米国資産市場におけるポートフォリオ行動

植田　宏文

I　はじめに

本論の目的は、米国の現実の株価変動が代表的な株価決定理論によってどの程度説明されるのか、その整合性と限界を明示的にすることである。株価の変動は、特に家計の資産選択行動に依存しており、危険資産に対するリスク・プレミアムの変化等と密接な関係がある。従って、株価自体の不安定な動きを分析する際には、ミクロ的な資産選択行動の厳密な理論分析を行うことが必要不可欠である。そこで、資産選択行動と株価（あるいは証券収益率）の決定について焦点を当て、その理論分析を行い、さらに具体的に危険回避度の変化や危険資産に対するリスク・プレミアムの変化について実証分析を行う。このような分析によって米国における資産選択行動の特徴を把握できるものと考えられる。

従来、株価の決定理論についてはTobin, Markowitzの２パラメータ・アプローチ以後、飛躍的な展開が行われた。中でも代表的なものとしてSharpe (1964), Lintner (1965) によって定式化された資本資産価格形成モデル（ＣＡＰＭ,Capital Asset Pricing Model)、その後、Ross (1976) 等によって展開された裁定価格理論（ＡＰＴ,Arbitrage Pricing Theory）が挙げられる。また、Fama (1965) 等が主張する効率市場仮説も主要な株価変化の決定理論の一つである。

本論では、この３つの理論を取りあげ比較検討を行い、各々の理論の特徴さらに各理論の実証分析も行い現実妥当性を吟味する。本論の構成と内容は以下の通りである。第II節では、資産選択行動のmicro　foundationを行って相対的危険回避度を表しそれを推定する。米国における家計の資産選択行動パターンが決して一定ではなく、可変的であることが確認される。第III節では代表的な株価決定理論の一つであるＣＡＰＭの米国金融市場における現実妥当性を検証する。投資家の請求するリスク・プレミアムも可変的であることがわかり前節の結果と対応していることが確認される。第IV節では、もう一つの代表的な株価決定理論であるＡＰＴについて説明しＣＡＰＭと比較考慮させた上で実証分析を行う。第Ｖ節では、まず効率市場仮説に基づき株価そのものの変化に焦点を当て考察する。金融市場へのショックの影響が次期以後も持続している可能性のあることが観察されるため、ＡＲＣＨ（Auto Regressive Conditional Heteroscedasticity）モデルを展開させ、前節までの分析結果の背景に存在する要因を提示し全体的な整合性を図る。最終節では、まとめと今後の課題について述べる。

II　相対的危険回避度の推定

1　相対的危険回避度のスペシフィケーション

本節においては、具体的にディープ・パラメータを推定することによって相対的危険回避度がどのように変化してきたのかを確認する。投資から得られる収益の期待効用の最大化を図るポートフォリオ行動を考えよう。１種類の危険資産と安全資産のみからなる最も単純な経済を考え、この経済での資産選択を定式化する。

（仮定１）投資家はリスク回避である。

（仮定２）安全資産市場は、取引コスト等のない完全な市場で、安全利子率 i_f で

任意の額だけ貸借可能である。

投資家は期末資産W_1からの効用が最大になるように、初期資産を安全資産と危険資産とに選択する。cを危険資産の保有比率、rを危険資産の収益率（確率変数）とすると、投資家の資産選択問題は、

$$\max_{(c)} \; E[U(W_1)] \qquad (1)$$

s.t.

$$W_1=[(1-c)(1+i_f)+c(1+r)]W_0 \qquad (2)$$

と、定式化できる。

この期待効用関数を富の期待値（$=E(W_1)$）についてテーラー展開し、２次以上の項を無視すると、

$$\begin{aligned} E[U(W_1)] &= U\cdot[E(W_1)] \\ &\quad + E\{U'\cdot[W_1-E(W_1)]\} \\ &\quad + E\{(1/2)U''\cdot[W_1-E(W_1)]\} \end{aligned} \qquad (3)$$

と、表される。（３）式に（２）式を代入して、cについて微分すると、

$$U'[E(W_1)]\cdot[E(r)-i_f]W_0 + (1/2)(2c)U''[E(W_1)]\cdot[r-E(r)]^2\}W_0{}^2 = 0 \qquad (4)$$

が得られる。

（４）式を、cについて解くと以下のように最適な株式保有比率が求められる。

$$c=-\frac{U'[E(W_1)]}{W_0U''[E(W_1)]}\cdot\frac{E(r)-i_f}{\sigma_r{}^2} \qquad (5)$$

ここで、相対的危険回避度を

$$RRA(W)=-\frac{WU''(W)}{U'(W)} \qquad (6)$$

とすると、（５）式は以下のように書き換えることができる。

$$c=\frac{1}{RRA(W)}\cdot\frac{E(r)-i_f}{\sigma_r{}^2} \qquad (7)$$

（７）式より、限界効用の資産に対する弾力性である相対的危険回避度$RRA(W)$がWの増加（低下）関数であるとき、Wの増加とともに危険資産への投資比率cは減少（増加）し、$RRA(W)$が一定のとき、Wに関係なくcは一定である。

表１　相対的危険回避度の推定

1970年第１期－1983年第３期

$$c=-0.223+0.58(r-i_f)/\sigma_r{}^2$$
$$(-2.14)\;(1.91)$$
$$\bar{R}^2=0.77 \quad D\cdot W=1.38$$

相対的危険回避度＝1.724

1983年第４期－1996年第１期

$$c=-0.289+0.91(r-i_f)/\sigma_r{}^2$$
$$(-1.19)\;(2.06)$$
$$\bar{R}^2=0.69 \quad D\cdot W=1.06$$

相対的危険回避度＝1.098

（　）内はt値、$\bar{R}^2$は自由度調整済み決定係数、D・Wはダービン・ワトソン

効用関数を相対的危険回避度一定の、

$$U(W)=(W^{1-a}-1)/(1-a) \qquad (8)$$

とすれば、相対的危険回避度はaとなる。

2　相対的危険回避度の可変性

相対的危険回避度（a）の推定にあたり、安全資産を現金通貨、要求払い預金、定期性預金、譲渡性預金、危険資産を株式、i_fをフェデラル・レート（データー出所はＩＦＳ（International Financial Statistics）であり、いずれも４半期データである）を用いて1970年第１期から1996年第１期の期間において（７）式を推定した。結果は表１の通りである。1983年第３期で区分しているのはステップ・ワイズ・チャウテストを行った結果、Ｆ値は最も高く、この時期に相対的危険回避度の構造変化があった可能性が高いためである。1983年は金融自由化が進展して３年ほど経過しており家計の富の増加とともに投資選好が大きく変化していた時期に対応している。相対的危険回避度は1983年第３期をはさんで、1.724から1.098へと大きく低下

している。相対的危険回避度が富に対して逓減することは、危険資産に対するリスク・プレミアムの低下を意味しており、このことが特に1985年からの数年間の株価の上昇をもたらしたと指摘できると思われる。本実証分析では、ステップ・ワイズ・テストで最もＦ値の高い1983年３期を境に分けているが、実際構造変化が生じたと推定できる有意なＦ値は計８個あった。Ｆ値が有意な最後の期間は1989年４期であり、この期間以後の相対的危険回避度は反対に逓増しておりバブルが崩壊し株価が急低下した時期に対応している。上記の実証分析から言えることは、投資選好は決して一定ではなく可変的であり、同時に危険資産に対するリスク・プレミアムの変化が株式の変化をもたらしていると思われるということである。しかし現実の株価の変化がこの投資選好の変化ですべて説明できると示しているわけではない。あくまでも一つの示唆である。そこで、次節では株価そのものの変化に焦点を当て、現代ファイナンス論の代表であるＣＡＰＭについて説明し検証する。

III　ＣＡＰＭとリスク・プレミアムの可変性

1　リスク・プレミアムの導出

SharpeやLintnerらは全ての投資家が分散投資を行い合理的な投資行動を行うならば、市場ではいかなる均衡が成立するのかを解明した。すべての投資家が、期待収益率とリスク（分散）を考慮しながら最適なポートフォリオ行動をとると仮定する。このとき人々の最適化行動が集計された市場において、証券の価格はどのように決定されるかを明らかにしたのがSharpe（1964）の提示した資本資産価格形成モデル（ＣＡＰＭ）である。Tobin（1958）では、個別の投資家の行動を分析し、安全資産と危険資産の保有割合の決定を導出した。Sharpe（1964）は、この理論を発展させ、全ての投資家が分散投資を行い合理的な投資行動をするならば、市場ではいかなる均衡が成立するのか解明したのである。この理論では、市場でリスクとして認知されるのは、分散投資によって消去することのできないリスクすなわちシステマティック・リスクである。これは、市場ポートフォリオ（日経平均やＮＹダウ平均株価等）との連動性としてとらえられ、各証券の期待収益率は、β（市場ポートフォリオに対する反応度）という単一ファクターのみで表されるというものである。この理論は、その後、数多くの実証分析が行われ、いわゆるβ革命と呼ばれる現象を引き起こした。

はじめに、ＣＡＰＭにおいて前提となる諸仮定を挙げよう。

（ａ）投資家の選好態度は危険回避的であり、期待効用は資産の期待収益率とその分散に依存する。
（ｂ）投資家は期首の富を安全資産と株式の形で保有する。
（ｃ）すべての投資家は同質的期待（homogeneous expectation）を形成している。
（ｄ）投資家が保有する証券はすべて市場を通じて売買される。
（ｅ）投資家は無制限に借入れ、あるいは、貸付けが可能である。
（ｆ）投資家の収益には課税されない。
（ｇ）証券市場には摩擦（friction）がなく、取引費用は存在しない。また市場は完全競争市場で、投資家は市場においてprice takerとしてはたらく。

以上の仮定から、ＣＡＰＭにおいて各証券の期待収益率は、次のような形で与えられる。

$$E(\tilde{r}_j)=r_f+[E(\tilde{r}_M)-r_f]\beta_j \qquad (9)$$

$E(\tilde{r}_j)$：危険資産（ｊ）の投資収益率（$\tilde{r}_j$）の期待値。～は確率変数であることを示す。
r_f：安全資産の確定利子率
$E(\tilde{r}_M)$：市場に存在するすべての危険資産から成る市場ポートフォリオの投資収益率（$\tilde{r}_M$）の期待値

$$\beta_j = COV(\tilde{r}_j, \tilde{r}_M) / \sigma(\tilde{r}_M)^2$$
$$= \text{資産（j）の危険の尺度} \qquad (10)$$

（9）式より、各証券の期待収益率は、安全資産の収益率にリスク・プレミアムを上乗せしたものとして表すことができるのである。βがリスクの尺度になっている。以下で、動学体系の下で（9）式の導出を行う。

消費者は、次の将来の消費の流列から得られる期待効用の現在割引価値を最大にするように行動する。

$$E\left[\sum_{t=0}^{T-1}(1+\theta)^{-t}U(C_t) \mid t\right] \qquad (11)$$

θは時間選好率を示している。制約式は次の通りである。

$$A_{t+1} = (A_t + Y_t - C_t)\{(1+r_{ft})\omega_t + (1+r_t)(1-\omega_t)\} \qquad (12)$$

Aは資産額、Yは所得、Cは消費、r_{ft}は安全資産の収益率、rは危険資産の収益率、ωは金融資産投資に占める安全資産への投資割合である。多期間にわたる動学制御モデルの解法の第一のステップとして（11）式より次のvalue functionを与える。

$$V_t(A_t) = MAX\ E\left[\sum_{s=t}^{T-1}(1+\theta)^{-(s-t)}U(C_s) \mid t\right] \qquad (13)$$

（13）式をforwardに展開させることによってrecursive equationを得ることができる。通常、Bellman equationと呼ばれているものである。

$$V_t(A_t) = MAX[U(C_t) + (1+\theta)^{-1}E\{V_{t+1}(A_{t+1}) \mid t\}] \qquad (14)$$

（12）式の制約の下で、（14）式の消費と投資割合についての1階条件は以下のようになる。

$$U'(C_t) = E[(1+\theta)^{-1}\{(1+r_{ft})\omega_t + (1+r_t)(1-\omega_t)\}V_{t+1}'(A_{t+1})] \qquad (14)$$

$$E[V_{t+1}'(A_{t+1})(r_{ft} - r_t) \mid t] = 0 \qquad (15)$$

ここで、$V_t'(A_t)$と$U'(C_t)$の関係を示しておこう。（14）式を（12）式の制約の下でA_tについて微分すれば、

$$V_t'(A_t) = E[(1+\theta)^{-1}\{(1+r_{ft})\omega_t + (1+r_t)(1-\omega_t)\} V_{t+1}'(A_{t+1})] = U'(C_t) \qquad (16)$$

となる。すなわち、最適経路上では金融資産の限界価値は、消費の限界効用と等しくなければならない。この関係から、（14）式と（15）式は以下のように書き換えられる。

$$U'(C_t) = E[(1+\theta) - 1\{(1+r_{ft})\omega_t + (1+r_t)(1-\omega_t)\}U'(C_{t+1})] \qquad (17)$$

$$E[U'(C_{t+1})(1+r_{ft}) \mid t] = E[U'(C_{t+1})(1+r_t) \mid t] \qquad (18)$$

（18）式を（17）式に代入すると、1階条件は以下のように2通りにして表すことができる。

$$U'(C_t) = (1+\theta)^{-1}E[U'(C_{t+1})(1+r_{it}) \mid t] \qquad (19)$$

あるいは、

$$U'(C_t) = (1+\theta)^{-1}(1+r_{ft})E[U'(C_{t+1}) \mid t] \qquad (20)$$

（19），（20）式はKeynes－Ramsey Conditionを示しており、今期の消費の限界効用は、金融資産への投資収益を考慮して行われる次期の消費から得られる限界効用の期待値と等しくなる（iは個別証券を表しており、i＝1，2・・nを示している）。

（20）式を（19）式へ代入すれば、

$$0 = E[U'(C_{t+1})(r_{it} - r_{ft})] = E[U'(C_{t+1})]E[r_{it} - r_{ft}] + cov[U'(C_{t+1})r_{it}] \qquad (21)$$

を得る（information setの表現を以下では捨象する）。（21）式より、個別証券の期待収益率は、

$$E[r_{it}] = r_{ft} - cov\{U'(C_{t+1})r_{it}\} / E[U'(C_{t+1})] \qquad (22)$$

となる。期待収益率が消費の限界効用に依存することが確認される。

ここで、$U'(C_{t+1})$と収益率が完全に負の相関関係が成立しているマーケット・ポートフォリオを取り上げよう。すなわち、

$$U'(C_{t+1}) = -\gamma r_{Mt} \qquad (23)$$

が成立している。このとき、すべての危険資産

について次式が成り立つ。

$$\mathrm{cov}[U'(C_{t+1})\, r_{it}] = -\gamma\,\mathrm{cov}\,(r_{Mt},\ r_{it}) \quad (24)$$

(22) 式の r_i を r_M に代えて、(23) 式を代入すると、

$$E(r_t) = r_{ft} - \frac{\mathrm{cov}\{U'(C_{t+1}),\ r_{Mt}\}}{E[U'(C_{t+1})]} = r_{ft} + \frac{\gamma\,\mathrm{var}(r_{Mt})}{E[U'(C_{t+1})]} \quad (25)$$

を得る。(24), (25) 式を (22) 式に代入すれば、

$$E[r_{it}] - r_{ft} = \{\mathrm{cov}(r_{it}, r_{Mt}) / \mathrm{var}(r_{Mt})\}\{E(r_{Mt}) - r_{ft}\} \quad (26)$$

となり、以下のように (9) と同様な均衡期待収益率を表すことができる。

$$E[r_{it}] - r_{ft} = \beta_i\{E(r_{Mt}) - r_{ft}\} \quad (27)$$

$$\beta_i = \mathrm{cov}(r_{it}, r_{Mt}) / \mathrm{var}(r_{Mt})$$

CAPMでは、均衡収益率を効用関数や投資選好を特定化することなくβを回帰することでもとめることができるのである。CAPMの特徴は、期待効用が収益率と分散に従う想定の下で、各投資家の資産選択行動を市場の一般均衡理論へ展開し、各個別の証券収益率がβという単一ファクターのみによって説明することができるという点にある。これは、多銘柄の証券に分散投資する結果、企業に固有なリスクは相殺され、残るのは、マーケット・ポートフォリオの収益率と共変動するリスクだけになるためである。

βで表される各個別証券のリスク・プレミアムは、マーケット・ポートフォリオとの相関係数が高いほど市場との共通の動きも高くなるので、大きくなる。このようにリスク尺度としては、各個別証券固有のリスクではなく、マーケット・ポートフォリオとの共分散という一つのファクターで表されるのである。CAPMは、このことを投資家の最適化行動から理論的に導出したことで高く評価されている。CAPMは、その後、税金が存在する場合や動学体系での価格決定モデルへと発展されている。

2 CAPMの実証分析

本節では、βを推定するとともに、このβの安定性についても検証を行う。収益率のデータについては、マーケット・ポートフォリオの収益率はNYダウ平均株価の収益率、各証券の収益率はNYダウ工業株価対象の30社の収益率、安全資産の収益率はフェデラル・レート（いずれも1カ月物）を採用した。分析は、1969年から1995年までの月次データで行われた。具体的な推定方法は、以下の通りである。

1：マーケット・モデルを用いてβを推定する。

$$\tilde{r}_j = \alpha_j + \beta_j \tilde{r}_M + \tilde{\varepsilon}_j \quad (28)$$

各産業別の月次投資収益率をNYダウ平均株価の月次投資収益率で回帰する。

2：CAPMの (28) 式より次のリスクプレミアム・フォームに変える。

$$E(\tilde{r}_j) - r_f = [E(\tilde{r}_M) - r_f]\beta_j \quad (29)$$

(29) 式より、

$$r_j - r_f = [r_M - r_f]\beta_j + \varepsilon_{jt} \quad (30)$$

となる。ここで、r_{jt}＝株式（j）の月次超過収益率＝$r_j - r_f$、r_{Mt}＝マーケット・ポートフォリオの月次超過収益率＝$r_M - r_f$とすると、(30) 式は次のように書き換えられる。

$$r_{jt} = \beta_j r_{Mt} + \varepsilon_{jt} \quad (31)$$

本節における検証では、(31) 式で得られたβに対して、次期の超過収益率をクロス・セクションデータで次の式に基づいて回帰分析を行う。

$$r_{jt} = \gamma_1 + \gamma_2 \beta_j + \varepsilon_{jt} \quad (32)$$

CAPMの妥当性は、(31) 式と比べると次のルールで判断させる。

（A）切片（γ_1）は、ゼロと有意に異ならない。

（B）βは、危険資産の投資収益率を説明する唯一のfactorである。

（C）関係式はβの一次関数である。

（D）βの係数（γ_2）は、（$r_M - r_f$）に等しくなければならない。

実証分析は、1期を3年、4年、5年と異なる3つの期間に分けて行われた。例えば、1期を3年とすると、まず1969年から1971年までの月次データで（28）式に従い、各産業別収益率をマーケット・ポートフォリオであるNYダウ平均株価の月次収益率で回帰し、βを推定する。このβを用いて、次期の1972年から1974年の間でクロスセクション・ベースで（32）式に従って回帰分析を行う。以下3年毎に、同じ様な回帰分析を行い、先の（A）から（D）の条件が満たされているか否かを検証する。

1期を3年としたときの（32）式の回帰結果が、表2にまとめられている。1期を4年、5年と順に長くしていくと、1期を3年とした場合より説明力は低下していく傾向にあった。この理由については、後述するβの安定性のところで議論する。表2の$\overline{R}^2$は、自由度調整済み決定係数である。（　）内の値は、t値である。期間1が、最もCAPMの説明力が高く、第6期に至るまで一時期を除いて年々その説明力が低下傾向にあることがわかる。なお、βの係数の符号条件はすべて満たされている。第2期から第3期にかけて、一段と自由度調整済み決定係数が低下しているのは、石油ショックの影響を受けているためと考えられる。その後、レーガンの高金利政策を採用した80年代の初期には説明力が高まっている。インフレ率を徹底的に低下させるという政府の政策に対する信認が高まり株式市場の効率性が向上した時期としてとらえられる。しかし、いわゆるバブルが発生していた第5、6期におけるCAPMの説明力は、大きく低下し理論的要因のみでは現実の側面を把握できていないことがわかる。しかし第7期以後、再び説明力は上昇の傾向にある。株価の大幅下落で、家計等の資産選択行動がファンダメンタルズ指向に回帰している可能性がある。だが本論では対象期間とはなっていない1996年のNYダウ株価は、1980年代のバブル期に匹敵するほど急上昇しており、この事象を対象とするならば決してCAPMの説明力は今後も上昇していくとは考えられない。

米国では、モデルがシンプルであることから

表2　CAPMの実証（1）

回帰方程式：$r_{jt}=\gamma_1+\gamma_2\beta_j+\varepsilon_{jt}$

期間	回帰結果	$\overline{R}^2$
1:1972－1974	$r_{jt}=0.0020+0.0051\beta_j$ (1.126)　(5.297)	0.814
2:1975－1977	$r_{jt}=0.0098+0.0061\beta_j$ (1.006)　(1.638)	0.683
3:1978－1980	$r_{jt}=0.0114+0.0069\beta_j$ (1.682)　(1.325)	0.617
4:1981－1983	$r_{jt}=0.0082+0.0055\beta_j$ (1.562)　(1.885)	0.733
5:1984－1986	$r_{jt}=0.0054+0.0091\beta_j$ (2.308)　(1.099)	0.579
6:1987－1989	$r_{jt}=0.0037+0.0036\beta_j$ (1.958)　(1.006)	0.508
7:1990－1992	$r_{jt}=0.0239+0.0111\beta_j$ (1.877)　(1.465)	0.618
8:1993－1995	$r_{jt}=0.0366+0.0142\beta_j$ (1.155)　(1.706)	0.682

()内はt値、R_2は自由度調整済み決定係数

多くの実証研究が行われ、いわゆるベータ（β）革命と呼ばれる現象が生じた。しかし、石油ショック以後、CAPMの現実の証券価格に対する説明力が低下し、実証面で次のような批判を浴びるようになった。第一に、実証分析において期待収益率を実現値に置き換えなければならないことである。第二に、危険資産は、株式だけでなく債券、不動産、美術品等があり、真のマーケット・ポートフォリオを現実に測定することができないのではないかということである。第三に、実際に複数のマクロ経済指標が証券価格に影響を与えている可能性が高く、一つのファクターだけでは不十分ではないかということである。

このような結果から、βは安定的ではなく、各期においてかなりの変動をしている可能性が高いと考えられる。先の実証分析において、クロス・セクションで（32）式の検証を行う際、前期のマーケット・モデル（28）式から得られたβを採用している。各期において、βの現実の値が変動しているならば（32）式の推定結果が低下するのは自明である。表3では、βの安

定性について検討を行っている。

まず、(28) 式で各期間別に全30社のβを推定し、それが1期前から3期前のβと比較し、有意に異なっているか否かを調べる。表3の値は、βが5％基準で有意に異なっている比率を示している。ここでは、1期を3，4，5年間と3通りに場合分けして検証している。表3では、βを比較する期間が長くなるほど有意に異なる比率は上昇している。また、βを推定する1期間が長くなるほど有意に異なる比率が上昇している。また、近年になるほどβの安定性は低くなる傾向が見られた。

これらの結果から、βが常にある一定の水準で安定的に推移しているのではなく、かなりの程度で変化していると判断することができる。表2での、推定結果の不適合性は、このβの不安定性によるものと考えられる。βはリスク・プレミアムを決定する値であり、それが可変的であることは、投資家の資産選択行動において危険資産に対する評価が大きく変化していることに対応している。例えば、危険資産に対するリスク・プレミアムの低下は、相対的に安全資産より危険資産への投資需要が増加する相対的危険回避度減少に対応している。反対に、危険資産に対するリスク・プレミアムの上昇は、相対的に危険資産より安全資産の保有割合が増加する相対的危険回避度の増加に対応している。βが現実に可変的であることは、同時に相対的危険回避度が可変的である可能性が高いと思われる。従って、相対的危険回避度一定という仮定の下での理論分析には多くの問題点が内包されていると指摘することができよう。

表3　βの安定性

	3年	4年	5年
1期前	0.29	0.36	0.56
2期前	0.41	0.64	0.75
3期前	0.73	0.79	0.82

βが5％基準で有意に異なる割合。

IV　裁定価格理論（ＡＰＴ：Arbitrage Pricing Theory）

1　リスク・プレミアムの導出

本節では、資本市場における危険資産のＣＡＰＭに代わる価格決定理論を提示したRoss (1976) の裁定価格理論（ＡＰＴ）を取り上げる。ＡＰＴは、市場ポートフォリオを唯一の説明変数とするＣＡＰＭに対して、その基本的な市場ポートフォリオ自体の計測が現実には不可能であるというRollの理論的批判、および、各証券収益率がβ係数のみでは説明できず、他の重要な複数のマクロ経済指標の存在が説明力を向上させているという実証研究の指摘に応えるかたちで提唱された。ＡＰＴの基本的な考え方は、各証券の期待収益率はＣＡＰＭのように株式市場全体の平均収益率によってではなく、市場において完全に裁定が行われることを前提した場合、幾つかの銘柄に共通する複数個の変動要因によって決定されるというものである。その意味で、現実的、直感的なモデルに経済学的な意味を与えた理論として特徴づけることができる。

ＡＰＴを導出にするに先だって、理論の前提となる諸仮定を挙げよう。

（a）資本市場は完全競争市場である。

（b）投資家は、合理的である。

（c）各証券の投資収益率は、k個の共通因子に次のようにしたがっている。

$$\tilde{r}_i = a_i + b_{i1}\tilde{Y}_1 + b_{i2}\tilde{Y}_2 + \cdots + b_{iK}\tilde{Y}_K + \varepsilon_i \quad (38)$$

$$(i = 1 \sim n)$$

r_i：i証券の収益率、Y_i：共通因子、b：共通因子に対する反応係数

（d）通常、因子はマクロ経済指標である。

（e）$\tilde{Y}_i$は、システマティックな変動要因であり、平均ゼロ、分散1に標準化されている。共通因子は互いに独立である。εは、各資産の固有の変動要因を表すアンシステマティックな撹乱項であり、平均

ゼロ、分散$\sigma^2{}_i$である。また、撹乱項と共通因子も独立である。

$E(Y)=0, E(YY')=I$（単位行列），

$E(\tilde{\varepsilon}Y')=0$

$E(\tilde{\varepsilon})=0, E(\tilde{\varepsilon}\tilde{\varepsilon}')=\Sigma$（対角行列）

従って、$E(\tilde{r}_i)=a_i$となり、a_iは期待収益率を示している。

（f）資産の数nは、十分に大きく大数の法則が成立する。

APTでは、各証券に固有なリスクが無視できるほどに分散化した投資が可能となるように、十分多種類の証券が存在しているものと仮定している。またAPTは、CAPMと異なり効用関数の特定を行っていない点でより一般的である。

APTのアイデアを理解するために、共通因子が1個で各証券に固有なリスクがない場合について説明しよう。従って、i証券の収益率は、

$$\tilde{r}_i=a_i+b_{i1}\tilde{Y}_1 \tag{39}$$

となる。いま、証券iをω、証券jを（1−ω）だけ購入するポートフォリオを考えよう。このポートフォリオの収益率は、次のようになる。

$$\omega\tilde{r}_i+(1-\omega)\tilde{r}_j=\omega a_i+(1-\omega)a_j+\{\omega b_{i1}+(1-\omega)b_{j1}\}\tilde{Y}_1 \tag{40}$$

$\tilde{Y}_1$は、システマティックなリスクであるが、今このリスクを完全に相殺するようなポートフォリオを組めば、投資家にとってポートフォリオからの収益率が確定し、

リスクはゼロとなる。(40) 式において、$\tilde{Y}_1$の係数がゼロとなるようなω^*を選択する。

$$\omega^*=\frac{-b_{j1}}{b_{i1}-b_{j1}} \tag{41}$$

ここで、危険が全くない安全資産を導入し、その収益率をr_fとする。(41) 式で決定されるω^*に従って得られるポートフォリオの収益率が、安全資産の収益率r_fより高ければ、裁定がはたらき、この危険資産から成るポートフォリオへの需要が増加する。裁定が完全（裁定機会の不在）になれば、このポートフォリオの収益率は、r_fに等しくならなければならない。

すなわち、

$$\omega\tilde{r}_i+(1-\omega)\tilde{r}_j=\omega^*a_i+(1-\omega^*)a_j$$

$$=\frac{-b_{j1}a_i+b_{i1}a_j}{b_{i1}-b_{j1}}=r_f \tag{42}$$

となる。これをr_fについて書き換えれば次のようになる。

$$r_f=\frac{-b_{j1}a_i+b_{i1}a_j}{b_{i1}-b_{j1}}$$

$$=\frac{a_i(b_{i1}-b_{j1})-b_{i1}(a_i-a_j)}{b_{i1}-b_{j1}}$$

$$=a_i-\frac{a_i-a_j}{b_{i1}-b_{j1}}\,b_{i1} \tag{43}$$

ここで、$(a_i-a_j)/(b_{i1}-b_{j1})=\lambda_1$とおけば、

$$a_i=r_f+\lambda_1 b_{i1} \tag{44}$$

となる。仮定（e）で述べたように、a_iは$\tilde{r}_i$の期待値に等しいので次のように書き換えることができる。

$$E(\tilde{r}_i)=r_f+\lambda_1 b_{i1} \tag{45}$$

APTでは、(38) 式という各証券の収益率生成過程の下では、各証券の期待収益率が (45) 式で表されているように決まるのである（(45) では共通因子が1つである場合を検討しているため右辺は2項のみである)。これが、APT理論である。危険資産である各証券の期待収益率は、安全資産の収益率r_fに第2項のリスク・プレミアム分を加えたものに等しくなる。リスク・プレミアムは、共通因子$\tilde{Y}$に対する反応係数bの関数となる。安全資産の収益率r_fに一定のリスク・プレミアムを上乗せした型になっているのはCAPMと同様である。APTの特徴をCAPMと比較しながら考察すると次のようにまとめることができる。

まず第一に、CAPMのように市場ポートフォリオという単一のファクターにのみ依存するのではなく（single−factor　model)、より多

表4　ＡＰＴの実証

期間	因子分析結果	$\overline{R}^2$
1984－1986	$E(\tilde{r})=0.0059+0.232b_1+0.468b_2$ (3.65)　(1.217)　(1.169)	0.596
1987－1989	$E(\tilde{r})=0.0027+0.295b_1+0.251b_2$ (3.35)　(1.372)　(1.255)	0.618
1990－1992	$E(\tilde{r})=0.0036+0.192b_1+0.308b_2$ (2.65)　(0.914)　(1.703)	0.684
1993－1995	$E(\tilde{r})=0.0019+0.147b_1+0.229b_2$ (1.99)　(1.200)　(1.332)	0.614

くの共通したファクターを説明因としている（multi－factor model)。第二に、均衡状態においては、裁定利益の獲得は不可能であるという経済学的論理を利用して、期待収益率とリスクの間の線形関係を導いた均衡モデルである。証券収益率生成過程の多因子線形性と裁定機会不在の複合仮説が成り立てば、証券の期待収益率は、安全資産と共通リスク要素に対するリスク・プレミアムの和で表現される。第三に、ＣＡＰＭでは、市場ポートフォリオがきわめて重要な役割を演じたのに対して、ＡＰＴは市場ポートフォリオにその様な役割を期待していない。第四に、ＣＡＰＭでは投資家がリスク回避的という仮定をつけているが、ＡＰＴでは特に投資家の効用関数に仮定をつけていない。第五に、ＣＡＰＭとＡＰＴは、理論的には必ずしも矛盾するものではないと言える。ＡＰＴで共通因子を一つとした場合、証券の期待収益率は、安全資産の収益率に共通因子の反応係数を考慮したリスク・プレミアムを上乗せするというsingle－factor modelになるからである。

問題点としては、次のような点が挙げられる。証券の収益率にシステマティックな影響を与える共通因子が何であるか分からない。Ross（1976）は、マクロ経済指標である、インフレ率、鉱工業生産指数、短期・長期金利等を挙げているが、推測の域を出ることはできず確定できない。また、共通因子数がいくつあるのかも厳密に確定することはできない。

2　ＡＰＴの検証

1984年から1995年（ＮＹダウ平均株価月次データ）を対象に１期を３年とした場合のＡＰＴの実証結果を表４にまとめている。いずれも共通因子数が２個であるとき自由度調整済み決定係数の値が最も高かった。分析手法は、Ingersoll（1984)、若杉（1983)、堀本（1986)、櫻庭（1987）と同様に以下の手続きに基づいて行った。まず第１に、因子分析法によって共通因子を抽出し、この抽出された因子の動きと各産業別収益率の動きから、共通因子に対する反応係数ｂ（因子分析においては、因子負荷係数と呼ばれている）を推定する。次に、各産業別収益率をｂに対してクロス・セクション分析を行い、λを推定する。この２段階の実証は、ＣＡＰＭにおいて、まず時系列データから各産業のβを推定し、次に各産業の期待収益率をβで回帰させるクロス・セクション分析を行う手順に対応している。これら一連のＡＰＴの実証分析には、ＳＡＳ（Statistical Analysis System）を利用した。

日本において堀本（1986)、櫻庭（1987）らは、年々ＣＡＰＭの説明力が低下傾向にあるのに対して、ＡＰＴは、ますます説明力が上昇傾向にあると指摘しＡＰＴを強く支持している。一方米国では、どの期間をとっても自由度調整済み決定係数は0.6前後であり、ｂの係数値で

も有意な値はほとんどみられない。ＡＰＴが支持されないのは、米国の金融市場において裁定が十分にはたらいていないか、あるいは現行のマクロ経済の代表的な指標だけでは、株価を十分に説明することができないことを示している。ＣＡＰＭ同様、投資家の選好態度がかなり変化している可能性もあると思われる。

Ｖ　金融市場におけるショックの影響の持続性

本節では、まずはじめに株価の変化が過去の変化とどのような関係にあるのかをFamaの効率市場仮説に従い考察する。先のＡＰＴとＣＡＰＭは株価の絶対水準の理論値を導出し、現実の株価と比較し分析するのに対して、効率市場仮説は株価の変化に着目し市場ですべての情報が正しく反映されているかを分析するものである。ここでは、ウィーク・フォーム（弱度の効率市場仮説）型を取り上げ検討する。ウィーク・フォーム型では、情報集合として過去の株価あるいは収益率を考え、それらの情報が現在の株価に反映されているか否かを検定するものである。すなわち、ウィーク・フォームの検定は、統計学的に株価変化の系列がランダム・ウォークに従うか否かで行われている（単位根であるため安定的ではない）。Ｚをある確率変数とすれば、

$$Z_t = Z_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (46)$$

のように表すことができる（εはホワイト・ノイズ）。

このモデルでは、今期のZ_tの値と１期前のZ_{t-1}の値との差は今期の誤差項εの値となり、その意味でZ_tに関する過去の情報はすべてZ_{t-1}に集約されていて、それを把握すればZ_tの中にもはや過去のシステマティックな規則性を残さないモデルである。従って、次式のようにmartingaleに従っている。

$$E(Z_t) = Z_{t-1} \qquad (47)$$

株価がランダム・ウォークに従うならば、その収益率の自己相関係数はゼロになる。すなわち各期の収益率は独立であるか否かで、効率市場（ウィーク・フォームでの）が成り立つか否かを判断することができる。実証結果は表５に示されている（ＮＹダウ平均の１カ月データを用いている）。すべての期間において１期前と有意な正の相関関係がある。このことは、市場の効率性を満たさないような要因が存在していることを意味しており、米国株式市場の１つの特徴が示されている。効率市場仮説の範囲内では現実の株価の変化を整合的に説明できてはいない。

表５　株式収益率の自己相関係数（ＮＹダウ平均）

	1962.8 -1975.12	1976.1 -1985.12	1986.1 -1996.3	1962.8 -1996.3
Z_{-1}	0.425**	0.258*	0.496**	0.387**
Z_{-2}	0.106	-0.126*	0.119*	0.052
Z_{-3}	-0.096	-0.063	-0.066	0.019
Z_{-4}	0.026	-0.028	0.031	0.034

１期を１カ月としている。
＊＊は５％の有意水準、＊は10％の有意水準

第II節から本節での効率市場仮説の検証では、理論的には十分に現実の株価の変化をとらえることができないことが判明した。次のこの背景にある要因を考慮し、新たな実証分析を試みよう。通常、株価の大きい変化の後には大きな変化が続き、小さい変化の後には小さい変化が続くという金融時系列データの特徴があると思われる。このことは、先の効率市場仮説の検証結果からも推測できる。一度生じたショックが以後も残って株価に影響を与えていると考えられる。または誤差項の分散が一定であるとする標準線形回帰モデルの仮定が成立していない可能性もある。

Engle（1982）は、このような現象を説明するために、誤差項の条件付き分散が時と共に変動するＡＲＣＨモデルを考案した。条件付自己回帰型不均一分散モデルとも呼ばれている。

線形回帰モデルの誤差項がＡＲＣＨプロセスに従うモデルは、一般的に以下のように表すことができる。

$$Y_t=\beta X_t+u_t \quad (48)$$
$$u_t=\varepsilon_t h_t^{1/2} \quad (49)$$
$$h_t=\alpha_0+\alpha_1 u_{t-1}^2+\alpha_2 u_{t-2}^2+\cdots+\alpha_p u_{t-p}^2 \quad (50)$$
$$\alpha_0>0、\alpha_i\geqq 0 \ (i=1,\ 2\cdots p)$$

ここで、Y_tはt期の非説明変数、X_tはt期の説明変数であり外生変数やARモデルのようにラグ付き内生変数を含む、βは説明変数の係数、u_tは誤差項である。さらにε_tはi.i.d. (independently and identically distributed) であり、$E(\varepsilon_t)=0$、$E(\varepsilon_t^2)=1$が成り立っているとする。

このときu_tの条件付き分布は平均0、分散h_tの正規分布に従う。

$$u_t \mid I_{t-1}\sim N(0,\ h_t) \quad (51)$$

また、Y_tの条件付き分布も次のように表すことができる。

$$Y_t \mid I_{t-1}\sim N(\beta X,\ h_t) \quad (52)$$

εが正規分布に従うとき、u_tの確率密度関数$f(u_t \mid I_{t-1})$は、

$$(2\pi h_t)^{-1/2}\exp\{-(2h_t)^{-1}Y_t^2\}$$

である。u_tとu_{t-i}に対する確率密度関数の積から尤度関数は、

$$\ell=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(-\frac{1}{2}\ln h_t-\frac{1}{2}u_t^2/h_t\right) \quad (53)$$

となり、パラメータのαとβに関して最大化される。但し、Tはサンプル数である。誤差項がARCHモデルに従っているか否かの検定はラグランジュ（LM）乗数検定によって容易に行える。具体的には、(50) の決定係数を$\overline{R}^2$とすると、$T\overline{R}^2$がカイ2乗分布に従うことがわかっているので、帰無仮説H_0：$\alpha_1=\alpha_2=\cdots=\alpha_p=0$を検定することができる。またARCHモデルの推定は上述のように最尤法で行われる[1]。

本稿では、月次の株式収益率（Y_t）がARプロセスに従う場合について実証分析を行う。従って (48) は、

$$Y_t=\beta_1 Y_{t-1}+\beta_2 Y_{t-2}+\cdots+u_t \quad (54)$$

のように書き換えられる。

推定式は、AR（1〜5）－ARCH（1〜5）の25通りで行った。対象期間は、1985年1月から1995年12月までである。ARCHプロセスが存在している代表的なケースを以下に取り上げよう。

①AR（1）－ARCH（1）モデル

$$\underset{(2.11)}{Y^t=0.001034}+\underset{(6.53)}{0.268}Y_{t-1}$$

$$\underset{(7.09)}{h_t=0.000131}+\underset{(2.94)}{0.520}u_{t-1}^2$$

LM統計量＝29.0**

②AR（1）－ARCH（2）モデル

$$\underset{(2.30)}{Y_t=0.000582}+\underset{(7.88)}{0.396}Y_{t-1}$$

$$\underset{(7.38)}{h^t=0.000326}+\underset{(4.32)}{0.355}u_{t-1}^2+\underset{(3.49)}{0.109}u_{t-2}^2$$

LM統計量＝36.6**

③AR（2）－ARCH（2）モデル

$$\underset{(2.32)}{Y_t=0.002001}+\underset{(4.92)}{0.458}Y_{t-1}-\underset{(-1.77)}{0.234}Y_{t-2}$$

$$\underset{(5.19)}{h_t=0.000380}+\underset{(1.95)}{0.211}u_{t-1}^2+\underset{(1.78)}{0.129}u_{t-2}^2$$

LM統計量＝21.1*

LM統計量において、＊は10%の水準で有意、＊＊は5%の水準で有意を表している。上記のケースでは、いずれもARCHモデルの帰無仮説は棄却される。ARとARCHは比較的短いラグの場合では、過去のショックが後の株価に影響を与えていることがわかる。このように修正されたモデルによって、金融資産価格にみられる独特な動きをある程度説明することが可能になったのである。しかし、他の推定結果から

1　ARCHモデルの拡張として代表的なものとしてBollerslev (1986) の提案したGARCH (Generalized ARCH) が挙げられる。これは、ARCHの構造を以下のように複雑化させたものである。

$$h_t=\alpha_0+\sum_{i=1}^{p}\alpha_i u_{t-i}^2+\sum_{j=1}^{q}\gamma_j h_{t-j}$$

但し、$\gamma\geqq 0$である。

では、ＡＲＣＨラグが３期以上になると帰無仮説が棄却されない傾向にあった。またＡＲのラグを３期以上とした場合、すべてのケースにおいて帰無仮説は棄却されなかった。従って、投資家は過去１、２カ月の株価の変動（ショック）には比較的敏感に反応していると思われる。

VI まとめと今後の課題

本稿では、代表的な３つの証券価格理論を取り上げ比較検討するとともに、ＣＡＰＭ（ならびに動学ＣＡＰＭ）を中心に日本における各理論の実証分析を行った。各理論は、株価を異なった側面から分析しており効率的という概念は各理論において若干相違がある。

ＣＡＰＭにおいて、効率的とは、株式市場で全銘柄の需給が均衡している状態を示している。ＣＡＰＭでは、市場に存在している全ての危険資産を含んだマーケット・ポートフォリオが、個別証券の期待収益率を導出する上で重要な役割を果たしている。仮に、マーケット・ポートフォリオが市場に存在しているすべての危険資産を含まないとすると、誰も保有していない幾つかの証券が存在することになる。なぜなら、投資家はすべて同質だからである。このような、状態は均衡と矛盾する。有効（効率）フロンティアそのものが導出できず、すべての個別銘柄の期待収益率を求めることはできなくなる。これに対してＡＰＴにおいて効率的とは、もはや裁定の機会が存在しないことを意味している。しかし、いずれも効率性が満たされていれば、市場の平均以上の収益を得ることはできないという結論は同じである。ＣＡＰＭとＡＰＴは株価そのものの決定理論であるが、効率市場仮説は情報に対して株価が忠実に反応しているかどうかを分析するものである。

米国のＣＡＰＭの分析において本論では、βの安定性を調べたところ、かなりの程度の大きさで変動していることが確認された（ＣＡＰＭにおける回帰分析の説明力の低下は、これが一つの要因になっていると思われる）。つまりβは、ある一定水準で安定的に推移していないということである。このことは、危険資産の安全資産に対するリスク・プレミアムが可変的であることを意味している。

資産選択行動の結果であるリスク・プレミアムの変化が、不安定な株価の変動をもたらしている一要因であると考えられる。実証結果で得られたリスク・プレミアムのかなりの程度の可変性（特に1985年以後）によって、投資家のポートフォリオ行動が大きく反応している可能性があると思われる。従って、ＡＲＣＨモデルを用いて検証したところ一時的なショックの影響が持続していることが確認され、誤差項の分散も不均一であることが判明した。このことがリスク・プレミアムまたは相対的危険回避度の可変性をもたらし株価に影響を及ぼしているものと考えられる。

最後に、今後の課題について述べよう。

Brenner,M. and Sarte,M. (1989) は、インフレーションを考慮したときのＣＡＰＭで実証分析を行っているが、これの日本への適用が期待される。インフレ率が変化すれば、危険資産に対するリスク・プレミアムも変化する可能性がある。株価等の変動を見る上でも、これは無視できない点である。次に、本稿の分析によって、投資家は主観的な将来期待等に大きく反応している可能性があると指摘されたが、それに伴って変動する株価は、実際にマクロ経済のファンダメンタルズをどれほど忠実に反映しているのかも調べる必要があろう。

（参考文献）

飯原慶雄（1984）“裁定評価理論（ＡＰＴ）の検討”『アカデミア経済経営学編』（南山大学）第82号

櫻庭千尋（1987）“日本における株価変動のメカニズムについて－ＡＰＴ（裁定評価理論）の実証分析－”『金融研究』（日本銀行）第６巻第３号

若杉敬明（1983）“Arbitrage Pricing Theory について－Rossのモデルとわが国の実証研究”『計測室テクニカルペーパー』（日本証券経済研究所）

Arrow,K.J. (1970) ESSAYS IN THE THEORY OF RISK BERING, North−Holland.

Blanchrad, O. and Fischer, S. (1989) LECTURES ON MACROECONOMICS,MIT Press.

Brenner,M. and Sarte,M. (1989) "The Impact of Inflation on Portofolio Selection" in Portofolio Theory, Elton. G (ed), North Holland.

Engle,R.F. (1982) "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of the United Kingdom Inflation", Economerica,Vol.50, No. 4.

Fama,E.F. (1970) "Efficient Capital Markets; A Review of Theory and Empirical Work",Journal of Finance, Vol.25, No. 2.

Ingersoll,J. (1984) "Some Results in the Theory of Arbitrage Pricing", Journal of Finance, Vol.39, No. 4.

Lintner,J. (1965) "Common Stock Prices" National Bureau of Economic Reserch.

Marcowitz,H. (1952) PORTFOLIO INVESTMENT, Macmillan.

Merton,R. (1990) CONTINUOUS−TIME FINANCE, Basil Blackwell.

Reinganum,M. (1983) "The Anomalous Stock Market Behavior of Small Firms in January: Empirical Tests for Tax Loss Selling Effects", Journal of Financial Economics, Vol.12, No. 1

Roll,R. (1977) "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests", Journal of Financial Economics, Vol. 4, No. 2

Ross,S. (1976) "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", Jouranal of Economic Theory, Vol.13, No. 3.

Sharpe,W. (1964) "Capital Asset Price: A Theory of Market Equilibrium under Constrations of Risk", Journal of Finance, Vol.19, No. 3.

Sharpe, W. (1984) INVESTMENT, Prentice−Hall.

Shiller, R. (1991) MARKET VOLATILITY, Basil Blackwell.