

## 【論 説】

## 中古市場の分析

—離散時間モデルと連続時間モデル—\*

小 橋 晶

## 1 はじめに

「中古財」といったとき、それは中古の耐久財ということになる。財が一度消費されても価値が消滅せず、一定の期間にわたって便益を生み出すからこそ中古財として取引されうる。中古市場の分析とは、耐久財市場の分析の一部門であるし、その延長でもある。これまでの耐久財市場に関する研究のなかでも中古市場を想定して分析を行っているものもあるが、中古市場そのものに焦点をあてた研究されたものはそう多くない。

これまでの Coase (1970) をはじめとする初期の研究の多くは、耐久財生産企業が独占であったとしても、時間非整合性の問題によって独占利潤を得られないのではないかという推論に関するものであった。他方、Swan (1970) などの一連の研究において、独占企業は社会的に最適な水準の耐久性を持つ財を生産するかどうか論じられた。その後 Waldman (1996) などで、企業の新製品開発のインセンティブが耐久財市場特有の問題によってどのような影響を受けるかなどの分析がなされてきた。いずれにせよ、耐久財市場に関する研究の特徴的な点は、ある時点の行動が異なる時点の市場の条件や行動に影響を与えるというところにある。

これまでの研究の多くは離散時間モデルを用いて耐久財市場の分析を行って

\*本稿の執筆にあたって、平成 15 年度私立大学等経常費補助金特別補助高度化推進特別経費大学院重点特別経費（研究科分）の助成をうけた。

いる。また、そのほとんどは2期間のみの分析であるが、無限期間まで考慮した分析もある。しかし、期間をどこまで考えるにしろ、財が2期間にわたって(2期目に劣化するにしろ)サービスを生み出すと想定されている。既存の耐久財市場に関する研究のほとんどは、モデルが2期目で終了するという意味ではなく、財が2期目で劣化し消滅するという意味での2期間モデルによって分析されていると言える。

中古市場が形成されるかどうかは、財がどの程の耐久性を持つかという点に大きく依存する。この中古市場と耐久性という問題に焦点を当てようとするならば、耐久時間の扱いに関して自由度の高い連続時間のモデルによる分析は重要であると思われる。本研究の目的は、中古市場の連続時間モデルと離散時間モデルの比較を行い、それぞれの利点を明らかにし、導かれるインプリケーションにどのような違いがあるのかを分析することにある。

第2節において、Hendel and Lizzeri (1999)のモデルにしたがって離散時間モデルを検討する。ここでは、彼らの分析における消費者の意思決定のプロセスの修正を試みる。この意思決定の問題は企業が設定できる価格に影響しており、修正することによって結論にも変更が加えられる。第3節では連続時間モデルによる分析を説明し、中古市場が企業にとって望ましいのは、企業が耐久性の水準を決定できないような環境の時に限るということを明らかにする。最後に、第4節において離散時間モデルと連続時間モデルの特徴、利点や欠点を検討する。

## 2 離散時間モデル

### 2.1 基本モデルと意思決定の問題

これまでの耐久財市場分析のほとんどが離散時間のモデルで行われており、その多くは2期間モデルである。Hendel and Lizzeri (1999)は無限期間の離散時間モデルであるが、財の耐久性を2期間としていることから本質的には2期間モデルと考えてよい。この研究はSwan等による独占企業が最適な耐久性を持

つ財を供給するか否か、という問題を異なる性質の耐久性をモデル化することによって新たな結論を導いている。古典的な研究では耐用年数によってのみ「耐久性」を表現しているが、この論文では財の生み出すサービスが質的に低下するという点をモデル化し、それを「耐久性」の水準として論じている。このことによって、新しい劣化していない財を選好の強い消費者が、質的に劣化した財を選好の弱い消費者が購入するという状況を生み出し、中古市場がモデルに組み込まれる余地を与えられる。もちろん、財の性質によってどちらのアプローチが適当かどうかは変わってくる。例えば、電球のような耐久財は、ある一定の時間がくると使えなくなるが、それまでは明るさがだんだん失われるなどの質的な劣化を感じることは少ない。一方、自動車のような耐久財は使用するにしたがって、故障が増えてきたり、性能の低下を感じることができる。実際、中古電球の市場などはほぼ存在しないと思われるが、中古自動車は市場で活発に取引されていることから理解できるであろう。

Hendel and Lizzeri (1999) ではまず、耐久性の水準を内生変数として、社会計画者と独占企業によって決定される最適な耐久性の水準を比較している。ついで独占企業の決定する耐久性の水準が、社会計画者のそれよりも低くなる場合があることを示している。彼らは異質な消費者の選好の存在を仮定していることに理由があると述べているが、消費者の選好の異質性がうまく中古市場を機能させるように、「耐久性」の意味をモデル化しているといえよう。

以下で具体的なモデルによって説明する。無限期間を仮定するが、財はその中の2期間にわたって使用可能で、第3期には完全に価値を失う。第1期の品質を  $v$ 、第2期のそれを  $w$  とし、この品質の違い ( $v > w$  と低下) によって財の耐久性を表現する。伝統的な耐久財のモデルで設定されるように、消費者は多くとも一単位の財のみを需要する。そして消費者のその財に対する選好を  $\theta$  で表し、タイプ  $\theta$  の消費者が財をある期に購入し、2期間所有した場合に得られる余剰は

$$u = \theta v + \delta \theta w - p$$

と表すことができる。ここで  $\delta$  は割引因子、 $p$  は価格を表す。消費者の選好に

異質性を仮定し、これを分布関数  $F: [\theta_l, \theta_h] \rightarrow [0, 1]$  で表す。また  $F$  は強い意味での増加関数で、密度関数  $f$  を持つとする。

消費者は2期ごとに財を購入し効用を得ることも可能であるが、中古市場が存在するため、每期新品を購入し古くなった財を中古市場で売却、または每期中古品を購入することもできる。2期ごとに新品を購入することも可能であるが、この点については Anderson and Ginsburgh (1994) で明らかにされているように、中古市場における取引費用がゼロの場合は2期ごとに新品を購入する層は存在しない。つまり消費者は、每期新品を購入する(選好の強い)層、中古品を購入する層、まったく購入しない層の3つにわけられる。ここで、 $1-F(\Theta(z)) \equiv z$  となるようなタイプの消費者を  $\Theta(z)$  としよう。言い換えれば、 $\Theta(z)$  のタイプよりも選好の強い消費者が  $z$  存在している状況である。今、各期に  $(y_0, y_1, \dots)$  と財が供給されるとしよう。すると  $t$  期におけるタイプ  $\theta$  の消費者は、 $1-F(\theta) \leq y_t$  ならば新品を購入する消費者<sup>1)</sup>、 $y_t < 1-F(\theta) \leq y_t + y_{t-1}$  ならば中古品を購入する消費者、 $1-F(\theta) > y_t + y_{t-1}$  ならば購入しない消費者と分割することができる。

次に価格がどのように決定されるか考えよう。ある  $t$  期に  $y_t$  の新品が供給されるならば、市場には合計  $y_t + y_{t-1}$  の財が存在することになる。よって、中古品を購入する消費者の中で最も選好の弱いタイプは  $\Theta(y_t + y_{t-1})$  である。中古市場が均衡するためには、 $\Theta(y_t + y_{t-1})$  のタイプの消費者が中古財を購入することと、財を購入しないことが無差別となるような水準に中古価格が決定されなければならないので、 $t$  期中古価格  $p_t^u$  は、

$$p_t^u = \Theta(y_t + y_{t-1})w$$

となる。そして、Hendel and Lizzeri (1999) では次のように新品の価格が決定されるとしている。 $t$  期の価格  $p_t$  は、来期中古価格が  $p_{t+1}^u$  となることを所与として、 $\Theta(y_t)$  のタイプの消費者が新品を購入する場合と中古品を購入することが

1) 左辺はタイプ  $\theta$  よりも選好の強い消費者の数を表し、供給量がそれよりも多いということであるから、さらに選好の弱い消費者でも新品を購入すると言うこともできる。

無差別となる水準に決定されるので、

$$\Theta(y_i)v - p_i + \delta \Theta(y_i + y_{i-1})w = \Theta(y_i)w - p_i^* \quad (1)$$

$$p_i = \Theta(y_i)(v - w) + w[\Theta(y_i + y_{i-1}) + \delta \Theta(y_i + y_{i-1})]$$

しかしこの点において、タイプ  $\Theta(y_i)$  の消費者の意思決定が、今期に品質が  $w$  となる財を所有してないことを想定している。このモデルでは、選好の強い消費者は新品を繰り返し財を買い換えるので、必ず毎期中古となる財を所有しているはずである。繰り返し新品を購入する消費者が、ある期において中古品で我慢しよう、という動機が生じない水準に新品価格は設定されなければならない。よって (1) 式を次のように修正する。

$$\Theta(y_i)v - p_i + p_i^* = \Theta(y_i)w \quad (2)$$

左辺は新品を消費したときに得られる効用から、新品の価格を引き中古財の売却益を加えたもの、右辺はすでに所有する財の使用を続けたときに得られる効用である。意志決定の問題を分析する際、均衡において 2 期ごとに購入するグループが存在しないということと、結果として 2 期ごとに購入するという解が排除される、ということとは区別しなければならない。(2) 式は前期に新品を購入した消費者の意思決定問題であるが、この式がみたまわっている限り、毎期中品を購入することと 2 期ごとに購入という行動が少なくとも無差別となる。その次に、 $\Theta(y_i)$  のタイプの消費者が 2 期ごとに財を購入するか、毎期中古品を買うかを考えなければならない。 $\Theta(y_i)$  のタイプの消費者が毎期中古品を購入していると仮定し、ある期に新品を購入する場合を考えよう。前期に製造され、品質が  $w$  となった財を所有していないことに注意し、2 期にわたる余剰を比較しよう。ある期に新品を購入し、次の期にそのまま使用を続けた場合は  $\Theta(y_i)v - p_i + \delta \Theta(y_i)w$  となる。一方、2 期とも中古財を購入した場合の余剰は  $(1 + \delta)\Theta(y_i) - p_i^*$  となる。差をとると、 $\Theta(y_i)(v - w) + p_i^* - p_i$  である。(2) 式より価格は、

$$p_i = \Theta(y_i)(v - w) + p_i^* \quad (3)$$

と書けるから、 $\Theta(y_i)(v - w) + p_i^* - p_i = 0$  となる。両者は無差別ということがわか

り、2期ごとに購入というケースを排除することができる。

また、(3)式より新品と中古品の価格差は $\Theta(y_t)(v-w)$ であることがわかる。これは品質の高い財を消費することによって余分に得られる余剰である。この新品と中古品の価格差は、 $\Theta(y_t)$ よりも選好の強い消費者が每期支払う実質的な費用（新品購入費用－中古財売却による収入）でもある。もう一度(1)式を見ると、新品と中古品の価格差は $\Theta(y_t)(v-w) + \delta p_{t+1}^*$ であるから、 $\delta p_{t+1}^*$ だけ高くなっている。しかし、すでに手元に使用可能な財を所有する消費者を想定するならば、(1)式によって計算した実質的な費用 $(p_t - p_t^*)$ を支払って得られる余剰は、 $\Theta(y_t)v$ から $\Theta(y_t)(v-w) + \delta p_{t+1}^*$ を引いた $w(\Theta(y_t) - \delta \Theta(y_{t+1} + y_t))$ であり、中古財をそのまま使用した場合の余剰 $\Theta(y_t)w$ のほうが大きくなってしまふ。やはり(1)式で決定されるような価格ではタイプ $\Theta(y_t)$ の消費者が新品の買い替えを続けるという行動をとらないことがわかる。ただ、繰り返し述べたように(3)式はすでに前の期に製造された財を所有しているという前提のもとで考えられているので、どの消費者も初期に財を所有していないとすれば、初期の価格は(3)式よりも高く設定できるであろう。

## 2.2 社会的最適と独占

次に独占企業の利潤最大化問題を考えるが、企業は各期の生産量 $y_t$ および耐久性の水準 $w$ を決定する。 $w$ の決定については初期に決定するが、将来に変更しないということにコミットできるものと仮定する。この仮定により時間非整合性の問題は回避できる。生産技術に関しては収穫一定を仮定しており、 $w$ の耐久性を持つ財を生産量 $y$ だけ生産する場合の費用は $C(y, w) = yc(w)$ と表現される。ここで $c(\cdot)$ は微分可能、増加、凸関数とし、 $c'(0) = 0$ ,  $c'(w) = \infty$ とおく。これは財のもつ耐久性がゼロの水準における限界費用はゼロ、また、まったく減耗しない財を生産することが技術的に不可能であることを意味する。

企業は、初期の条件を $y_{-1} = \hat{y}$ ,  $w_{-1} = \hat{w}$ として次を最大化する。

$$\Pi = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t y_t \{ \Theta(y_t) v - w (\Theta(y_t) - \Theta(y_t + y_{t-1})) - c(w) \}$$

$$s.t. \quad w \geq 0, y_t \geq 0 \quad \forall t$$

耐久性に関する最適化の条件の導出は、 $w$  の選択が第 0 期の価格に影響を与えないことに注意すると、次のように行われる<sup>2)</sup>。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial w} = -y_0 c'(w) + \sum_{t=1}^{\infty} y_t \{ \Theta(y_t + y_{t-1}) - \Theta(y_t) - c'(w) \} \quad (4)$$

生産量  $y_t$  に関しては、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y_t} = \delta^t \{ \Theta(y_t) v - w (\Theta(y_t) - \Theta(y_t + y_{t-1})) - c(w) + y_t [ \Theta'(y_t) v - w (\Theta'(y_t) - \Theta'(y_t + y_{t-1})) + \delta w y_{t+1} \Theta'(y_{t+1} + y_t) ] \} \quad (5)$$

次に社会的に最適となる水準の生産量、耐久性についてであるが、社会計画者は次を最大化する。

$$SW = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \{ \int_{\Theta(y_t)}^{\Theta^h} \theta v dF(\theta) + \delta \int_{\Theta(y_t + y_{t+1})}^{\Theta(y_{t+1})} \theta dF(\theta) - c(w) y_t \}$$

$$s.t. \quad w \leq 0$$

これは、消費者余剰から生産費用を引いたものの割引現在価値の総和であるが、消費者余剰には新品を使用する消費者の効用と中古品を使用する消費者の効用が含まれている。最適化の条件を考えよう。

$$\frac{\partial SW}{\partial w} = \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t \{ \int_{\Theta(y_t + y_{t+1})}^{\Theta(y_{t+1})} \theta dF(\theta) - c'(w) y_t \} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial SW}{\partial y_t} &= \delta^t \{ -\Theta'(y_t) \Theta(y_t) f(\Theta(y_t))(v - w) \\ &\quad - w [\delta \Theta'(y_t + y_{t+1}) \Theta(y_t + y_{t+1}) f(\Theta'(y_t + y_{t+1})) \\ &\quad + \Theta'(y_t + y_{t+1}) \Theta(y_t + y_{t+1}) f(\Theta(y_t + y_{t+1}))] - c(w) \} \end{aligned} \quad (7)$$

2) Hendel and lizzeri (1999) の場合は今期の価格に來期の  $w$  の値によって影響を受ける形となっており少し異なるが、いずれにしろ過去に決定された  $w$  の値を変更できないという点を考慮して最大化の条件を記述する。

ここで、 $y^m, y^p$  はそれぞれ独占企業と社会計画者による最適な生産量、 $w^m, w^p$  はそれぞれ独占企業と社会計画者による耐久性の最適な水準を表すとしよう。  $y_t = y, \forall t$  となるような定常状態において、 $\hat{y} = y$  と仮定すると、(4)、(5)、(6)、(7) 式より、独占企業と社会計画者の最適化の条件は以下ようになる。まず(4) 式であるが、 $\Theta(2y^m) < \Theta(y^m)$  という関係より、

$$y\{\delta(\Theta(2y^m) - \Theta(y^m)) - c'(w^m)\} < 0 \quad (8)$$

と負になる。  $c(\cdot)$  に関する仮定より、 $w^m = 0$  であることがわかる。つまり独占企業にとって、耐久性のない(1 期間のみしか使用できない) 財の供給が最適となる。この  $w^m = 0$  を用い、(5) 式より一階の条件を求めると、

$$\Theta(y^m)v + y^m \Theta'(y^m) = c(0) \quad (9)$$

を得る。社会計画者の問題はそれぞれ(6) 式と(7) 式より<sup>3)</sup>、

$$\delta E(\theta \| \Theta(2y^p) \leq \theta \leq \Theta(y^p)) = c'(w^p) \quad (10)$$

$$\Theta(y^p)(v - w^p) + (1 + \delta)\Theta(2y^p)w^p = c(w^p) \quad (11)$$

(10) の左辺が正であることと  $c'(0) = 0$  より、 $w^p > 0$  となり社会的に最適な耐久性の水準は常に正となる。

Hendel and Lizzeri (1999) の命題 1 は、 $y^m = y^p$  ならば  $w^m < w^p$ 、 $w^m = w^p$  ならば  $y^m < y^p$ 、つまり生産量を固定するならば、独占企業は社会的にみて過小な水準の耐久性を持つ財を供給すると主張しているが、次のように修正される。

#### 命題 1

$w^p > 0, w^m = 0$  : 社会的に最適な水準の耐久性は正だが、独占企業は正の耐久性の持つ財を生産しない。

また、彼らは  $F(\cdot)$  が一様分布の場合を、 $w^m = w^p$  と独占企業が社会的に最適な水準の耐久性を選択する特殊なケースとしてあげている。命題 1 でみたように、どのような分布を考えても  $w^m = 0$  であるから  $w^p = w^m$  とはならない。実際、 $\Theta(y) = 1 - y$  という一様分布を仮定し、 $v = 1$  場合で計算してみよう。(9) 式に

3) 社会的最適の導出は Hendel and Lizzeri (1999) と同じであるので、詳しい計算はそちらを参照されたい



代入すると、 $y=(1-c(0))/2$  となり 1 期のみのオーソドックスな独占企業の最大化問題の解と同じであることがわかる。

### 2.3 中古市場と利潤

多くの種類の耐久財が存在するが、その財の中古市場が形成されている場合とそうでない場合がある。中古市場が形成されている場合、中古財が新品の代替品となるという理由から、財の製造企業にとって中古市場は望ましくないのではないかという予想がある。つまり、中古市場が存在することによって企業の利潤が減少するのではないかということである。

Hendel and Lizzeri (1999) の命題 5 では、独占企業の利潤は中古市場が存在する場合のほうがない場合よりも大きいと主張している。その証明は以下のような手順で行われている。中古市場が存在しないと仮定し、まだ使える財をスクラップし買い換える消費者が存在するケースとそうでないケースにわけ、スクラップにする消費者が存在するケースでは、最適な耐久性は  $w^m=0$  となる (Hendel and Lizzeri (1999), Lemma 2) ので、潜在的にも中古市場は存在しえない。次にスクラップにするような消費者が存在しないケース (すべての購入する消費者が 2 期間使用する) を考える。企業は  $w$  の耐久性を持つ財を每期  $y$  生産するとし、中古市場が存在する場合の価格を  $p_0^n$ 、存在しない場合の価格を  $p_0^c$  とする。

Hendel and Lizzeri (1999) の Lemma 1 では  $p_0^n > p_0^c$  となるので、中古市場が存在するほうが高い価格で販売することが可能であるとしている。この後者の結果をもって、中古市場の存在は耐久財製造企業にとって望ましいと結論づけている。しかし、価格が (1) 式によって決定されることを前提としており、(3) 式によって計算すると、

$$p_0^n - p_0^c = (v-w)(\Theta(y) - \Theta(2y)) - \Theta(2y)\delta w$$

であるから、正負は判定できない。

そもそも、前節でみたように  $w^m=0$  であるから、独占企業が耐久性を自由に

選択できるような場合は中古市場は存在しえない。むしろ選択できないような場合に、中古市場が望ましいというケースが起こりうると考えたほうが妥当である。

Andersen and Ginsburgh (1994) では、中期市場での取引費用の存在を仮定しモデル化している。この費用を企業が選択できる場合、取引費用を低くし中古市場の働きを活性化させる動機を持つかどうかを分析している。彼らは、第1期と第2期の相対的な品質の差によって、中古市場を活性化させるかそうでないかの両極端の選択をするという結果を導き出している。彼らのモデルでは耐久性の水準は外生的に与えられるので、企業が2期間使用できる耐久財を1期間しか使用できない通常の財にする、という行動が許されていないという理由による。

### 3 連続時間モデル

#### 3.1 耐久時間が無限のケース

中古市場を連続時間モデルの利点の一つに、「財が使用できなくなるまでの時間」という意味での耐久性がより正確に分析できることがあげられる。連続時間モデルで耐久財市場を分析したものとして、Fishman and Rob (2000)、Kobashi (2001) 等がある。ここでは中古市場に焦点を当てた小橋 (2003) のモデルにしたがって説明する。

時間を  $t$  とし、連続的かつ無限時間を仮定する。財の生産企業はいつでも  $Q_t$  の品質の財を生産する技術を持ち、この技術は学習効果や基礎技術の発展などにより時間とともに一定の割合  $a$  で外生的に上昇する： $Q_t = A_0 + at$ 。生産技術に関しては離散時間モデルと同様に規模に関しては収穫一定を仮定するが、限界費用  $c$  は財の耐久性に依存しないと仮定する。 $d$  は耐久性を表すが、生産されてから時間  $d$  が経過すると財は使用できなくなるという意味である。ここで、限界費用  $c$  が  $d$  の関数であると仮定しても、後にもるように企業が  $d$  を選択できる場合は  $d=0$  を選択するので、結論には影響しない。消費者の選好を  $\theta$  とす

ると、時間  $t$  に製造された財を減耗するまで使用したときの余剰は、

$$u = \int_0^d e^{-rs} \theta Q_i ds - p$$

となる。ここで、 $r$  は割引率である。消費者のタイプを  $\theta = 1, \beta (< 1)$  という 2 タイプのみに限定し、前者をタイプ 1、後者をタイプ 2 と呼ぶ。それぞれのタイプの消費者は人口 1 で同数存在すると仮定する。企業は時間  $t_1, t_2, \dots, t_i$  に財を生産し、 $i$  は財の世代を表す。以下で中古市場が存在するケースとしないケースを比較するが、存在する場合はタイプ 1 の消費者が  $Q_i$ 、タイプ 2 は  $Q_{t_i}$  の品質の財を所有すると仮定する。中古市場が存在し、利潤を最大にするような生産間隔を  $k^s$ 、そのもとで最大化された利潤を  $\pi^s$  とし、中古市場がない場合のそれを  $k^{12}$ 、 $\pi^{12}$  とする。市場にタイプ 1 のみ存在すると仮定したときの、利潤を最大にするような生産間隔を  $k^1$ 、そのもとで最大化された利潤を  $\pi^1$  とし、タイプ 2 のみ存在するときのそれを  $k^2$ 、 $\pi^2$  とする。

まず、無限の耐久性を持つ場合  $d = \infty$  の問題を考える。いま、市場にはタイプ 2 の消費者のみが参加するとしよう。  $t_{n-1}$  期に生産された財を所有するタイプ 2 の消費者が  $t = t_n$  に新しいモデルに買い換えるための条件は、

$$\int_0^{t_n - t_{n-1}} e^{-rs} \beta Q_n ds - p_n \geq \int_0^{t_n - t_{n-1}} e^{-rs} \beta Q_{n-1} ds \quad (12)$$

と書くことができる。これは、次の第  $n+1$  世代のモデルに買い換えることを所与とし、今第  $n$  世代という新しいモデルに買い換えた場合の余剰が、第  $n-1$  世代の旧モデルを使い続けた場合の余剰よりも大きいことを意味している。この時の独占企業の利潤は、

$$\pi_2 = \max_{t_n} \sum_{n=i+1}^{\infty} e^{-rt(t_n-i)} \left( \frac{1 - e^{-r(t_{n+1} - t_n)}}{r} \beta a(t_n - t_{n-1}) - C \right)$$

となる。ここで  $C$  はある世代の財を生産する総費用であるが、人口を 1 としているため  $C = c$  となる。第  $i$  世代の財がすでに生産されていると仮定すると、最適な生産の間隔は一定となる。生産間隔を  $k$  とおくと企業が設定できる価格も一定の  $(1 - e^{-rk}) \beta ak / r$  となる。利潤は、

$$\pi_2 = \max_k \frac{e^{-rk}}{1-e^{-rk}} \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} \beta ak - C \right) \quad (13)$$

と表すことができる。一階の条件は、

$$a(1-e^{-rk})^2 \left( -k + \frac{1}{r} \right) + rc = 0$$

となる。ここで、最適な生産間隔  $k$  と消費者の選好を表す  $\beta$  の関係を考えよう。一階の条件より  $-k + \frac{1}{r} < 0$  が成り立つことに注意すると次の関係が得られる。

$$\frac{dk}{d\beta} = a(1-e^{-rk}) \left( -k + \frac{1}{r} \right) \left/ \left( 2\beta a r e^{-rk} \left( k - \frac{1}{r} \right) + \beta a(1-e^{-rk}) \right) \right. < 0 \quad (14)$$

市場に参加する消費者の選好が強いほど、企業は短い間隔で財を生産し利潤を増加させる。タイプ1の消費者はタイプ2の消費者よりも選好が強いと仮定しているため、 $k^1 < k^2$  という関係がなりたつ。次に、両タイプの消費者が市場に参加している場合はどうなるであろうか。 $\pi^1 + \pi^2$  よりも低い利潤しか得られないだろう。なぜなら、タイプ1とタイプ2に完全な差別的販売をすることはできないからである。よって中古市場が存在しないときの利潤は、 $\pi^{12} < \pi^1 + \pi^2$  という関係が成り立つ。

中古市場が存在するケースでは、タイプ1の消費者が新品を購入するさい旧モデルを売却し、タイプ2がその中古財を購入する。タイプ1の消費者が間隔  $k$  で新製品を購入するならば、中古財も同じ間隔で中古市場に供給される。タイプ2の消費者が財を間隔  $k$  で購入するための条件は、

$$\int_0^k e^{-rs} \beta Q_{t_{n-1}} ds - p^u \geq \int_0^k e^{-rs} \beta Q_{t_{n-2}} ds$$

となり、中古価格  $p^u$  が決定される。中古市場が存在する場合の新品価格を  $p^s$  とすると、タイプ1の消費者が間隔  $k$  で新しいモデルを購入するための条件は、

$$\int_0^k e^{-rs} Q_{t_n} ds - p^s + p^u \geq \int_0^k e^{-rs} \beta Q_{t_{n-1}} ds$$

であるから、独占企業が設定できる新品価格は  $p^s = (1-e^{-rk}) ak (1+\beta) / r$  となる。よって利潤は、

$$\pi_s = \max_k \frac{e^{-rk}}{1-e^{-rk}} \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} \beta ak(1+\beta) - C \right) \quad (15)$$

と表すことができる。ここで  $\pi^s$  と  $\pi^{12}$  の関係を考えよう。(15) は  $\pi^1$  と  $\pi^2$  を加えたかたちになっている。しかし最適な  $k$ ,  $(k^1, k^2, k^s)$  はおのおの異なっているはずである。ここで、(15) を (13) と比較してみると、(15) の利潤は市場にあたかも選好が  $\theta = 1 + \beta$  というタイプの消費者のみが市場に参加しているとみなすことができる。すると (14) の関係から、 $k^1 < k^1 < k^2$  という関係が成り立つことがわかる。この関係を用いると、 $\pi^s > \pi^1 + \pi^2$  ということがわかり、中古市場が存在しない場合に完全な差別的販売がきかないという点を考えあわせると、 $\pi^s > \pi^{12}$  となる。詳細については小橋 (2003) の命題 3 の証明を参照されたい。

中古市場の存在は、タイプ 1 が購入する新しいモデルの実質的な価格を低下させ、より短い間隔での買い替えを喚起する。さらにタイプ 2 の消費者にも費用ゼロで販売しているのと同様の利潤を得ることが可能となり、中古市場が存在することによって独占企業はより多くの利潤を得ることが可能となる。

もし、耐久性を選択できるとするならば、耐久性を十分に減少させることによって利潤が増加する局面も出てくる。耐久性を減少させるということは、中古市場が形成されることを阻止するという側面はある。しかし、これをもって中古市場が独占企業にとって望ましくないと判断するのは、間違いである。あくまでも、耐久性を選択できないという制約を課した時に、中古市場の存在によって利潤が増加するかどうかで判断すべきであろう。

### 3.2 耐久時間が有限のケース

3.1 の分析では無限の耐久性を仮定していたが、ある  $d$  の耐久性をもつが選択はできないというケースはどうであろうか。 $d \geq 2k$  となる  $k$  が最適の販売間隔となる場合は、無限の耐久性  $d = \infty$  のケースと同じになる。 $d = k$  となると中古市場に財は供給されないので中古市場の存在は企業の利潤に影響しない。また、 $d < k$  という生産間隔は最適とはなり得ない。かならず  $d = k$  の利潤の方が

大きいからである。残る  $k < d < 2k$  のケースを確認しよう。

タイプ 1 の消費者は新品として購入した財を時間  $k$  だけ保有するので、中古市場に供給される財は  $d-k$  の耐久時間が残されている。タイプ 2 の消費者は  $t=t^u$  に、

$$\int_0^{d-k} e^{-rs} \beta Q_{t-1} ds - p_m^u \geq 0$$

を満たす水準に中古価格があるならば購入する。タイプ 1 の消費者が新品を購入するための条件は、

$$\int_0^k e^{-rs} Q_t ds - p_m^s + p_m^u \geq \int_0^{d-k} e^{-rs} Q_{t-1} ds$$

であるから、新品の価格は次のようになる。

$$p_m^s = \int_0^k e^{-rs} Q_t ds + \int_0^{d-k} e^{-rs} \beta Q_{t-1} ds - \int_0^{d-k} e^{-rs} Q_{t-1} ds$$

最大化された企業の利潤は、

$$\pi^s = \max_k \sum_{n=1}^{\infty} e^{-rnk} \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} Q_{(n+i)k} - \frac{1-e^{-r(d-k)}}{r} Q_{(n+i-1)k} + \frac{1-e^{-r(d-k)}}{r} \beta Q_{(n+i-1)k} - C \right) \quad (16)$$

と書くことができる。ここで、もし耐久性  $d$  を選択できるとしたらどうであろうか。(16) 式は  $d=k$  のとき最大値をとる。つまり余分な耐久性は利潤を低下させるので、企業は中古市場に財が供給されるほどの耐久性のある財は生産しないことがわかる。これは中古市場が望ましくないというよりも、余分な耐久性が企業にとって望ましくないということである。耐久性を選択できない  $k < d < 2k$  の場合、中古市場の存在が利潤を増加させるかどうかは明らかではない。

#### 4 結 論

連続時間モデルでみたように、中古市場が企業の利潤を増加させるのは、耐久性を企業が選択できないような外生的に与えられている場合のみである。一方、離散時間モデルである Hendel and Lizzeri (1999) は、企業が耐久性を選択できる場合には必ず中古市場の存在が利潤を増加させると主張している。しかし本稿で明らかにしたように、消費者の意思決定に関する部分に関して、実際に企業が設定できる価格よりも高い価格を用いて分析が行われていた。修正し

た価格を用いた分析では、離散時間モデルにおいても企業は耐久性  $w$  を必ず減少させ、連続時間モデルでの結論と同じように中古市場に財は供給されないことが明らかになった。

連続時間モデルを用いて中古市場を分析する利点は、耐用年数という時間の概念を正確にモデル化できる点にある。離散時間モデルでは2期間使用でき、2期目の品質をもって耐久性とみなしていた。しかし  $w=0$  という選択をした場合、1期のみしか使用できないこととなり、これは実質的に耐久財とは言えないだろう。連続時間モデルの分析で明らかにされたように、中古市場が望ましいかどうかは、「財を使用できる時間」という意味での耐久性を選択できるかどうかに依存している。しかし、品質の改善速度である  $a$  の値は旧モデルの相対的な品質の低下を意味するにもかかわらず、独占企業にとっての中古市場の是非には関係しない。

連続時間モデルの欠点としては、時間の記述を正確に行うことの犠牲として、消費者の選好のタイプを限定する必要がある点があげられる。連続時間モデルでは、異なるタイプの消費者はそれぞれ異なる行動をとる。すると、異なる耐久性を持つ財が中古市場で供給されることになる。異なる耐久性をもつ中古財はもはや同じ財ではなく、それぞれ異なる財であるからそれぞれの中古市場を分析しなければならなくなる。無数のタイプの消費者を仮定するならば、無数の中古市場の分析をしなければならない。この点では、離散時間モデルならば消費者の行動に制約を加えることが可能となり、財を新品と中古品の2財のみ、したがって市場も新品市場と中古市場の2つのみに限定できる。また、生産量の分析が直接可能であることも離散時間モデルの利点であろう。しかしこの点について言えば、ある期の生産量の分析をしているにすぎない。一方、連続時間モデルでは、財の生産間隔を自由に選択できる。この間隔が短くなれば実質的に企業はより多くの財を生産をしていることを意味する。この意味での生産量を離散時間モデルで十分に扱うのは難しい。

第3節の連続時間モデルの結論は、耐久性を選べる場合は余分な耐久性を削

除するので中古市場は形成されず，耐久性を企業が選べない場合にのみ中古市場が独占企業にとって望ましいケースが存在するというものであった．しかし，望ましくないケースが存在するかどうか，つまり  $k < d < 2k$  の場合にどちらなのかは明らかでない．今後の課題としたい．



## 【参考文献】

- Anderson, S. and V.A., Ginsburgh, (1994) “Price discrimination via second-hand markets,” *European Economic Review*, Vol.38, pp.23-44.
- Coase, R.H., (1972) “Durability and Monopoly,” *Journal of Law and Economics*, Vol.XV, pp.143-149.
- Hendel, I. and A., Lizzeri, (1999) “Interfering with secondary markets,” *Rand Journal of Economics*, Vol.30, pp.1-21.
- Fishman, A. and R., Rob, (2000) “Product innovation by a durable good monopoly,” *Rand Journal of Economics*, Vol.31, pp.7-252.
- Kobashi, A., (2001) “Quality Improvement and Durability,” *The Doshisha University Economic Review*, Vol.56, 384-393.
- Swan, P., (1970) “Durability and Consumption Goods,” *American Economic Review*, Vol.60, pp.884-894.
- Waldman, M., (1996) “Planned Obsolescence and the R&D decision,” *Rand Journal of Economics*, Vol.27, pp.583-595.
- 小橋晶, (2003) 「財の耐久性と中古市場」『経済学論叢』（同志社大学）, 54 卷第 3 号, pp.679-691.

## The Doshisha University Economic Review Vol.57 No.1

**Abstract**

Akira KOBASHI, *An analysis of used goods markets: a discrete time model and a continuous time model*

The purpose of this paper is to examine differences between a discrete time model and a continuous time model which are used to analyze secondary markets. Hendel and Lizzeri (1999), a major paper in which the discrete time model is used, argues that a monopolist benefits from the existence of secondary markets when the monopolist can freely choose the durability of goods. However, the consumers decision making on which their analysis is based is not correct. This paper corrects the way of the decision making of their model and obtains the same result as the continuous time model.