathrm{QSA}}\right) \Big/ \left(\overline{K}_{\mathrm{QSA}}\right)_{\mathrm{RMS}} , \qquad (25)$$

ここに，添え字 RMS は二乗平均平方根を，$\overline{K}_{\mathrm{QSA}}$ は一定重力場での $\overline{K}$ を表す.

3.5　流れ構造

流れ構造について考える．Fig.7 と 8, 9, 10, 11, 12 は，それぞれ，S1 と S2, S4, S5, S6, Sα に対応している．各図の(a)と(b)は二対の垂直対角断面上の速度ベクトル分布である．図中の矢印の色は，温度を表しており，カラーバーに対応している．図(c)は，二対の内の一つの垂直対角断面上の等温線を示している．図中の色は，図(a)や(b)と同様に温度を表しており，カラーバーに対応している．

Fig.7 ないし 12 の温度分布は，全ての等温線が直線状かつ温度勾配に垂直となる安定した熱伝導状態からは，著しく異なる．

一般に，三次元構造の把握は難しい．速度ベクトルや渦度ベクトルなどの空間分布は，流れを正確かつ定量的に分析するために効果的である．しかし，三次元の流れ構造全体の理解には適当ではない．従って，筆者らは，全体の流れ構造の把握のために，等運動エネルギー面を提案した [17]．

今，等運動エネルギー面に加えて，渦度ベクトルの等値面と速度勾配テンソルの第二不変量である Q 値の等値面での解析も試みる．Fig.7 ないし 12 において，図(d)は等運動エネルギー面を表した図である．また，図中の赤紫の線は，渦核を示す．図(e)は渦度ベクトルの等値面を示す．図中の赤紫線は図(d)と同様に渦核を示す．図(f)は速度勾配テンソルの第二不変量である Q 値の等値面を示す [22, 23]．なお，図(d)ないし(f)中の色はカラーバーに対応しており，図(d)と(e)は温度を，図(f)は相対ヘリシティを示す．

Fig.7 から，S1 は，対流の回転軸が，側面壁に対して垂直な方向を持つ単一のロール構造である．Fig.8 から，S2 は，S1 と同様な単一ロール構造であ

るが，S1 を容器中心垂直軸に関して 45° 回転したものである．よって，ロール構造の回転軸は対向する二つの容器垂直辺の各中央を通る．Fig.9 から，S4 は，ほぼ単一のトロイダルな構造を持ち，初期条件によって，中心上昇流かつ周辺下降流の構造，または，中心下降流かつ周辺上昇流の構造の二種類のうち，どちらか一つが現れる．Fig.10 から， S5 は，側壁に直交する水平回転軸を持つ四つのロール構造である．視点を変えると，S5 は，二つの二又フォーク状流れのペアによって特徴づけられる構造である．ここに，四つの支配的流れのうち，二つは，容器の向い合う対角辺に沿う上昇流となり，残りの二つはもう一組の向い合う対角辺に沿う下降流となる．なお，Pallares et al.は，S5 を，四つのロールを持つ構造であると報告している [6]．Fig.11 から，S6 は，S5 を垂直軸中心に 45°回転させた形の構造である．すなわち，S6 は，四つのロール構造である．視点を変えると，S6 は，S5 と同様に二つの二又フォーク状流れのペアによって特徴づけられる構造である．ここに，四つの支配的流れのうち，二つは容器の向い合う側壁に沿う上昇流となり，残りの二つはもう一組の向い合う側壁に沿う下降流となる．以上の S5 と S6 の関係は, S1 と S2 の関係と同様である. Fig.12 から，Sαは，六つのロール構造である．視点を変えると，Sαは，三つの上昇流および三つの対応する下降流から成る二つの三又フォーク状流れのペアによって特徴づけられる．

結論として，等運動エネルギー面が，流れの可視化には最も適当であるといえよう．渦度ベクトルの等値面は，壁面で渦度が大きい値をとるために適当ではない．また，速度勾配テンソルの第二不変量である Q 値の等値面は, 本研究対象である層流よりも，乱流，あるいは，基本流に強い剪断や回転の無い流れに用いることが，適当であるといえよう．

4. おわりに

本研究では，無重力場に置かれた，一面加熱かつ対面冷却の立方体容器内での対流について，数値的に調べた．内部流体は非圧縮性の水(Pr = 7.1)を想定し，振動レイリー数 Ra_η は $5.0\times10^3 - 1.1\times10^5$，無次元加振周波数 ω は $10^0 - 10^3$ の範囲である．この容器に対して，温度勾配方向に正弦的な強制振動を加え，その影響について調べた．特に，振幅と周波数が運動エネルギーや対流構造に及ぼす影響について調べ，以下の結果を得た．

1. $5.0\times10^3 \le Ra_\eta \le 1.1\times10^5$ かつ $10^0 \le \omega \le 10^3$ の範囲において，無重力場では五種類の対流構造が確認できる．
2. Ra_η を一定に固定したとき, ある ω で $\overline{K}$ の振幅 $\left|\overline{K}\right|$ が最大となることを明らかにした．この ω の値を最適周波数 $\omega_{|\overline{K}|\max}$ と呼ぶ． $\omega_{|\overline{K}|\max}$ を Ra_η と ω の関数として，明らかにした．
3. 全ての結果を ω-Ra_η 平面上の安定領域図としてまとめた．$\omega < 5.0\times10^2$ では，もし熱伝導状態でなく熱対流状態であるならば，各加振周期毎に対流はいつも S4 から始まる．
4. 安定領域図は $\omega_{|\overline{K}|\max}$ と S4 との相関を示唆する．さらに，準定常近似は，定量的には $\omega \lesssim 10^0$ で有効となる（ただし，定性的には $\omega \ll 10^0$ にて，有効）．
5. 各対流構造の詳細を明らかにした．渦度ベクトルの等値面や速度勾配テンソルの第二不変量 Q 値の等値面よりも, 等運動エネルギー面が，本研究が対象とする流れの可視化には最も適当である．

児玉理人（同志社大学）の技術的支援に感謝する．

参考文献

1) M. H. Bénard, “Étude Expérimentale des Courants de Convection dans une Nappe Liquide. – Régime Permanent: Tourbillons Cellulaires”, *J.Phys.Theor.Appl.*, **9**[1], 513 – 524 (1900).

2) S. H. Davis, “Convection in a Box: Linear Theory”, *J. Fluid Mech.*, **30**, 465 – 478 (1967).

3) K. Stork and U. Müller, “Convection in a Box: Experiments”, *J. Fluid Mech.*, **54**, 599 – 611 (1972).

4) M. P. Arroyo and J. M. Saviron, “Rayleigh-Bénard Convection in a Small Box: Spacial Features and Thermal Dependence of the Velocity Field”. *J. Fluid Mech.* **235**, 325−348 (1992).

5) R. J. A. Janssen, R. A. W. M. Henkes and C. J.

Hoogendoorn, “Transition to Time-periodicity of a Natural-convection Flow in a 3D Differentially Heated Cavity”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **36**, 2927 – 2940 (1993).

6) J. Pallares, I. Cuesta, F. X. Grau and F. Giralt, “Natural Convection in a Cubical Cavity Heated from Below at Low Rayleigh Numbers”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **39**[15], 3233 – 3247 (1996).

7) R. Hernandez and R. L. Frederick, “Spacial and Thermal Features of Three Dimensional Rayleigh-Bénard Convection”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **37**[3], 411 – 424 (1994).

8) J. Pallares, F. X. Grau and F. Giralt, “Flow Transitions in Laminar Rayleigh-Benard Convection in a Cubic Cavity at Moderate Rayleigh Numbers”, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **42**[4], 753 – 769 (1999).

9) J. Pallares, I. Cuesta and F. X. Grau, “Laminar and Turbulent Rayleigh-Bénard Convection in a Perfectly Conducting Cubical Cavity”, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **23**[3], 346 – 358 (2002).

10) L. Valencia, J. Pallares, I. Cuesta and F. X. Grau “Rayleigh-Bénard Convection of Water in a Perfectly Conducting Cubical Cavity: Effects of Temperature-dependent Physical Properties in Laminar and Turbulent Regimes”, *Numerical Heat Transfer*, Part A: Applications, **47**[4], 333 – 352 (2005).

11) Y. Kamotani, A. Prasad and S. Ostrach, “Thermal Convection in an Enclosure due to Vibrations Aboard Spacecraft”, *AIAA Journal.*, **19**[4], 511 – 516 (1981).

12) G. Z. Gershuni and Y. M. Zhukhovitskiy, “Vibrational-induced Thermal Convection in Weight-lessness”, *Fluid Mech.* – Sov. Res., **15**, 63−84 (1986).

13) S. Biringen and G. Danabasoglu, “Computation of Convective Flow with Gravity Modulation in Rectangular Cavities”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **4**[3], 357 – 365 (1990).

14) K. Hirata, T. Sasaki and H. Tanigawa, “Vibrational Effects on Convection in a Square Cavity at Zero Gravity”, *J. Fluid Mech*, **445**, 327 – 344 (2001).

15) V. Shevtsova, I. I. Ryzhkov, D. E. Melnikov, Y. A. Gaponenko and A. Mialdun, “Experimental and Theoretical Study of Vibration-induced Thermal Convection in Low Gravity”, *J. Fluid Mech*, **648**, 53 – 82 (2010).

16) V. Shevtsova, Y. A. Gaponenko, V. Sechenyh, D. E. Melnikov, T. Lyubimova and A. Mialdun, “Dynamics of a Binary Mixture Subjected to a Temperature Gradient and Oscillatory Forcing”, *J. Fluid Mech*, **767**, 290 – 322 (2015).

17) 平田勝哉，伯井涼子，石原健太郎，谷川博哉，舟木治郎，“底面加熱立方体における流体の周波数応答”，日本機械学会論文集 B 編， **72** [714], 279 – 284 (2006).

18) 谷川博哉，中村憲通，藤田識司，舟木治郎，平田勝哉，“加振した底面加熱立方体内流れへの振幅の影響”, 日本機械学会論文集B編，**75** [759], 2106 – 2114 (2009).

19) K. Hirata, S. Fujita, A. Okaji and H. Tanigawa, “Thermal Convection in an Oscillating Cube at Various Frequencies and Amplitudes”, *Journal of Thermal Science and Technology*, **8**[1], 309 – 322 (2013).

20) 宮西貴子，平田勝哉，谷川博哉，“重力振動場における円筒容器内自然対流に関する数値解析”, 日本機械学会論文集 B 編， **65** [637], 3054 – 3061 (1999).

21) 谷川博哉，宮西貴子，平田勝哉，“重力振動場における二次元正方容器内自然対流に関する数値解析”, 日本機械学会論文集B編，**66** [644], 1053 – 1060 (2000).

22) D. Sujiki and R. Haimes, “Identification of Swirling Flow in 3-D Vector Fields”, *AIAA Paper,* 95 – 1715 (1995).

23) R. Haimes and D. Kenwright, “On the Velocity Gradient Tensor and Fluid Feature Extraction”, *AIAA Paper,* 99 – 3288 (1999).