# 動学的資本税協調と公的資本形成

田中　宏樹**・日高　政浩***

## あらまし

本稿では、Zodrow and Mieszkowski（1986）および Wilson（1986）等で示された対称小地域における静学的租税競争モデルを、資本蓄積の存在を組み入れた対称大地域における動学的租税競争モデルに拡張し、租税競争の帰結と租税協調による経済厚生へのインパクトを分析した。

Batina（2009）では、長期定常状態において、経済が動学的効率性を満たす場合、ナッシュ均衡から資本税率を引き上げることで両地域の厚生が改善されることが示されたが、生産要素として公的資本を組み入れた本稿のモデルでは、経済が動学的効率性を満たす場合でも、資本税率引き上げと引き下げの両方向に租税協調解がありうることが、理論分析から明らかになった。

## 1．はじめに

Zodrow and Mieszkowski（1986）および Wilson（1986）にはじまる「租税競争理論（Tax Competition Theory）」では、過小課税と公共財の過小供給という租税競争の帰結を導く前提として、生産要素である民間資本の地域間移動、同質な小地域、経済全体での資本供給一定が仮定されていた。これらモデルの前提を変更することで、租税競争の帰結が変わりうるかを解明することを目的に、生産要素として公的資本を導入した Noisit and Oakland（1995）、Matsumoto（1998）、Kellermann（2006）、人口規模の違いによる地域間非同質性を想定した Bucovetsky（1991）や Wilson（1991）、資本供給が変化する動学的フレームワークを採用した Batina（2009）等による、定性的・定量的分析が多数試みられてきた。

田中・日高（2010）では、先行研究で個々に扱われていたモデルの変更を集約化し、生産要素に組み入れる公的資本の生産力効果が地域間で異なる状況を想定しつつ、資本蓄積過程を考慮した２地域世代重複モデルを用いて、動学的租税競争の帰結をシミュレーション分析した。その結果、異なる税目の課税権が中央政府と地方政府に割り当てられている場合（中央政府に定額税、地方政府に資本税）、若年世代と老年世代への課税方式の違いによって、最適資本税率がゼロになる場合と正になる場合があること、および非対称均衡において、ナッシュ均衡解よりも両地域の経済厚生を高める複数の潜在的租税協調解が存在することが明らかとなった。

**同志社大学政策学部・総合政策科学研究科 E-Mail hitanaka@mail.doshisha.ac.jp
***大阪学院大学経済学部 E-Mail mhidaka@ogu.ac.jp

租税競争（協調）が厚生の悪化（改善）をもたらすという Zodrow and Mieszkowski（1986）および Wilson（1986）の結論は、生産性の非対称性と資本蓄積を組み入れた田中・日高（2010）の動学的租税競争モデルにおいても確認されたが、経済が動学的効率性を満たせば、税率引き上げの方向に協調解が存在するとした Batina（2009）の理論的帰結が、公的資本を組み入れた場合でも保持されうるかについて、明示的な分析が行われていない。

加えて、その分析は２つの定常状態の比較にとどまっており、長期定常状態に至る移行過程を考慮した場合、政策変数の変更による厚生への影響については、異なる結果が導かれる可能性がある。租税競争および協調の動学的インパクトは、長期定常状態を対象にした分析のみならず、移行過程に焦点を当てた分析を通じて、はじめて明らかにできるものである。

本稿では、以上のような問題意識に立って、資本蓄積下での資本税をめぐる地方政府間の競争と協調が、地域の経済厚生にいかなる影響を与えるかを考察すべく、２地域世代重複モデルをもとに、理論分析を行う。特に、長期定常状態で若年、老年世代ともに厚生改善をもたらすとされた租税協調が、移行過程を考慮した分析においてもなお、若年、老年両世代の厚生を改善する政策手段となりうるかを解明することに力点を置く。

以下、本稿の構成をまとめておこう。第２節では、租税競争をめぐる理論分析についての先行研究を整理し、本稿での研究の位置づけを明らかにする。第３節では、本稿の分析に用いる２地域世代重複モデルについて、各地域の家計と企業の最適化行動、市場均衡、さらには地方政府の最大化問題について記述する。第４節では、長期定常状態および初期時点における租税協調の厚生への影響について、比較静学をもとに分析する。第５節では、本稿の結論を要約し、分析に残された課題について述べる。

## ２．先行研究

1980 年代後半より精力的に研究が進められてきた「財政競争（Fiscal Competition）」理論は、租税競争、支出競争、再分配競争など、地方政府間の様々な政策変数の決定をめぐる競争の帰結を解明する枠組みとして発展を遂げ、今や公共経済学の主要な研究領域の１つと認識されるまでに至っている。

労働や資本といった課税ベースの地域間移動に着目し、地方政府の競争的かつ非協力的な政策決定が、地域の公共財供給に及ぼす影響に焦点をあてた一連の研究は、資本税競争を分析対象とした Zodrow and Mieszkowski（1986）および Wilson（1986）を端緒としてはじまった。

Zodrow and Mieszkowski（1986）および Wilson（1986）は、多数の同質的小地域が存在する経済において、資本移動下における地方政府間の資本税競争は、（自地域からの民間資本の流出を回避すべく地方政府が税率引き下げに向かう結果）、過少課税と公共財の過少供給を引き起こし、ひいては住民の厚生を引き下げうることを理論的に解明した。

Zodrow and Mieszkowski（1986）や Wilson（1986）の資本税競争モデルへの修正や拡張を行った研究が、その後、多数報告されてきたが、その主たる関心は、①経済全体の資本供給が変化する場合、②公的資本（公共財）が生産要素として地域の生産性の改善に寄与する場合－の２つのケースにおいて、資本税競争の理論的帰結を解明することに向けられている。

上記①を扱ったものとしては、Batina（2009）、Shinozaki, Sugahara and Kunizaki（2010）らがある。これらは、経済全体の資本供給が一定との仮定を緩め、異時点間の消費・貯蓄の選択を考慮した世

代重複モデルをベースに、同質地域間の動学的な資本税競争および資本税協調の帰結を、理論的に検討したものである。Batina（2009）は、地方政府間の水平的資本税競争モデルをもとに、Shinozaki, Sugahara and Kunizaki（2010）は、地方政府間に加え、中央政府と地方政府の垂直的資本税競争モデルを用いて、税率変更が民間資本の変動を生み、それが経済厚生にいかなるインパクトを与えるかについて考察している。

上記②を扱ったものに、Noisit and Oakland（1995）、Matsumoto（1998）、Kellermann（2006）およびKellermann（2007）らがある。このうち、Kellermann（2006）およびKellermann（2007）は、Batina（2009）やShinozaki, Sugahara and Kunizaki（2010）らと同じ世代重複モデルを用いつつ、公的資本を生産要素の１つとして組み込み、同質地域間での動学的資本税競争を理論分析している。そこでは、資本蓄積の存在を想定した場合でも、対称地域間での資本税競争が、資源配分の非効率をもたらす可能性が示唆されているが、資本税率の変化が資本収益率に影響を及ぼさない小地域が仮定されているため、利子率が内生的に決定されるもとでの資本税競争の帰結については、分析されていない。

Zodrow and Mieszkowski（1986）およびWilson（1986）にはじまる資本税競争の研究は、消費・貯蓄の選択問題を捨象した静学的フレームワークから、それらを考慮した動学的フレームワークのもとでの分析へと、発展・拡張を遂げている。しかし、公的資本を生産要素として明示的に扱った動学的な資本税競争に関する研究の蓄積は乏しく、利子率が内生的に決定される大地域の動学的資本税競争については、田中・日高（2010）以外には、ほとんど取り上げられていない。加えて、動学モデルでの分析は、長期定常状態についてのみ行われ、移行過程については考慮されていない。

そこで本稿では、先行研究において個々に分析されてきた、①資本蓄積の存在、②公的資本の生産力効果を織り込んだ動学的な資本税競争および資本税協調に焦点をあてる。具体的には、Diamond（1965）の世代重複モデルをベースに、生産要素として公的資本を組み入れた対称大地域における動学的資本税競争モデルを構築し、定性分析を通じて、定常状態ならびに移行過程において、資本税競争および協調が、経済厚生に及ぼす影響等を解明していく。

## ３．理論モデル

本稿では、租税競争として、２つの地域が公共投資の財源を資本税で調達する場合を分析の対象とする。公共投資によって整備される公的資本は、各地域の生産要素として用いられる。それぞれの地域の代表的企業は、労働、民間資本、および公的資本を生産要素として財を生産する。両地域で生産される財は同一で、両地域の代表的家計の選好、人口および代表的企業の生産技術も同一であると仮定する。つまり、対称的な２地域を想定する。

公的資本と民間資本の蓄積の動学過程については、Diamond（1965）の世代重複モデルをベースにする。本稿では、このモデルに生産要素として政府が供給する公的資本を導入し、２地域に拡張する。各地域には、t期においてt期生まれの若年世代とt−1期生まれの老年世代が存在する。それぞれの人口を$L_t^i$、$L_{t-1}^i$、人口成長率を$n$とすると、$L_t^i=(1+n)L_{t-1}^i$が成立している。各地域の人口は等しく、地域間の移動はないものと仮定する。以下では企業、家計の行動と市場均衡を記述し、租税競争および租税協調のもとでの地方政府の行動をまとめる。

## 3.1　企業の行動

第 i 地域（i＝1, 2）の企業は、労働（$L_t^i$）、民間資本（$K_t^i$）、公的資本（$G_t^i$）を生産要素とする一次同次の生産関数$F(L_t^i, K_t^i, G_t^i)$を用いて財（$Y_t^i$）を生産する。企業は、公的資本（$G_t^i$）と生産技術を所与として、以下の利潤最大化問題を解く。

$$\underset{L_t^i, K_t^i}{Max} \quad \Pi_t^i = Y_t^i - e_t^i L_t^i - \rho_t^i K_t^i \tag{1}$$

$$s.t. \qquad Y_t^i = F(L_t^i, K_t^i, G_t^i) \tag{2}$$

ここで、$e_t^i$は賃金率、$\rho_t^i$は資本収益率である。利潤最大化の一階の条件より、$e_t^i = \partial F^i / \partial L_t^i$、および$\rho_t^i = \partial F^i / \partial K_t^i$を得る。生産関数の一次同次性の仮定から、$Y_t^i = (\partial F^i / \partial L_t^i) L_t^i + (\partial F^i / \partial K_t^i) K_t^i + (\partial F^i / \partial G_t^i) G_t^i$が成立するので、利潤は$\Pi_t^i = (\partial F^i / \partial G_t^i) G_t^i$と表される。

本稿では、この利潤は、すべて労働 $L$ に分配されると仮定する[1]。これを考慮した賃金率を $w$ とおくと、$w_t^i = e_t^i + \Pi_t^i / L_t^i$である。また、所得の分配は$Y_t^i = w_t^i L_t^i + \rho_t^i K_t^i$と表される。Diamond モデルと同様に、労働供給が固定的であると仮定し、以下では生産量、民間資本、公的資本を労働 1 単位あたりで記述する。$f = F/L$、$g = G/L$、$y = Y/L$、および$k = K/L$とすると、賃金率、資本収益率および所得分配は、

$$\rho_t^i = \frac{\partial f^i(k_t^i, g_t^i)}{\partial k_t^i} \tag{3}$$

$$y_t^i = f(k_t^i, g_t^i) = w_t^i + \rho_t^i k_t^i \tag{4}$$

となる。ここで、企業の資本需要$k_t^i$は、(3) 式より$g_t^i$および$\rho_t^i$の関数として、

$$k_t^i = k(\rho_t^i, g_t^i) \tag{5}$$

と表すことができる。(4) 式の$k_t^i$に (5) を代入すると、賃金率$w_t^i$は$g_t^i$および$\rho_t^i$の関数として、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} w_t^i &= f(k_t^i, g_t^i) - \rho_t^i k(\rho_t^i, g_t^i) \\ &= w(\rho_t^i, g_t^i) \end{aligned} \tag{6}$$

ここで、(3)、(4)、(5) 式より、$w_\rho^i = -k^i$、$w_g^i = f_g^i$である。

本稿では労働の地域間移動はないものの、民間資本は地域間で自由に移動するものと仮定する。各地域で税率$\tau_t^i$の資本税が課されるものとする。両地域の家計が税引き後の両地域の資本収益率$\rho_t^i - \tau_t^i$を見ながら投資先を決定するならば、裁定の結果、税引き後の資本収益率は等しくなる。すなわち税引き後の資本収益率を$\theta_t$とおくと、

$$\theta_t = \rho_t^i - \tau_t^i \tag{7}$$

が成立する。(7) 式を用いると、資本需要と賃金率はそれぞれ

$$k_t^i = k(\theta_t + \tau_t^i, g_t^i) \tag{5'}$$

$$w_t^i = w(\theta_t + \tau_t^i, g_t^i) \tag{6'}$$

[1] 公的資本の生産力効果を検証した内外の実証分析において、労働分配率は資本分配率よりも相当程度大きいとする推計結果が報告されていることから、本稿では、公的資本のレントを労働に帰属させるという仮定に、実証的側面から妥当性を見出すことはできると判断した。

となり、t 期の変数$g_t^i$、$\theta_t$および$\tau_t^i$の関数として表される。

## 3.2　家計の行動

各地域の家計は、若年期に賃金所得$w_t^i$を稼得し、若年期（t 期）の消費$c_t^{yi}$と老年期（t+1 期）の消費$c_{t+1}^{oi}$を行う。各期の予算制約式は貯蓄を$s_t^i$とすると、$s_t^i = w_t^i - c_t^{yi}$、および$c_{t+1}^{oi} = (1+\theta_{t+1})s_t^i$である。家計は、通時的な予算制約式のもとで、以下のような効用最大化問題に直面しているとする。

$$\underset{c_t^{yi},\, c_{t+1}^{oi}}{Max} \quad u_t^i = u(c_t^{yi},\ c_{t+1}^{oi}) \tag{8}$$

$$s.t. \quad w_t^i = c_t^{yi} + \frac{c_{t+1}^{oi}}{1+\theta_{t+1}} \tag{9}$$

この効用最大化問題の 1 階の条件より、$u_{c^y}^i = (1+\theta_{t+1})u_{c^o}^i$を得る。効用最大化問題の解として導出される、若年期の消費関数と貯蓄関数は以下の通りである。

$$c_t^{yi} = c^{yi}(w_t^i,\ \theta_{t+1}) \tag{10}$$

$$\begin{aligned} s_t^i &= w_t^i - c^{yi}(w_t^i,\ \theta_{t+1}) \\ &= s(w_t^i,\ \theta_{t+1}) \end{aligned} \tag{11}$$

## 3.3　地方政府の予算制約式

地方政府はそれぞれの地域の企業に資本課税を行い、それを公共投資の資金$IG_t^i = \tau_t^i K_t^i$に充てる。公的資本は公共投資によって、$G_{t+1}^i = G_t^i + IG_t^i$のように増加する。公的資本を労働者一人当たりで表すと、地方政府の予算制約式は、

$$(1+n)g_{t+1}^i = g_t^i + \tau_t^i k_t^i \tag{12}$$

となる。地方政府の行動は、3.5 で再述する。

## 3.4　市場均衡

２つの地域で生産される財と民間資本は、地域間で移動することができる。資本市場の均衡は、両地域の資本需要が両地域の資本供給に等しくなること、すなわち$\sum_i L_t^i s_t^i = \sum_i K_{t+1}^i \quad (i=1,2)$で成立する。資本需要と資本供給に（5）’ 式と（11）式を代入すると、t+1 期の資本市場の均衡式は、次のように表される。

$$\sum_i s(w_t^i, \theta_{t+1}) = \sum_i (1+n)k(\theta_{t+1} + \tau_{t+1}^i, g_{t+1}^i) \qquad (i=1,2) \tag{13}$$

ここで$w_t^i$は（6）’ 式より t 期の変数$(\theta_t, \tau_t^i, g_t^i)$の関数である。また、$g_{t+1}^i$は（7）式と（5）’ 式を用いて書きなおすと、

$$\begin{aligned} (1+n)g_{t+1}^i &= g_t^i + \tau_t^i k(\theta_t + \tau_t^i,\ g_t^i) \\ (1+n)g_{t+1}^j &= g_t^j + \tau_t^j k(\theta_t + \tau_t^j,\ g_t^j) \qquad (i,\ j = 1, 2(i \neq j)) \end{aligned} \tag{12'}$$

を得る。資本市場の均衡式（13）は、政府の予算制約式（12）’ と同時に決定される。すなわち、t 期

の $(\theta_t, g_t^i, g_t^j)$ と政策変数の $(\tau_t^i, \tau_t^j)$ が与えられると、t+1 期の $(\theta_{t+1}, g_{t+1}^i, g_{t+1}^j)$ が同時に決定されるのである。いいかえると、この経済モデルでは、$(\tau_t^i, \tau_t^j)$ を外生変数とし動学体系 $(\theta_t, g_t^i, g_t^j)$ の３つの変数が動学体系の中で内生的に決まる[2]。

さらに、資本税率が $(\tau_t^i, \tau_t^j)=(\tau_{t+1}^i, \tau_{t+1}^j)=(\tau^i, \tau^j)$ のように、時間を通じて一定であるとき、$(\theta_t, g_t^i, g_t^j)=(\theta_{t+1}, g_{t+1}^i, g_{t+1}^j)=(\theta, g^i, g^j)$ のように、３つの内生変数が一意に収束する状態を長期定常と定義する。長期定常状態の安定条件は Appendix A で示される。ここで、$(\theta, g^i, g^j)$ は $(\tau^i, \tau^j)$ によって与えられる長期定常解である。

## 3.5　地方政府の行動

長期定常状態において、地方政府間の租税競争は、家計の効用関数を間接効用関数 $v^i=v(w^i, \theta)=v(w(\rho^i, g^i), \theta)$ で記述するとき、以下の社会的厚生関数の最大化問題として定式化される。

$$\begin{aligned} &\underset{\tau^i}{Max} \quad v^i = v(w^i, \theta) \\ &s.t. \quad ng^i = \tau^i k^i \\ &\qquad \sum_i s(w^i, \theta) = \sum_i (1+n) k(\theta + \tau^i, g^i) \quad (i=1,2) \end{aligned} \tag{14}$$

租税競争のもとで、地方政府は、資本税率 $(\tau^i, \tau^j)$ が長期定常解 $(\theta, g^i, g^j)$ を変化させることを織り込んで、自地域の社会的厚生の最大化を図る。これは、$\tau^j$ を所与として $v^i=v[w(\rho^i(\tau^i, \tau^j), g^i(\tau^i, \tau^j)), \theta(\tau^i, \tau^j)]=v[w(\theta(\tau^i, \tau^j)+\tau^i, g^i(\tau^i, \tau^j)), \theta(\tau^i, \tau^j)]$ $(i, j=1, 2 (i \neq j))$ を、$\tau^i$ について最大化することと同値である。この最大化問題の一階の条件は、

$$\frac{dv^i}{d\tau^i} = v_w^i w_\rho^i \left( \frac{\partial \rho^i}{\partial \tau^i} + \frac{\partial \rho^i}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau^i} \right) + v_w^i w_g^i \frac{\partial g^i}{\partial \tau^i} + v_\theta^i \frac{\partial \theta}{\partial \tau^i} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{dv^j}{d\tau^j} = v_w^j w_\rho^j \left( \frac{\partial \rho^j}{\partial \tau^j} + \frac{\partial \rho^j}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tau^j} \right) + v_w^j w_g^j \frac{\partial g^j}{\partial \tau^j} + v_\theta^j \frac{\partial \theta}{\partial \tau^j} = 0 \tag{16}$$

となる。両地域が（15）、（16）式を満たすようにそれぞれ $\tau^i, \tau^j$ を決定するとき、租税競争のナッシュ均衡解が得られる。

# ４．租税協調の厚生効果

資本蓄積のない伝統的な租税競争理論では、課税ベースの地域間移動を前提とする分権経済のもとで、課税権を分権化された地方政府同士の水平的租税競争が、租税外部性を引き起こし、過小課税と公共財の過小供給を招くことが指摘されてきた。Batina（2009）は、資本蓄積の存在を前提としても、経済が動学的効率性を満たす限り、長期定常状態において、租税協調が経済厚生を改善しうることを示した。

第３節では、Batina（2009）を公的資本が蓄積する動学的フレームワークに拡張し、地方政府が資本税率をめぐる競争を通じて、課税ベースである民間資本を奪い合う水平的租税協調モデルを構築し

[2] t 期の変数 $(\tau_t^i, y_t^i, g_t^i, k_t^i, c_t^{yi}, c_t^{oi}, w_t^i, \theta_t)$ を所与とし、t+1 期に政策変数 $\tau_{t+1}^i$ の変更があれば、財市場および資本市場の均衡を満たすように $y_{t+1}^i, k_{t+1}^i, g_{t+1}^i, c_{t+1}^{yi}, c_{t+1}^{oi}, w_{t+1}^i, \theta_{t+1}$ が決まる。

た。以下では、公的中間財として、公的資本を組み入れた場合、租税協調が経済厚生に及ぼす影響を考察すべく、4. 1 で比較静学をもとに長期定常状態における資本税率引き上げの経済変数への影響を検証したのち、4. 2 では長期定常状態を対象に、4. 3 では移行過程における初期時点を対象に、租税協調の厚生分析を行なう。

## 4. 1　長期定常状態における租税協調の経済変数への影響

資本税競争の結果、長期定常状態において実現するナッシュ均衡解から、両地域が資本税率 $\tau$ を引き上げる協調行動を取った場合、経済変数にどのような影響が生じうるのだろうか[3]。Appendix B で示されるように、比較静学の結果、$\frac{d\theta}{d\tau^i}, \frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^i}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$ は、それぞれ以下の式で示される。

$$\frac{d\theta}{d\tau^i} = \frac{m_h^j\left\{-m_h^i m_f^i + m_e^i(m_d^i + k^i)\right\}}{|B|} \tag{17}$$

$$\frac{d\theta}{d\tau^j} = \frac{m_h^i\left\{-m_h^j m_f^j + m_e^j(m_d^j + k^j)\right\}}{|B|} \tag{18}$$

$$\frac{dg^i}{d\tau^i} = \frac{\left\{-m_d^i m_f^i m_h^j + (mgmh^j - m_d^j m_e^j)(m_d^i + k^i)\right\}}{|B|} \tag{19}$$

$$\frac{dg^i}{d\tau^j} = \frac{m_d^i\left\{-m_f^j m_h^j + m_e^j(m_d^j + k^j)\right\}}{|B|} \tag{20}$$

AppendixA で求めた安定条件より、$|B| > 0,\ m_d^{i(j)} < 0,\ m_e^j > 0,\ m_g = m_b - m_a > 0$ であり、$m_f^j > 0, m_h^{i(j)} > 0$ であることから、$\frac{d\theta}{d\tau^i}, \frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^i},$ および $\frac{dg^i}{d\tau^j}$ の符号は、$m_d^{i(j)} + k^{i(j)}$ の符号、あるいは $m_d^{i(j)} + k^{i(j)}$ を変形した $\tau^{i(j)} k_\rho^{i(j)} / k^{i(j)}$（(B9) 式、(B10) 式を参照）の符号に左右されることがわかる。

ここで、$\tau^j k_\rho^j / k^j$ は、民間資本の資本税率弾力性を表すと解釈される。(B6) 式、(B8) 式にあるように、$m_d^j + k^j$ あるいは $\tau^j k_\rho^j / k^j$ の符号（および $|m_h^j m_f^j|$ と $|m_e^j(m_d^j + k^j)|$ の大小関係）と、$\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$ の符号との間には、以下の補題が成り立つ。

（補題１）$\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$ の符号に関しては、以下が成り立つ。

（ｉ）$\tau^j k_\rho^j / k^j < -1$（$m_d^j + k^j < 0$）であれば、$\frac{d\theta}{d\tau^j} < 0, \frac{dg^i}{d\tau^j} > 0$

（ii）$\tau^j k_\rho^j / k^j > -1$（$m_d^j + k^j > 0$）かつ $|m_h^j m_f^j| > |m_e^j(m_d^j + k^j)|$ であれば、$\frac{d\theta}{d\tau^j} < 0, \frac{dg^i}{d\tau^j} > 0$

（iii）$\tau^j k_\rho^j / k^j > -1$（$m_d^j + k^j > 0$）かつ $|m_h^j m_f^j| < |m_e^j(m_d^j + k^j)|$ であれば、$\frac{d\theta}{d\tau^j} > 0, \frac{dg^i}{d\tau^j} < 0$

## 4. 2　長期定常状態における租税協調の厚生への効果

ナッシュ均衡解から、両地域が資本税率 $\tau$ を協調して引き上げると、両地域の経済厚生はナッシュ

[3] 本稿では、２地域間の交渉力も含め対称地域を仮定しているため、同一税率での租税協調を想定している。２地域間の交渉力が非対称であれば、異なる税率組み合わせでの租税協調もあり得る。

均衡解のそれよりも上昇するだろうか。以下、長期定常状態における租税協調の厚生への効果について検証していく。

ナッシュ均衡解のもとでの資本税率より、両地域が同時に資本税率を引き上げる状況を想定すると、

$$\begin{aligned} dv^i = v_w^i w_\rho^i &\left\{\left(\frac{\partial \rho^i}{\partial \tau^i} + \frac{\partial \rho^i}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \tau^i}\right) d\tau^i + \frac{\partial \rho^i}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \tau^j} d\tau^j\right\} \\ &+ v_w^i w_g^i \left(\frac{\partial g^i}{\partial \tau^i} d\tau^i + \frac{\partial g^i}{\partial \tau^j} d\tau^j\right) + v_\theta^i \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau^i} d\tau^i + \frac{\partial \theta}{\partial \tau^j} d\tau^j\right) \end{aligned} \tag{21}$$

が成り立つ。（15）式を用いると、（21）式は以下のように書き換えられる。

$$\frac{dv^i}{d\tau^j} = v_w^i w_\rho^i \frac{\partial \rho^i}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial \tau^j} + v_w^i w_g^i \frac{\partial g^i}{\partial \tau^j} + v_\theta^i \frac{\partial \theta}{\partial \tau^j} \tag{22}$$

$\partial\theta/\partial\rho^i = 1$ を用いて（22）式を整理すると、

$$\frac{dv^i}{d\tau_c^j} = v_w^i \left( w_\rho^i \frac{d\theta}{d\tau^j} + w_g^i \frac{dg^i}{d\tau^j}\right) + v_\theta^i \frac{d\theta}{d\tau^j} \tag{23}$$

となる。ロワ（Roy）の恒等式および対称地域の仮定より、$v_\theta^i = v_w^i c^{oi}(1+\theta)^{-2} = v_w^i s^i (1+\theta)^{-1}$, $s^i = (1+n)k^i$ が成り立ち、また、$w_\rho^i = -k^i$、$w_g^i = f_g^i$ であることから、これらを使って（23）式を書き換えると、

$$\frac{dv^i}{d\tau^j} = v_w^i \left[ \frac{1}{1+\theta}\left\{(n-\theta)k^i\right\}\frac{d\theta}{d\tau^j} + f_g^i \frac{dg^i}{d\tau^j}\right] \tag{24}$$

となる。

（24）式が正（負）であるとき、税率を引き上げる（引き下げる）租税協調によって、両地域の経済厚生は改善する。（24）式がゼロであるならば、税率引き上げ、引き下げどちらの租税協調も経済厚生の改善につながらず、租税協調により実現する厚生水準は、ナッシュ均衡解のそれと同じになる。いいかえると、この場合には、ナッシュ均衡解と租税協調解は、同一解になる。

Appendix B で示されるように、（24）式にある $\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$ の符号は、（B3）式、（B5）式中の $m_d^j + k^j$ の符号、あるいは $m_d^j + k^j$ を変形した $\tau^j k_\rho^j / k^j$（（B9）式、（B10）式を参照）の符号に左右される。補題１（ｉ）より、$\tau^j k_\rho^j / k^j < -1$（$m_d^j + k^j < 0$）ならば、$\frac{d\theta}{d\tau^j} < 0, \frac{dg^i}{d\tau^j} > 0$ が成り立つことから、（24）式が正となるための十分条件は、経済が動学的効率性を満たすこと（$n < \theta$）である。一方、補題１（ⅱ）、（ⅲ）より、$\tau^j k_\rho^j / k^j > -1$（$m_d^j + k^j > 0$）ならば、$\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$ は正、負、ゼロいずれかの符号をとりうる。これより、以下の命題が導かれる。

（命題１）　長期定常状態において、経済が動学的効率性を満たす（$n < \theta$）場合、民間資本の資本税率弾力性が－1 を下回れば（$\tau^j k_\rho^j / k^j < -1$）、ナッシュ均衡解を出発点とする税率引き上げの租税協調は、経済厚生を改善する。

（命題２）　長期定常状態において、経済が動学的効率性を満たす（$n < \theta$）場合、民間資本の資本税率弾力性が－1 を上回れば（$\tau^j k_\rho^j / k^j > -1$）、ナッシュ均衡解を出発点とする税率引き上げもしくは税率引

き下げの租税協調は、経済厚生を改善する。

経済が動学的効率性を満たす状況のもとで、$\frac{d\theta}{d\tau^j}<0, \frac{dg^i}{d\tau^j}>0\left(\frac{d\theta}{d\tau^j}>0, \frac{dg^i}{d\tau^j}<0\right)$となる場合、資本税率の協調的な引き上げ（引き下げ）は、$\rho$の低下を通じて、$k$の増加をもたらす。資本蓄積は過小な状態にあるため、$k$の増加による$w$の上昇を通じた厚生改善の効果は、$\theta$の低下を通じた厚生低下の効果を上回り、ネットでの厚生改善に結びつく。加えて、$k$の増加は、課税ベースの拡大を通じて$g$を増加させる結果、生産性の上昇を通じて$w$を上昇させるため、それがさらなる厚生改善もたらすと考えられる。経済が動学的効率性を満たす状況では、税率の引き上げ、引き下げどちらが厚生の改善をもたらすかは、$\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$の符号によって一意に決まる[4]。

一方、経済が動学的に非効率性な状況$(n>\theta)$にある時には、$\tau^j k_\rho^j / k^j$や$\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$の符号に関わらず、(20)式は正、負、ゼロいずれかの符号をとりうる。経済が動学的効率性を満たす場合のように、税率引き上げ、税率引き下げいずれの租税協調が厚生改善につながるのか、租税協調が厚生改善をもたらしうるのかが、$\tau^j k_\rho^j / k^j$や$\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$の符号からは、一意には決まらなくなる。これより、以下の命題が導かれる。

（命題 3）　長期定常状態において、経済が動学的非効率性を満たす$(n>\theta)$場合、ナッシュ均衡解を出発点とする税率引き上げ、税率引き下げいずれの租税協調が、経済厚生の改善をもたらすかは、民間資本の資本税率弾力性の大きさ$(\tau^j k_\rho^j / k^j > -1 \ or \ \tau^j k_\rho^j / k^j < -1)$からは、一意に決まらなくなる。

経済が動学的非効率性を満たす状況のもとで、$\frac{d\theta}{d\tau^j}<0, \frac{dg^i}{d\tau^j}>0\left(\frac{d\theta}{d\tau^j}>0, \frac{dg^i}{d\tau^j}<0\right)$となる場合、資本税率の協調的な引き上げ（引き下げ）は、$\rho$の低下を通じて、$k$の増加をもたらすが、資本蓄積は過大な状態にあるため、$k$の増加による$w$の上昇を通じた厚生改善の効果が、$\theta$の低下を通じた厚生低下の効果を下回り、ネットでの厚生低下をもたらす。一方、$k$の増加は、課税ベースの拡大を通じて$g$を増加させる結果、$w$の上昇を通じて厚生改善に結びつく。租税協調にともなう前者の厚生への影響と後者の厚生への影響が相反するため、両者を加味したネットでの厚生への影響は定かでなくなる。すなわち、経済が動学的非効率性を満たす状況では、資本税率の引き上げ、引き下げどちらが厚生の改善をもたらすかについて、$\frac{d\theta}{d\tau^j}, \frac{dg^i}{d\tau^j}$の符号からは、一意には決まらなくなる。

## 4.3　租税協調による初期世代の厚生への効果

4.2では、長期定常状態において、租税協調が経済厚生を改善しうることを指摘した。しかし、本稿が想定する世代重複モデルでは、租税協調の世代毎の厚生への影響は一様でない可能性がある。そこで、以下、ナッシュ均衡解から資本税率を引き上げる租税協調が実施された場合、政策変更時における老年世代と若年世代の厚生が、ナッシュ均衡解におけるそれらと比べてどのように変化しうるのかを、比較静学をもとに考察していく。

租税競争の結果、第０期までは継続してナッシュ均衡解が達成されているものとする。税率引き上げの租税協調が第１期に実施されることが、第０期にアナウンスされるものと仮定しよう。この仮定

[4] Batina（2009）では、公共財と私的財の限界代替率が正であるとの前提により$m_d^j + k^j > 0$かつ$\frac{d\theta}{d\tau^j}<0$が確定したため、長期定常状態において、経済が動学的効率性を満たす$(n<\theta)$場合、資本税率の引き上げが、必ず経済厚生を引き上げた。公的資本を生産要素に含む本稿では、$\frac{d\theta}{d\tau^j}$の符号が一意に決まらないことに加え、$\frac{dg^i}{d\tau^j}$の効果が加わるため、命題２のようなケースが生じうると考えられる。

に従えば、$\rho_0^i = \overline{\rho^i},\ g_0^i = \overline{g^i},\ w(\rho_0^i, g_0^i) = \overline{w^i}$ であり、$d\tau_1^i = d\tau^i > 0,\ d\tau_1^j = d\tau^j > 0$ である。AppendixD で示されるように、第１期にナッシュ均衡解から両地域が同時に資本税率を引き上げる時、第 0 世代の厚生変化は、

$$dv_0^i = v_\theta^i \left( \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau_1^i} d\tau_1^i + \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau_1^j} d\tau_1^j \right) \tag{25}$$

で表される。AppendixD より、$\frac{d\theta_1}{d\tau_1^i} = -\frac{k_\rho^i}{(k_\rho^i + k_\rho^j)} < 0,\ \frac{d\theta_1}{d\tau_1^j} = -\frac{k_\rho^j}{(k_\rho^i + k_\rho^j)} < 0$ であることから、$dv_0^i < 0$ となる。これより、税率引き上げの租税協調は、第 0 世代の厚生を引き下げることがわかる。

一方、第１期にナッシュ均衡解から両地域が同時に資本税率を引き上げた時、政策変更時に若年期である第 1 世代の厚生変化は、$dg_1^i = dg_1^j = 0$ より、以下の式で示される。

$$dv_1^i = v_w^i w_\rho^i \left\{ \left( \frac{\partial \rho_1^i}{\partial \tau_1^i} + \frac{\partial \rho_1^i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau_1^i} \right) d\tau_1^i + \frac{\partial \rho_1^i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau_1^j} d\tau_1^j \right\} + v_\theta^i \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^i} d\tau_2^i + \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^j} d\tau_2^j \right) \tag{26}$$

AppendixD に示されるように、(26) 式は、$d\rho_1^i = d\theta_1 + d\tau_1^1$ の関係を用いると、以下のように書き換えられる。

$$dv_1^i = v_w^i w_\rho^i \left\{ -\frac{k_\rho^j}{(k_\rho^i + k_\rho^j)} (d\tau_1^j - d\tau_1^i) \right\} + v_\theta^i \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^i} d\tau_2^i + \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^j} d\tau_2^j \right) \tag{27}$$

$v_w^i$ にかかる項の符号は、対称地域の仮定 $d\tau_1^i = d\tau_1^j = d\tau_1$ により、ゼロとなる。$\frac{d\theta_2}{d\tau_2^i}, \frac{d\theta_2}{d\tau_2^j}$ の符号は、(D6)、(D7) および $d\tau_1^{i(j)} = d\tau_2^{i(j)}$ より、正、負、ゼロのいずれの値もとりうるため（AppendixD 参照)、$v_\theta^i$ にかかる項の符号も確定しない。これより、ナッシュ均衡解から資本税率を両地域が同時に引き上げたことによる第 1 世代への厚生への影響は、(27) 式の符号が確定しないことから、改善、悪化両方の可能性があることがわかる。

以上、初期時点での比較静学の結果、長期定常状態においては、租税協調が厚生改善をもたらしうるのに対し、租税協調が実施された初期時点においては、老年世代が厚生悪化を被り、若年世代が厚生改善もしくは厚生悪化に見舞われる可能性があることが明らかとなった。

定常状態では改善する経済厚生が、老年世代では悪化し、若年世代でも悪化する可能性があるのは、資本税率の上昇にともなう厚生悪化の影響は、政策変更時点より発現するのに対して、税率上昇により追加形成される公的資本の生産性上昇を通じた厚生改善の効果は、発現するまでに時間的ラグが生じるためであると考えられる。

租税協調の世代別厚生への影響は、移行過程を考慮したシミュレーション分析を行なうことで詳細に示しうるものの、初期世代が被った厚生悪化は、公的資本の生産力効果が発現する後の時点で、その厚生改善の影響により打ち消されていくというのが、移行過程を考慮した租税協調の動学的インパクトであると類推される。

## ５．おわりに

本稿では、対称地域間の動学的資本税競争の帰結と、資本税競争解（ナッシュ均衡解）から協調による資本税率の変更が経済厚生に与える影響について、理論モデルの展開および比較静学を用いた厚

生分析により考察した。

本稿の特徴は、次の２点である。第１に、生産要素として用いられる公的資本が、公共投資によって蓄積されていくという動学的フレームワークをモデル化していることである。第２に、租税協調による動学的インパクトを解明すべく、長期定常状態のみならず、移行過程の初期時点も対象とし、比較静学による厚生分析を行なっている点である。

主要な結論をまとめると、以下のとおりである。まず、経済が動学的効率性を満たす場合（$n<\theta$）、租税競争のナッシュ均衡解のもとで、過小課税・過大課税両方が引き起こされる可能性があることが示された。また、ナッシュ均衡解から両地域が厚生改善を目指して租税協調を行う場合、動学的効率性が成立している場合には、両地域が税率を引き上げるもしくは引き下げることによって、厚生改善が実現することが示された。さらに、租税協調により長期定常状態では厚生改善が達成される場合でも、移行過程に着目すると、政策変更時点に老年である世代の厚生は低下するとされた Batina（2009）の結論は修正され、老年である世代の厚生は必ず低下する一方、若年である世代の厚生も低下する可能性があることが明らかとなった。

動学的効率性が成立していれば、長期定常状態において、租税協調は厚生改善をもたらすとする Batina（2009）の結論は、公的中間財としての公的資本の存在を前提とした本稿の分析でも支持された。しかし、租税協調の形態は、資本税率引き上げのみとした Batina（2009）に対し、民間資本の資本税率弾力性が－1を上回る場合には、資本税率引き下げが厚生改善につながる可能性があることが、厚生分析から明らかとなった。公的資本を組み入れた動学モデルにおいて、租税協調の形態が一様でないことを指摘した点に、本稿の貢献があるといえよう。

最後に、本稿に残された課題を２点あげておく。第１は、租税協調の厚生効果について、移行過程を考慮した分析を進める必要があるということである。本稿の理論分析では、ナッシュ均衡からの租税協調について、長期定常状態の厚生改善を示すことができたが、移行過程については、初期世代の厚生評価にとどまっており、移行期における租税協調の動学的インパクトを解明するまでには至っていない。

移行過程の効用は単調に変化しないことが類推されるが、定常状態の厚生評価では、この複雑な推移をトレースすることはできない。資本税率を引き上げたことが、公的資本の蓄積を通じて民間資本の需要を変化させ、それらが資本収益率や賃金率に影響をおよぼし、最終的に経済厚生を変動させるという複雑さを解明するためには、移行過程を考慮したシミュレーション分析を実施することが必要である。

第２は、政策手段の選択肢を拡張し、税率を含めた地域間の政策協調の可能性を追究するということである。本稿では、地方政府の政策手段として、資本税率のみを取り上げていたが、他の政策手段を取り入れることで、両地域の厚生をさらに改善する余地はあると考えられる。

特に、移行過程の初期の厚生低下を補うような世代間再分配が、有力な候補としてあげられる。世代間再分配は、貯蓄の変化を通じて資本蓄積に影響を及ぼすことが知られている。そのため、世代間再分配を含めて政策協調の厚生効果を分析することで、動学的効率・非効率性と租税協調も含めた政策効果の関係に、さらに踏み込むことが重要であろう。

## Appendix A　安定条件

本稿のモデルは、$(\theta_t, g_t^i, g_t^j)$ の３変数の動学体系である。政策変数の $\tau^i$ が一定であるとき、均衡が局所的に安定的である条件を以下のように求める。(13)、(14) 式を全微分し、$d\theta = d\rho_t^i = d\rho_t^j$ の関係を用いて整理すると、以下の３本の式を得る[5]。

$$
\begin{aligned}
&\left(s_w^i w_\rho^i + s_w^j w_\rho^j\right) d\theta_t + s_w^i w_g^i dg_t^i + s_w^j w_g^j dg_t^j \\
&\quad = -\left(s_\theta^i + s_\theta^i\right) d\theta_{t+1} + (1+n)\left(k_\rho^i + k_\rho^j\right) d\theta_{t+1} + (1+n) k_g^i dg_{t+1}^i + (1+n) k_g^j dg_{t+1}^j \\
&\tau_t^i k_\rho^i d\theta_t + \left(1 + \tau_t^i k_g^i\right) dg_t^i = (1+n) dg_{t+1}^i \\
&\tau_t^j k_\rho^j d\theta_t + \left(1 + \tau_t^j k_g^j\right) dg_t^j = (1+n) dg_{t+1}^j
\end{aligned}
$$

上記３本の式を、行列の形に書き換えると、以下のようになる。

$$
\begin{bmatrix} m_a & (1+n)k_g^i & (1+n)k_g^j \\ 0 & (1+n) & 0 \\ 0 & 0 & (1+n) \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} d\theta_{t+1} \\ dg_{t+1}^i \\ dg_{t+1}^j \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} m_b & s_w^i w_g^i & s_w^j w_g^j \\ m_d^i & m_c^i & 0 \\ m_d^j & 0 & m_c^j \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} d\theta_t \\ dg_t^i \\ dg_t^j \end{bmatrix}
$$

ただし、$m_a = (1+n)(k_\rho^i + k_\rho^j) - (s_\theta^i + s_\theta^j)$, $m_b = s_w^i w_\rho^i + s_w^j w_\rho^j$, $m_c^i = 1 + \tau_t^i k_g^i$, $m_c^j = 1 + \tau_t^j k_g^j$, $m_d^i = \tau_t^i k_\rho^i$, $m_d^j = \tau_t^j k_\rho^j$ であるとする。

$\Delta d\theta_{t+1} = d\theta_{t+1} - d\theta_t$, $\Delta dg_{t+1}^i = dg_{t+1}^i - dg_t^i$, $\Delta dg_{t+1}^j = dg_{t+1}^j - dg_t^j$ であるとすると、上記の行列は、以下のように書き換えられる。

$$
\begin{bmatrix} \Delta d\theta_{t+1} \\ \Delta dg_{t+1}^i \\ \Delta dg_{t+1}^j \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} m_a & (1+n)k_g^i & (1+n)k_g^j \\ 0 & (1+n) & 0 \\ 0 & 0 & (1+n) \end{bmatrix}^{-1}
\begin{bmatrix} m_b - m_a & -m_e^i & -m_e^j \\ m_d^i & -m_h^i & 0 \\ m_d^j & 0 & -m_h^j \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} d\theta_t \\ dg_t^i \\ dg_t^j \end{bmatrix}
$$

ただし、$m_e^i = (1+n)k_g^i - s_w^i w_g^i$, $m_e^j = (1+n)k_g^j - s_w^j w_g^j$, $m_h^i = n - \tau_t^i k_g^i$, $m_h^j = n - \tau_t^j k_g^j$ であるとする。

Routh-Hurwitz 条件より、本稿モデルの動学方程式体系が安定するための必要条件は、以下の 3 つが同時に満たされることである。

$$|M| < 0 \tag{A1}$$

$$trM < 0 \tag{A2}$$

３つの２×２の首座小行列式の　　　　（A3）

ここで、$M$ は、$A = \begin{bmatrix} m_a & (1+n)k_g^i & (1+n)k_g^j \\ 0 & (1+n) & 0 \\ 0 & 0 & (1+n) \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} m_b - m_a & -m_e^i & -m_e^j \\ m_d^i & -m_h^i & 0 \\ m_d^j & 0 & -m_h^j \end{bmatrix}$ としたとき、$M = A^{-1}B$ で表される係数行列である。

安定条件（A1）は、係数行列 $M = A^{-1}B$ の行列式 $|M| = |A^{-1}B| = |A^{-1}||B|$ が負となることである。$s_\theta^{i(j)} = 0$ を仮定すると、$|A^{-1}| = |A|^{-1} = \{(1+n)^2(m_a)\}^{-1} < 0$ なので、$|B| > 0$ が安定条件となる。これはすなわち、

$$|B| = (m_b - m_a)(-m_h^i)(-m_h^j) - m_d^i(-m_e^i)(-m_h^i) - m_d^j(-m_e^j)(-m_h^j) > 0 \tag{A4}$$

---

[5] $\tau^i$ を一定として $\rho^i$ と $\theta$ の関係を記述している。

の成立を意味している。$m_b > m_a$ であり、$m_h^{i(j)} > 0$ かつ $s_\theta^{i(j)} = 0$ を仮定すると、$|B| > 0$ となる十分条件は、$m_b - m_a > 0,\ m_d^{i(j)} > 0,\ m_e^{i(j)} < 0$ or $m_d^{i(j)} < 0,\ m_e^{i(j)} > 0$ となる。

安定条件（A2）は、以下の成立を意味している。

$$trM = \frac{m_b}{m_a} - 1 - \frac{k_g^i}{m_a} m_d^i - \frac{k_g^j}{m_a} m_d^j - \frac{m_h^i}{1+n} - \frac{m_h^j}{1+n} < 0 \tag{A5}$$

$m_h^{i(j)} > 0$ より、$trM < 0$ となる十分条件は、$m_b - m_a > 0\left(\dfrac{m_b}{m_a} - 1 < 0\right),\ m_d^{i(j)} < 0$ である。

安定条件（A3）にある３つの２×２の首座小行列式の和は、

$$\begin{vmatrix} \dfrac{1}{m_a}(m_b - m_a) - \dfrac{k_g^i m_d^i}{m_a} - \dfrac{k_g^j m_d^j}{m_a} & -\dfrac{m_e^i}{m_a} + \dfrac{k_g^i m_h^i}{m_a} \\ \dfrac{m_d^i}{1+n} & -\dfrac{m_h^i}{1+n} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\dfrac{m_h^i}{1+n} & 0 \\ 0 & -\dfrac{m_h^j}{1+n} \end{vmatrix}$$
$$+ \begin{vmatrix} -\dfrac{m_h^j}{1+n} & \dfrac{m_d^j}{1+n} \\ -\dfrac{m_e^j}{m_a} + \dfrac{k_g^j m_h^j}{m_a} & \dfrac{1}{m_a}(m_b - m_a) - \dfrac{k_g^i m_d^i}{m_a} - \dfrac{k_g^j m_d^j}{m_a} \end{vmatrix}$$

となる。上記を整理し、$s_\theta^{i(j)} = 0$ を仮定すると、安定条件（A3）は、以下の成立を意味している。

$$m_h^i m_f^j - m_d^i m_e^i + m_h^j m_f^j - m_d^j m_e^j + m_h^i (m_f^j - k_g^j m_d^j) + m_h^j (m_f^i - k_g^i m_d^i) - \frac{m_a m_h^i m_h^j}{1+n} > 0 \tag{A6}$$

ただし、$m_f^i = s_w^i w_\rho^i - (1+n) k_\rho^i,\ m_f^j = s_w^j w_\rho^j - (1+n) k_\rho^j$ であり、$m_b - m_a = m_f^i + m_f^j + s_\theta^i + s_\theta^j$ である。$m_a < 0,\ m_h^{i(j)} > 0$ より、安定条件（A3）が成立するための十分条件は、（$s_\theta^{i(j)} = 0$ を仮定しているので）$m_d^{i(j)} < 0,\ m_e^{i(j)} > 0,\ m_f^{i(j)} > 0\ (\Leftarrow m_b - m_a > 0)$ となる。

以上、Routh-Hurwitz 条件より、以下の３つの十分条件が導かれる。すなわち、

$$|M| < 0 \Leftarrow m_b - m_a > 0,\ m_d^{i(j)} > 0,\ m_e^{i(j)} < 0 \text{ or } m_d^{i(j)} < 0,\ m_e^{i(j)} > 0 \tag{A1'}$$

$$trM < 0 \Leftarrow m_b - m_a > 0,\ m_d^{i(j)} < 0 \tag{A2'}$$

$$３つの２×２の首座小行列式の和 > 0 \Leftarrow m_d^{i(j)} < 0,\ m_e^{i(j)} > 0,\ m_f^{i(j)} > 0\ (m_b - m_a > 0) \tag{A3'}$$

である。これより、本稿モデルの動学方程式体系の安定条件は、上記（A1）'、（A2）'、（A3）' が同時に満たされる $m_b - m_a > 0,\ m_d^{i(j)} < 0,\ m_e^{i(j)} > 0$ となる。

## Appendix B　資本税率 $\tau^j$ の変更に伴う定常状態での $\theta$ および $g^{i(j)}$ への影響

長期定常状態において、両地域がナッシュ均衡解から協調して資本税率を $\tau^i$ を引き上げる状況を想定する。（13）、（14）式を全微分し、$d\rho^i = d\theta + d\tau^i$ の関係を用いて整理すると、以下の３本の式を得る。

$$s_w^i w_\rho^i (d\theta + d\tau^i) + s_w^j w_\rho^j (d\theta + d\tau^j) + s_\theta^i d\theta + s_\theta^j d\theta + s_w^i w_g^i dg^i + s_w^j w_g^j dg^j$$
$$= (1+n)\{k_\rho^i (d\theta + d\tau^i) + k_\rho^j (d\theta + d\tau^j)\} + (1+n)(k_g^i dg^i + k_g^j dg^j)$$

$$(1+n) dg^i = k^i d\tau^i + \tau^i k_\rho^i (d\theta + d\tau^i) + (1 + \tau^i k_g^i) dg^i$$

$$(1+n) dg^j = k^j d\tau^j + \tau^j k_\rho^j (d\theta + d\tau^j) + (1 + \tau^j k_g^j) dg^j$$

上記３本の式を行列の形に書き換えると、以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} m_b - m_a & -m_e^i & -m_e^j \\ m_d^i & -m_h^i & 0 \\ m_d^j & 0 & -m_h^j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\theta \\ dg^i \\ dg^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -m_f^i d\tau^i - m_f^j d\tau^j \\ -(m_d^i + k^i) d\tau^i \\ -(m_d^j + k^j) d\tau^j \end{bmatrix}$$

$B = \begin{bmatrix} m_b - m_a & -m_e^i & -m_e^j \\ m_d^i & -m_h^i & 0 \\ m_d^j & 0 & -m_h^j \end{bmatrix}$ なので、$\tilde{B} = \begin{bmatrix} m_h^i m_h^j & -m_e^i m_h^j & -m_e^j m_h^i \\ m_d^i m_h^j & -m_g m_h^j + m_d^j m_e^j & -m_d^i m_e^j \\ m_d^j m_h^i & -m_d^j m_e^i & -m_g m_h^i + m_d^i m_e^i \end{bmatrix}$ とおくと、$B^{-1} = \dfrac{\tilde{B}}{|B|}$ であることから、上記の行列は以下のように書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} d\theta \\ dg_i \\ dg_j \end{bmatrix} = \frac{1}{|B|} \begin{bmatrix} m_h^i m_h^j & -m_e^i m_h^j & -m_e^j m_h^i \\ m_d^i m_h^j & -m_g m_h^j + m_d^j m_e^j & -m_d^i m_e^j \\ m_d^j m_h^i & -m_d^j m_e^i & -m_g m_h^i + m_d^i m_e^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -m_f^i d\tau^i - m_f^j d\tau^j \\ -(m_d^i + k^i) d\tau^i \\ -(m_d^j + k^j) d\tau^j \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{|B|} \begin{bmatrix} m_h^j \{-m_f^i m_h^i + m_e^i (m_d^i + k^i)\} d\tau^i + m_h^i \{-m_f^j m_h^j + m_e^j (m_d^j + k^j)\} d\tau^j \\ \{-m_d^i m_f^i m_h^j + (m_g m_h^j - m_d^j m_e^j)(m_d^i + k^i)\} d\tau^i + m_d^i \{-m_f^j m_h^j + m_e^j (m_d^j + k^j)\} d\tau^j \\ m_d^j \{-m_f^i m_h^i + m_e^i (m_d^i + k^i)\} d\tau^i + \{-m_d^j m_f^j m_h^i + (m_g m_h^i - m_d^i m_e^i)(m_d^j + k^j)\} d\tau^j \end{bmatrix}$$

ただし、$m_g = m_b - m_a$ であるとする。上記行列より、以下が成り立つ。

$$d\theta = \frac{m_h^j \{-m_f^i m_h^i + m_e^i (m_d^i + k^i)\} d\tau^i + m_h^i \{-m_f^j m_h^j + m_e^j (m_d^j + k^j)\} d\tau^j}{|B|} \tag{B1}$$

$$dg^i = \frac{\{-m_d^i m_f^i m_h^j + (m_g m_h^j - m_d^j m_e^j)(m_d^i + k^i)\} d\tau^i + m_d^i \{-m_f^j m_h^j + m_e^j (m_d^j + k^j)\} d\tau^j}{|B|} \tag{B2}$$

資本税率の協調的な引き上げによる $\theta$ への影響 $\left(\dfrac{d\theta}{d\tau^j}\right)$ および $g^i$ への影響 $\left(\dfrac{dg^i}{d\tau^j}\right)$ は、それぞれ以下の式で表される。

$$\frac{d\theta}{d\tau^j} = \frac{m_h^i \{-m_h^j m_f^j + m_e^j (m_d^j + k^j)\}}{|B|} \tag{B3}$$

$$\frac{dg^i}{d\tau^i} = \frac{\{-m_d^i m_f^i m_h^j + (m_g mh^j - m_d^j m_e^j)(m_d^i + k^i)\}}{|B|} \tag{B4}$$

$$\frac{dg^i}{d\tau^j} = \frac{m_d^i \{-m_f^j m_h^j + m_e^j (m_d^j + k^j)\}}{|B|} \tag{B5}$$

ここで、AppendixA で求めた安定条件より、$|B| > 0,\ m_d^{i(j)} < 0,\ m_e^j > 0,\ m_g = m_b - m_a > 0$ であり、$m_f^{j(j)} > 0,$ $m_h^{i(j)} > 0$ であることから、$\dfrac{d\theta}{d\tau^j}, \dfrac{dg^i}{d\tau^i}$ および $\dfrac{dg^i}{d\tau^j}$ の符号は、$m_d^j + k^j$ の符号によって変化する。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{d\tau^j} &< 0 \ \ (if\ \ m_d^j + k^j < 0\ \ or\ \ if\ \ m_d^j + k^j > 0\ and\ \left|m_h^j m_f^j\right| > \left|m_e^j (m_d^{j(i)} + k^{j(i)})\right|) \\ &> 0 \ \ (if\ \ m_d^j + k^j > 0\ and\ \ \left|m_h^j m_f^j\right| < \left|m_e^j (m_d^j + k^j)\right|) \end{aligned} \tag{B6}$$

$$\frac{dg^i}{d\tau^i} > 0 \ \ (if\ \ m_d^i + k^i > 0) \tag{B7}$$

$$\begin{aligned} \frac{dg^i}{d\tau^j} &> 0 \ \ (if\ \ m_d^j + k^j < 0\ \ or\ \ if\ \ m_d^j + k^j > 0\ and\ \left|m_h^j m_f^j\right| > \left|m_e^j (m_d^{j(i)} + k^{j(i)})\right|) \\ &< 0 \ \ (if\ \ m_d^j + k^j > 0\ and\ \ \left|m_h^j m_f^j\right| < \left|m_e^j (m_d^j + k^j)\right|) > 0 \end{aligned} \tag{B8}$$

となる。ここで、$m_d^j + k^j = \tau_t^j k_\rho^j + k^j > 0\,(<0)$ は、以下の条件式に書き換えられる。

$$\tau_t^j k_\rho^j \big/ k^i < -1\ (\Leftrightarrow\ m_d^j + k^j < 0) \tag{B9}$$

$$\tau_t^j k_\rho^j \big/ k^i > -1\ (\Leftrightarrow\ m_d^j + k^j > 0) \tag{B10}$$

ここで、$\tau_t^j k_\rho^j \big/ k^j$ は、民間資本の資本税率弾力性を表す。したがって、(B6)、(B8) より、$\tau_t^j k_\rho^j \big/ k^j < -1$、もしくは $\tau_t^j k_\rho^j \big/ k^j > -1$ かつ $\left|m_h^j m_f^j\right| > \left|m_e^j (m_d^j + k^j)\right|$ であれば、$\dfrac{d\theta}{d\tau^j} < 0,\ \dfrac{dg^i}{d\tau^j} > 0$ となり、$\tau_t^j k_\rho^j \big/ k^j > -1$ かつ $\left|m_h^j m_f^j\right| < \left|m_e^j (m_d^j + k^j)\right|$ であれば、$\dfrac{d\theta}{d\tau^j} > 0,\ \dfrac{dg^i}{d\tau^j} < 0$ となることがわかる。

## Appendix C　租税協調による定常状態での厚生効果

ナッシュ均衡から、両地域が資本税率を協調して変える租税協調を想定する。地方政府の協調的行動が、互いの経済厚生に与える影響は（23）式で示され、それが正（負）ならば、税率引き上げ（引き下げ）の租税協調によって、両地域の厚生改善が期待できると判断される。

（3）、（4）、（5）式より $w_\rho^i = -k^i$、$w_g^i = f_g^i$ であり、また、ロワ（Roy）の恒等式および対称地域の仮定から、$v_\theta^i = v_w^i c^{oi}(1+\theta)^{-2} = v_w^i s^i (1+\theta)^{-1},\ s^i = (1+n)k^i$ が成り立つことから、これらを使って、（23）式を書き換えると、

$$\begin{aligned}
\frac{dv^i}{d\tau^j} &= v_w^i\left(w_\rho^i \frac{d\theta}{d\tau^j} + w_g^i \frac{dg^i}{d\tau^j}\right) + v_\theta^i \frac{d\theta}{d\tau^j} \\
&= v_w^i\left[\left\{-k^i + \frac{1}{1+\theta}\big((1+n)k^i\big)\right\}\frac{d\theta}{d\tau^j} + f_g^i \frac{dg^i}{d\tau^j}\right] \\
&= v_w^i\left[\left\{\frac{(n-\theta)}{1+\theta}k^i\right\}\frac{d\theta}{d\tau^j} + f_g^i \frac{dg^i}{d\tau^j}\right] \\
&= v_w^i\left[\frac{1}{1+\theta}\big\{(n-\theta)k^i\big\}\frac{d\theta}{d\tau^j} + f_g^i \frac{dg^i}{d\tau^j}\right]
\end{aligned} \tag{C1}$$

となる。（C1）から明らかなように、$\dfrac{dv^i}{d\tau^j}$ の符号は、$n$ と $\theta$ の大小関係、および $\dfrac{d\theta}{d\tau^j}, \dfrac{dg^i}{d\tau^j}$ の符号に左右される。

$\tau^j k_\rho^j \big/ k^j < -1$ ならば、補題１（ｉ）より、$\dfrac{d\theta}{d\tau^j} < 0, \dfrac{dg^i}{d\tau^j} > 0$ が成り立つ。この場合、$\dfrac{dv^i}{d\tau^j} > 0$ となるための十分条件は、$n < \theta$、すなわち、経済が動学的効率性を満たすことである。これより、$n < \theta$ の状況のもとで、民間資本の資本税率弾力性が－1を下回る場合（$\tau^j k_\rho^j \big/ k^j < -1$）、ナッシュ均衡解から税率を引き上げる租税協調が、両地域の厚生改善をもたらすといえる（命題１）。

$\tau^j k_\rho^j \big/ k^j > -1$ かつ $\left|m_h^j m_f^j\right| > \left|m_e^j (m_d^j + k^j)\right|$ $\left(\left|m_h^j m_f^j\right| < \left|m_e^j (m_d^j + k^j)\right|\right)$ ならば、補題１（ⅱ）（（ⅲ））より、$\dfrac{d\theta}{d\tau^j} < 0,$ $\dfrac{dg^i}{d\tau^j} > 0 \left(\dfrac{d\theta}{d\tau^j} > 0, \dfrac{dg^i}{d\tau^j} < 0\right)$ が成り立つ。この場合も、$\dfrac{dv^i}{d\tau^j} > 0 \left(\dfrac{dv^i}{d\tau^j} < 0\right)$ となるための十分条件は、$n < \theta$、すなわち、経済が動学的効率性を満たすことである。これより、$n < \theta$ の状況のもとで、民間資本の資本税率弾力性が－1を上回る場合（$\tau^j \rho^j k_\rho^j \big/ k^j > -1$）、ナッシュ均衡解から税率を引き上げる、あるいは引き下げる租税協調が、両地域の厚生改善をもたらすといえる（命題２）。

一方、経済が動学的非効率を満たす状況（$n > \theta$）のもとでは、$\dfrac{d\theta}{d\tau^j}, \dfrac{dg^i}{d\tau^j}$ の符号と $\dfrac{dv^i}{d\tau^j}$ の符号とが一

意には対応しなくなる。すなわち、$\frac{d\theta}{d\tau^j}<0, \frac{dg^i}{d\tau^j}>0$ であっても $\frac{dv^i}{d\tau^j}>0$ とはならず、$\frac{d\theta}{d\tau^j}>0, \frac{dg^i}{d\tau^j}<0$ であっても $\frac{dv^i}{d\tau^j}<0$ とはならないケースが発生する。この場合、ナッシュ均衡解から税率引き上げ、引き下げいずれの租税協調が、両地域の厚生改善につながるのかは、民間資本の資本税率弾力性の大きさ（$\tau^j k^j_\rho / k^j > -1$ *or* $\tau^j k^j_\rho / k^j < -1$）からは一意に決まらなくなると判断される（命題３）。

## Appendix D　租税協調による初期世代への厚生効果

両地域が協調して資本税率を引き上げる租税協調は、第１期に実施されるが、そのアナウンスは租税協調が実施される以前の第０期に行われると想定する。この想定により、$\rho_0^{i(j)}=\overline{\rho^{i(j)}}, g_0^{i(j)}=\overline{g^{i(j)}}, w(\rho_0^{i(j)}, g_0^{i(j)})=\overline{w^{i(j)}}$ であり、$d\tau_0^i=0, d\tau_1^i=d\tau^i>0, d\tau_0^j=0, d\tau_1^j=d\tau^j>0$ である。$t=0$ について、(13)、(14) 式を全微分し、$d\rho_1^i=d\theta_1+d\tau_1^i$ の関係を用いて整理すると、以下の３本の式を得る。

$$
\begin{aligned}
&s^i_\theta d\theta_1 + s^j_\theta d\theta_1 = (1+n)\left\{k^i_\rho\left(d\theta_1+d\tau_1^i\right)+k^j_\rho\left(d\theta_1+d\tau_1^j\right)\right\}\\
&(1+n)dg_1^i=0\\
&(1+n)dg_1^j=0
\end{aligned}
$$

$s_\theta^{i(j)}=0$ を仮定すると、上記より、$d\theta_1$ について、以下の式が成り立つ。

$$
d\theta_1 = -\frac{k^i_\rho}{(k^i_\rho+k^j_\rho)}d\tau_1^i - \frac{k^j_\rho}{(k^i_\rho+k^j_\rho)}d\tau_1^j \tag{D1}
$$

資本税率の協調的な引き上げによる $\theta_1$ への影響 $\left(\frac{d\theta_1}{d\tau_1^{i(j)}}\right)$ は、以下のとおりとなる。

$$
\frac{d\theta_1}{d\tau_1^i} = -\frac{k^i_\rho}{(k^i_\rho+k^j_\rho)}<0 \tag{D2}
$$

$$
\frac{d\theta_1}{d\tau_1^j} = -\frac{k^j_\rho}{(k^i_\rho+k^j_\rho)}<0 \tag{D3}
$$

一方、$t=1$ について、(13)、(14) 式を全微分し、$d\rho_2^i=d\theta_2+d\tau_2^i$ の関係を用いて整理すると、以下の３本の式を得る。

$$
\begin{aligned}
&s^i_w w^i_\rho\left(d\theta_1+d\tau_1^i\right)+s^j_w w^j_\rho\left(d\theta_1+d\tau_1^j\right)\\
&\qquad=(1+n)\left\{k^i_\rho\left(d\theta_2+d\tau_2^i\right)+k^j_\rho\left(d\theta_2+d\tau_2^j\right)\right\}+(1+n)\left(k^i_g dg_2^i+k^j_g dg_2^j\right)\\
&(1+n)dg_2^i=k_1^i d\tau_1^i+\tau_1^i k^i_\rho\left(d\theta_1+d\tau_1^i\right)\\
&(1+n)dg_2^j=k_1^j d\tau_1^j+\tau_1^j k^j_\rho\left(d\theta_1+d\tau_1^j\right)
\end{aligned}
$$

$d\tau_1^i=d\tau_1^j=d\tau_1$ を用いて、上記３本の式を行列の形に書き換えると、以下のようになる。

$$
\begin{bmatrix} m_a & (1+n)k^i_g & (1+n)k^j_g \\ 0 & (1+n) & 0 \\ 0 & 0 & (1+n) \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} d\theta_2 \\ dg_2^i \\ dg_2^j \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} m_b & s^i_w w^i_g & s^j_w w^j_g \\ m^i_d & m^i_c & 0 \\ m^j_d & 0 & m^j_c \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} d\theta_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} m^i_f d\tau_1^i + m^j_f d\tau_1^j \\ (m^i_d+k_1^i)d\tau_1^i \\ (m^j_d+k_1^j)d\tau_1^j \end{bmatrix}
$$

$$A=\begin{bmatrix} m_a & (1+n)k_g^i & (1+n)k_g^j \\ 0 & (1+n) & 0 \\ 0 & 0 & (1+n) \end{bmatrix}$$ とおくと、$$\widetilde{A}=\begin{bmatrix} (1+n)^2 & -(1+n)^2 k_g^i & -(1+n)^2 k_g^j \\ 0 & m_a(1+n) & 0 \\ 0 & 0 & m_a(1+n) \end{bmatrix},\ |A|=m_a(1+n)^2,$$

$A^{-1}=\dfrac{\widetilde{A}}{|A|}$ なので、上記の行列は、以下のように書き換えられる。

$$\begin{bmatrix} d\theta_2 \\ dg_2^i \\ dg_2^j \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \dfrac{1}{m_a} & -\dfrac{k_g^i}{m_a} & -\dfrac{k_g^j}{m_a} \\ 0 & \dfrac{1}{1+n} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{1}{1+n} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_b d\theta_1 + m_f^i d\tau_1^i + m_f^j d\tau_1^j \\ m_d^i d\theta_1 + (m_d^i + k_1^i) d\tau_1^i \\ m_d^j d\theta_1 + (m_d^j + k_1^j) d\tau_1^j \end{bmatrix}$$

上記より、$d\theta_2$ について、（D1）を用いると、以下の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} d\theta_2 = & \frac{1}{m_a}\left[\left\{(m_b - k_g^i m_d^i - k_g^j m_d^j)\frac{k_\rho^i}{-(k_\rho^i + k_\rho^j)} + m_f^i - k_g^i(m_d^i + k_1^i)\right\}d\tau_1^i\right] \\ & + \frac{1}{m_a}\left[\left\{(m_b - k_g^i m_d^i - k_g^j m_d^j)\frac{k_\rho^j}{-(k_\rho^i + k_\rho^j)} + m_f^j - k_g^j(m_d^j + k_1^j)\right\}d\tau_1^j\right] \end{aligned} \tag{D4}$$

対称地域の仮定により、$d\tau_1^i = d\tau_1^j = d\tau_1$ であることから、これを用いて（D4）を書き換えると、以下のようになる。

$$d\theta_2 = -\frac{2}{m_a}\left\{(1+n)k_\rho^i + k_g^i k_1^i\right\}d\tau_1^i = -\frac{2}{m_a}\left\{(1+n)k_\rho^j + k_g^j k_1^j\right\}d\tau_1^j \tag{D5}$$

資本税率の協調的な引き上げによる $\theta_2$ への影響 $\left(\dfrac{d\theta_2}{d\tau_1^{i(j)}}\right)$ は、それぞれ以下の式で表される。

$$\frac{d\theta_2}{d\tau_1^i} = -\frac{2}{m_a}\left\{(1+n)k_\rho^i + k_g^i k_1^i\right\} \tag{D6}$$

$$\frac{d\theta_2}{d\tau_1^j} = -\frac{2}{m_a}\left\{(1+n)k_\rho^j + k_g^j k_1^j\right\} \tag{D7}$$

$m_a < 0,\ k_\rho^{i(j)} < 0,\ k_g^{i(j)} > 0$ より、$\left(\dfrac{d\theta_2}{d\tau_1^{i(j)}}\right)$ の符号は、（D6)、（D7）の右辺第１項と第２項の大小関係に依存することになり、符号は確定しないことがわかる。

以上の結果を踏まえ、次にナッシュ均衡解から資本税率を引き上げる租税協調が実施された場合、政策変更時における老年世代（第０期世代）と若年世代（第１期世代）の厚生が、ナッシュ均衡解におけるそれらと比べてどのように変化しうるのかを、比較静学をもとに考察していく。

第１期にナッシュ均衡解から両地域が同時に資本税率を引き上げる時、第０世代の厚生変化は、$\rho_0^{i(j)} = \overline{\rho^{i(j)}},\ g_0^{i(j)} = \overline{g^{i(j)}},\ w(\rho_0^{i(j)}, g_0^{i(j)}) = \overline{w^{i(j)}}$ かつ（D2)、（D3）より、

$$dv_0^i = v_\theta^i\left(\frac{\partial\theta_1}{\partial\tau_1^i}d\tau_1^i + \frac{\partial\theta_1}{\partial\tau_1^j}d\tau_1^j\right) < 0 \tag{D8}$$

である。これより、税率引き上げの租税協調は、第０世代の厚生を引き下げることがわかる。

一方、第１期にナッシュ均衡解から両地域が同時に資本税率を引き上げた時、政策変更時に若年期である第１世代の厚生変化は、$dg_1^i = dg_1^j = 0$ より、以下の式で示される。

$$dv_1^i = v_w^i w_\rho^i \left\{ \left( \frac{\partial \rho_1^i}{\partial \tau_1^i} + \frac{\partial \rho_1^i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \theta_1}{\partial \tau_1^i} \right) d\tau_1^i + \frac{\partial \rho_1^i}{\partial \theta_1} \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau_1^j} d\tau_1^j \right\} + v_\theta^i \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^i} d\tau_2^i + \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^j} d\tau_2^j \right) \quad \text{(D9)}$$

（D9）式は、$d\rho_1^i = d\theta_1 + d\tau_1^1$ の関係を用いると、以下のように書き換えられる。

$$dv_1^i = v_w^i w_\rho^i \left\{ -\frac{k_\rho^j}{(k_\rho^i + k_\rho^j)} \left( d\tau_1^j - d\tau_1^i \right) \right\} + v_\theta^i \left( \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^i} d\tau_2^i + \frac{\partial \theta_2}{\partial \tau_2^j} d\tau_2^j \right) \quad \text{(D10)}$$

$v_w^i$にかかる項は、対称地域の仮定$d\tau_1^i = d\tau_1^j = d\tau_1$により、ゼロとなる。$\frac{d\theta_2}{d\tau_2^i}$, $\frac{d\theta_2}{d\tau_2^j}$ の符号は、(D6)、(D7) および $d\tau_1^{i(j)} = d\tau_2^{i(j)}$より、正、負、ゼロのいずれの値もとりうるため、$v_\theta^i$ にかかる項の符号も確定しない。これより、ナッシュ均衡解から資本税率を両地域が同時に引き上げたことによる第１世代への厚生への影響は、(D10) 式の符号が確定しないことから、改善、悪化両方の可能性があることがわかる。

以上より、初期時点での比較静学の結果、長期定常状態においては、租税協調が厚生改善をもたらしうるのに対し、租税競争が実施された初期時点においては、老年世代が厚生悪化を被り、若年世代が厚生改善もしくは厚生悪化に見舞われる可能性があることが指摘できる。

## 参考文献


Batina, R.G.（2009）“Local capital tax competition and coordinated tax reform in an overlapping generations economy”, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.39, pp.472-78.

Diamond, P.A.（1965）“National Debt in a Neoclassical Growth Model”, *American Economic Review*, Vol.55, pp.1126-50.

Feehan, J.P. and R.G. Batina.（2007）“Labor and Capital Taxation with Public Inputs as Common Property”, *Public Finance Review*, Vol.35, pp.626-642.

本間正明・田中宏樹（2004）「公共投資の地域間配分の政策評価－都道府県パネルデータを用いた実証分析とシミュレーション－」、『フィナンシャル・レビュー』第 74 号、pp.4-22

川崎一泰（2007）「公共投資の景気循環平準化機能と地域配分」、浅子和美・宮川努編著『日本経済の構造変化と景気循環』第 10 章、pp.214-233、東京大学出版会

Kellermann, K.（2006）“A Note on Inertemporal Fiscal Competition and Redistribution”, *International Tax and Public Finance*, Vol.13, pp.151-61.

Kellermann,K.（2007）“Fiscal Competition and Potential Growth Effect of Centralization”, Paper Presented at the 63rd Congress of the IIPF.

Matsumoto, M.（1998）“A note on tax competition and public input provision”, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.28, pp.465-73.

Noisit, L. and W. Oakland.（1995）“The Taxation of Mobile Capital by Central Cities”, *Journal of Public Economics*, Vol.57, pp.297-316.

小川光（2006）「地方政府間の政策競争－税・支出の競争と外部効果－」『フィナンシャル・レビュー』第 82 号、pp.10-36

Shinozaki,T, K. Sugahara and M. Kunizaki.（2010）“Coordinated Tax Reform under Vertical-Horizontal Externality in an Overlapping Generations Model”, Paper presented at Japan Local Public Finance Association Annual Meeting, 2010, Aoyama Gakuin University.

菅原宏太・國崎稔（2006）「財政競争の実証分析－日本の都道府県のケース－」、『愛知大学経済論集』No.171、pp.1-29.

田中宏樹・日高政浩（2010）「動学的租税競争と公的資本形成－非対称的な公的資本の生産力効果を考慮した２地域世代重複モデルによるシミュレーション分析－」『日本経済研究』第 62 号、pp.39-63.

Wildasin, D.E.（1988）“Nash Equilibria in Models of Fiscal Competition”, *Journal of Public Economics*, Vol.35, pp.229-40.

Wilson, J.D.（1986）“A Theory of Inter-Regional Tax Competition”, *Journal of Urban Economics*, Vol.19, pp.296-315.

Wilson, J.D.（1991）“Tax Competition with Interregional Differences in Factor Endowments”, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.21, pp.423-51.

Zodrow, R.G. and P. Mieszkowski.（1986）“Pigou, Tiebout, Property Taxation, and the Underprovision of Local Public Goods”, *Journal of Urban Economics*, Vol.19, pp.356-70.