The Science and Engineering Review of Doshisha University, Vol. 48, No. 3 October 2007

Discussion on Distributed Cooperative Scheme for Multiobjective Genetic Algorithm

Tomoyuki Hiroyasu*, Masashi Nishioka** and Mitsunori Miki*

(Received July 14, 2007)

In recent years, many multiobjective genetic algorithms (MOGAs) have been developed to obtain Pareto optimal solutions for multiobjective optimization problems. It is important to obtain solutions with accuracy, uniform spread, and broadness. In conventional MOGAs, mechanisms to improve the accuracy and uniform spread of the solutions have been discussed, but broadness has not. On the other hand, Okuda proposed a distributed cooperation scheme (DC-Scheme), which considers the broadness of the solutions as well as their accuracy and uniform spread. Both MOGAs and single objective genetic algorithms (SOGAs) are utilized in the DC-Scheme, and broad solutions can be obtained. In this research, further development of the DC-Scheme is performed. The modified DC-Scheme (mDC-Scheme) has characteristics such as distributed scheme, cooperative search, and a Pareto archive. From numerical experiments, the following two points were found out. First, it is capable of obtaining broader solutions compared to a popular MOGA. Secondly, the accuracy of the obtained solutions was improved by the introduction of a Pareto archive to the SOGA population.

Key words : multiobjective optimization, genetic algorithm, evolutionary algorithm

キーワード : 多目的最適化，遺伝的アルゴリズム，進化的アルゴリズム

多目的遺伝的アルゴリズムのための分散協力型スキームの検討

廣 安 知 之, 西 岡 雅 史, 三 木 光 範

1. はじめに

多目的最適化問題とは，複数の目的関数のもとで最適解を求める問題のことである．しかし，これらの複数の評価基準は互いに競合することが多く，そのような場合にはただ１つの最適解は存在しない．そのため，多目的最適化では,「パレート最適解」という概念を用いて探索を行う．パレート最適解とは,「ある目的関数の値を改善するためには，少なくとも他の１つの目的関数の値を改悪せざるを得ないような解」と定義されている．一般にパレート最適解は複数存在することが多く，目的関数間に存在するトレードオフの関係を知る上でも，パレート最適解を数多く求めることが重要となる．

多目的最適化では，多点探索によってパレート解集合を一度の探索で得ることができる，遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm: GA）を用いることが多い．GA は，生物が遺伝的操作によって進化していく過程を工学的に模倣した最適化アルゴリズムである[1]．GA を多目的最適化に適用したものが，多目的遺

* Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto
Telephone:+81-774-65-6932, Fax:+81-774-65-6780, E-mail:tomo@is.doshisha.ac.jp , mmiki@mail.doshisha.ac.jp
** Graduate Student, Department of Knowledge Engineering and Computer Sciences, Doshisha University, Kyoto
Telephone:+81-774-65-6924, Fax:+81-774-65-6780, E-mail:mnishioka@mikilab.doshisha.ac.jp

伝的アルゴリズム（多目的 GA）であり，これまでに数多くの多目的 GA に関する研究が行われてきている[1, 2, 3, 4, 5, 6]．その中でも，Deb らによって提案された NSGA-II[5] と，Zitzler らによって提案された SPEA2[6] は，優れた解探索性能を持った多目的 GA として知られている．

多目的 GA によってパレート解集合を求める場合，得られた解集合が精度，均一な分散，幅広さといった評価について優れていることが重要である．一般的な多目的 GA 手法の多くでは，精度と均一な分散を向上させるためのメカニズムが考案され，組み込まれている．しかしながら，幅広さを考慮したメカニズムについては組み込まれていないことが多い．この幅広さは，パレート解集合の端に位置する解，つまりパレート解集合における各目的関数の最適解によって決定される．したがって，各目的関数における最適解の探索をより重点的に行うことによって，パレート解集合の幅広さが向上すると考えられる．

このような背景から，パレート解集合の幅広さに注目した，多目的最適化のための分散協力型スキーム（Distributed Cooperation Scheme for Multiobjective Optimization: DC-Scheme）[7] が 2002 年に奥田らによって提案された．DC-Scheme では，多目的 GA によってパレート解集合の探索を行うだけでなく，並列して単一目的 GA で探索を行うことによって，各目的関数における最適解の探索を行う．これにより，通常の多目的 GA に比べ幅広い解集合を得られると報告されている．しかし，幅広さと収束性の間にはトレードオフの関係があり，幅広さを重点的に向上させた DC-Scheme では，収束性が低下するという問題点がある．そこで，本論文では DC-Scheme に改良を加え，幅広さと収束性のバランスを保った探索を実現する，mDC-Scheme（modified DC-Scheme）を提案する．また，mDC-Scheme の有効性について検証を行う．

2. 多目的最適化

2.1 多目的最適化問題

最適化とは，ある制約条件のもとで目的とするものを最小化（最大化）することである．一般には，1 つの評価基準（目的）に対する最適化を行う，単一目的最適化のことを意味する．しかしながら，世の中には複数の評価基準を同時に考慮すべき問題が数多く存在する．このような，複数の評価基準が存在し，これらの評価基準を同時に考慮しながら最適化を行う問題を，多目的最適化問題という．多目的最適化問題とは,「複数個の互いに競合する目的関数を与えられた制約条件の中で，何らかの意味で最小化（最大化）する問題」と定義されている[8]．これは，n 個の設計変数を扱う k 個の目的関数 $\vec{f}(\vec{x})$ を，m 個の制約条件 $\vec{g}(\vec{x})$ のもとで最小化（最大化）する問題として式 (1) のように定式化される[9]．

$$\begin{cases} \min(\max) \quad f_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad (i = 1, 2, \ldots, k) \\ \text{subject to} \\ \quad g_j(x_1, x_2, \ldots, x_n) \le 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, m) \end{cases} \tag{1}$$

多目的最適化問題では，一般に複数の目的関数同士が互いにトレードオフの関係にある場合が多いため，全ての目的関数 $f_i(\vec{k})$ を同時に最適化することはできない．そこで，多目的最適化問題では,「ある目的関数の値を改善するためには，少なくとも他の 1 つの目的関数を改悪せざるを得ないような解」を求める．このような解をパレート最適解（Pareto-optimal solution）と呼ぶ[9]．

2.2 パレート最適解

パレート最適解は，多目的最適化問題における解の優越関係により定義される[10]．多目的最適化における解の優越関係の定義を以下に示す．ただし，全ての目的の最適化は最小化であると仮定する．

定義（優越関係）：$\mathbf{x^1}, \mathbf{x^2} \in \Im(\mathbf{x}= (x_1, x_2, \ldots, x_n))$ とする．

(a) $f_i(\mathbf{x^1}) \le f_i(\mathbf{x^2}) (\forall i = 1, 2, \ldots, k)$ の時，$\mathbf{x^1}$ は $\mathbf{x^2}$ に優越するという．

(b) $f_i(\mathbf{x^1}) < f_i(\mathbf{x^2}) (\forall i = 1, 2, \ldots, k)$ の時，$\mathbf{x^1}$ は $\mathbf{x^2}$ に強い意味で優越するという．

もし，$\mathbf{x^1}$ が $\mathbf{x^2}$ に優越しているならば，$\mathbf{x^1}$ の方が $\mathbf{x^2}$ よりも良い解である．そのため，多目的最適化では，このような他のどの解にも優越されないような解の探索を行う．次に，この優越関係に基づくパレート最適解の定義について以下に示す．

定義（パレート解）：$\mathbf{x^0} \in \Im(\mathbf{x}= (x_1, x_2, \ldots, x_n))$ とする．

(a) $\mathbf{x^0}$ に強い意味で優越する $\mathbf{x} \in \Im$ が存在しないとき，$\mathbf{x^0}$ を弱パレート最適解（Weak Pareto-optimal solution）という．

(b) $\mathbf{x^0}$ に優越する $\mathbf{x} \in \Im$ が存在しないとき，$\mathbf{x^0}$ をパレート最適解（Pareto-optimal solution）という．

Fig. 1に目的が2つ（$k = 2$）の場合におけるパレート最適解の例を示す．図中の黒丸はパレート最適解を，白丸は弱パレート最適解を示している．また，Feasible region とは実行可能領域を示し，解が存在し得る領域を示している．一般に，図中に実線で示されたようなパレート最適解集合が形成する面のことを，パレート最適フロントと呼ぶ．また，探索途中で得られた，他のどのような解と比較しても劣っていない解を非劣解と呼ぶ．

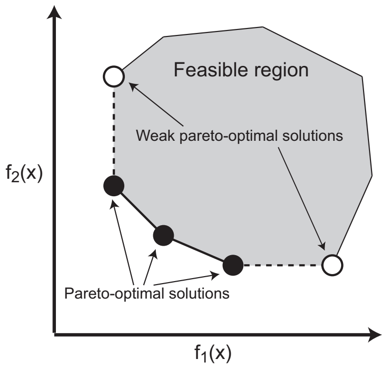

Fig. 1.　Concept of Pareto-optimal Solutions.

3.　多目的遺伝的アルゴリズム

多目的最適化の分野では，様々な進化的アルゴリズムが適用されているが，特に遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm: GA）を多目的最適化に適用した多目的GAは最も多く研究されており，主要な研究の多くが多目的GAを用いたものとなっている[11]．現在，代表的な多目的GAとして，DebらのNSGA-II[5]やZitzlerらのSPEA2[6]などがあり，優れた解探索性能を持った手法であることが知られている．

3.1　遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm: GA）は，自然界における生物の遺伝と進化をモデル化した最適化手法である[1, 12]．GAの研究は，1960年代にJohn Hollandらによって始められ，現在では多方面に応用されている．自然界における生物の進化過程では，ある世代を形成している個体の中で，環境に適合した個体がより高い確率で生き残り，次の世代に子孫を残す．このメカニズムをモデル化し，環境に対して最もよく適合した個体，すなわち目的関数に対して最適値を与えるような解を計算機上で求めることがGAの概念である．GAの探索は多点探索であることから，解集合を一度の探索で導出することができる．

3.2　多目的遺伝的アルゴリズム

GAを多目的最適化に適用したものが，多目的遺伝的アルゴリズム（多目的GA）である．多目的GAは多点探索であることから，一度の探索でパレート最適解集合を求めることができる．Fig. 2に多目的GAの探索の様子を示す．

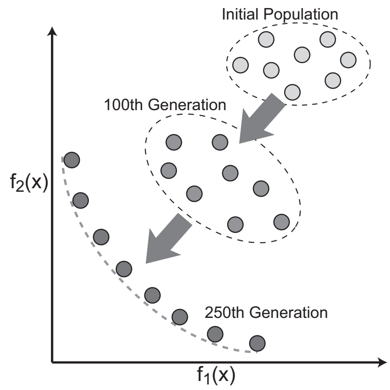

Fig. 2.　MOGA Search.

GAを多目的最適化問題に適用する場合，非劣解集合を適切に評価し，次世代に残していくことが重要となる．多目的最適化では，単一目的最適化において「1つの最適解」を求める場合と異なり，パレート最適解が全て解候補となるため，単純に単一目的における適合度の割当てをそのまま適用させることはできない．

近年提案された多目的GA手法の多くは，解の優越関係に基づいて選択演算を行う，パレート的アプローチに分類される．その中でも，DebらのNSGA-II[5]とZitzlerらのSPEA2[6]は，適合度値の高い個体の保存，多様性に優れた個体の選択など，多目的GAにおける重要なメカニズムが組み込まれており，優れた探索性能を有していることが報告されている．なお，本研究では多目的GA手法としてSPEA2を用いた．

3.3　パレート解集合の評価

多目的最適化問題でトレードオフの関係が存在する場合，得られるパレート解は1つではなく集合となる．この解集合は，精度，均一な分散，幅広さといった評価について優れていることが重要となる．精度とは，得られたパレート解集合が目的関数空間において，パレート最適フロントにどれだけ近いかという評価である．Fig. 3（a）に精度の概念図を示す．次に，均一な分散とは，目的関数空間において得られたパレート解集合が，均一に分散しているかという評価である．これを表す図をFig. 3（b）に示す．最後に，幅広さとは，解集合が1点に集中するのではなく，パレートフ

ロントをどれだけ幅広く覆っているかという評価である．つまり，パレート解集合における各目的関数の最大値および最小値が，どれだけ離れているかということを評価する．したがって，幅広さについて重要となるのは，パレート解集合の中の各目的関数における最適解である．Fig. 3（c）に幅広さの概念図を示す．

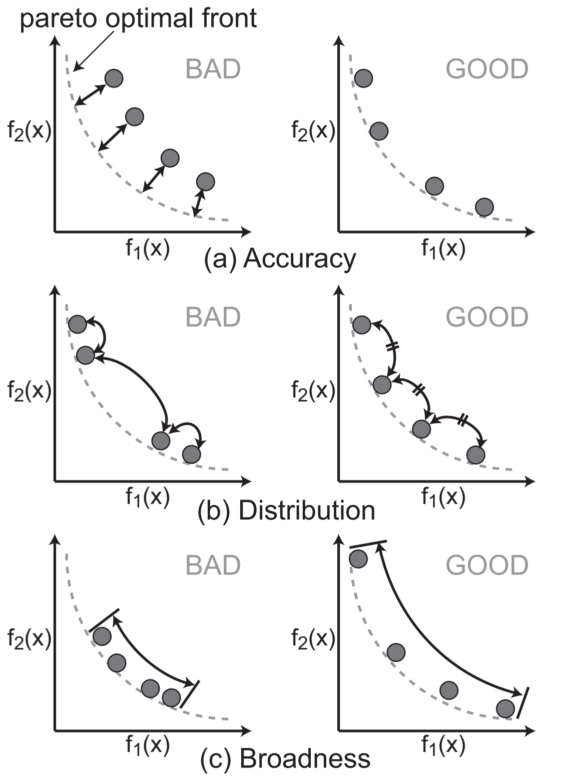

Fig. 3. Evaluation Components of Pareto Solutions.

3.4 従来の多目的 GA 手法の問題点

従来の多目的 GA 手法では，主にパレート解集合の精度や均一な分散を向上させるためのメカニズムが組み込まれている．探索途中の非劣解に適切な適合度値を与えるための，適合度割当て手法などが各多目的 GA 手法では開発されており，精度の向上ををはかっている．また，これらの非劣解を保存しておくための仕組みとして，パレートアーカイブが広く用いられている．さらに，解の多様性を高めるため，シェアリングやアーカイブ端切り手法などが用いられている．これらのメカニズムによって，従来の多目的 GA 手法では精度と均一な分散について優れた解集合を得られることが知られている．しかしながら，解集合の幅広さについては，向上させるための明確なメカニズムが考慮されていないことが多い．したがって，このような探索では得られたパレート解集合がパレートフロントに対して，可能な限り広がっているのかどうかは確認することができない．しかし，多目的最適化において幅広い解集合を導出することは，解選択者に多くの選択肢を与える上で非常に重要である．そのため，幅広さを向上させるためのメカニズムについても考慮するべきであると考えられる．

ここで，パレート解集合の幅広さについて重要になるのは，パレート解集合に含まれる解のうち，各目的関数における最適解である．各目的関数における最適解は，パレート最適フロントの端に位置する解であるので，これらの解を求めることによって，パレート解集合の幅広さを向上させることができると考えられる．また，パレート解集合の端の解を積極的に探索することによって，得られるパレート解集合が可能な限り広がっていることが確認できる．

4. 多目的 GA のための分散協力型スキーム

パレート解集合の幅広さは，Fig. 4 に示したような，パレート解集合の端に位置する解，つまりパレート解集合における各目的関数の最適解によって決定される．したがって，多目的 GA によって幅広さに優れたパレート解集合を求める場合，パレート解集合に含まれる解のうち各目的関数における最適解が重要となる．そのため，単一目的 GA を用いて各目的関数における最適解を求めることが，パレート解集合の幅広さを向上させるにあたり，有効だと考えられる [13]．

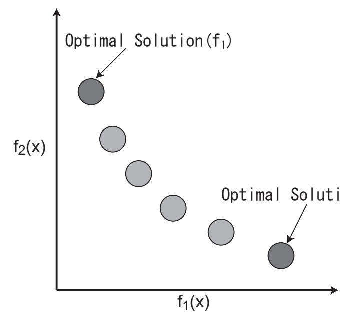

Fig. 4. Optimal Solutions of Each Objective.

このような背景から，パレート解集合の幅広さに注目した，多目的最適化のための分散協力型スキーム（Distributed Cooperation Scheme for Multiobjective Optimization: DC-Scheme）[7] が 2002 年に奥田らによって提案された．DC-Scheme は，多目的 GA と単一目的 GA を併用して探索を行うことによって，通常の多目的 GA 手法に比べ幅広いパレート解集合を得られると報告されている．しかし，幅広さと収束性の間にはトレードオフの関係があり，幅広さを重点的

に向上させたDC-Schemeでは，収束性が低下することがわかっている．そこで，本研究ではDC-Schemeに改良を加え，幅広さと収束性のバランスを保った探索を実現するmDC-Scheme（modified DC-Scheme）を提案する．以降，DC-Schemeについて説明した後，mDC-Schemeにおける改良点について説明する．

4.1 DC-Scheme

DC-Schemeでは，多目的GAによってパレート解集合の探索を行うだけでなく，並列して単一目的GAで探索を行うことによって各目的関数の最適解の探索を行う．Fig. 5に従来の多目的GA手法とDC-Schemeによる探索の概念図を示す．

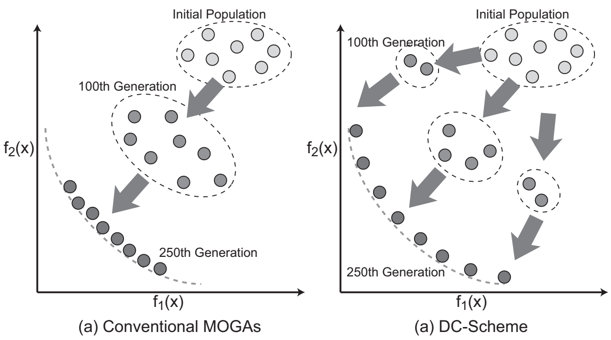

Fig. 5. Concept of DC-Scheme.

探索母集団を複数のサブ母集団に分割することにより，パレート解集合と各目的関数における最適解を独立して探索することができる．これにより，幅広いパレート解集合を得られることがわかっている．DC-Schemeは以下のような特徴を有する．

- 分散スキーム
- 協調探索
- パレートアーカイブ

これらの特徴について，下記に述べる．

4.1.1 分散スキーム

DC-Schemeでは分散スキームを用いて，探索母集団を多目的GAで探索する個体群と，単一目的GAによって探索する個体群に分割している．ここでの分散スキームとは，複数の探索母集団を用いて探索を行うための枠組みである．これにより，多目的GAで探索する個体群によってパレート解集合の探索を行い，単一目的GAで探索する個体群によって各目的関数の最適解の探索を行うことができる．

具体的には，目的関数の数をkとした場合，多目的GAの探索個体群が1個，単一目的GAの探索個体群がk個となり，合計$k+1$個の探索個体群を用いて探索が行われる．ここで，多目的GAによって解探索を行う探索個体群をMOGA（Multiobjective GA）個体群，単一目的GAで解探索を行う探索個体群をSOGA（Single Objective GA）個体群と呼ぶ．Fig. 6にDC-Schemeの概念図を示す．MOGA個体群は，通常の多目的GAと同様にパレート解集合の探索を行い，k個のSOGA個体群では，それぞれに割り当てられた目的関数について最適解を探索する．

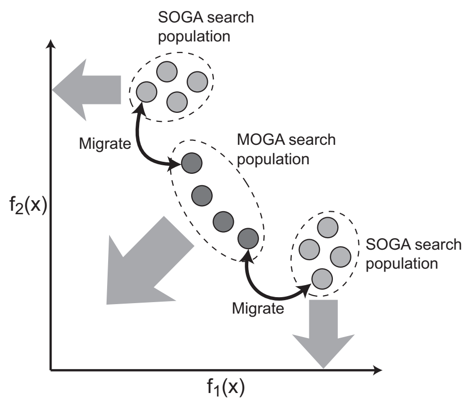

Fig. 6. Concept of Distribution Scheme.

DC-Schemeで提案しているのはあくまでスキームであるので，各個体群にどのような単一目的GA手法および多目的GA手法を用いるかは自由である．奥田らの手法では，MOGA個体群にSPEA2を，SOGA個体群に分散遺伝的アルゴリズム（Distributed Genetic Algorithm: DGA）[14]を用いている．

4.1.2 協調探索

先述の通り，DC-Schemeでは，MOGA個体群とSOGA個体群という複数の探索個体群を用いて探索を行う．このとき，各個体群はそれぞれ独立して探索を行うのではなく，MOGA個体群と各SOGA個体群の間で協調して探索する．すなわち，単独のMOGA個体群，もしくはSOGA個体群では探索することのできない探索領域を，他の個体群と協調することによって補いながら探索する．DC-Schemeでは，協調探索の操作として最良解の交換と，動的な個体数の調整を用いる．以下にそれぞれの操作について述べる．

最良解の交換 一定世代毎に，それまでの探索で得られている最良解をMOGA個体群と各SOGA個体群との間で交換する．各SOGA個体群における最良解とは，そのSOGA個体群で探索している目的関数の値が最も良い個体である．一方，MOGA個体群では

目的関数ごとに最も良い個体を最良解とする．例えば，MOGA 個体群と目的関数 f_i を探索している SOGA 個体群の間で最良解を交換する場合，SOGA 個体群の最良解と MOGA 個体群における f_i の最良解が 1 対 1 で交換される．この操作により，その時点での探索および最良解の情報を個体群間で共有することができ，効率的な探索が行われると考えられる．最良解の交換の概念図を Fig. 7 に示す．

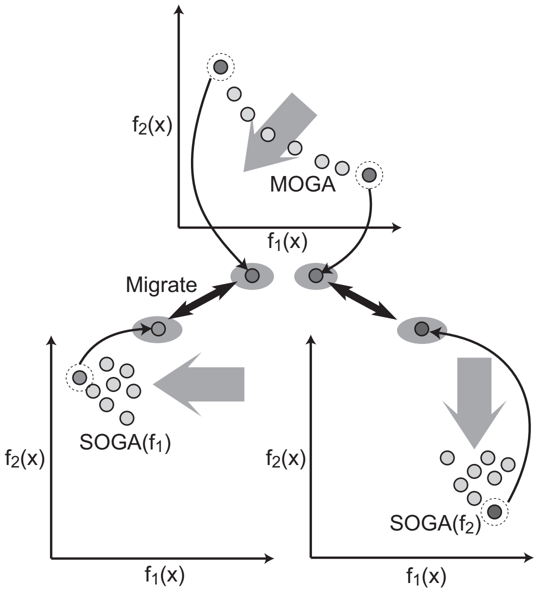

Fig. 7. Migration in DC-Scheme.

動的な個体数の調整 上述の操作で交換する最良解を比較し，その結果を基に各個体群の個体数を動的に調整する．具体的には，より探索が進んでいる個体群からランダムに個体を選択し，それらの個体を探索の遅れている個体群に加える．また，移住させる個体数は N_{adjust} というパラメータを用いて決定する．最小化問題を対象とした場合，MOGA 個体群における各目的関数 $f_i (i = 1, 2, \ldots, k)$ における最良解を M_i，f_i を探索している SOGA 個体群の最良解を S_i とすると，次のように探索個体数の調整を行う．

- $M_i > S_i$ の場合
  SOGA 個体群から N_{adjust} 個体を MOGA 個体群に移住させ，MOGA 個体群の探索個体数を増加させる．
- $M_i < S_i$ の場合
  MOGA 個体群から N_{adjust} 個体を SOGA 個体群に移住させ，SOGA 個体群の探索個体数を増加させる．

なお，上述の条件に当てはまらない場合には，個体数の調整は行わない．

4.1.3 パレートアーカイブ

代表的な多目的 GA 手法の多くでは，パレートアーカイブが用いられている．パレートアーカイブとは，探索途中で得られた非劣解を保存する仕組みである．探索途中で得られた非劣解を保存することにより，探索が後退することがなくなる．DC-Scheme では，MOGA 個体群に用いる多目的 GA が有するアーカイブの他に，全ての個体群によって探索した解を収集し，保存するためのパレートアーカイブを 1 つ用意している．このアーカイブは，非劣解の保存のためにのみ用いられ，探索母集団をこのアーカイブから選択するということはしない．その一方で，各 SOGA 個体群にはパレートアーカイブは導入されていない．

4.1.4 アルゴリズム

k 目的の多目的最適化問題における，DC-Scheme のアルゴリズムを以下に示す．なお，探索個体数を N とし，各目的関数を最小化するものとする．

Step 1 N 個の個体をランダムに生成する．
Step 2 生成した個体を，MOGA 個体群と k 個の SOGA 個体群に分割する．このとき，各個体群の個体数が MOGA : SOGA = 2 : 1 となるようにする．したがって，MOGA 個体群には $2N(k+2)^{-1}$ 個，SOGA 個体群には $N(k+2)^{-1}$ 個の個体が割り当てられる．
Step 3 MOGA 個体群では，多目的 GA を用いてパレート最適解の探索を行う．同様に，SOGA 個体群では，単一目的 GA を用いて各目的関数における最適解の探索を行う．
Step 4 各個体群で得られた非劣解集合を収集し，パレートアーカイブに保存してアーカイブを更新する．
Step 5-1 一定世代毎に MOGA 個体群と各 SOGA 個体群の間で最良解を交換する．
Step 5-2 MOGA 個体群と各 SOGA 個体群の間で最良解を比較し，各個体群の探索個体数の調整を行う．
Step 6 終了条件に満たない場合は Step 3 に戻り，解探索を繰り返す．

4.1.5 DC-Scheme の問題点

DC-Scheme では，単一目的 GA による探索母集団を解探索に含めることによって，得られるパレート解集合の幅広さを改善することができたが，精度については通常の多目的 GA 手法に劣ってしまっていた [7]．その理由として，DC-Scheme の SOGA 個体群では通

常の単一目的GAを用いているため，単一目的の最適化のみが行われ，他の目的を全く考慮しないメカニズムになっている点が挙げられる．しかし，多目的最適化での導出目標となっているパレート解は，端の解であっても，1つの目的だけでなく他の目的に関しても最適化がなされているものであり，パレート解集合の精度を高めるためには非劣解の概念を用いた探索が重要となる．そのため，SOGA個体群では，パレート解集合の端に位置する解を求める上で，1つの目的関数だけでなく，探索対象以外の目的関数においても，精度を高めるメカニズムが必要となる．

4.2 mDC-Scheme

先述の通り，精度の改善がDC-Schemeでは課題として挙げられる．そこで本論文では，得られるパレート解集合の精度を改善することを目的とし，DC-Schemeに改良を加える．ここでは，DC-Schemeを改良したものをmodified DC-Scheme（mDC-Scheme）と呼ぶ．mDC-Schemeでは，DC-Schemeからの改良点として，SOGA個体群へのパレートアーカイブの導入，個体群間での解の交換方法の変更を提案する．以降に，改良点の詳細を述べる．

4.2.1 SOGA個体群へのパレートアーカイブの導入

従来のMOGA個体群のアーカイブ，全ての探索個体群によって得られた解を保存するパレートアーカイブに加え，各SOGA個体群にもアーカイブを導入することで，探索の途中で得られた非劣解を保存して損失を防ぐ．さらに，アーカイブを導入することにより，アーカイブから非劣解を探索母集団として選択することができる．これにより，パレート解が存在する領域へと探索母集団を収束させながら，各目的関数における最適解を探索することが可能となる．その上，パレート解集合の精度を改善することができ，なおかつパレート解集合が可能な限り広がることが期待できると考えられる．Fig. 8に通常のDC-SchemeとmDC-SchemeにおけるSOGA個体群の探索の概念図を示す．

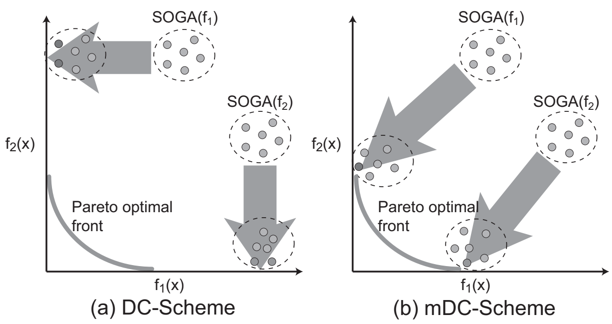

Fig. 8. Concept of SOGA Search in DC-Scheme and mDC-Scheme.

なお，SOGA個体群におけるメイティング選択方法として，トーナメント選択を用いる．選択基準として次の2つを用いている．

1. 母集団における適合度値
2. 割り当てられた目的関数の評価値

また，トーナメント選択では，個体iとjの2個体の優越関係として，以下のいずれかの条件を満たす場合に，iはjよりも優れているとする．

1. 個体iの適合度値が個体jの適合度値よりも優れている．
2. 個体iと個体jの適合度値が等しく，SOGA個体群の最適化目標となる目的関数の評価値について，iがjよりも優れている．

4.2.2 解の交換方法の変更

DC-Schemeでは，MOGA個体群と各SOGA個体群の間で，対応する目的関数f_iにおける最良解のみを交換している．しかし，mDC-SchemeではSOGA個体群にパレートアーカイブを導入し，非劣解を保存する仕組みを導入するため，それに対応した交換方法が必要である．そこでmDC-Schemeでは，SOGA個体群においても全ての目的関数における最良解を選択し，MOGA個体群と交換する．つまり，k目的の多目的最適化問題では，各個体群においてk個の最良解を選択し，それらを個体群間で交換する．これにより，より効率的な探索が行われると考えられ，パレート解集合の精度が改善することが期待できる．mDC-Schemeにおける最良解の交換についての概念図をFig. 9に示す．

4.2.3 アルゴリズム

mDC-Schemeのアルゴリズムを以下に示す．ここでは，各目的関数を最小化するk目的の多目的最適化問題を扱うものとする．

Step 1 N個の個体をランダムに生成する．

Step 2 生成した個体を，MOGA個体群とk個のSOGA個体群に分割する．このとき，各個体群の個体数は$(k+1)/N$個とする．

Step 3 MOGA個体群では多目的GAを用いてパレート最適解の探索を行う．同様に，SOGA個体群では，単一目的GAを用いて各目的関数における最適解の探索を行う．

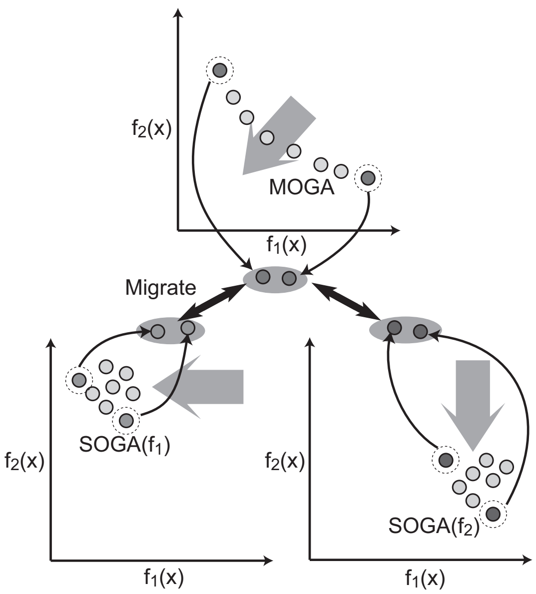

Fig. 9. Migration in mDC-Scheme.

Step 4 各個体群で得られた非劣解集合を収集し，パレートアーカイブに保存してアーカイブを更新する．

Step 5 一定世代毎に MOGA 個体群と各 SOGA 個体群の間で最良解を交換する．このとき各個体群において，各目的関数における最適解を最良解とし，k 個の最良解を交換する．

Step 6 終了条件に満たない場合，Step 3 に戻り，解探索を繰り返す．

5. 数値実験

5.1 実験概要

本実験では，提案手法である mDC-Scheme を，従来の DC-Scheme および一般的な多目的 GA 手法である SPEA2 と比較する．mDC-Scheme と DC-Scheme の MOGA 個体群には SPEA2[6] を用い，SOGA 個体群には DGA を用いる．なお，DC-Scheme では個体群間での個体数の動的な調整が組み込まれているが，本実験ではパレートアーカイブの有効性に注目するため，個体数の調整は組み込まないものとする．これは，各個体群の個体数が動的に変化する場合，mDC-Scheme の改良点による解探索への影響を正確に調査することが難しいからである．

5.2 対象問題

本実験で用いる対象問題は，2 目的の連続最適化問題である KUR と，離散最適化問題の KP750-2 である．それぞれについて以下に詳細を述べる．

5.2.1 KUR

KUR は，$f_1(x)$ において連続する 2 変数間の相互作用を持ち，f_2 において多峰性を有する問題である．式 (2) に KUR の定式を示す．また，KUR の最適解は未知である．

$$\begin{cases} \min \quad f_1(x) = \sum_{i=1}^{N-1}(-10\exp(-0.2\sqrt{(x_i^2 + x_{i+1}^2)})) \\ \min \quad f_2(x) = \sum_{i=1}^{N}(|x_i|^{0.8} + 5\sin(x_i)^3) \\ \text{subject to} \\ \quad x_i \in [-5, 5], \quad i = 1, \ldots, n, \quad n = 100 \end{cases} \tag{2}$$

5.2.2 KP750-2

KP750-2 は荷物数 750 の 2 目的ナップサック問題である．ZDT4 や KUR とは異なり，KP750-2 は最大化問題であり，また離散最適化問題である．式 (3) に KP750-2 の定式を示す．

$$\begin{cases} \max \quad f_i(x) = \sum_{j=1}^{750} x_j \times p_{(i,j)} \\ \text{subject to} \\ \quad g_i(x) = \sum_{j=1}^{750} x_j \times w_{(i,j)} \leq W_i \\ \quad 1 \leq i \leq k, \quad k = 2 \end{cases} \tag{3}$$

式 (3) における $p_{(i,j)}$ は i 番目のナップサックの評価値を計算する際の，j 番目の荷物に付随する利益値を示す．同様に，$w_{(i,j)}$ は重み値を表している．また，W_i は i 番目のナップサックにおける重み値の制約値 (上限値) である．

5.3 評価方法

得られたパレート解集合の評価手法には様々なものが存在するが，本論文では Ratio of Non-dominated Individuals（RNI）と Spread を用いる．以下にそれぞれの評価手法の詳細を述べる．

5.3.1 Ratio of Non-dominated Individuals

RNI は，2 つの非劣解集合を比較することで，相手に対して非劣である解の数を求める比較手法である．この手法は，精度に関する評価を行うものであり，Tan らによって用いられていた手法[15] を 2 つの非劣解集合の比較へと拡張したものである．本手法の比較手順を以下に示す．

まず，2 つの手法で得られた解集合 X と Y の和集合をとり S^U とする．次に，S^U の中から，どの解にも優越されない解のみを選び出し，選ばれた解集合を S^P とする．そして，S^P の各手法の割合を RNI(X, Y) として導き出す．この割合が 100 %に近いほど，もう一方の手法を優越している．すなわち，他方に比べより真の解に近い解が得られているものと判断することができる．Fig. 10 に RNI(X, Y) の例を示す．

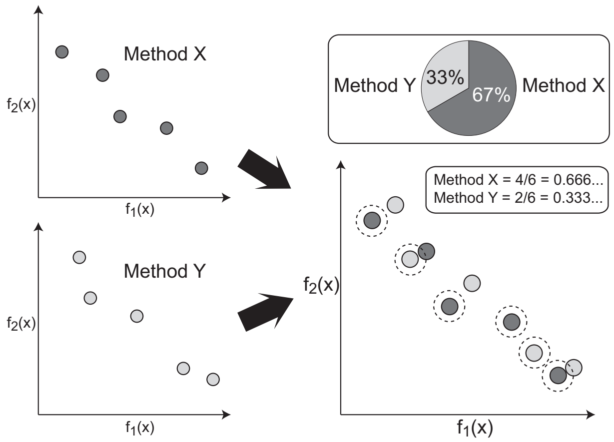

Fig. 10. Concept of RNI.

5.3.2 Spread

Spread は，パレート解集合の幅広さを表し，得られた解集合の各目的関数に対する最大値と最小値の差を足し合わせることによって得られる．この値が大きいほど，幅広い非劣解集合であると判断できる．Fig. 11 に Spread の例を示す．

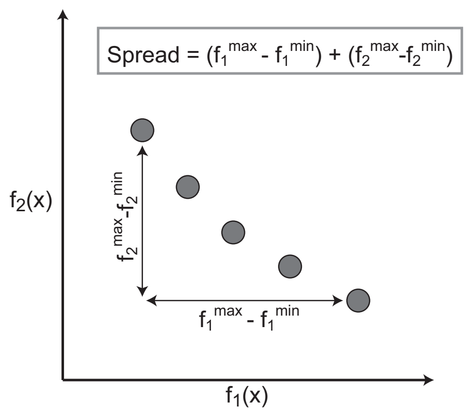

Fig. 11. Concept of Spread.

5.4 パラメータ

本実験で用いる，各手法の共通なパラメータを以下の Table 1 に示す．

Table 1. Parameter Settings.

Test Problem	KUR	KP750-2
Population Size	120	250
Maximum Generations	150, 300	500, 1000
Crossover Method	2 point crossover	
Crossover Rate	1.0	
Mutation Method	bit flip	
Mutation Rate	1/chromosome length	

mDC-Scheme と DC-Scheme における移住率は，mDC-Scheme が 目的関数の数/個体数，DC-Scheme が 1/個体数 とし，移住間隔はいずれも 25 世代とする．次に，mDC-Scheme と DC-Scheme の SOGA 個体群として用いた DGA のパラメータを Table 2 に示す．

Table 2. DGA Parameter Settings.

Sub Population Size	10
Selection Method	tournament selection
Tournament Size	4
Migration Topology	random ring
Migration Rate	0.5
Migration Interval	5

5.5 実験結果

各手法による KUR と KP750-2 の 30 試行での探索結果を，Fig. 12〜Fig. 15 にそれぞれ示す．

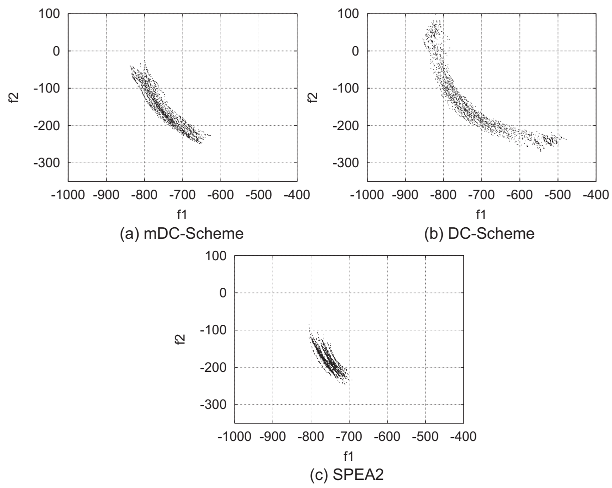

Fig. 12. Search Results of KUR (150 generations) in 30 trials.

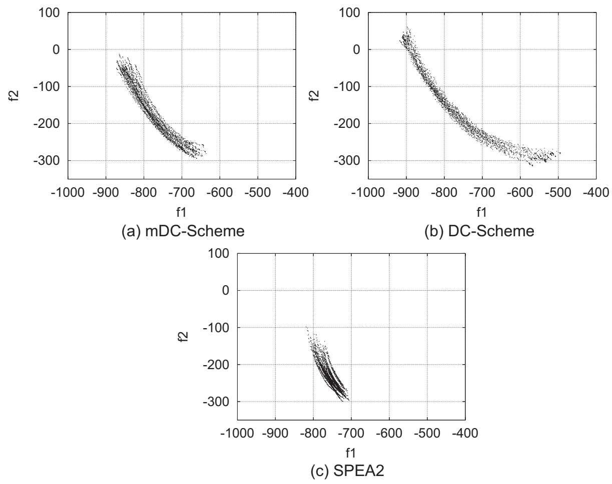

Fig. 13. Search Results of KUR (300 generations) in 30 trials.

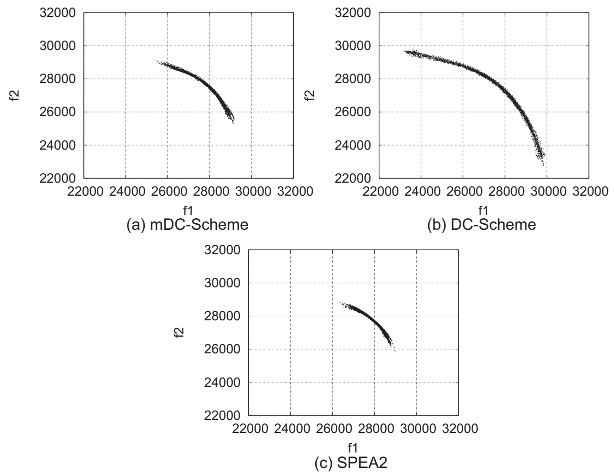

Fig. 14. Search Results of KP750-2 (500 generations) in 30 trials.

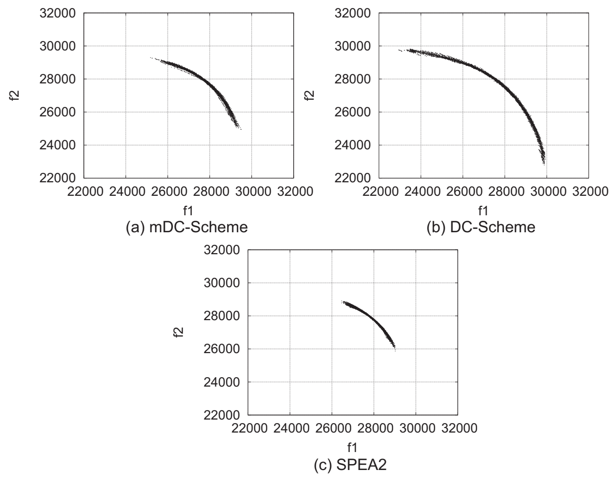

Fig. 15. Search Results of KP750-2 (1000 generations) in 30 trials.

Fig. 12〜Fig. 15 に示した探索結果から，KUR と KP750-2 のどちらの問題においても，DC-Scheme が最も幅広い解集合を得られていることがわかる．また，DC-Scheme には劣るものの，mDC-Scheme は SPEA2 に比べ，より幅広い解集合を得られている．その一方で，解集合の精度については SPEA2 が最も優れている．

mDC-Scheme と DC-Scheme を RNI で比較した結果を Fig. 16 に，mDC-Scheme と SPEA2 を RNI で比較した結果を Fig. 17 に，各手法の Spread の評価値を Fig. 18 に示す．

Fig. 16，Fig. 17 からわかるように，RNI においては SPEA2，mDC-Scheme，DC-Scheme の順に良く，mDC-Scheme は精度に対して中間の探索性能を持っ

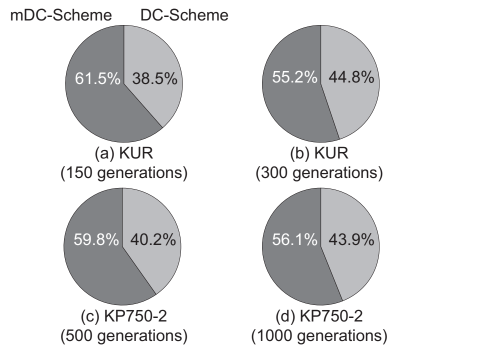

Fig. 16. RNI of mDC-Scheme and DC-Scheme.

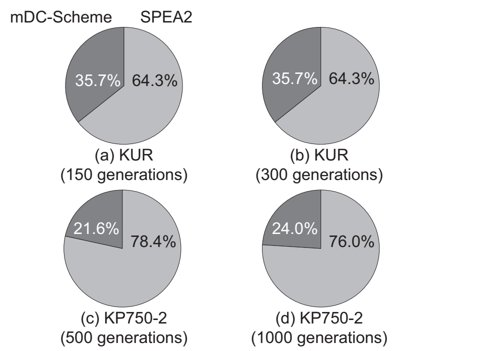

Fig. 17. RNI of mDC-Scheme and SPEA2.

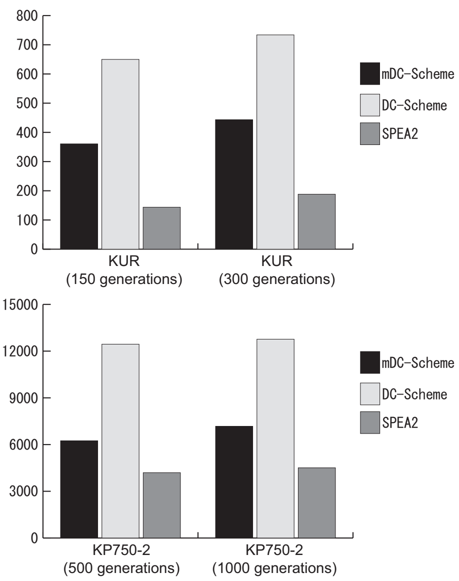

Fig. 18. Spread of Each Model.

ていることが確認できる．一方，Fig. 18 に示した各手法の Spread の評価値から，幅広さにおいては DC-Scheme，mDC-Scheme，SPEA2 の順に良く，mDC-Scheme は幅広さにおいても中間の探索性能を有していることがわかる．これらの結果より，mDC-Scheme は精度と幅広さのバランスを保った探索手法であると

いえる．

5.6　考察

Fig. 12〜Fig. 15から，従来のDC-Schemeが3つの手法の中で最も幅広いパレート解集合を導出していることがわかる．また，提案手法のmDC-SchemeはSPEA2と比べた場合には，より幅広いパレート解集合を得られている．これはFig. 18に示したSpreadの評価値からも明らかであり，DC-SchemeのSpread値と他の2手法のSpread値には大きな差が見られる．その一方で，Fig. 16とFig. 17に示したRNIの評価値からわかるように，SPEA2が3手法の中で最も精度の高いパレート解集合を導出している．mDC-Schemeの精度は，SPEA2よりも劣るものの，DC-Schemeよりも優れている．これらの結果から，パレート解集合の幅広さと精度の間にはトレードオフの関係が見られる．

mDC-Schemeと従来のDC-Schemeを比較してみると，得られる解集合の幅広さは減少している．この原因として，SOGA個体群にパレートアーカイブを導入した影響が考えられる．アーカイブを導入することによって，単一目的で探索している目的関数において優れた解だけでなく，非劣解が探索母集団に選択される可能性が高くなる．その結果，探索母集団内の非劣解によってSOGA個体群はパレートフロントへと収束しながら，単一目的で探索すると考えられる．この時，探索に用いる個体は単一目的で優れた解だけではないため，単一目的での探索性能の低下につながる．そのため，通常の単一目的DGAをSOGA個体群に用いたDC-Schemeの方が，単一目的では優れた解を探索でき，より幅広い非劣解集合を導出できると考えられる．

しかし，Fig. 16からわかるように，幅広さが減少した一方で，mDC-Schemeではパレート解集合の精度に改善が見られる．SOGA個体群にパレートアーカイブを用いない場合には，SOGA個体群によって得られた各目的関数における最適解によって，非劣解集合の幅が非常に大きくなる．そのため，全体の収束性が悪くなると考えられる．したがって，SOGA個体群にパレートアーカイブを導入して非劣解集合の幅をコントロールすることによって，探索の収束性を向上させることができ，最終的な精度の改善につながると考えられる．

次に，mDC-SchemeとSPEA2を比較してみると，mDC-Schemeの方が全ての対象問題に対し，SPEA2よりも同等もしくは幅広い解集合を得られていることがわかる．これは，分散スキームや協調探索が効果的に働いたからであると考えられる．さらに，SOGA個体群を用いて探索を行ったことにより，最終的なパレート解集合が可能な限り広がっていることが確認できる．したがって，mDC-Schemeの特徴である分散スキーム，協調探索，SOGA個体群へのパレートアーカイブの導入は，パレート解集合の幅広さを向上させるという点で有効であると考えられる．

しかしながら，Fig. 17に示したRNIの評価値より，mDC-SchemeはSPEA2に精度で劣っていることが確認できる．対象問題に用いたKURとKP750-2に共通する特徴として，目的関数空間が広いということが挙げられる．このように目的関数空間が広い問題においては，精度を向上させるという観点では，探索途中における非劣解集合の幅を必要以上に広げないことが重要であると考えられる．mDC-Schemeでは幅広い解集合を得ることができる一方で，解集合の精度という点では，この幅広さが悪影響を及ぼす．その結果，解集合の幅広さではmDC-Schemeに劣るSPEA2の方が，より精度の高い解集合を得られていると考えられる．

実験結果より，mDC-Schemeにおいて従来のDC-Schemeから改良した，SOGA個体群へのパレートアーカイブの導入および個体群間での解の交換方法の変更は，精度の向上に有効であることがいえる．また，DC-Schemeから引き継いだ分散スキームや協調探索によって，SPEA2よりも幅広いパレート解集合を導出することが可能であった．mDC-Schemeは，解集合の幅広さ，精度ともに最良な手法ではないものの，両方のバランスを考慮した手法であるといえる．

6.　結論

本論文では，奥田らによって提案されたDC-Schemeを改良し，検証を行った．パレート解集合の幅広さの向上を目的としたDC-Schemeでは，一般的な多目的GA手法に比べ幅広い解集合を導出できる反面，収束性に課題が残されていた．本研究では，DC-Schemeの探索の収束性を向上させることを目的とし，SOGA個体群にパレートアーカイブを導入した．これにより，これにより，単一目的で探索しながらも，SOGA個体群をパレートフロントへ収束させることが可能となった．

改良したmDC-Schemeの性能を検証するため，数

値実験を行い，従来のDC-SchemeおよびSPEA2と比較した．実験の結果，DC-Schemeが最も幅広いパレート解集合を得ることができ，mDC-SchemeはSPEA2よりも幅広い解集合を得られた．精度については，SPEA2が最も精度の高いパレート解集合を導出し，mDC-Schemeは従来のDC-Schemeよりも優れているという結果が得られた．

これらの結果から，一般的にパレート解集合の精度と幅広さにはトレードオフの関係が存在すると考えられる．提案手法のmDC-Schemeでは，DC-Schemeに改良を加えることによって，精度と幅広さのバランスを考慮することができたといえる．今後は，幅広さを維持しつつ，一般的な多目的GA手法と同等程度の収束性を実現することが課題となる．

参 考 文 献

1) D. E. Goldberg, Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning, (Addison-Wesly, Boston, 1989).

2) C. M. Fonseca and P. J. Fleming, ”Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization”, Proceedings of the 5th international coference on genetic algorithms, pp. 416-423, (1993).

3) E. Zitzler and L. Thiele, ”Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach”, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 3, No. 4, pp. 257-271, (1999).

4) M. Erickson, A. Mayer and J. Horn, ”The Niched Pareto Genetic Algorithm 2 Applied to the Design of Groundwater Remediation Systems”, First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, No. 1993, pp. 681-695, (2000).

5) K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, ”A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II”, KanGAL report 200001, Indian Institute of Technology, Kanpur, India, (2000).

6) E. Zitzler, M. Laumanns and L. Thiele, ”SPEA2: Improving the Performance of the Strength Pareto Evolutionary Algorithm”, Technical Report 103, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH) Zurich, (2001).

7) 奥田環, ”多目的最適化のための分散協力型スキーム”, 同志社大学大学院 工学研究科 知識工学専攻 修士論文, pp. 1-45, (2002).

8) 坂和正敏, 離散システムの最適化, (森北出版, 東京, 2000).

9) 坂和正敏, 石井博昭, 西崎一郎, ソフト最適化, 日本ファジィ学会編 ソフトコンピューティングシリーズ 第2巻, (朝倉書店, 東京, 1995).

10) 三宮信夫, 喜多一, 玉置久, 岩本貴司, 遺伝アルゴリズムと最適化, (朝倉書店, システム制御情報ライブラリー 17, 1998).

11) K. Deb, Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms, (John Wiley & Sons, Inc., Chichester, 2001).

12) J. H. Holland, Adaptation In Natural and Artificial Systems, (University of Michigan Press, 1975).

13) 廣安知之, 三木光範, 奥田環, 渡邉真也, ”多目的遺伝的アルゴリズムの分散協力型モデル”, 同志社大学理工学研究報告, Vol. 42, No. 3, pp. 129-140, (2001).

14) R. Tanese, ”Distributed Genetic Algorithms”, Proc. 3rd ICGA, pp. 434-439, (1989).

15) K. C. Tan, T. H. Lee and E. F. Khor, ”Increamenting Multi-objective Evolutionary Algorithms: Performance Studies and Comparisons”, First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization, pp. 111-125, (2001).