

Design for Primary Horn Based on Dominant Beam Mode and Evaluation for Near Field Distribution

Hiroyuki DEGUCHI* and Mikio TSUJI*

(Received June 30, 2023)

Horn antennas used as a primary radiator for reflector antenna systems can be designed by using the aperture-field method. Recently, such horns are used as primary radiators for reflectarray antennas and transmitarray antennas. Detailed dimensions of the horn including phase center are finally determined by numerical calculation and optimization. This paper proposes formulation based on the dominant beam mode for obtaining the primary horns. As examples, a design procedure for a primary horn with specified dimensions (an axial length or a flare angle, or a distance between the horn aperture and the reflector) and a study on primary radiators with different phase centers are also presented.

Key words : Antenna, beam mode, phase center, beam waist, optimal horn.

キーワード : アンテナ, ビームモード, 位相中心, ビームウエスト, 最適ホーン.

基本ビームモードによる1次ホーン的设计および近傍界の評価

出口 博之, 辻 幹男

1. はじめに

反射鏡アンテナの1次放射器^{1, 2)}として, 回転対称で低交差偏波の放射特性となる複モードホーン³⁾やコルゲートホーン⁴⁾がよく用いられ, 鏡面系に対する1次パターンは主に開口面法⁵⁾, 反射鏡による2次パターンは電流分布法⁵⁾によって数値計算され, 指向性の最適化においても同様にこれらの計算法が使用されている^{6, 7)}. 1次給電アレーを有する誘電体ドームの設計においても, 各1次給電素子による2次パターンを曲面の開口面法⁵⁾によって求めれば同様の計算が可能である⁸⁾. ルーネベルグレンズ⁹⁾, リフレクトアレー^{10, 11)}, トランスミッタレー^{12, 13)}においても1次ホーン的设计が重要となり, 広帯域化あるいは多周波数共用化¹⁴⁾のためには高次モードの励振制御¹⁵⁾が不可欠である. こ

のような多モードホーンに対しては, 一般的な伝送方程式¹⁶⁾による任意曲線テーパホーン的设计¹⁷⁾や, モード整合法によるホーンの構造最適化^{18, 19)}が有効であり, 得られたホーンは基本ビームモードと類似の特性を有することが多く, ビームモード展開^{20, 21)}が有用となる. 鏡面の枚数の多い集束ビーム給電系への応用²²⁾からオフセット複反射鏡アンテナによって生じる交差偏波成分を消去する設計^{23, 24, 25)}, 角錐ホーンの放射特性解析²⁶⁾などにビームモード展開が用いられ, それ以前の幾何光学的設計法²⁷⁾に対して有効性が示されてきた. 通常, 基本ビームモードが最大となるように電磁界がビームモード展開されるため, 基本ビームモードの解析より, 遠方界条件の評価²⁸⁾, コルゲート円錐ホーン的设计や特性評価^{29, 30)}も簡単に行え, 近傍界が考慮できるビームモードは非常に有用である.

* Department of Electronics, Doshisha University, Kyoto
Telephone: +81-774-65-6371, E-mail: {hdeguch, mtsuji}@mail.doshisha.ac.jp

本論文では、基本ビームモードを用いて、1次放射器として用いるホーンアンテナの設計について詳細に示していく。まず、基本ビームモードの特性を簡単に述べ、1次ホーンと鏡面の関係について説明し、簡単な応用として既存のホーンを1次放射器として用いる方法について示している。そして、1次ホーンの軸長を与えた設計、ならびにホーンの開き角を与えた設計において、最適1次ホーンとの関係を明らかにしている。参考のため、1次ホーンの位相中心^{22, 30)}、最適1次ホーンの状態式²⁹⁾の詳細な導出を付録に示している。最適ホーンの中には開き角が大きくなる場合もあり、所定の寸法で最適ホーンの1次パターンを実現するための公式などを明らかにしている。また、ホーン開口面の位相遅れ、および鏡面までの距離によって生じる位相項によってユニバーサル放射パターンが決まり、これを実現する1次ホーン的设计について新たに提案している。さらに、鏡面の焦点距離が周波数によって異なる場合の周波数共用1次ホーンに対しても一つの検討を行っており、与えられた鏡面とホーンとの距離において波面の曲率半径を変えた設計法を提案している。本論文の設計全般にわたって、1次ホーンによる近傍界の分布、位相中心、ビームウエスト、ビーム半径などが容易に得られることを示し、提案する設計法の有用性を明らかにしている。

2. ビームモードのホーンアンテナへの応用

2.1. 基本ビームモード

基本ビームモードのビームモード関数 $e(\rho)$ は、中心軸 (z 軸) からの垂直距離 ρ を変数とする軸対称な関数として^{20, 21)},

$$e(\rho) = \frac{2}{\omega} e^{-\left(\frac{\rho}{\omega}\right)^2} e^{j(\tan^{-1} v - \frac{k}{R} \rho^2)} \quad (1)$$

ここで、

$$v = \frac{k\omega^2}{2R} = \frac{\pi\omega^2}{\lambda R} \quad (2)$$

ただし、 ω はビーム半径、 R は波面の曲率半径、 k は自由空間波数、 λ は自由空間波長を示す。

式(1)において $1/R = 0$ とおけばビームウエストでのビームモード関数が得られ、

$$e(\rho) \Big|_{1/R=0} = \frac{2}{\omega_0} e^{-\left(\frac{\rho}{\omega_0}\right)^2} \quad (3)$$

ここで、 ω_0 はビームウエストでのビーム半径を示し、

$$\omega_0 = \frac{\omega}{\sqrt{1+v^2}} \quad (4)$$

式(1)のビームモード関数を、ビームウエストにおける中心 ($\rho = 0$) での値で規格化すると、

$$\frac{e(\rho)}{e(0) \Big|_{1/R=0}} = \frac{\omega_0}{\omega} e^{-\left(\frac{\rho}{\omega}\right)^2} e^{j(\tan^{-1} v - \frac{k}{R} \rho^2)} \equiv \tilde{e}(\rho) \quad (5)$$

規格化したビームモード関数 $\tilde{e}(\rho)$ より、

$$\begin{aligned} |\tilde{e}(\rho)|^2 &= \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 e^{-2\left(\frac{\rho}{\omega}\right)^2} \\ &= \frac{1}{1+v^2} e^{-2\left(\frac{\rho}{\omega}\right)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

ビームウエスト位置を $z = 0$ とすると、任意の位置 z における波面の曲率半径 R は、

$$R = z \left(1 + \frac{1}{v^2}\right) \quad (7)$$

式(2)に上式および式(4)を代入すれば次式が得られる。

$$v = \frac{2}{k\omega_0^2} z = \frac{\lambda}{\pi\omega_0^2} z \quad (8)$$

2.2. 鏡面の1次ホーン

基本ビームモードを開口径 D の反射鏡に照射したときのエッジレベルを $-L_e$ [dB]、このときのビーム半径を ω とすると、

$$10^{-\frac{L_e}{20}} = e^{-\left(\frac{D}{2\omega}\right)^2} \quad (9)$$

これを ω^2 について解くと、

$$\omega^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 \frac{20 \log_{10} e}{L_e} \quad (10)$$

ここで、 $20 \log_{10} e \simeq 8.69$ 。よって、鏡面上のビーム半径 $\omega (> 0)$ は、

$$\omega = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{8.69}{L_e}} \quad (11)$$

基本ビームモードが主にホーンで励振されている場合を考える。Figure 1 に示すように、ホーン開口面におけるビーム半径を ω_h 、ビームウエストからホーン開口面までの距離を z_h とすると、ホーンの開口径 D_h 、ホーン開口面での波面の曲率半径 R_h は、

$$D_h = 2\Omega_0\omega_h \quad (12)$$

$$R_h = z_h \left(1 + \frac{1}{v_h^2}\right) \quad (13)$$

ここで、

$$\omega_h = \omega_0 \sqrt{1+v_h^2} \quad (14)$$

$$v_h = \frac{2}{k\omega_0^2} z_h \quad (15)$$

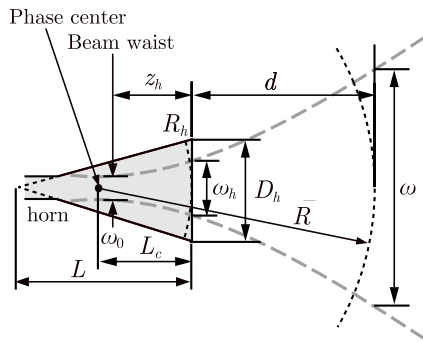


Fig. 1. Parameter definition of a dominant beam mode excited from a horn antenna.

ただし、 Ω_0 は与えられたホーンのモードに対して、基本ビームモードの電力が最大となる条件で求めた定数を示す²⁹⁾。ホーンの軸長 L は、ホーン開口面での波面の曲率半径 R_h に等しく、 $L = R_h \geq z_h$ ゆえ、ホーンのビームウエスト位置はホーン内部にあることがわかる。

2.3. 既存のホーンを1次放射器として用いる方法

開口径 D_h 、軸長 L の既存のホーンを、開口径 D の鏡面の1次放射器として用いる場合を考える。ホーン開口面での波面の曲率半径は $R_h = L$ 、ホーン開口面でのビーム半径 ω_h は式(12)に D_h を代入して求められ、ホーン開口面からビームウエストまでの距離 z_h は式(8)より、次のようになる。

$$z_h = \frac{k\omega_0^2}{2} v_h \quad (16)$$

ここで、式(2)より、

$$v_h = \frac{k\omega_h^2}{2R_h} \quad (17)$$

また、鏡面上のビーム半径 ω は式(11)、ビームウエストでのビーム半径 ω_0 は式(4)より求められる。ホーン開口面から鏡面までの距離を d とすると、ビームウエストから鏡面までの距離は $z_h + d$ ゆえ、式(8)の関係より、

$$v = \frac{2}{k\omega_0^2} (z_h + d) \quad (18)$$

よって、

$$d = \frac{k\omega_0^2}{2} v - z_h \quad (19)$$

また、鏡面上の波面の曲率半径 R は鏡面の焦点距離 f と一致させ、式(2)より、

$$R = \frac{k\omega^2}{2v} = f \quad (20)$$

ホーン開口面から位相中心までの距離を L_c とすると、 $R = L_c + d$ ゆえ、

$$L_c = R - d \quad (21)$$

Figure 2 は、鏡面の開口径を $D = 200$ mm (黒色の点線)、エッジレベルを -15 dB とし、1次放射器として13 GHz 帯の20-dB 標準利得ホーンの形状を参考にした円錐ホーン ($L = 110$ mm, $D_h = 66$ mm) の概略図 (黒色の実線) ならびに近傍電界の振幅分布の等高線図を示したもので、位相中心の位置を水色の点でプロットし、ビーム半径を各々、実線 (ビームウエスト: 黄色, ホーン開口面: 水色, 鏡面上: 水色) で示している。また、振幅分布はビームウエストの中心の値で規格化し、 -50 dB まで示している。同図より、ホーンの位相中心がホーン開口面から離れた位置となり、鏡面へは近傍界が照射されている ($d = 160$ mm, $L_c = 38$ mm,

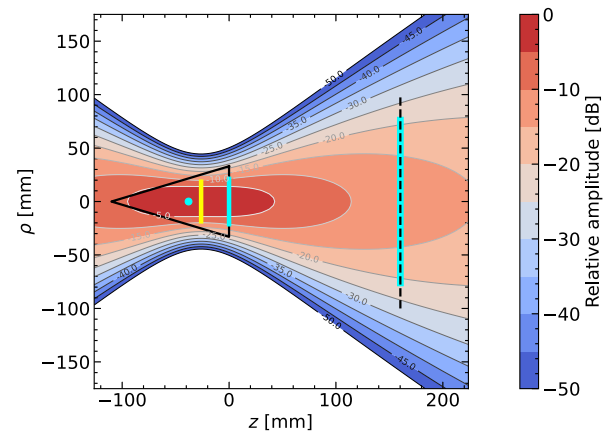


Fig. 2. Typical horn at 13-GHz band for illuminating a reflector with specified diameter.

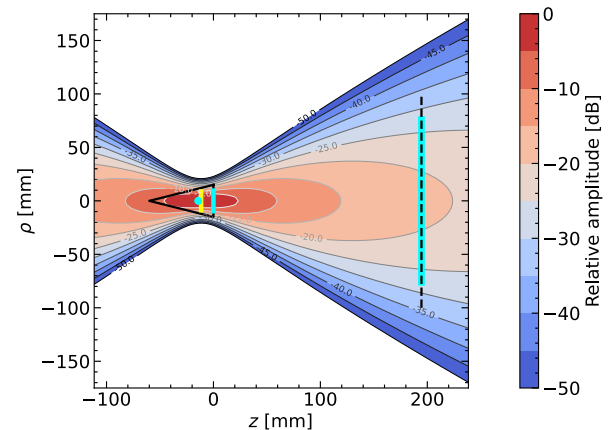


Fig. 3. Typical horn at 30-GHz band for illuminating a reflector with specified diameter.

$z_h = 26$ mm). 一方, Fig. 3 は, 同じ鏡面に対して 30 GHz 帯の 20-dB 標準利得ホーンを参考にした円錐ホーン ($L = 60$ mm, $D_h = 30$ mm) を用いたときの計算例を示したもので, ホーンの開口面の位置が 13 GHz 帯ホーンよりも鏡面から離れた位置となる ($d = 195$ mm, $L_c = 14$ mm, $z_h = 12$ mm). これらの結果より, 周波数に依存してビーム半径 ω , ω_0 が大きく変化し, それに伴ってホーン開口面は前後した位置となることがわかる.

3. 最適ホーンを含めた設計

3.1. 1次ホーンの軸長を与えた設計

鏡面上の曲率半径 R , 鏡面の開口径 D , エッジレベル $-L_e$ [dB], 1次ホーンの軸長 L が与えられた場合を取り上げ説明する. まず, ホーン開口面での波面の曲率半径は $R_h = L$. 鏡面上のビーム半径 ω は式 (11) より, ビームウエストでのビーム半径 ω_0 は式 (2) および式 (4) より, ホーン開口径 D_h は式 (12) より各々, 求められる. また, ホーンの開口面におけるビーム半径 ω_h は式 (14), 式 (17) より, v_h を消去すると,

$$\omega_h^2 = \omega_0^2(1 + v_h^2) = \omega_0^2 \left\{ 1 + \left(\frac{k\omega_h^2}{2R_h} \right)^2 \right\} \quad (22)$$

これを ω_h^2 について解けば,

$$\omega_h^2 = \frac{2R_h^2}{k^2\omega_0^2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{k^2\omega_0^4}{R_h^2}} \right) \quad (23)$$

ここで, $R_h = L$. 上式において ω_h^2 は実数ゆえ,

$$1 - \frac{k^2\omega_0^4}{L^2} \geq 0 \quad (24)$$

軸長 L は正ゆえ,

$$L \geq k\omega_0^2 \quad (25)$$

上の不等号式のとき, 同じ軸長の解が 2 つ存在し, 式 (23) のプラス符号のときホーン開口径が小さく, 逆にマイナス符号のときホーン開口径が大きくなる. また, 等号式より, 軸長の最小値 L_{min} は,

$$L_{min} = k\omega_0^2 \quad (26)$$

これは最適 1 次ホーンの軸長である. このとき, v_h は, 式 (14), 式 (17) より,

$$\begin{aligned} v_h &= \frac{k\omega_h^2}{2L_{min}} = \frac{k\omega_0^2(1 + v_h^2)}{2k\omega_0^2} \\ 2v_h &= 1 + v_h^2 \\ (v_h - 1)^2 &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

したがって, 最適ホーンするとき $v_h = 1$ となり, 次のような関係が成り立つ.

$$\omega_h \Big|_{v_h=1} = \omega_0 \sqrt{1 + v_h^2} = \sqrt{2}\omega_0 \quad (28)$$

これより, 最適 1 次ホーンの開口径 D_h は,

$$D_h \Big|_{v_h=1} = 2\Omega_0\omega_h \Big|_{v_h=1} = 2\sqrt{2}\Omega_0\omega_0 \quad (29)$$

ホーン開口面における位相遅れの大きさを表すパラメータ t は,

$$t \Big|_{v_h=1} = \frac{D_h^2}{8\lambda L_{min}} = \frac{(2\sqrt{2}\Omega_0\omega_0)^2}{8\lambda k\omega_0^2} = \frac{\Omega_0^2}{2\pi} \quad (30)$$

また, ホーン開口面からビームウエストまでの距離 z_h は,

$$z_h \Big|_{v_h=1} = \frac{L_{min}}{1 + \frac{1}{v_h^2}} \Big|_{v_h=1} = \frac{k\omega_0^2}{2} \quad (31)$$

このとき, 式 (15) より, 最適 1 次ホーンのビームウエストから開口面までの長さ z_h は次のようになる.

$$\frac{z_h}{\lambda} = \pi \left(\frac{\omega_0}{\lambda} \right)^2 \quad (32)$$

鏡面のパラメータによって一旦, ビームウエストの特性を決定すれば, その利得を実現する軸長が最小となるホーンを求めたものが最適 1 次ホーンである.

そして, ホーン開口面から鏡面までの距離 d は,

$$d \Big|_{v_h=1} = \frac{k\omega_0^2}{2}v - z_h \Big|_{v_h=1} = \frac{k\omega_0^2}{2}(v - 1) \quad (33)$$

さらに, ホーン開口面から位相中心までの距離 L_c (付録 A 参照) は,

$$\begin{aligned} L_c \Big|_{v_h=1} &= z_h \frac{L_{min} + d}{z_h + d} \Big|_{v_h=1} \\ &= \frac{1 + v}{v} \frac{L_{min}}{2} = \frac{1 + v}{v} \frac{k\omega_0^2}{2} \end{aligned} \quad (34)$$

Figure 4 は, 規格化した軸長 $L/\lambda < 14$ について, $R/\lambda = 15$, エッジレベル -15 dB とし, $D/\lambda = 10, 15, 20, 25$

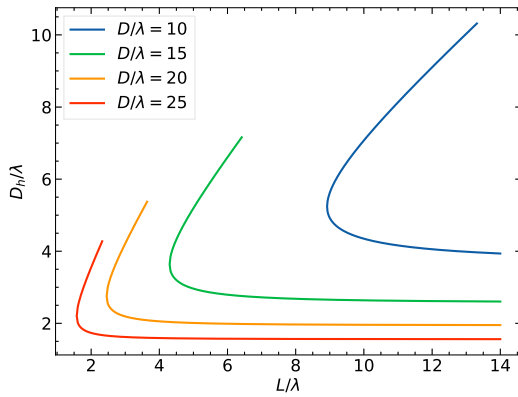


Fig. 4. Aperture diameter D_h/λ of designed horn with specified axial length L/λ for various reflector diameters $D/\lambda = 10, 15, 20, 25$.

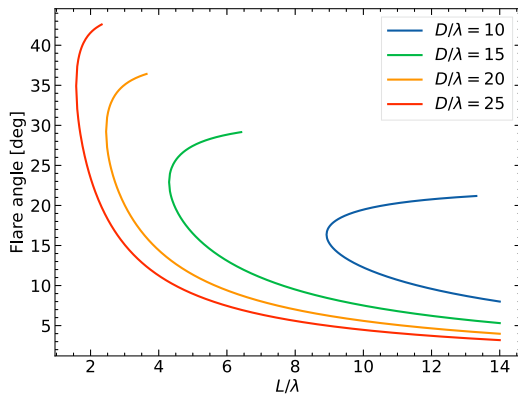


Fig. 5. Flare angle of designed horn with specified axial length L/λ .

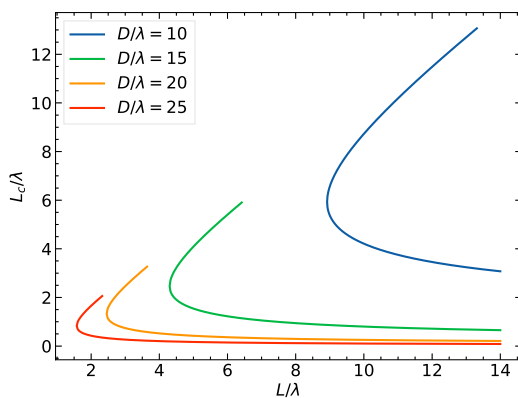


Fig. 6. Distance between phase center and horn aperture, L_c/λ , of designed horn with specified axial length L/λ .

に対して設計したホーン開口径 D_h/λ を示したもので、 $t = \frac{D_h^2}{8\lambda} \cdot \frac{1}{L} < 1$ の範囲の結果をプロットしている。同様

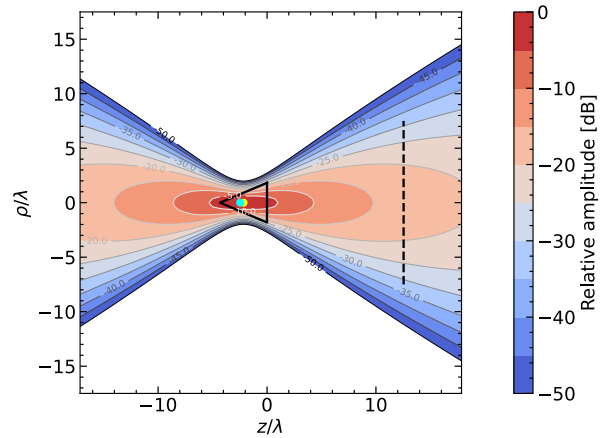


Fig. 7. Designed optimal horn for reflector diameter $D/\lambda = R/\lambda = 15$ and contour map for relative amplitude of near-field distribution.

にして、Fig. 5 に開き角半値 θ 、Fig. 6 に位相中心 L_c の設計値を示しており、軸長 L の最小値（最適ホーン）のときの値を各々、読み取ることができる。Figure 7 は、設計例の一つとして、鏡面の大きさを $D/\lambda = 15$ （黒色の点線）、鏡面上の波面の曲率半径を $R/\lambda = 15$ 、エッジレベルを -15dB として設計した最適ホーン（ $L/\lambda = 8.92$ ）の軸方向の断面形状の概略図（黒色の実線）と近傍電界の振幅分布の等高線図を示したもので、位相中心の位置を水色の点、ビームウエストの位置を黄色の点で各々、プロットしている。なお、円筒導波管開口ホーンの場合、 $R_h \rightarrow \infty$ とおいて、 $\omega_h = \omega_0$ 、 $v_h = 0$ より、

$$L_c = \frac{R}{1 + v^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2} R \quad (35)$$

3.2. 開き角を与えた設計

開き角半値を θ として、

$$\alpha = \tan \theta \left(= \frac{D_h}{2L} \right) \quad (36)$$

およびビームウエストでのビーム半径 ω_0 が与えられている場合を考える。ホーンの開口面におけるビーム半径 ω_h は、

$$\omega_h = \frac{D_h}{2\Omega_0} = \frac{\alpha L}{\Omega_0} \quad (37)$$

一方、ビームウエストでのビーム半径 ω_0 より、

$$\omega_h^2 = \omega_0^2(1 + v_h^2) \quad (38)$$

式(17), 式(37), 式(38)より ω_h を消去して,

$$\begin{aligned} \omega_h^2 &= \omega_0^2 \left\{ 1 + \left(\frac{k\omega_h^2}{2L} \right)^2 \right\} \\ \left(\frac{\alpha L}{\Omega_0} \right)^2 &= \omega_0^2 \left\{ 1 + \left(\frac{k}{2L} \frac{\alpha^2 L^2}{\Omega_0^2} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

これより, ホーンの軸長 $L(=R_h)$ は,

$$L = \frac{\Omega_0 \omega_0}{\alpha \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_0 k \alpha}{2\Omega_0} \right)^2}} \quad (40)$$

ただし,

$$1 - \left(\frac{\omega_0 k \alpha}{2\Omega_0} \right)^2 > 0 \quad (41)$$

ゆえ, 開き角半値 θ の上限 θ_m は,

$$\theta_m = \tan^{-1} \alpha_m, \quad \alpha_m = \frac{2\Omega_0}{\omega_0 k} \quad (42)$$

これは, 物理的にこれ以上大きくできない開き角半値の上限である.

また, ホーンの軸長を最小にする条件

$$\frac{dL}{d\alpha} = 0 \quad (43)$$

より次式が得られる.

$$1 - 2c\alpha^2 = 0 \quad (44)$$

ここで,

$$c = \left(\frac{\omega_0 k}{2\Omega_0} \right)^2 \quad (45)$$

よって,

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2c}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\Omega_0}{\omega_0 k} = \frac{\sqrt{2}\Omega_0}{\omega_0 k} \quad (46)$$

このとき, 最小となる軸長 L_{min} は,

$$L_{min} = \frac{\sqrt{2}\Omega_0 \omega_0}{\alpha} = k\omega_0^2 \quad (47)$$

これは, 先に求めた式(26)と一致する.

ホーン開口径 D_h は式(12), ビーム半径 ω_h は式(37)より各々, 求めることができ, Fig. 8に $\omega_0/\lambda = 1.4$ のときの $L/\lambda(=R_h/\lambda)$, D_h/λ , ω_h/λ , z_h/λ を示している. 同図中にプロットした点は, 軸長が最小となる最適ホーン (開き角 $\theta = 14.0^\circ$) であり, ホーンの形状および近傍界の振幅分布を Fig. 9 に示している. ホーンの軸長を $L/\lambda = 14$ ($\omega_0/\lambda = 1.4$ で) とし最適ホーン

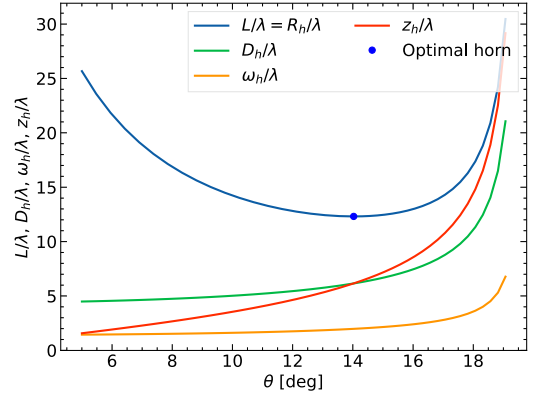


Fig. 8. Parameters of designed horn for $\omega_0/\lambda = 1.4$.

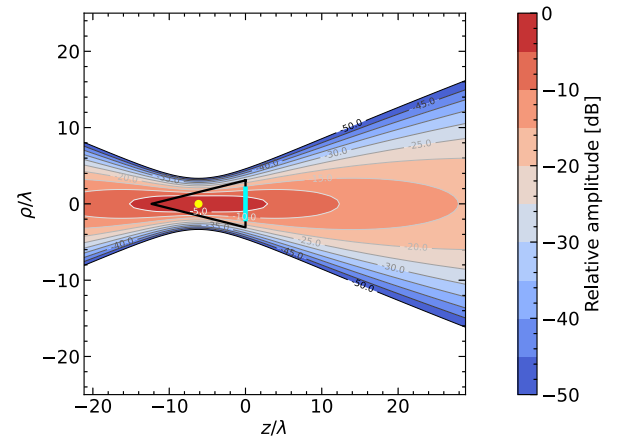


Fig. 9. Optimal horn ($D_h/\lambda = 6.2$, $L_{min}/\lambda = 12.3$, $\theta = 14.0^\circ$) for $\omega_0/\lambda = 1.4$.

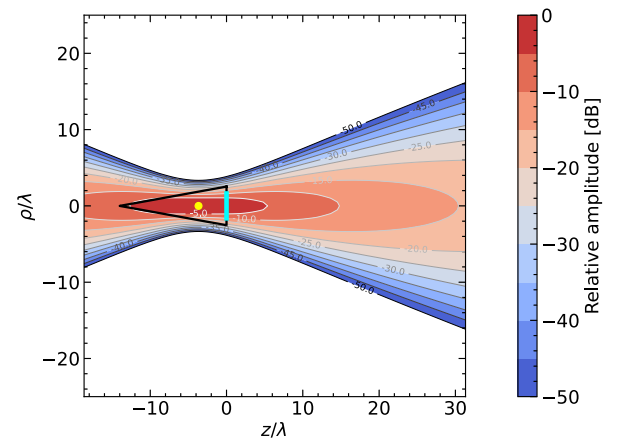


Fig. 10. Designed horn for $\omega_0/\lambda = 1.4$ and $L/\lambda = 14$ with smaller flare-angle.

$L_{min}/\lambda = 12.3$ よりも長くしたとき, Fig. 10 に示す開き角を $\theta = 10.3^\circ$ と小さくした場合と Fig. 11 に示す開

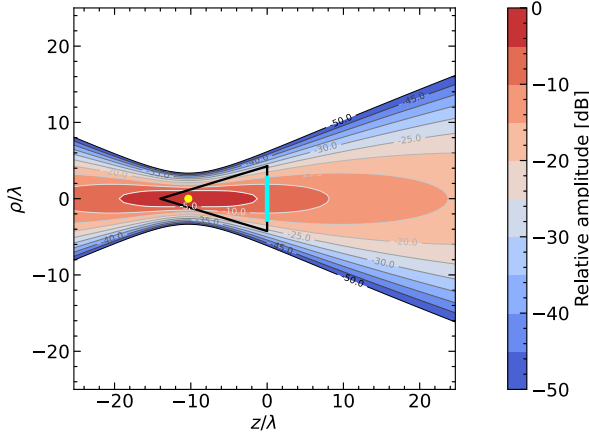


Fig. 11. Designed horn for $\omega_0/\lambda = 1.4$ and $L/\lambda = 14$ with larger flare-angle.

き角を $\theta = 16.9^\circ$ と大きくした同じ軸長の2つのホーンが得られ、同図より最適ホーンに比べてビームウエスト位置（黄色の点）が前後する様子を確認できる。

さらに、Fig. 12は、 ω_0/λ を変えた場合のホーン軸長 L/λ を示したもので、プロットした点は軸長が最小となる最適ホーンである。 ω_0/λ が小さくなると、最適ホー

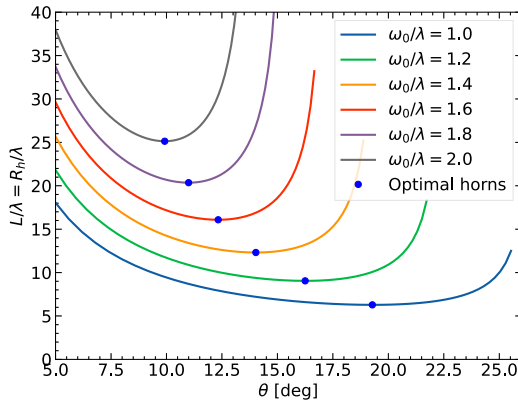


Fig. 12. Axial length of designed horn as a function of flare angle θ for various ω_0/λ .

ンの開き角半値 θ が大きくなるが、 ω_0/λ を一定にしておけば、近傍界は変化しない、つまり、ホーンの放射パターンは変化しないので、本法により開き角を変えた設計が容易に行えることになる。例えば、反射鏡の1次放射器として用いる場合、鏡面のエッジレベルを変えずにホーンの開き角、軸長を変化させていくことができ、その際、鏡面のホーン開口面との距離や位相中心位置はここで示した式によって求めることができるため、非常に有用である。

4. 開口面の位相遅れおよびフレネル領域で生じる位相項を考慮した設計

ホーンアンテナのユニバーサル放射パターンは、ホーン開口面の位相遅れと観測点までの距離に依存して生じる位相項によって定義したパラメータ t_d

$$t_d = \frac{D_h^2}{8\lambda} \left(\frac{1}{R_h} + \frac{1}{d} \right) \quad (48)$$

によって決まる。ここではこのパラメータと鏡面の開口径 D および焦点距離 f を与えた1次ホーン的设计について示す。

まず、式(48)を変形すると d は、

$$d = \frac{D_h^2 R_h}{8\lambda t_d R_h - D_h^2} \quad (49)$$

ここで、

$$D_h = 2\Omega_0 \omega_h, \quad R_h = \frac{\pi \omega_h^2}{v_h \lambda} \quad (50)$$

を式(49)に代入して D_h , R_h を消去すると、

$$d = \frac{\pi \omega_h^2}{(2\pi t_d / \Omega_0^2 - v_h) \lambda} \quad (51)$$

さらに、

$$\omega_h^2 = \frac{\omega^2}{1+v^2} (1+v_h^2) \quad (52)$$

より、

$$d = \frac{Rv}{\frac{2\pi t_d}{\Omega_0^2} - v_h} \cdot \frac{1+v_h^2}{1+v^2} \quad (53)$$

いま、 $v'_h \equiv \frac{2\pi t_d}{\Omega_0^2}$ とおくと、

$$d = \frac{Rv}{v'_h - v_h} \cdot \frac{1+v_h^2}{1+v^2} \quad (54)$$

また、

$$v_h = v - \frac{d}{R} \left(v + \frac{1}{v} \right) \quad (55)$$

より、

$$d = \frac{Rv}{v^2+1} (v - v_h) \quad (56)$$

これより、 d を消去すると、

$$\frac{Rv}{v'_h - v_h} \cdot \frac{1+v_h^2}{1+v^2} = \frac{Rv}{v^2+1} (v - v_h) \quad (57)$$

これを v_h について解くと、

$$v_h = \frac{vv'_h - 1}{v + v'_h} \quad (58)$$

ここで,

$$\frac{1+v_h^2}{1+v^2} = \frac{1+\left(\frac{vv'_h-1}{v+v'_h}\right)^2}{1+v^2} = \frac{1+(v'_h)^2}{(v+v'_h)^2} \quad (59)$$

より,

$$\omega_h = \omega \sqrt{\frac{1+v_h^2}{1+v^2}} = \omega \frac{\sqrt{1+(v'_h)^2}}{v+v'_h} \quad (60)$$

式(58)を式(54)に代入して v_h を消去すると, d は次のようになる。

$$\begin{aligned} d &= \frac{Rv}{v'_h - \frac{vv'_h-1}{v+v'_h}} \cdot \frac{1+\left(\frac{vv'_h-1}{v+v'_h}\right)^2}{1+v^2} \\ &= \frac{Rv}{(v'_h)^2+1} \cdot \frac{(1+v^2)(1+(v'_h)^2)}{(v+v'_h)(1+v^2)} \\ &= \frac{Rv}{v+v'_h} \end{aligned} \quad (61)$$

さらに, R_h も同様にして,式(58)を代入して v_h を消去し,式(60)を代入して ω_h を消去すると,

$$\begin{aligned} R_h &= \frac{\pi\omega_h^2}{v_h\lambda} \\ &= \frac{v+v'_h}{vv'_h-1} \cdot \frac{\pi\omega^2}{\lambda} \cdot \frac{1+(v'_h)^2}{(v+v'_h)^2} \\ &= \frac{Rv}{vv'_h-1} \cdot \frac{1+(v'_h)^2}{v+v'_h} \end{aligned} \quad (62)$$

ここで,

$$v = \frac{\pi\omega^2}{R\lambda}, \quad R = f \quad (63)$$

なお,円筒導波管開口ホーンの場合, $R_h \rightarrow \infty$ とおき, $v_h = 0$ より,

$$\begin{aligned} vv'_h - 1 &= 0 \\ v &= \frac{1}{v'_h} \end{aligned} \quad (64)$$

Figure 13は,パラメータ t_d に対して設計したホーンの開口径 D_h/λ ,軸長 L/λ ,ホーン開口面から位相中心までの距離 L_c/λ ,ホーン開口面から鏡面までの距離 d/λ を示したもので, L/λ が最小となる点(青色)が最適ホーンである。このとき,パラメータ t_d はホーンの開き角によって決まる位相遅れ $t_1 = \frac{D_h^2}{8\lambda} \cdot \frac{1}{R_h}$ とフレネル領域の観測点で生じる位相遅れ $t_2 = \frac{D_h^2}{8\lambda} \cdot \frac{1}{d}$ からなり, Fig. 14に両者をプロットしている。この例では, t_1 (ホーン単体の特性)が比較的大きく,鏡面までの距離による影響(パラメータ t_2)が小さいことがわかる。Figure 15は最適ホーンの形状および近傍電界の振幅分布を示したもので, $t_d = 0.516$, $t_1 = 0.384$ である。

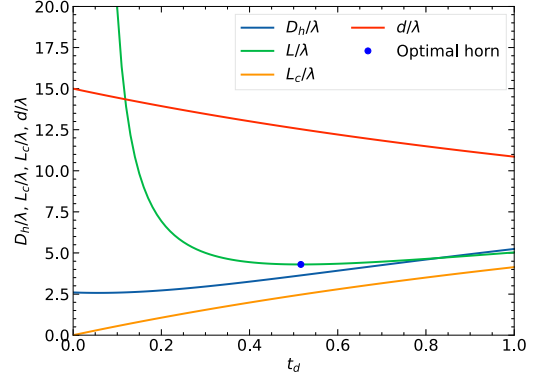


Fig. 13. Design chart for horn diameter D_h/λ , horn length L/λ , distance between horn aperture and phase center L_c/λ and distance between reflector and horn aperture d/λ as a function of t_d .

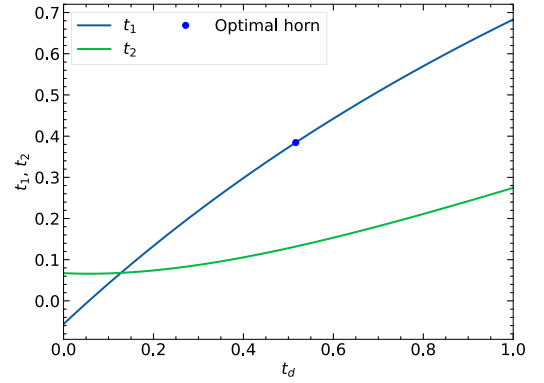


Fig. 14. Two t -parameters, or $t_1 = \frac{D_h^2}{8\lambda} \cdot \frac{1}{R_h}$ and $t_2 = \frac{D_h^2}{8\lambda} \cdot \frac{1}{d}$.

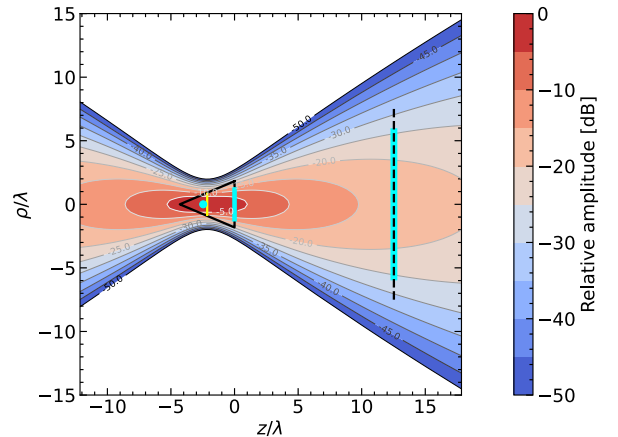


Fig. 15. Designed optimal horn and near field distribution around reflector for $L_e = 15$ [dB], $D/\lambda = 15$ and $R/\lambda = 15$.

5. 与えられた鏡面とホーンとの距離において波面の曲率半径を変えた設計

鏡面上の波面の曲率半径 R 、鏡面の開口径 D 、エッジレベル L_e [dB]、ホーン開口面から鏡面までの距離 d が与えられれば、鏡面上のビーム半径 ω は式 (11)、ビームウエストでのビーム半径 ω_0 は式 (2) および式 (4)、ホーン開口面から位相中心までの長さ L_c は式 (21) より各々、求めることができる。また、式 (18) より、ホーン開口面からビームウエストまでの長さ z_h は、

$$z_h = \frac{k\omega_0^2}{2}v - d \quad (65)$$

ホーン開口面におけるビーム半径 ω_h は式 (14)、式 (15)、ホーンの開口径 D_h は式 (12) により各々、求められ、ホーンの軸長 L は、

$$L = R_h = \frac{k\omega_h^2}{2v_h} \quad (66)$$

Figure 16 および Fig. 17 は、鏡面上で異なる波面の曲

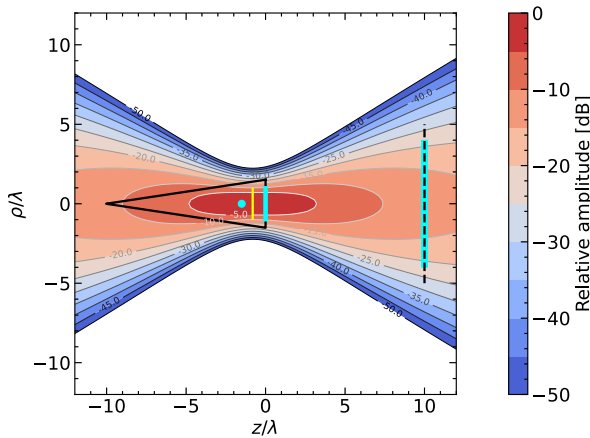


Fig. 16. Designed horn for $R/D = 1.15$ and near field distribution.

率半径 R に対して設計したホーンを示したもので、ホーン開口面位置は両者とも同じであるが、ホーンの位相中心が Fig. 16 ではホーン開口面の近くにあり、遠方界照射に近く、一方、Fig. 17 ではホーン開口面から離れた位置にあり、近傍界照射である。これはホーンの t パラメータによる効果と同じであり、このような特性を一つの周波数共用の多モードホーンで実現するためには、位相中心を直接制御する代わりに t パラメータの制御を考えればよいといえる。

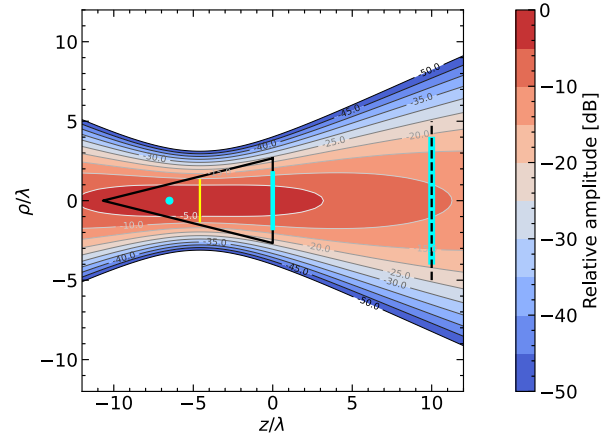


Fig. 17. Designed horn for $R/D = 1.65$ and near field distribution.

6. まとめ

基本ビームモードによる 1 次ホーン的设计について詳細に述べ、観測点までの距離、およびホーン開口面分布の位相遅れに着目した設計について提案した。また、最適ホーンでは機械的な条件を考慮できないため、ここでは、1 次ホーンの軸長を与えた設計を示した。また、実際の測定に役に立つように、既存の 1 次ホーンを用いた設計についても取り上げ説明した。さらに、鏡面とホーンとの距離を与えた 1 次ホーン的设计について述べ、設計例より位相中心の制御と近傍界分布との関係を考察した。1 次ホーン的设计に重要となる位相中心、ビームウエスト、ビーム半径などが容易に得られ、提案する設計法の有用性を明らかにした。

付録 A. ホーンアンテナの位相中心

ホーンアンテナの開口面から位相中心までの距離 L_c を表す式²²⁾を導出する。ホーンの開口径 D_h は、ビームウエストでのビーム半径 ω_0 を消去すると、

$$\begin{aligned} D_h &= 2\Omega_0\omega_h = 2\Omega_0\omega_0\sqrt{1+v_h^2} \\ &= 2\Omega_0\omega\sqrt{\frac{1+v_h^2}{1+v^2}} \end{aligned} \quad (67)$$

反射鏡に照射されるビームモードの波面の曲率半径を R として、ビームウエストから鏡面までの距離 z は、ホーン開口面から鏡面までの距離を d とすると、 $z = z_h + d$

ゆえ、

$$\begin{aligned} v &= \frac{2}{k\omega_0^2} z = \frac{2}{k\omega_0^2} (z_h + d) \\ v_h &= \frac{2}{k\omega_0^2} z_h \end{aligned} \quad (68)$$

これより、

$$z = z_h + d = \frac{v}{v_h} z_h = \frac{R}{1 + \frac{1}{v^2}} = R \frac{v^2}{v^2 + 1} \quad (69)$$

鏡面上の波面の曲率中心を鏡面の焦点と一致させて、焦点距離 $f = R$ より、

$$\begin{aligned} L &= R_h = z_h \left(1 + \frac{1}{v_h^2} \right) \\ &= \frac{fv}{1 + v^2} \frac{1 + v_h^2}{v_h} \end{aligned} \quad (70)$$

また、

$$z_h = \frac{v_h}{v - v_h} d \quad (71)$$

これより、式 (69) は、

$$\begin{aligned} z_h + d &= \frac{v_h}{v - v_h} d + d = \frac{v}{v - v_h} d \\ &= \frac{R}{1 + \frac{1}{v^2}} \\ v - v_h &= vd \frac{1 + \frac{1}{v^2}}{R} \\ &= \frac{d}{R} \left(v + \frac{1}{v} \right) \end{aligned} \quad (72)$$

よって、 v_h は、 $f = R$ より、

$$v_h = v - \frac{d}{f} \left(v + \frac{1}{v} \right) \quad (73)$$

ここで、

$$v = \frac{k\omega^2}{2R} = \frac{\pi\omega^2}{\lambda R} = \frac{\pi\omega^2}{\lambda f} \quad (74)$$

開口面から距離 d 離れた観測点におけるビームモードの波面の曲率半径 R は、ビームウエストから観測点までの距離 $z_h + d$ を用いて次のようになる。

$$R = (z_h + d) \left(1 + \frac{1}{v^2} \right) \quad (75)$$

ここで、

$$v = \frac{2}{k\omega_0^2} (z_h + d) \quad (76)$$

ホーンアンテナの位相中心は鏡面上の波面の曲率中心と一致させるため、ホーン開口面から位相中心（つまり波

面の曲率中心）までの距離 L_c は、

$$\begin{aligned} L_c &= R - d \\ &= (z_h + d) \left(1 + \frac{1}{v^2} \right) - d \\ &= \frac{4(z_h + d)^2 + k^2\omega_0^4 - 4(z_h + d)d}{4(z_h + d)} \end{aligned} \quad (77)$$

さらに変形して、 $k^2\omega_0^4$ について計算するため、

$$\omega_0 = \frac{\omega_h}{\sqrt{1 + v_h^2}} \quad (78)$$

$$v_h = \frac{k\omega_h^2}{2R_h} \quad (79)$$

より、 ω_h を消去すると、

$$v_h = \frac{k\omega_0^2(1 + v_h^2)}{2R_h} \quad (80)$$

$$\begin{aligned} k\omega_0^2 &= \frac{2R_h}{1 + v_h^2} v_h = \frac{2R_h}{1 + \frac{1}{v_h^2}} \cdot \frac{1}{v_h} \\ &= \frac{2R_h}{v_h} \frac{z_h}{R_h} = \frac{2z_h}{v_h} \end{aligned} \quad (81)$$

$$k^2\omega_0^4 = \frac{4z_h^2}{v_h^2} \quad (82)$$

また、

$$z_h = \frac{R_h}{1 + \frac{1}{v_h^2}} \quad (83)$$

$$1 + \frac{1}{v_h^2} = \frac{R_h}{z_h}$$

$$v_h^2 = \frac{1}{\frac{R_h}{z_h} - 1} = \frac{z_h}{R_h - z_h} \quad (84)$$

これより、

$$k^2\omega_0^4 = 4z_h^2 \frac{R_h - z_h}{z_h} = 4z_h(R_h - z_h) \quad (85)$$

これらを用いると、 L_c は次のようになる。

$$\begin{aligned} L_c &= \frac{4(z_h^2 + 2z_h d + d^2) + 4z_h(R_h - z_h) - 4(z_h d + d^2)}{4(z_h + d)} \\ &= \frac{z_h d + z_h R_h}{z_h + d} = z_h \frac{R_h + d}{z_h + d} \end{aligned} \quad (86)$$

特別な場合として、

- $d = 0$ (開口面) とおいて L_c を求めると、開口面での波面の曲率半径 $L_c = R_h$ が得られる。
- $d = \infty$ (観測点が無限遠方) とおけば、遠方放射パターン有位相中心 $L_c = z_h$ が得られる。
- $t = 0, d = \infty$ とおけば、円筒導波管開口による遠方放射パターン有位相中心 $L_c = 0$ が得られ、位相中心が開口面上にあることがわかる。

付録 B. 軸長が最小となる最適 1 次ホーン

軸長が最小となる最適 1 次ホーンの条件²⁹⁾を導出する。1 次ホーンの軸長 (電気長) L , すなわちホーン開口面の波面の曲率半径 R_h は, 式 (70) に示すように v_h の関数であり, 極値の条件は,

$$\frac{dR_h}{dv_h} = 0 \quad (87)$$

つまり,

$$\begin{aligned} \frac{dR_h}{dv_h} &= \frac{Rv}{1+v^2} \cdot \frac{d}{dv_h} \left(\frac{1+v_h^2}{v_h} \right) \\ &= \frac{Rv}{1+v^2} \frac{2v_h^2 - (1+v_h^2)}{v_h^2} \\ &= \frac{Rv}{1+v^2} \frac{v_h^2 - 1}{v_h^2} = 0 \end{aligned} \quad (88)$$

したがって, $v_h^2 = 1$. 開き角が正のホーンを考えれば, $v_h = 1$. このとき R_h は最小となる。

付録 C. 軸長が最小となるホーン

軸長が最小となるホーン (最適ホーン) の条件²⁹⁾を導出する。まず,

$$v_h = \frac{\pi\omega_h^2}{\lambda R_h} = \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda R_h} (1+v_h^2) \quad (89)$$

$$\omega_0^2 = \frac{\lambda R_h}{\pi} \frac{v_h}{1+v_h^2} \quad (90)$$

これより²⁹⁾,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\lambda R_h}{\pi} \frac{v_h}{1+v_h^2}} \quad (91)$$

軸長 R_h が一定のとき, 最大利得を得る条件を求めればよい。これは, ビームウエストでのビーム半径 ω_0 が最大となるときで,

$$\frac{d\omega_0}{dv_h} = 0 \quad (92)$$

よって,

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_0}{dv_h} &= \sqrt{\frac{\lambda R_h}{\pi}} \cdot \frac{d}{dv_h} \left(\frac{v_h}{1+v_h^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 0 \\ \left(\frac{1+v_h^2}{v_h} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1-v_h^2}{(1+v_h^2)^2} &= 0 \end{aligned} \quad (93)$$

これより, $v_h = 1$ のとき, ビーム半径 ω_0 が最大となり, 軸長が最小となる最適ホーンの条件であり, 付録 B で示した最適 1 次ホーンの条件と一致する。

参考文献

- 1) R. E. Collin and F.J. Zucker, *Antenna Theory, Part 1*, 15.4 Horn Antennas, (McGraw-Hill, New York, 1969).
- 2) L. Volakis, *Antenna Engineering Handbook*, Chapter 14, Horn Antennas, 4th. Ed., (McGraw-Hill, New York, 2007).
- 3) A. D. Olver, P. J. B. Clarricoats, A. A. Kishk and L. Shafai, *Microwave Horns and Feeds*, (IEEE Press, New York, 1994).
- 4) 水沢 丕雄, 武田 文雄, 別段 信一, “コルゲート円すいホーンアンテナの放射特性,” 信学論 **56-B**[1], pp. 14–19 (1973).
- 5) S. Silver, *Microwave Antenna Theory and Design*, (McGraw-Hill, New York, 1949).
- 6) H. Deguchi, M. Tsuji and H. Shigesawa, “A design method of multimode horn with low cross polarization for high efficiency reflector antennas,” Proceedings of the 2002 Interim International Symposium on Antennas and Propagation, 1B4, pp. 145–148 (2002).
- 7) 出口 博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, “1 次ホーンの高次モードによるパラボラアンテナの高効率化,” 同志社大学理工学研究所報告, **45**[2], pp. 22–27 (2004).
- 8) 河原 弘幸, 出口 博之, 辻 幹男, 繁沢 宏, “広角マルチビーム特性を考慮したリニアアレイ給電軸対称誘電体ドームの設計法,” 信学論, **J88-C**[12], pp. 1074–1081 (2005).
- 9) R. E. Collin and F.J. Zucker, *Antenna Theory, Part 2*, 18.6 Nonhomogeneous Lenses, p. 132, (McGraw-Hill, New York, 1969).
- 10) H. Deguchi, D. Higashi, H. Yamada, S. Matsumoto and M. Tsuji, “Arbitrarily-shaped reflectarray resonant elements for dual-polarization use and polarization conversion,” *IEICE Trans. Commun.*, **E01-B**[2], pp. 277–284 (2018).
- 11) H. Inoue, Y. Makino, H. Deguchi and M. Tsuji, “Multi-Band Single-Layer Reflectarray Using Arbitrarily-Shaped Elements for Dual Polarization,” *Proceedings of International Symposium on IEEE Antennas and Propagation*, 1, pp. 369–370 (2022).
- 12) J. R. Reis, M. Vala and R. F. S. Caldeirinha, “Review Paper on Transmitarray Antennas,” *IEEE Access*, **7**, pp. 94171–94188 (2019).
- 13) S. Okuno, S. Shimizu, H. Deguchi and M. Tsuji, “Dual-Band Transmitarray Consisting of Unit Cells with Asterisk and Cross Dipole Elements Separated by Ring Elements,” *Proceedings of International Symposium on IEEE Antennas and Propagation*, 1, pp. 1935–1936 (2021).
- 14) F. F. Dubrovka, R. F. Dubrovka, Yu. A. Ovsianky and Ya. O. Rospopa, “Recent progress in development of

- multiband feed horns (review),” *International Conference on Antenna Theory and Techniques*, pp. 44–50 (2007).
- 15) S. Ito, F. Nakatani, H. Nannno, H. Deguchi and M. Tsuji, “Ring-loaded coaxial groove horn antenna for 12/14/20/30 GHz bands,” *Proceedings of International Symposium on IEEE Antennas and Propagation*, 1, pp. 1774–1775 (2022).
- 16) 飯口 真一, “導波管に対する一般的な伝送方程式,” 信学誌, **44**[6], pp. 944–963 (1961).
- 17) 出口 博之, 高林 幹夫, 宮原 典夫, 牧野 滋, 石田 修巳, 片木 孝至, “一般的な伝送方程式を用いたフレア形マルチモード円すいホーンアンテナの解析,” 信学論, **J79-B-II**[1], pp. 33–41 (1996).
- 18) H. Deguchi, M. Tsuji and H. Shigesawa, “Compact low-cross-polarization horn antennas with serpentine-shaped taper,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, **52**[10], pp. 2510–2516 (2004).
- 19) 出口 博之, 後藤 孝治, 辻 幹男, “比帯域 30%の低交差偏波多モードホーン的设计及び円すいモードによる評価,” 同志社大学理工学研究所報告, **47**[3], pp. 143–148 (2006).
- 20) G. Goubau and F. Schwering, “On the guided propagation of electromagnetic wave beams,” *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, **9**[3], pp. 248–256 (1961).
- 21) T. Kitsuregawa, *Advanced Technology in Satellite Communication Antennas*, (Artech House, London, 1990).
- 22) 片木 孝至, 浦崎 修治, 蛭子井 貴, 別段 信一, “集束ビーム給電系のビームモード展開による解析および設計法,” 信学論, **J66-B**[3], pp. 305–312 (1983).
- 23) 浦崎 修治, 牧野 滋, 片木 孝至, “交差偏波消去条件を満足する三枚反射鏡アンテナ,” 信学論, **J71-B**[11], pp. 1119–1125 (1984).
- 24) S. Rao, L. Shafai and S. Sharma, *Handbook of Reflector Antennas and Feed Systems*, Volume III, Applications of Reflectors, (Artech House, London, 2013).
- 25) 古野 孝允, 浦崎 修治, 片木 孝至, 生野 浩正, “多重反射鏡オフセットアンテナの波動的交差偏波消去条件,” 信学論, **J83-B**[11], pp. 1577–1586 (2000).
- 26) 出口 博之, 宮原 典夫, 牧野 滋, 片木 孝至, “ビームモード展開法による角錐ホーンの放射電界の検討,” 信学全大, B-31 (1993).
- 27) 田中 宏和, 水沢 丕雄, “オフセット複反射鏡アンテナにおける交差偏波の消去,” 信学論, **J58-B**[12], pp. 643–650 (1975).
- 28) 片木 孝至, “放射パターン測定に必要な送受間距離は?,” 信学論, **J67-B**[10], pp. 1119–1125 (1988).
- 29) 蛭子井 貴, 片木 孝至, “一次放射器としての最適円錐ホーン,” 信学全大, 746 (1984).
- 30) 電子情報通信学会 (編), “アンテナ工学ハンドブック,” 第2版, (オーム社, 東京, 2008).