Numerical Simulation of a Simplified Fluidic Oscillator based on Vorticity and Stream Function

Katsuya HIRATA*, Naoki YABUKI*, Hirohisa WAKISAKA*, Tatsuya INOUE*, Kazuki UMEMURA* and Hirochika TANIGAWA**

(Received May 20, 2015)

The authors numerically investigate a self-excited oscillatory phenomenon of a two-dimensional confined jet with a cylinder as a downstream target. The authors conduct two-dimensional numerical analyses based on vorticity ζ and stream function ψ using a finite-difference discritisation method. In order to confirm the effectivity and accuracy of the present analyses, the authors conduct two kinds of preliminary tests. As a result, the authors reveal (1) the two-dimensionality of the concerning phenomenon and (2) the importance of the upstream space of the downstream target.

Key Words: flowmeter, fluid logic, fluidics, finite difference method, multi-connectedness

キーワード： 流量計, 流体論理素子, フルイディックス, 有限差分法, 多重連結

単純なフルイディック発振器の渦度と流れ関数を用いた数値解析

平田 勝哉, 矢吹 直樹, 脇坂 裕寿, 井上 達哉, 梅村 一樹, 谷川 博哉

1. はじめに

“フルイディックス”は, 1960 年代に活発に研究された“流体（論理）素子”を起源とする. フルイディック発振器（流体（論理）素子の発振回路の一つ）は, 異なった用途分野では噴流発振型流量計やフリップフロップ・ジェット・ノズルなどとも呼ばれる[1-14]. フルイディック発振器は, 他の流体関連振動を応用した機器と同様, 以下のような利点を持つ. (1) 機械的可動部を持たないことによる高い信頼性, (2) 発振周波数と流量の線形性, (3) 流体の密度や温度, 圧力, 組成の影響を受けにくい点などである. 一方で, ほとんどのフルイディック発振器は, コントロール・ポートやフィードバック・ループなどを必要とし, 構造が複雑になりがちである.

フルイディック発振器の中でも例外的に複雑な構造を持たないものとして, Yamasaki *et al.* (1988)[4]による二次元構造のものや, Shakouchi (1989)[5]や Mi *et al.* (2001)[10]による三次元構造のものが, 報告されている. 最近, 著者ら（Hirata *et al.*, 2009[13], 2011[14]）は, Yamasaki *et al.* と同様, 下流障害物として矩形柱を有する二次元拘束噴流を考え, その発振現象を扱っている. そして, これまで噴流が安定発振する為の条件（以降, 発振限界と呼ぶ）を明らかにしている[13]. 更に, 噴流の発振周波数 f_D に及ぼす力学パラメータ（レイノルズ数 Re）および様々な形状パラメータの影響も明らかにしている[14]. この現象は, 複雑な幾何形状を持たない単純なフルイディック発振器への応用が, 可能である.（ただし, 幾何形状によ

*Department of Mechanical Engineering, Doshisha University, Kyoto
Telephone: +81-774-65-6461, FAX: +81-774-65-6830, E-mail:khirata@mail.doshisha.ac.jp
**Department of Mechanical Engineering, Maizuru National College of Technology, Maizuru

っては，拘束噴流の自励発振が逆に抑制されることもあり，注意を要する.[15)]

本研究では，数値解析（支配方程式の渦度-流れ関数表記に基づく有限差分法）により，この発振現象を調べる．二次元非圧縮性粘性流れの数値解析において，渦度-流れ関数表記に基づく有限差分法は，速度場に課せられた連続の式を自動的に満足することを利用しており，(1)未知変数が 2/3 で済むこと(2)数値安定性が良好なこと，（3）拘束噴流の流量の保存が保証されること，（4）流線や等渦度線図などの流れの可視化に便利なことなどの利点がある．一方で，一般的に工学上重要な複数物体をすぎる流れの解析（多重連結領域問題）では，物体表面における境界条件の設定には工夫が必要になる.[16-22)] その内，Matida *et al.*[17)]は，物体まわりで圧力一価条件を用いて緩和係数を求めることにより，物体表面の流れ関数を収束させて決定している．応和他 [20)]は，実験的な係数を与えることにより，物体近傍に設定した検査面の循環から物体表面の流れ関数を求めている．これらを参考に，本研究では，新たにより簡便な設定法を試みる．すなわち，物体表面での圧力一価条件と滑り無し条件とを用いることにより，物体近傍の渦度や流れ関数から表面の流れ関数を求める．予備計算として，この手法を，二種類の孤立物体を有する二次元チャンネル内流れ（一つは，Matida *et al.* と同様，一つは，応和他と同様.）により検証する．そしてこの検証された手法を，フルイディック発振器に適用し，流れの解析を行い，発振現象を明らかにする．

2. 計算方法

2.1　フルイディック発振器

Fig. 1 に，今回使用したモデル，つまり，単純なフルイディック発振器を，座標系とともに示す．モデルは，最近の著者らの研究 [13, 14)]と同様である．作動流体は，ノズル出口から断面平均流速 $U_{\rm in}$ で，フルイディック発振器内の流路に噴出する．このような拘束噴流は，しばしば，下流に障害物（本研究では最も単純な形状の一つである正方形柱とする）を設置することにより，卓越周波数 $f_{\rm D}$ で発振する．

本モデルでは，形状パラメータとして，図に示すような a と B, b, c, D, d, h を考える．支配パラメータとして，以上の七つの形状パラメータに加えて，$U_{\rm in}$ と流体密度ρ，流体粘度μを考えるべきであろう．よって，無次元支配パラメータは，一個の力学パラメータと六個の形状パラメータから成る．本研究では，代表速度を $U_{\rm in}$，代表密度をρ，代表長さを b とする．一個の力学パラメータとして，以下に定義するレイノルズ数を考える．

$$Re = \rho U_{\rm in} b/\mu.. \tag{1}$$

六個の形状パラメータとして，a/b と $B/b, c/b, D/b, d/b, h/b$ を考える．

Table 1 に，主なパラメータの値を示す．形状パラメータ a/b は，正方形柱のみを考え，c/b と同値とする．また，D/b は，充分長いとみなせる様に，100 に固定とする [14)]．なお，アスペクト比 h/b は，今回の二次元計算では，∞となる．

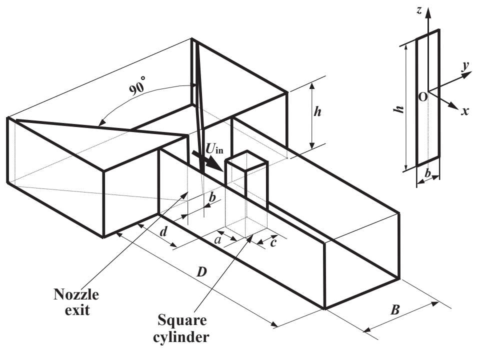


Fig. 1. Model: a simplified fluidic oscillator.

Table 1. Computational parameters.

$Re\ (\equiv bU_{\rm in}/\nu)$	500
a/b	2.5
B/b	15
c/b	2.5
D/b	100
d/b	2 — 20
h/b	∞
$U_{\rm in}/U_{\rm max}$	0.585, 0.850 and 0.917
$\Delta x\ (=\Delta y)$	$(5.0\times10^{-2})b/16$
Δt	$(2.5\times10^{-4})b/(16U_{\rm max})$

2.2　支配方程式と境界条件

本研究では，渦度-流れ関数系（ζ-ψ系）を用いて有限差分法により解析を行う．よって，二次元非圧縮粘性流れの支配方程式は，以下に示す渦度輸送方程式と Poisson 方程式からなる．

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\frac{\partial\zeta}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{\partial\zeta}{\partial y}=\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right). \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}=-\zeta. \tag{3}$$

ここで，ζ は渦度，ψ は流れ関数である．また，

$$u=\frac{\partial\psi}{\partial y},v=-\frac{\partial\psi}{\partial x}. \tag{4}$$

式(2)と(3)を差分化して収束条件を満足するまでタイムステップΔtで時間発展計算する．時間項に対してはEuler一次前進差分，粘性項と対流項に対しては二次中心差分を用いる．式(3)を解くにあたり，逐次過緩和法（SOR法）を採用し，加速係数は1.8とする．

数値安定性の目安の一つとして，クーラン条件[23]がある．すなわちクーラン数$C\ (\equiv U_{in}\Delta t/\Delta x)<1$のとき，一次元線形移流方程式は指数関数的に発散しない．本法ではC = 0.1 － 0.001を目安にΔtを定めて計算を行う．

モデルの境界条件をFig. 2に示す．流入境界はDirichlet条件で与える（uはFig. 3に示す三種類の流速分布のいずれかであり，かつ，v = 0）．流出境界はNeumann条件を用いる．計算格子の大きさはTable 1の通りで，等間隔直交格子である．

孤立した物体表面の流れ関数ψ_0の設定法については，以下にいくつかの方法を提案する．また，物体の角での渦度の処理についても以下に述べる．

2.3　予備計算

予備計算 A では，中心軸からずらして設置した物体（正方形柱）を有する Re = 20 のチャンネル内流れを考える．(Fig. 4 を参照）．計算格子の大きさは，正方形柱の一辺の長さ（代表長さ c）の 16 分の 1 とし等間隔直交格子を採用する．結果の比較の為，予備計算 A は Matida *et al.*[17]と同一である．詳述すると，流路の長さは 25c，幅は 5c である．正方形柱の位置は，x 方向にはチャンネル中央，y 方向には中心軸から-D（= 1.5c）である．境界条件も，Fig. 4 に示す．流入及び流出境界は共に Dirichlet 条件つまり Poiseuille 流れとする．チャンネル内流れを解析するにあたり，本研究では ψ_0 の初期値を正方形柱の中心位置の高さとチャンネルの幅とを考え，収束を早めるためある値を与えている（ψ_0 = - 0.4）．

予備計算 B では，中心軸上に設置した物体を有する Re = 50 － 100 のチャンネル内流れを考える（Fig. 5 を参照）．解析結果の比較の為，予備計算 B は応和他[20]と同一である．計算格子の大きさは予備計算 A より細かく，c の 30 分の 1 とする．計算領域は幅が 5c，長さが 15c の流路を考える．正方形柱の中心位置は流入境界から 5c とする．境界条件も，Fig. 5 に示す．流入境界は，Dirichlet 条件（u = U_{in} かつ v = 0 の一様分布）であり，流出境界は Neumann 条件とする．

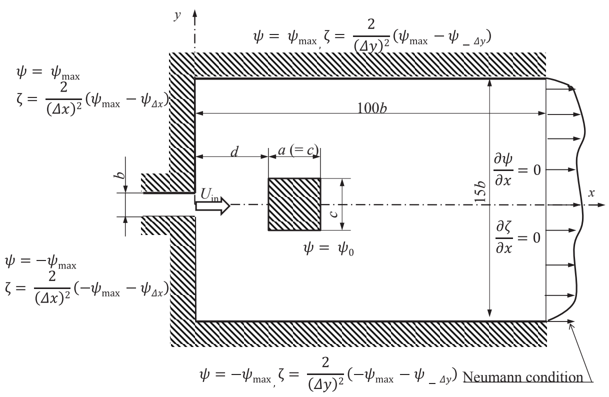


Fig. 2. Computational model and boundary conditions.

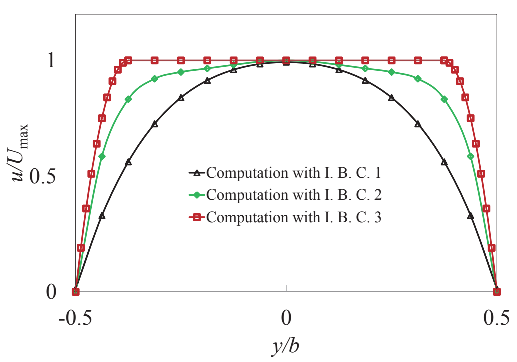


Fig. 3. Inflow-boundary condition I. B. C. at a nozzle exit (at x = 0 and z = 0) for computational model.

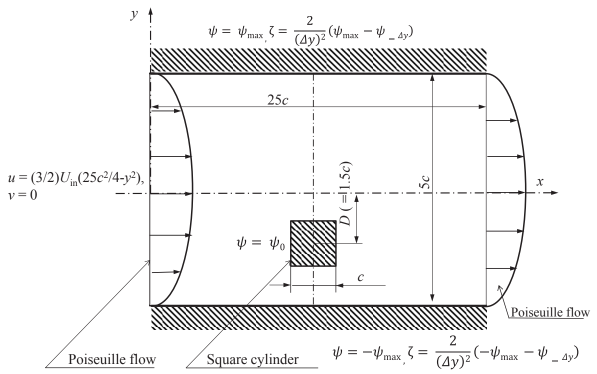


Fig. 4. Computational model and boundary conditions in preliminary test A (non-symmetric channel flow).

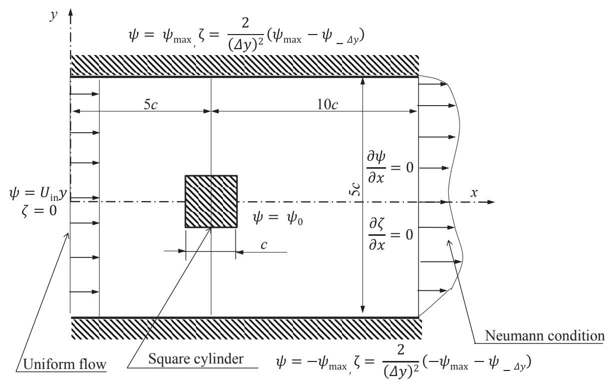


Fig. 5. Computational model and boundary conditions in preliminary test B (symmetric channel flow).

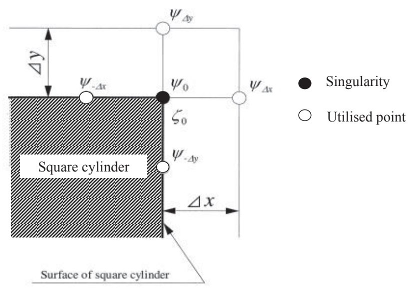


Fig. 6. Scheme to determine ζ_0 at a singularity (a corner).

2.4 物体の角における渦度

物体角の渦度の求め方については，いくつかの方法が検討されているが[19]，本研究では式(3)を差分化した式をそのまま用いる方法を採用する[20]. 例えば，Fig. 6において，物体表面の角の点とその近傍の四点により近似された二次導関数の差分表示は次のようになる.

$$\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}\right)_0 = \frac{1}{(\Delta x)^2}\left(\psi_{-\Delta x} - 2\psi_0 + \psi_{\Delta x}\right)$$

$$\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}\right)_0 = \frac{1}{(\Delta y)^2}\left(\psi_{-\Delta y} - 2\psi_0 + \psi_{\Delta y}\right)$$

ここで，$\Delta x = \Delta y = \Delta n$ であり，また，$\psi_{-\Delta x} = \psi_{-\Delta y} = \psi_0$ であることを考慮すると，式(3)より物体表面の角での渦度ζ_0は，

$$\zeta_0 = -\frac{2}{(\Delta n)^2}\left(\psi_{\Delta x} - 2\psi_0 + \psi_{\Delta y}\right)$$

2.5 孤立物体表面の流れ関数ψ_0

流れの中に孤立して物体が設置される場合を考える．物体の両側を過ぎる流量が予測不可能な場合や非定常流の場合は，ψ_0はあらかじめ既知の値を与えられず，未知とすべきである．つまり，タイムステップΔtごとに（本法ではSORを繰り返すごとにも），ψ_0を更新する必要がある.

そこで本研究では，いくつかのψ_0の設定方法を提案し，その中で最も精度が良い方法を採用する．設定方法について，次に述べる.

物体表面からΔnだけ離れた点における流れ関数ψ_1の値を物体表面でのTaylor級数展開で二次の項まで表すと

$$\psi_1 = \psi_0 + \Delta n\left(\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)_0 + \frac{(\Delta n)^2}{2}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial n^2}\right)_0 \qquad (4)$$

となる．ここで，下付添え字0は物体表面での値を，下付添え字1は物体表面から法線方向にΔnだけ離れた格子点での値を示す．物体表面上で一周積分すると

式(4)は次のようになる．

$$\oint \psi_1 ds_0 = \oint \psi_0 ds_0 + \Delta n \oint \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_0 ds_0 + \frac{(\Delta n)^2}{2} \oint \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}\right)_0 ds_0. \tag{5}$$

さらに，物体表面での滑り無し条件から，

$$u_{s0} = -\left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_0 = 0. \tag{6}$$

式(6)を用いると式(5)は

$$\oint \psi_1 ds_0 = \oint \psi_0 ds_0 + \frac{(\Delta n)^2}{2} \oint \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}\right)_0 ds_0. \tag{7}$$

上式の二次の項についてはPoisson方程式により変換でき，物体表面では流れ関数は一定であるので次式を得る．

$$\oint \psi_0 ds_0 = \oint \psi_1 ds_0 + \frac{(\Delta n)^2}{2} \oint \zeta_0 ds_0. \tag{8}$$

ここで，式(8)の右辺第二項において圧力一価の条件を用いる．

流れの基礎方程式（Navier-Stokes方程式）は，

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{u} \cdot \nabla)\boldsymbol{u} = -\mathrm{grad}\ p + \frac{1}{Re} \Delta \boldsymbol{u}. \tag{9}$$

ここで，pは圧力を示す．物体が流れの中で静止しているので，物体表面における滑り無し条件より，

$$\boldsymbol{u} = 0.$$

また，定常状態を仮定して，

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} = 0.$$

よって，式(9)は

$$\mathrm{grad}\ p = \frac{1}{Re} \Delta \boldsymbol{u}. \tag{10}$$

渦度ζを用い，表面圧力pを問題とすれば，圧力の物体表面上の一周積分が次のように単純化される．

$$\oint \left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_0 ds_0 = -\frac{1}{Re} \oint \left(\frac{\partial \zeta}{\partial n}\right)_0 ds_0. \tag{11}$$

圧力は一価であるので，明らかに上式は

$$\oint \left(\frac{\partial \zeta}{\partial n}\right)_0 ds_0 = 0. \tag{12}$$

となる． 以上により，Navier-Stokes方程式から積分拘束条件である式(12)を得る．

式(12)より，式(8)の右辺第二項を変換して，

$$\oint \psi_0 ds_0 = \oint \psi_1 ds_0 + \frac{(\Delta n)^2}{2} \oint \zeta_1 ds_0. \tag{13}$$

となる．上式は境界の流れ関数に関する線形方程式となり，それを解くことにより物体表面上の流れ関数ψ_0を求めることができる．以上のψ_0をψ_1とζ_1より求める設定法をType Iと呼ぶ．

次に渦度を使わずに物体まわりの流れ関数によりψ_0を決定する方法について述べる．物体表面の渦度ζ_0は，定義より，

$$\zeta_0 = \left(\frac{\partial u_s}{\partial n}\right)_0 - \left(\frac{\partial u_n}{\partial s}\right)_0$$

である．u_sとu_nは，それぞれ，

$$u_s = -\frac{\partial \psi}{\partial n}, u_n = \frac{\partial \psi}{\partial s}$$

と表される．ここで添字のsとnは，それぞれ，物体表面の接線方向と法線方向の座標である．物体表面上において不浸透の条件が成り立つから，$u_n = 0$より物体表面の渦度ζ_0は,

$$\zeta_0 = -\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}\right)_0$$

と書き換えることができる．よって，上式を式(12)に代入すると，

$$\oint \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial n^3}\right)_0 ds_0 = 0 \tag{14}$$

を得る．また，物体表面からそれぞれΔn, $2\Delta n$, $3\Delta n$だけ離れた点における流れ関数ψ_1, ψ_2, ψ_3をテイラー級数展開で三次の項まで表すと，

$$\psi_1 = \psi_0 + \Delta n \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_0 + \frac{(\Delta n)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}\right)_0 + \frac{(\Delta n)^3}{6} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial n^3}\right)_0 \tag{15}$$

$$\psi_2 = \psi_0 + 2\Delta n \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_0 + \frac{(2\Delta n)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}\right)_0 + \frac{(2\Delta n)^3}{6} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial n^3}\right)_0 \tag{16}$$

$$\psi_3 = \psi_0 + 3\Delta n \left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_0 + \frac{(3\Delta n)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2}\right)_0 + \frac{(3\Delta n)^3}{6} \left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial n^3}\right)_0. \tag{17}$$

ここで，式(6)の滑り無しの条件を使い，式(15)と式(16)から，

$$\left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial n^3}\right)_0 = \frac{3}{2(\Delta n)^3}(3\psi_0 - 4\psi_1 + \psi_2) \tag{18}$$

が導かれる．上式を式(14)に代入し，以下の式を得る．

$$\oint \psi_0 ds_0 = \frac{4}{3} \oint \psi_1 ds_0 - \frac{1}{3} \oint \psi_2 ds_0. \tag{19}$$

式(19)よりψ_0をψ_1とψ_2により求めることができる．以上の設定法をType IIとする．

また，同様に式(6)の滑り無し条件を使い，式(15)と式(17)から，

$$\left(\frac{\partial^3 \psi}{\partial n^3}\right)_0 = \frac{1}{3(\Delta n)^3}(\psi_3 - 9\psi_1 + 8\psi_0). \tag{20}$$

を得る．上式を式(14)に代入し，以下の式を得る．

$$\oint \psi_0 ds_0 = \frac{9}{8}\oint \psi_1 ds_0 - \frac{1}{8}\oint \psi_3 ds_0. \tag{21}$$

式(21)より，ψ_0をψ_1とψ_3により求めることができる．以上の設定法をType IIIとする．

Fig. 7に，物体近傍におけるψ_0の設定法Type I －Type IIIを模式的にまとめる．

2.6 物体表面上の一周積分の計算方法

本研究で用いる物体表面上の一周積分$\oint \psi_1 ds_0$や$\oint \zeta_1 ds_0$，$\oint \psi_2 ds_0$，$\oint \psi_3 ds_0$の具体的計算方法について，以下に述べる．例として，物体表面からΔnだけ離れたψ_1の積分$\oint \psi_1 ds_0$を説明する．今，物体の一つの角付近の格子を考える．Fig. 8に示すように，座標（i_0, j_0）をその角の格子点とする．積分経路s_0は，Fig. 7あるいはFig. 8で，太い実線で描かれている．ここで，数値積分法は台形公式を想定する．例えば，(i_0+1, j_0)と(i_0+1, j_0+1)，(i_0, j_0+1)でのψ_1を，それぞれ，$\psi_{1\ i_0+1,\, j_0}$と$\psi_{1\ i_0+1,\, j_0+1}$，$\psi_{1\ i_0,\, j_0+1}$とする．角の近傍の（i_0+1, j_0）から（i_0+1, j_0+1）の範囲と（i_0+1, j_0+1）から（i_0, j_0+1）の範囲に対応する経路は，s_0の積分は含むべきでない．よって，これらの範囲の係数は0であり，$\psi_{1\ i_0+1,\, j_0}$と$\psi_{1\ i_0,\, j_0+1}$との係数が共に1となる．

$\oint \psi_1 ds_0$は，具体的計算では経路s_1での積分$\oint \psi_1 ds_0$を実施することになるが，（i_0+1, j_0）および（i_0, j_0+1）のように正方形角での経路s_1の両端の平均を通常のs_1上の値とすべきであろう．つまり，Fig. 8で物体表面上（経路s_0上）のψ_1の一周積分は，

$$\oint \psi_1 ds_0 = \frac{\Delta s_0}{2}(\cdots + 2\psi_{1\ i_0+1,\, j_0-2} + 2\psi_{1\ i_0+1,\, j_0-1} + \psi_{1\ i_0+1,\, j_0}$$
$$+\psi_{1\ i_0,\, j_0+1} + 2\psi_{1\ i_0-1,\, j_0+1} + 2\psi_{1\ i_0-2,\, j_0+1} + \cdots) \tag{22}$$

により求めるべきである．

2.7 誤差精度の改善

流れ場に置かれた物体表面での接線方向速度u_{s0}を出来る限り0に近づけるため，言い換えれば，物体表面での滑り無し条件をより充分に満足するため，以下の改善法を提案する．

その改善法とは，物体表面での滑り無し条件，つまり$u_{s0}=0$という条件を使って補間的に，物体表面からΔnだけ離れた点での流れ関数ψ_1を決定するものである．

2.5節では，式(15)と式(16)から，式(6)の滑り無し条件を用いて，式(18)を得た．ここで，式(18)の左辺は，$(\partial\psi/\partial n)_0$をさらに二回だけ同じ法線方向に偏微分したものであり，0と仮定することも適当であろう．よって，式(18)より

$$\psi_1 = \frac{3}{4}\psi_0 + \frac{1}{4}\psi_2 \tag{23}$$

式(23)より，物体表面からΔnだけ離れた点での流れ関数ψ_1を，物体表面の流れ関数ψ_0と，物体表面から$2\Delta n$だけ離れた点での流れ関数ψ_2とにより補間できる．

以上の式(23)を用いる精度改善法は，Type IIでは意味がない．そこで，特にType IIに関しては，もう一つ別の精度改善法を提案する．式(15) － 式(17)を$(\partial\psi/\partial n)_0$について解くと，次式を得る．

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial n}\right)_0 = \frac{1}{6\Delta n}\left(-11\psi_0 + 18\psi_1 - 9\psi_2 + 2\psi_3\right) \tag{24}$$

滑り無し条件より，上式の左辺は0となるので，ψ_1は，次のようになる．

$$\psi_1 = \frac{11}{18}\psi_0 + \frac{1}{2}\psi_2 - \frac{1}{9}\psi_3 \tag{25}$$

式(25)より，ψ_1を三つの点での流れ関数ψ_0とψ_2, ψ_3から補間出来る．この（三点）改善法を用いたType IIの誤差精度改善も，以下に検証する．

2.8 収束判定条件

本研究で用いた収束判定条件について説明する．収束判定として流れ関数ψを用いてもよいが，一般に渦度ζの収束のほうが遅いため，以下のような渦度に基づく収束判定条件を用いる[23]．

$$\max\left|\zeta_{i,j}^{(n+1)} - \zeta_{i,j}^{(n)}\right| \le \varepsilon \tag{26}$$

ここで，nはタイムステップ，εは収束判定値である．

現象が定常の場合，式(26)を満たすまで時間を進める．

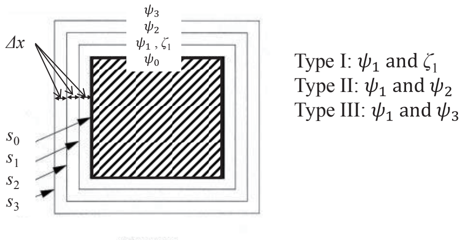
現象が非定常の場合，式(26)の判定条件ではいつまでも収束しない．そこで本研究では，タイムステップごとに物体後方の検査面を単位時間あたりに通過する循環量$\dot{\Gamma}$を求め，その振幅が一定になったところで収束したと考え，これを収束判定条件に用いる[20]．

流入境界での循環量は0であり，物体から渦が剥離することにより，物体後方での循環量は変化する．本研究では，できるだけ循環量の変化が大きいところを考え，検査面を物体から下流方向へ二格子分移動した位置にとる．$\dot{\Gamma}$ は,

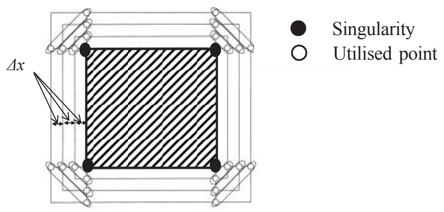
$$\dot{\Gamma} = \int_{-y_{\max}}^{y_{\max}} \zeta u dy \tag{27}$$

である．$\dot{\Gamma}$ の振幅が一定になるまで時間を進める．

ただし，特にフルイディック発振器においては,多くの場合 $\dot{\Gamma}$ の振幅が厳密に一定になることは稀であり，適当な繰り返し回数を設定して計算を打ち切る．



(a)　Integral path s_i



(b)　Utilised point at a singularity

Fig. 7. Scheme of integral calculations of ψ_1, ζ_1, ψ_2 and ψ_3 around a square cylinder.

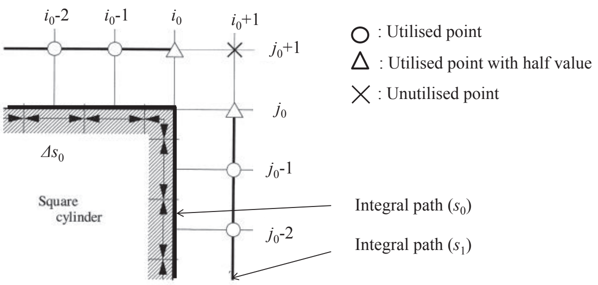


Fig. 8. Scheme of integral calculation of ψ_1 at a singularity.

3. 結果と考察

フルイディック発振器内の流動解析により発振現象を解明する前に，二つの予備計算AとBとを実施し，本解析法の信頼性と精度を確かめる．それらの予備計算では，物体表面の流れ関数 ψ_0 の設定法を特に吟味する．すなわち，ψ_0 が予め決定できない代表的二例として，予備計算Aでは非対称境界条件をもつ定常流を，予備計算Bでは対称境界条件をもつ非定常流を，それぞれ考える．

3.1 予備計算A

非対称境界条件をもつ定常流として，低 $Re(= 20)$ のチャンネル内流れに物体（正方形柱）を中心軸からずらして設置した場合を考える．もちろん ψ_0 は計算開始時においては未知である．この流れは，Matida *et al*. (1975)[17]と同様である．以下に，この流れについて，2章で提案したいくつかの ψ_0 の設定法の比較検討を行う．

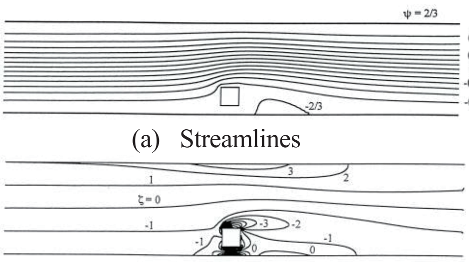
3.1.1 Type I (Original and Improved versions)

まず最初に ψ_0 を，式(13)で示すように物体表面から Δn だけ離れた点における流れ関数 ψ_1 と渦度 ζ_1 によって設定する場合（Type I）を考える．更に，物体表面上の滑り無し条件についての誤差精度も評価する．すなわち，物体表面における接線方向速度 u_{s0} が0となるべき，あるいは，物体表面での流れ関数 ψ_0 と渦度 ζ_0 が式(6)を満足すべきとの条件に関する誤差の精度改善法も検討する．2.7節では，新たな改善法を提案した．すなわち，式(23)により物体表面から Δn だけ法線方向に離れた点での流れ関数 ψ_1 を決定する方法である．この改善法では，滑り無し条件を物体付近の点において補間的に当てはめることになる．

まず，精度改善法を用いないType Iと精度改善法を用いたType Iによる計算を実施する．その結果，得られたフローパターンは，両者共に，ほぼ同様であった．一例として，Fig. 9には，後者による流線（Fig. (a)）と等渦度線図（Fig. (b)）を示す．更に，Matida *et al.*のフローパターン（Fig. 10）と比較すると，流線については，物体後流は下壁面部における剥離も含め，よく一致することが分かる．等渦度線図についても，物体前方でのわずかな違いを除けば，ほぼ一致する．以上より，本研究で提案した ψ_0 の設

定法 Type I についての信頼性が確認できる．

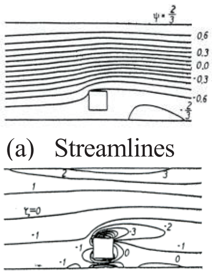
一方，精度改善法の効果は，フローパターンでは確認が難しい．そこで，Fig. 11に，物体表面での接線方向速度u_{s0}の分布を示す. Fig. (a)は精度改善法を用いないType I, Fig. (b)は精度改善法を用いたType Iである．まず，Fig. (a)を見る．正方形柱の上流中心軸側の角LE_Uでの精度が特に悪く，その他の角でもu_{s0}は0とはかなり異なる値をとる．次に，Fig. (b)を見る．u_{s0}は，全ての角も含めて物体表面全域にわたり，ほぼ0に近い．よって，誤差精度が改善され，滑り無し条件がよく満たされる．



(a) Streamlines

(b) Equi-vorticity lines

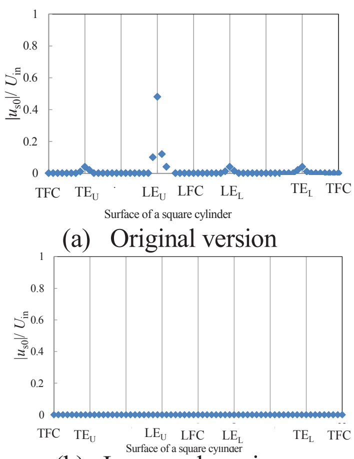
Fig. 9. Flow pattern at $Re = 20$, by Improved Type I.



(a) Streamlines

(b) Equi-vorticity lines

Fig. 10. Flow pattern at $Re = 20$, by Matida *et al.* (1975).



(a) Original version

(b) Improved version

Fig. 11. Distribution of velocity error on the surface of a square cylinder in preliminary test A, by Type I.

3.1.2 その他の設定法（Original Type II, Tri-improved Type II & Improved Type III）

次に，Type I以外の設定法を検証する．具体的には，精度改善法を用いない Type II，及び，（三点）精度改善法（式(25)）を用いた Type II，改善法（式(23)）を用いた Type III の三つの設定法により計算を実施する．

三つの設定法より得られたフローパターンは，全て，Type I（Fig. 9）とほぼ同様である．よって，Matida *et al.*ともよく一致する．

次に，それらの設定法について，物体表面での滑り無し条件に関する誤差精度を詳しく議論する．Fig. 12 に，Fig. 11 と同様な物体表面での接線方向速度 u_{s0} の分布を示す. Fig. 12(a)と Fig. 12(b), Fig. 12(c)は，それぞれ，精度改善法を用いない Type II と（三点）精度改善法を用いたType II，精度改善法を用いたType III を表す. Fig. 12(a)は，精度改善法を用いないType I による分布（Fig. 11(a)）とよく似る．（定量的評価は，後に Table 2 に示す.） Fig. 12(b)は，Fig. 11(a)や Fig. 12(a)とよく似る．ただし，厳密に述べると，Fig. 11(a)や Fig. 12(a)と比べて，若干精度が良い．Fig. 12(c)では，Fig. 11(b)と同様，u_{s0} が物体表面全域にわたりほぼ 0 となり，滑り無し条件は充分に満たされる．

3.1.3 設定法の比較

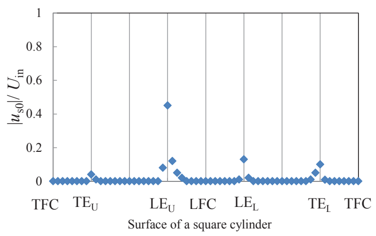
以上までに，五種類の ψ_0 の設定法を議論してきた．以下に，それらの結果をまとめ，比較する．

Table 2 に,予備計算 A における各設定法により得られた物体表面上の$|u_{s0}|/U_{in}$ の平均値と最大値とを示す．それらの値が 0 に近い程，物体表面での滑り無し条件は満足される．結果として，Fig. 11 と Fig. 12 に示した通り，滑り無し条件については，精度改善法を用いた Type I と精度改善法を用いた Type III の精度が最もよい．

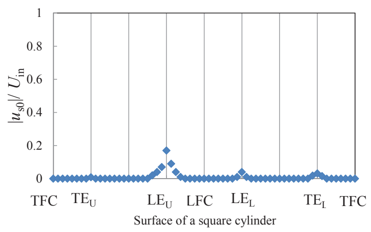
更に，滑り無し条件の満足とは別の尺度により，ψ_0 の設定法の精度を比較する．すなわち，圧力一価条件の満足に関する尺度である．詳しく述べると，圧力一価条件を表す式(12)の左辺について，誤差精度の評価を行う．結果を，Table 3 にまとめる．表からは，精度改善法を用いる用いないに拘わらず，

Type I が，その他の設定法と比べて著しく 0 に近く，圧力一価条件をよく満足することが分かる．一方，滑り無し条件をよく満足する精度改善法を用いた Type III の値は，いずれの Type I よりも圧力一価条件を満足しない．まとめると，圧力一価条件の満足に関しては，Type I が最も誤差精度に秀でる．理由として，Type I では物体表面に沿う一周積分において，物体表面に最も近い Δn だけ離れた点での値（ψ_1 と ζ_1）のみを用いる点が挙げられる．

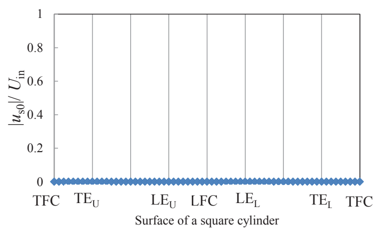
以上のTable 2とTable 3の結果に基づき，以降は特に断りのない限り，精度改善法を用いたType Iにて数値解析を行う．



(a)　Original Type II



(b)　Tri-improved Type II



(c)　Improved Type III

Fig. 12. Distribution of velocity error on the surface of a square cylinder in preliminary test A, by Original Type II, Tri-improved Type II and Improved Type III.

Table 2. Velocity error $|u_{s0}|/U_{in}$ on the surface of a square cylinder in preliminary test A.

		Type I	Type II	Type III
Original	Ave.	2.06×10^{-2}	2.48×10^{-2}	―――
	Max.	4.52×10^{-1}	4.43×10^{-1}	―――
Improved	Ave.	7.28×10^{-7}	―――	1.39×10^{-6}
	Max.	1.69×10^{-6}	―――	4.77×10^{-6}
Tri-improved	Ave.	―――	1.41×10^{-2}	―――
	Max.	―――	1.73×10^{-1}	―――

Table 3. Integral value ($\frac{1}{Re}\oint\left(\frac{\partial\zeta}{\partial n}\right)_0 ds_0$) circulating around a square cylinder in preliminary test A.

	Type I	Type II	Type III
Original	3.71×10^{-4}	7.19×10^{-1}	―――
Improved	6.48×10^{-5}	―――	4.72×10^{-1}
Tri-improved	―――	4.88×10^{-1}	―――

3.2 予備計算B

前節では定常流においての本解析手法の信頼性と精度を確認した．本節では，非定常流において本解析手法の適用性を調べる．すなわち，予備計算 B では，対称境界条件をもつ非定常流として，中 Re（≤ 100）のチャンネル内流れに物体（正方形柱）を中心軸上に設置した場合を考える．3.1 節の結果に従い，ψ_0 の設定法には，精度改善法を用いた Type I を採用する．なお比較の為，精度改善法を用いない Type I と ψ_0 を一定値に固定する場合（以降，Type 0 と呼ぶ）もあわせて検証する．

3.2.1 定常流（Re = 50）

Re = 100 での非定常流を検証する前に，Re = 50 での定常流を確認する．Fig. 13 に Re = 50 でのフローパターンの一例を示す．なお，精度改善法を用いない Type I でも Type 0 でも，同様な双子渦が物体後流に形成される．もちろん，三者は，いずれも，定常流であり，物体下流のある検査面を単位時間あたりに通過する循環量$\dot{\Gamma}$の時間変化は，ほぼ 0 である．

次に，Fig. 14に，それぞれの設定法により得られた物体表面の接線方向速度（$|u_{s0}|/U_{in}$ ）の分布を示す．精度改善法を用いたType I（Fig. 14(a)）は，Fig. 11(b)と同様，角を含めていたるところでほぼ0になり，滑り無し条件を充分に満足する．一方，精度改善法を用いないType I（Fig. 14(b)）とType 0（Fig. 14(c)）では，角（今回の計算では特にLE_L）で滑り無し条件は充分に満足されていない．（なお，各設定法による$|u_{s0}|/U_{in}$ の平均値と最大値は，後にTable 4にまとめる.）

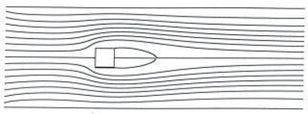
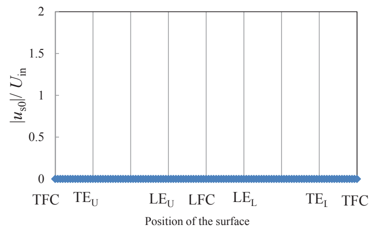
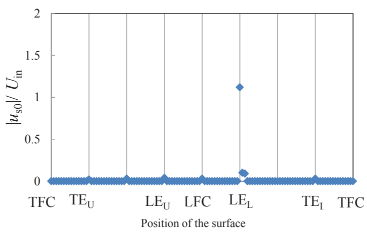


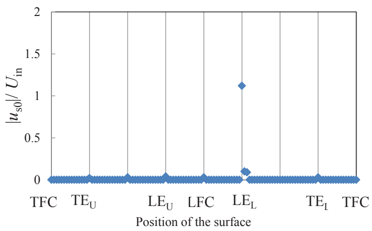
Fig. 13. Flow pattern (streamlines) in preliminary test B at $Re = 50$, by Improved Type I.



(a) Improved Type I



(b) Original Type I version



(c) Type 0

Fig. 14. Distribution of velocity error on the surface of a square cylinder in preliminary test B at $Re = 50$.

3. 2. 2 非定常流（Re = 100）

Re = 100 でも，定性的観点からは，三つの設定法ともよく似た流れを示す．Fig. 15 と Fig. 16 に，その一例（精度改善法を用いた Type I による結果）を示す．

Fig. 15 は，代表的物理量の時系列データを示す．つまり Fig. 15(a)は，物体（正方形柱）の下流のある検査面を単位時間当りに通過する循環量$\dot{\Gamma}$の時間発展である．Fig. 15(b)は，物体の片側のみを通過する流量Qの時間発展である．$\dot{\Gamma}$とQは，共に，定常状態から徐々に振動し始め，その振幅は時間の経過につれて大きくなるが，充分に時間が経過した後は，一定値に漸近し，完全周期解となる．（その周波数については，ストローハル数 $St(\equiv f_D b/U_{in})$として，後にTable 5 にまとめる.）

Fig. 16 は，完全周期解に達した後の一周期分のフローパターン（流線）を示す．$Re = 100$ では，物体の両側面から交互に渦が形成・放出され流下する．物体の後流に現れるカルマン渦列は，その形成・放出と対応する．

ここで厳密に述べると，$\dot{\Gamma}$とフローパターンについては，三つの設定法ともよく似た結果を示す．しかし，Q については，Type 0 が特異性を示す．つまり，Type 0 では，Q は一定であり時間に依存しない．逆に，Type 0 ではψ_0の値を固定しているにも拘らず，$\dot{\Gamma}$とフローパターンが，Type I とよく似る事実は，後流の影響（より具体的にはカルマン渦列不安定）の強さを反映すると考えるべきであろう．

Fig. 17 に，物体表面の接線方向速度u_{s0}の分布を示す．Re = 50 の時と同様，精度改善法を用いた Type I（Fig. 17(a)）は，$|u_{s0}|$が角を含めいたる所でほぼ 0 となり，滑り無し条件をよく満足する．一方，精度改善法を用いない Type I（Fig. 17(b)）と Type 0（Fig. 17(c)）は，角（特に上流側）で大きな誤差を生じる．

なお補足すると，応和他(1988)[20]は，可視化実験により，$Re \leq 70$では物体後流に安定した双子渦が形成され，Re = 80と90 においては尻尾振り現象を示し，$Re \geq 100$では双子渦が崩れて渦列ができることを報告している．一方，本解析結果は，Re = 60において，物体後方に弱い渦列が形成することを示し，応和他

の実験と異なる．しかし，本解析では，$\dot{\Gamma}$の時間変化も流量変動もわずかであり，また，解析開始時からしばらくは変動がほとんど見られない．

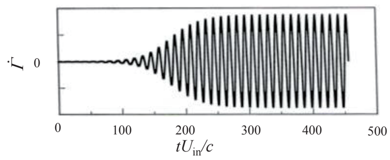
3. 2. 3 設定法の比較

以上までに，三種類のψ_0の設定法を議論してきた．以下に，それらの結果をまとめ，比較する．

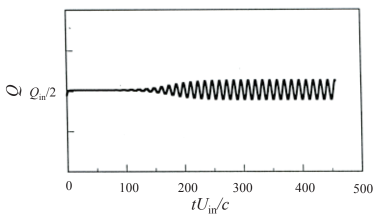
Table 4 に,予備計算 B における各設定法により得られた物体表面上の$|u_{s0}|/U_{in}$の平均値と最大値とを示す．それらの値が 0 に近い程，物体表面での滑り無し条件が満足されがちである．結果として，Fig. 17 に示した通り，滑り無し条件について精度改善法を用いた Type I は，精度改善法を用いない Type I や Type 0 と比べて，はるかに良好な精度を示す．

更に，滑り無し条件の満足とは別の尺度により，ψ_0の設定法を比較する．Table 5 は，計算開始後の完全周期解に達した後に得られた周波数を，各設定法ごとにストローハル数 *St* としてまとめる．参考として，本解析条件に近い応和他 [20] の数値解析と Roshko[24]による無限に広い流れの中に置かれた垂直平板の *St* 数も示す．表より，五つの *St* はほぼ等しいことが分かる．

以上, Table 4 と Table 5 の結果より，非定常流であっても精度改善法を用いた Type I は良好な数値解析特性を示すことが分かる．



(a)　Circulation flux $\dot{\Gamma}$ at the downstream of a square cylinder.



(b)　Flow rate Q past one side of a square cylinder.

Fig. 15. Time history at Re = 100, by Improved Type I.

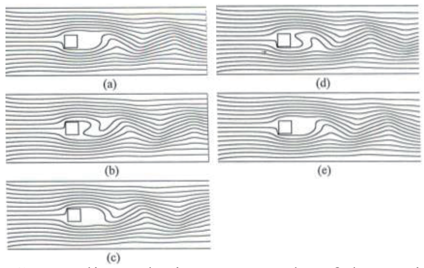
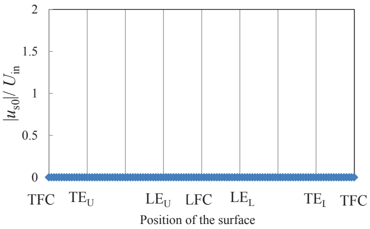
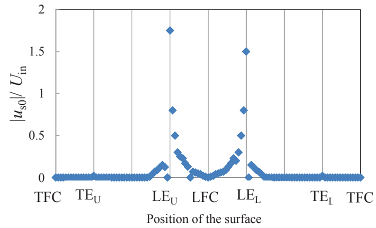


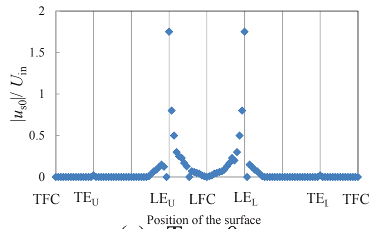
Fig. 16. Streamlines during one cycle of the periodic unsteady flow at Re = 100, by Improved Type I.



(a)　Improved Type I



(b)　Original Type I



(c)　Type 0

Fig. 17. Variation of velocity on the surface of a square cylinder at Re = 100.

Table 4. Velocity on the surface of a square cylinder in preliminary test B ($|u_{s0}|/U_{in}$).

	Improved Type I		Original Type I		Type 0	
	Ave.	Max.	Ave.	Max.	Ave.	Max.
Re = 50	1.72×10^{-7}	2.57×10^{-7}	1.88×10^{-2}	1.11	1.88×10^{-2}	1.11
Re = 100	1.24×10^{-5}	1.99×10^{-5}	8.94×10^{-2}	1.69	9.00×10^{-2}	1.66

Table 5. Strouhal number in preliminary test B at Re = 100.

	Improved Type I	Original Type I	Type 0	Ouwa *et al.* (1988)	Roshko (1953) in uniform flow
St	0.166	0.155	0.160	0.15	0.16

3.3 本計算（フルイディック発振器）

これまでに予備計算AとBとにより，本解析手法の信頼性と精度を確認した．以下に，本解析手法をフルイディック発振器に適用する．

Fig. 18とFig. 19は，それぞれ，安定発振するときと不安定発振するときの無次元流量 Q/Q_{in} の時系列データの一例を示す．厳密に述べると，Fig. 18は，$Re = 500$ かつ $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$, $d/b = 8$ での結果を示す．一方，Fig. 19は，$Re = 500$ かつ $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$, $d/b = 3$ での結果を示す．各図において，Fig. (a)は Q/Q_{in} の変動波形を，Fig. (b)はそのフーリエ変換により得られたスペクトルを表す．

まず，Fig. 18を見る．Fig. 18(a)の波形は，若干乱れているが，ある程度の周期性を確認できる．実際，Fig. 18(b)には，周波数 f_D を持つ唯一の卓越した変動成分が鋭いスペクトル・ピークとして現れている．（この $f = f_D$ での変動成分は，後に示すフローパターンの観察から，噴流発振に関係している．）以上は，著者らの過去の実験[13, 14]でも確認されている．f_D の値は支配パラメータの値に応じて変わる．以降，f_D は，無次元化してストローハル数 St として示す．

次に，Fig. 19を見る．Fig. 19(a)は，Fig. 18(a)と比べて弱い周期性しか示さない．実際，Fig. 19(b)でも，たとえ区間を適当に選択しても，唯一の卓越するスペクトル・ピークは現れ難い．

3.3.1 発振条件と発振周波数

Fig. 20に，数値解析の結果をまとめる．具体的に述べると，Fig. 20は，様々な d/b について，三つの流入境界条件それぞれにおける $Re = 500$ での St の計算結果（図中のプロット）を示す．更に比較の為，実験で得られた発振条件（図中の一点鎖線）と発振周波数（図中の点線）の経験公式[13, 14]も共に示す．

数値計算からは，（1）$d/b = 6.25 - 13$ の限られた範囲でのみ安定発振することや，（2）d/b の増加に伴い St が減少することが分かる．以上の二点は，実験と比較しても，定量的には若干異なるが，定性的によく一致する．これらの一致は，本発振現象が本質的には二次元的なものであることを，示唆する．

一方，Fig. 20を更に詳細に見ると，数値計算と実験との様々な違いを定量的観点から指摘できる．すなわち，（1）数値計算での噴流の d/b の安定発振領域よりも，実験でのそれ（$d/b = 6.25 - 10$）は狭い．（2）数値計算での St は，実験でのそれより小さい．この違いの原因としては，一般にどんな二次元実験でも三次元的な影響を完全に消去できない点が，挙げられる．最初に述べたように，本数値解析は二次元であり，実験と数値解析の St における差は，数値解析において三次元性を考慮すればよいであろう．

補足として，流入境界条件についても以下に比較する．Fig. 20より，St に着目すると，流入境界条件に依らず，安定発振するとき，St は非常に近い値を示す．更に，発振条件に着目しても，すべての流入境界条件で $d/b = 6 - 13$ で安定発振が生じ，それ以外の d/b では安定発振しない．以上，流入境界条件は，発振条件と発振周波数のどちらにも，ほぼ影響は及ぼさないことが分かる．

3.3.2 フローパターン

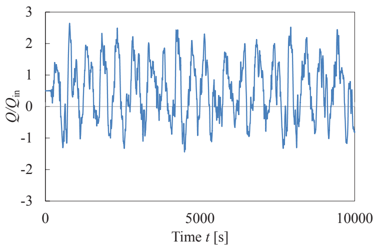
最後に，安定発振する場合と不安定発振する場合の代表的なフローパターン（ある瞬間における流線）を示す．すなわち，Fig. 21は，安定する場合として，$Re = 500$ かつ $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$, $d/b = 8$ の結果を示す．Fig. 22とFig. 23は，不安定発振する二つの場合として，$Re = 500$ かつ $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$, $d/b = 3$ の結果を，$Re = 500$ かつ $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$, $d/b = 18$ の結果を，それぞれ，示す．

Fig. 21より，安定発振する場合は，物体後方に渦が周期的に流下していくことを確認できる．一方，Fig. 22とFig. 23より，不安定発振する場合は，流下する渦の寸法の大小にバラつきが著しい．このバラつきは当然，弱い周期性と対応する．

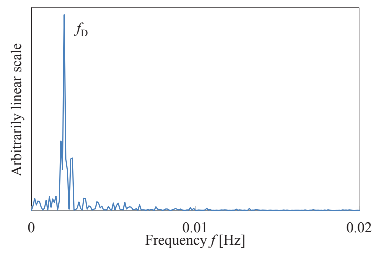
次に，以上の三つの場合について，更に発振の仕方を詳しく観察する為，発振一周期間のフローパターンを示す．特にここでは，ノズルから物体までの空間を拡大して観察する．具体的に述べると，安定発振の場合として，Fig. 24を，不安定発振の二つの場合としてFig. 25とFig. 26を示す．各図は，それぞれ，Fig. 21とFig. 22, Fig. 23に対応する．

Fig. 24より，ノズルからターゲットまでの空間に

特徴的ないくつかの渦構造が周期的に発生していることを確認できる．一方，Fig. 25 と Fig. 26 からは，Fig. 24 に比べてノズルからターゲットまでの空間が充分にない，あるいは，大き過ぎる為に，空間が偏平になり，発振が不安定になることが伺える．これらの結果は，実験による観察 [13] とよく一致する．

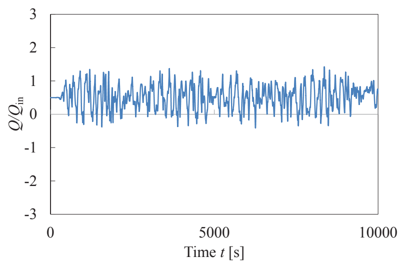


(a) Time history

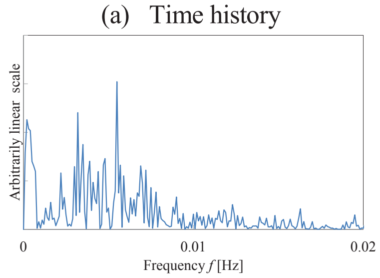


(b) Spectrum

Fig. 18. Flow-rate fluctuation at $Re = 500$, $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$ and $d/b = 9$.



(a) Time history



(b) Spectrum

Fig. 19. Flow-rate fluctuation at $Re = 500$, $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$ and $d/b = 3$.

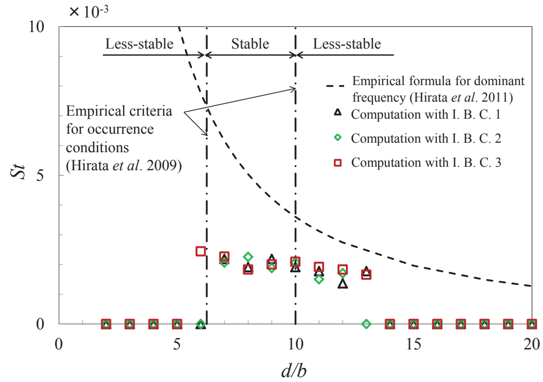


Fig. 20. Strouhal number St against the distance d from a nozzle to a target for three inflow-boundary conditions, at $Re = 500$, $a/b = 2.5$ $B/b = 15$ and $c/b = 2.5$.

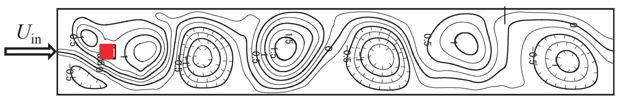


Fig. 21. Streamlines (overall view) at $Re = 500$, $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$ and $d/b = 8$.

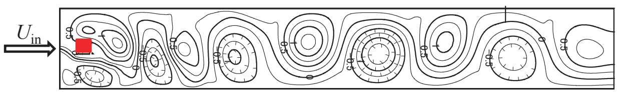


Fig. 22. Streamlines (overall view) at $Re = 500$, $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$ and $d/b = 3$.

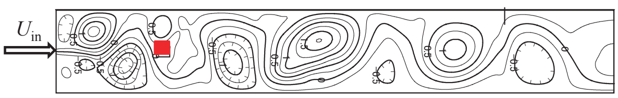


Fig. 23. Streamlines (overall view) at $Re = 500$, $a/b = 2.5$, $B/b = 15$, $c/b = 2.5$ and $d/b = 18$.

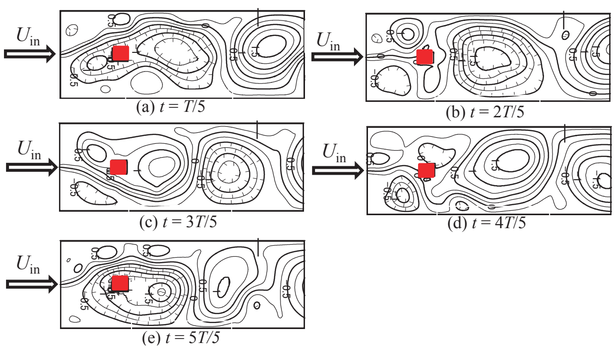


Fig. 24. Consecutive series of streamlines (close-up view) during one flip-flop-jet cycle at $Re = 500$, $a/b = 2.5$ $B/b = 15$, $c/b = 2.5$ and $d/b = 8$.

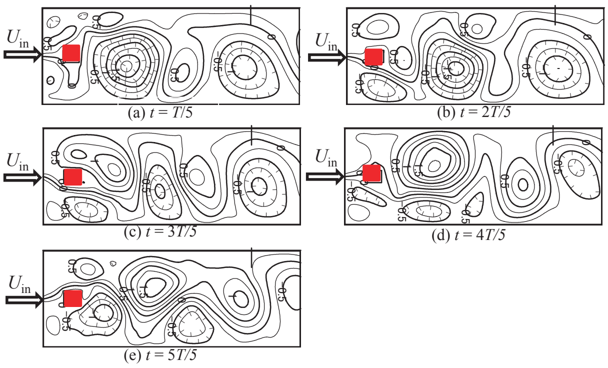


Fig. 25. Consecutive series of streamlines (close-up view) during one flip-flop-jet cycle at *Re* = 500, *a*/*b* = 2.5 *B*/*b* = 15, *c*/*b* = 2.5 and *d*/*b* = 3.

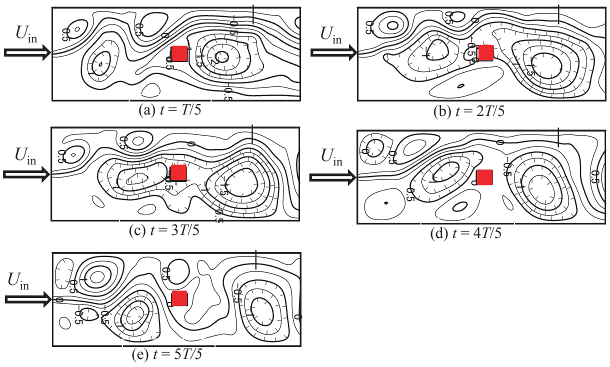


Fig. 26. Consecutive series of streamlines (close-up view) during one flip-flop-jet cycle at *Re* = 500, *a*/*b* = 2.5 *B*/*b* = 15, *c*/*b* = 2.5 and *d*/*b* = 18.

4. おわりに

数値解析（支配方程式の渦度-流れ関数表記に基づく有限差分法）をフルイディック発振器に適用し，流れの解析を行い，この発振現象を明らかにした．本解析に先行して，二つの予備計算により，本解析手法を検証した．一般的に，工学上重要な複数物体をすぎる流れの解析（多重連結領域問題）では，物体表面における境界条件の設定には工夫が必要になる．そこで，物体まわりで圧力一価条件を用いて，物体表面の流れ関数を決定する．更に，物体表面での滑り無し条件により精度改善に成功した．検証した解析手法をフルイディック発振器に適用した結果，以下が明らかになった．

I. 数値計算は，（1）*d*/*b* = 6.25 － 13 の限られた範囲でのみ安定発振することや，（2）*d*/*b* の増加に伴い *St* が減少することを示した．以上の二点は，実験と比較しても，定量的には若干異なるが，定性的によく一致する．これらの一致は，本発振現象が本質的には二次元的なものであることを，示唆する．

II. 数値解析でも，周期的発振には，ノズルからターゲットまでの空間の重要であることを先の実験と同様，確認できた．また，観察された渦構造等の特徴も実験とよく一致する．

この研究は，一部 2014 年度理工学研究所研究助成金の財政的支援を受けた．また，成果は 2014 年度理工学研究所研究発表会でも公表した．ここに記して謝辞を表する．

参考文献

1) 尾崎省太郎，原美明，純流体素子入門，(日刊工業新聞社，東京, 1963).

2) J. R. Tippetts, H. K. Ng, and J. K. Royle, “A Fluidic Flowmeter,” *Automatica*, **9**, 35-45 (1973).

3) H. Viets, “Flip-Flop Jet Nozzle, ” *AIAA Journal*, **13**[10], 1375-1379 (1975).

4) H. Yamasaki, A. Takahashi and S. Honda, “A New Fluidic Oscillator for Flow Measurement,” *Proc. FLUCOM*, Sheffield, 16-20 (1988).

5) T. Shakouchi,“A New Fluidic Oscillator, Flowmeter, without Control Port and Feedback Loop,” *Trans. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **111**, 535-539 (1989).

6) G. J. Morris, J. T. Jurewicz and G. M. Palmer, “Gas-Solid Flow in a Fluidically Oscillating Jet,” *Trans. ASME Journal of Fluids Engineering*, **114**, 362-366 (1992).

7) G. Raman, M. Hailye and E. J. Rice, “Flip-Flop Jet Nozzle Extended to Supersonic Flows,” *AIAA Journal*, **31**[6], 1028-1035 (1993).

8) G. Raman, E. J. Rice, D. M. Cornelius, “Evaluation of Flip-Flop Jet Nozzle for Use as Practical Excitation Devices,” *Trans. ASME, Journal of Fluids Engineering*, **116**, 508-515 (1994).

9) 舟木治郎，水野剛，近藤正樹，平田勝哉，“連結管流れに基づくフリップフロップジェットノズルの発振機構”，日本機械学会論文集（B 編），**65**[631], 928-933 (1999).

10) J. Mi, G. J. Nathan and R. E. Luxton., “Mixing Characteristics of a Flapping Jet from a Self-Exciting Nozzle,” *Flow*, *Turbulence and Combustion*, **67**[1], 1-23 (2001).

11) 舟木治郎，松田裕之，井上達哉，谷川博哉，平田勝哉, “フリップフロップジェットノズル内の周期流れの UVP 計測”，日本機械学会論文集（B 編），**73**[725], 133-138 (2007).

12) 梅田眞三郎，飯島和明，新村浩一，Wen-Jei YANG, “菱形角柱群管路内でのポケット部の有無による流れの変化”，日本機械学会論文集（B 編），**75**[760], 2464-2471 (2009).

13) K. Hirata., N. Matoba, T. Naruse, Y. Haneda, and J. Funaki, “On the Stable-Oscillation Domain of a Simple Fluidic Oscillator,” *JSME Journal of Fluid Science and Technology*, **4**[3], 623-635 (2009).

14) K. Hirata, T. Inoue, Y. Haneda, N. Miyashita, H. Tanigawa, and J. Funaki, “On Dominant Oscillation Frequency of a Simplified Fluidic Oscillator,” *JSME Journal of Fluid Science and Technology*, **6**[4], 534-547 (2011).

15) 羽田喜昭，土屋良明，倉澤英夫，鈴木健二郎，“円柱への二次元衝突噴流伝達に関する研究（第 2 報，円柱に近接設置した平板の開き角の影響）”，日本機械学会論文集（B 編），**61**[583], 1078-1084 (1995).

16) D. R. Sood and H. G. Elrod Jr., “Numerical Solution of the Incompressible Navier-Stokes Equations in Doubly-Connected Regions,” *AIAA Journal*, **12**[5], 636-641 (1974).

17) Y. Matida, K. Kuwahara and H. Takami, “Numerical Study of Steady Two-Dimensional Flow past a Square Cylinder in a Channel,” *Journal of the Physical Society of Japan*, **38**[5], 1522-1529 (1975).

18) 大宮司久明, “物体をよぎる非定常二次元粘性流れの数値解析（第 1 報, 振動平板のある流路の流れ）”, 日本機械学会論文集（第 2 部）, **44**[378], 555-561 (1978).

19) 中林幸三郎, 青井忠正, “平行壁内の角柱まわりの流れの数値解析”, 日本機械学会論文集（B 編）, **53**[485], 49-54 (1987).

20) 応和靖浩, 板尾富士彦, 松岡祥浩, “平行壁内にある四角柱まわりの非定常流の数値解析”, 日本機械学会論文集（B 編）, **54**[498], 277-281 (1988).

21) 吉野章男, 林達夫, 若良二, “数値計算における物体表面上の流れの関数の与え方”, 日本機械学会論文集（B 編）, **55**[512], 1062-1067 (1989).

22) 徳永宏, 田中照憲, 里深信行, “渦度・流れ関数表示による複数物体を過ぎる流れの数値計算”, 日本機械学会論文集（B 編）, **57**[543], 61-66 (1991).

23) 水野明哲, 流れの数値解析入門, (朝倉書店, 東京, 1990), p. 33-47.

24) A. Roshko, “On the Drag-and-Shedding Frequency of Two-Dimensional Bluff Bodies,” *NACA Technical Note*, [3167], (1953).