

非平衡ゆらぎが創り出す  
パターンダイナミクス：  
実空間モデルによる研究

同志社大学大学院 生命医科学研究科  
医工学・医情報学専攻 医情報学コース

2015年度 1004番 鷹取慧

2018年

# 目次

<b>第1章 緒論</b>	<b>1</b>
1.1 はじめに	1
文献	5
<b>第2章 振動が引き起こす多体系のパターンダイナミクス</b>	<b>6</b>
2.1 緒言	6
2.2 最小サイズの細胞による自己組織化	8
2.3 加振器を用いた様々な実験について	9
2.4 加振器による非平衡ゆらぎ	11
2.5 使用した実験機器	12
2.6 実験のセットアップ	14
2.7 非対称な粒子の運動現象について	15
2.8 多粒子による運動の伝播現象	18
2.9 加振前後での再帰と対称性の変化について	21
2.10 数理モデルによる検討	25
2.11 伝播現象について	29
2.12 結言	32
文献	34
<b>第3章 振動・回転の非線形カップリング（一体系）</b>	<b>38</b>
3.1 緒言	38
3.2 オイラーディスクの実験	40

3.3	オイラーディスクのシミュレーション . . . . .	47
3.4	結言 . . . . .	51
	文献 . . . . .	52
<b>第4章</b>	<b>混雑系：空間境界条件に注目して</b>	<b>53</b>
4.1	緒言 . . . . .	53
4.2	実験方法 . . . . .	55
4.2.1	生体環境の模擬について . . . . .	55
4.3	実験セットアップ . . . . .	56
4.3.1	実験手順 . . . . .	58
4.4	結果 . . . . .	59
4.4.1	状態の変化 . . . . .	61
4.5	考察 . . . . .	62
4.5.1	circle 数変化 . . . . .	62
4.5.2	曲率変化 . . . . .	62
4.5.3	初期条件依存性について . . . . .	62
4.5.4	ボールチェーンの特性 . . . . .	63
4.6	結言 . . . . .	65
	文献 . . . . .	66
<b>第5章</b>	<b>燃焼ダイナミクス</b>	<b>67</b>
5.1	緒言 . . . . .	67
5.2	実験器具 . . . . .	69
5.3	実験手順 . . . . .	70
5.4	研究の結果と考察 . . . . .	72
5.4.1	容器なしのとき . . . . .	72
5.4.2	小容器に入れたとき . . . . .	73

5.4.3	大容器に入れたとき . . . . .	75
5.4.4	ロウソクの振動分岐 . . . . .	76
5.4.5	シャドウグラフ撮影 . . . . .	77
5.5	結言 . . . . .	80
	文献 . . . . .	81
<b>第 6 章</b>	<b>一分子 DNA の蛍光顕微鏡像から求める DNA の物性評価</b>	<b>82</b>
6.1	緒言 . . . . .	82
6.2	手法 . . . . .	83
6.3	結言 . . . . .	85
	文献 . . . . .	86
<b>第 7 章</b>	<b>結論</b>	<b>87</b>
	謝辞	

# 第1章 緒論

## 1.1 はじめに

微生物から人類まで、地球上のすべての生命体は、非平衡開放条件下で生命活動を維持している。生物が織りなすさまざまな生命現象の基礎となり、生物を生物たらしめている本質的なものは、非平衡開放条件下での「自己組織化現象」や「時間発展的な自己秩序化現象」と言えるであろう [1]。

「自己組織化現象」では、細胞分裂、形態形成、自己修復等が挙げられる。いずれも生命体特有の現象であるといえる。「時間発展する自己秩序化現象」ではサーガディアンリズムや心筋拍動、呼吸、脳波、神経興奮、そして発生過程での細胞分裂等が挙げられ、生物が自ら作り出すリズム現象である。これらの現象を考える時に重要なことは、「時間の矢」の存在である。例えば、屋外にたくさんの砂を山の様に積み上げたとしても、雨や風により時間が経つと崩れていく。これは熱力学第二法則でいうところの「エントロピー増大の法則」に従う為だ。同様に生命活動を行わなくなった生物も時間の経過とともに体は崩れていく（無秩序化する）。一方で生きている生物は生命活動を続ける限りは、その体を維持し続ける。この様な“時間反転対称性が破れている”ような、非平衡開放条件の下で生命体は自己秩序形成を行っているわけではあるが、最新の研究でもって、生物で見られるような時空間の自己秩序形成のメカニズムの理解はまだ初歩的な段階であるといえる。生命現象に限らず、また我々が住むこの世界の自然現象の大部分は非平衡現象である。本論文は、生命体そのものではなく、その自己組織や自己秩序化についての実空間の簡単なモデル系を取り上げて、研究を行った結果

をまとめたものである。実空間のモデル系を用いることにより、複雑な現象の背景に横たわる本質を拾い出すことが、ひいては生命現象の本質に迫ることになると考え、研究を実施した [2]。

無生物の系での、実空間上の自己組織化現象は、これまでに数多くのものが知られてきている。一例として砂を大量に撒いた板をスピーカー等で振動させると、振動の周波数に応じて様々な模様を見せる。模様はクラドニ図形と呼ばれており、これは加振の周波数に対応して、板の振動パターンが変化し、振動の節の部分に砂が集まり、結果として特徴的な定在パターンが生じるためである。[3]

第2章では、最大7 mmの振幅を作り出す事の出来る加振装置（以降、加振機）の上に容器（以降、振動板）を取り付けて実験を行った結果を報告する。加振機によって作り出される振動エネルギーを用いることで、実験室内で容易に非平衡状態を作り出す事ができる。本章ではボルト状の非対称な粒子の単体運動が振動強度（最大加速度を重力加速で無次元化した値）に応じてどのような挙動を見せるのかについて述べる。また、振動板上を埋め尽くすように粒子を配置させると、振動強度に応じてどのような挙動を見せるのかを実験的に調べ、得られた結果を定量的に解析した。

第3章では第2章で使用した振動板の上に乗せた円盤の運動について報告する。本実験では、振動板上に置かれた円板に、振動板の振動エネルギーを、円板の持続的な回転運動に変換することを試みた。丸形水準器を乗せたまま振動板を動かしたとき、期せずして、水準器が自発的に回りだしたことに着眼して、オイラーディスクを用いて実験を行った。

第4章では第2章、第3章でも用いた加振器と振動板を用いて、生命の基本である生体高分子のDNAが細胞の中でどのような高次構造を持つのかを実空間モデルで検証した結果を報告する。近年、分子生物学の発展に伴い、細胞を構成している生体分子に関する知見は飛躍的に増大してきている。しかしながら、単に実細胞を観測するだけでは、細胞の構造と機能の全てを理解することは難しく、自

律的に組織化するシステムをもつ細胞の生命機能の本質に迫ることは困難である。特に、遺伝情報をもつ DNA は、水溶液中では糸状の解けた coil 状態にあるが、生体高分子が混雑に存在する環境下では、折り畳まれて粒状に凝縮した globule 状態となる。特に、プラスミド DNA は円環状の構造を形成する。しかしながら、現在の生体分子観察には、原子力顕微鏡や電子顕微鏡のような基板上に吸着した方法が用いられており、上述のような溶液中での熱ゆらぎのある環境での観察は困難である。本学位論文では、溶液中の DNA 構造を検証する方法として、従来の顕微鏡などを用いた静的な観察ではなく、振動板を用いた運動論的な動的観察法を創出し、実験を実施した。本研究で創出した手法は、加振機上に設置された容器に小球とボールチェーンを入れ、振動を加えるというものである。加振機によって、振動を加えられた小球は、ランダムな運動をする。これは、溶液中をブラウン運動する生体高分子の運動を模擬するものである。また、ボールチェーンは DNA と見なす。細胞内の分子のブラウン運動を模倣する粒子と高分子を模倣するボールチェーンの二つを直径 6 cm の容器の中に収めて実験を行った。ボールチェーンの初期条件は直線状に伸ばした状態と渦巻き状の状態のそれぞれで実験を行った。またその際に分子を模倣する粒子数（混雑度）を変化させることで、混雑度によって、DNA の高次構造が、どのように変化するか実験を行い、閉鎖空間での物質局在化についての考察をすすめた。

第 5 章では一本のろうソクの燃焼が一定の条件を満たしたときに、定常的な燃焼振動をする様子を観察し、そのメカニズムについて考察を行った。生命現象の特徴として呼吸や心拍などの自律的なリズムの生成が挙げられる。実験室環境下でそれらと似た振る舞いをするモデル実験系として、ペットボトル振動子やろうソク振動子が知られている。ペットボトル振動子とはペットボトルに水を入れペットボトルの口先に細いホースを取り付けることによって、ペットボトルの口先から水を一定リズムで射出できる装置である。ペットボトル振動子による振動は非線形振動のリミットサイクル振動として知られている。ペットボトル振動子のリ

ミットサイクル振動は、ランニング後の心臓の拍動と同様に一時的にリズムは乱れるがしばらくすると一定のリズムに戻る [4]。ろうソクの炎もまたリットサイクル振動の挙動を示すことが知られており、ろうソクを二本束ねた時に、ろうソクの火炎が強くなったり弱くなったりする。これはろうソク振動子という名前で知られている [5]。ろうソクが容器の底で燃えているとき、室内が乱れない安定した空気であっても、炎が乱れているときがある。本研究では、これに着想を得てろうソク一本でも定常的な振動が生じることを見出し、研究を進めた。その結果、定常燃焼⇒リットサイクル振動⇒カオス的燃焼へと分岐現象がみられることを明らかにした。容器に対するろうソク燃焼面の高さ及び、ろうソクの断面の直径と、コップの内面の直径の間のアスペクト比が分岐現象の制御パラメータとして働くことも解明した。

第6章ではDNAの物性を一分子観察から求める方法について述べる。近年、遺伝子やタンパク質の発現、核形成などへのDNAの高次構造の寄与が注目され始めている。本研究では、より生体内部に近い環境でのDNAの物性評価手法として、溶液中でブラウン運動するDNAの長軸長の時間ゆらぎを蛍光顕微鏡を用いて計測し、計測データを解析することで、ゲノムサイズDNAの基本物性としてのバネとダンパー成分を定量的に評価できることを創出した。このような評価手法は、今後、ゲノムDNAの研究の発展に貢献するものと期待される。

本学位論文は、熱力学的に非平衡な条件下において、ゆらぎの中で時間的空間的な秩序が自発的に生成するような現象を実際の実験系で構築することを目指して研究を進めた結果をまとめたものである。生命体の特質である、動的な自己組織化現象のメカニズムを今後明らかにするためにも、本研究でおこなった実空間のモデル系での研究の意義は大きいものと考えられる。



## 文献

- [1] 吉川研一, 非線形科学: 分子集合体のリズムとかたち, 学会出版センター, 1992.
- [2] 北原和夫, 吉川研一, 非平衡系の科学 反応・拡散・対流の現象論, 第1巻, 講談社, 1994.
- [3] M. J. Gander and F. Kwok, *SIAM Review* **54**, 573 (2012).
- [4] 小平 I. 將裕, 北畑裕之, 数理解析研究所講究, **166**, 2006.
- [5] H. Kitahata, J. Taguchi, M. Nagayama, T. Sakurai, Y. Ikura, A. Osa, Y. Sumino, M. Tanaka, E. Yokoyama, and H. Miike, *The Journal of Physical Chemistry A* **113**, 8164 (2009).

# 第2章 振動が引き起こす多体系の パターンダイナミクス

## 2.1 緒言

夏の夕暮れ時に空を見上げると、無数の鳥が飛び交っている光景を目にすることがある。中でもムクドリという鳥は、Figure2.1に示すような数千から数万という膨大な数で群れを作ることが知られている。空を覆いつくすほどの鳥によって作られた群れという塊は右へ左へと柔らかく形を変形させる。この変形のためにムクドリは高速で飛行や急な方向転換を行っている。我々人間からすると、この現象の不思議な点の一つに、リーダーとなり群れを先導する存在がないにも関わらず、個々の鳥が自ら動きを決定し、群れ全体として多様なパターンの動きを作り出すことが挙げられる [1]。このような個々の生物が集団として作り出す群れのパターンの様に、個体一つ一つは勝手に動いているように見えても、系全体としてみたときに秩序をもった動きがみられるような自己組織化という現象が身近には多数存在している。



Figure 2.1: Starling flock [2].

## 2.2 最小サイズの細胞による自己組織化

自己組織化の身近な例として生物を構成する細胞、またその細胞を構成する小器官などが挙げられる。例えば心臓細胞は、個々の細胞は固有の周波数を持っており、単体として存在するならば、それぞれが好きなタイミングで拍動する。一方、複数の心臓細胞が接触すると、細胞一つ一つが隣の細胞の拍動のタイミングを察知したかのように一つの心臓として、規則正しいリズムを刻む。また、一つの細胞に焦点を当てると、細胞内部では常にエネルギーの生産や消費が行われ、ブラウン運動などの平衡ゆらぎよりもはるかに大きい非平衡ゆらぎが自発的に作り出されており、細胞を構成する小器官は常にそのゆらぎを受けて存在することになる。そういった条件によって、各小器官は細胞質に張り付くのではなく細胞中の真ん中に位置しやすくなるといったある種の秩序もみられる [3, 4]。

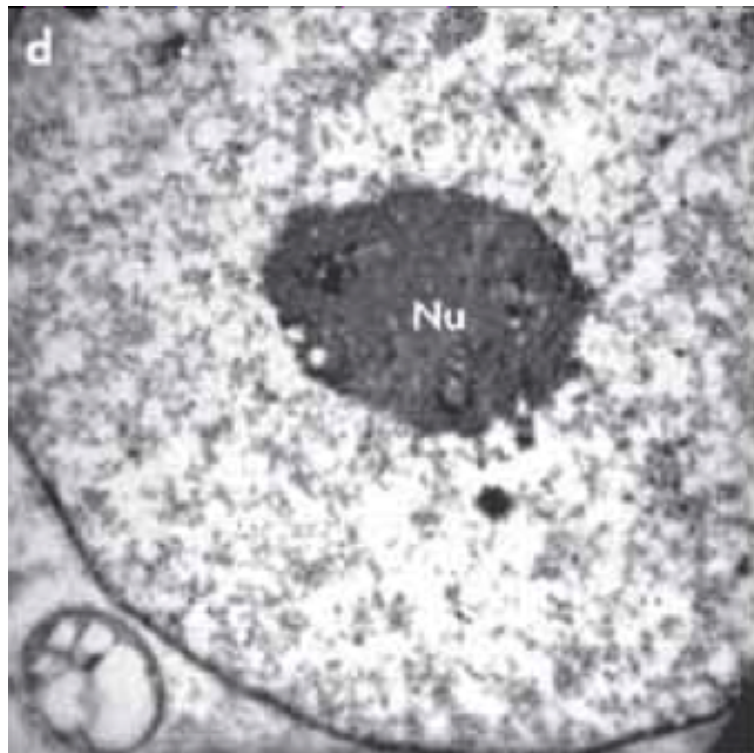


Figure 2.2: Characteristic image of a nucleus in a cell [3].

## 2.3 加振器を用いた様々な実験について

熱力学的に開放された条件で作り出す時空間パターンや自己組織化は、自然科学の幅広い分野で関心が高まっている。非平衡状態の時空間ダイナミクスに関する多くのモデル実験の中でも、加振器を用いた振動エネルギーによって物体が動かされ、攪拌されてできるパターンは、その単純さと制御パラメータの変更が容易なため、非常に興味の深い研究手法の一つである [5–12]。また、振動板を用いた実験としては、非対称な形状の単体粒子の運動に着目した実験も多く報告されている。Khan らは湿った容器の中で大球と小球をつなげた二量体の粒子を、重力方向に垂直に整列させた実験を行った。振動を加えると、粒子が容器を移動する現象を報告している [5]。Yamada らは2つのプレート間に閉じ込められた単体の非対称ボルト状の粒子が、垂直振動の強さおよび周期に応じてランダム運動または一方向運動を示し、この挙動は、粒子の詳細な形態には鈍感であることを報告した [6]。Dorbolo らは単体のダンベル状の粒子に鉛直方向の振動を加えると、一方の端が振動板上にとどまり、もう片方の端が跳ねあがりながら、水平方向にドリフトしながら運動する現象を観測した [7]。Kubo らはダンベル状の粒子に非対称性を導入し、ランダム変動、軌道運動および回転運動を含む非対称ダンベルの明確な運動について特徴的なモード分岐を見出した [8]。Wright らは1本のロッドが振動する挙動を調べ、振動の加速を増加させることにより、ロッドが周期運動から確率運動に移行することを見出した [13]。ロッドの特有の特性に関して、Trittel らは球状粒子と円筒の跳ねる統計量との著しい差を報告した [14]。単体の粒子を振動させる研究に加えて、それらが集団としてどのようなふるまいをするかといった実験や [13, 15–18]、Ebata らによる高密度の粉体による研究、また、複数の粒子による振動実験が行われている [19]。いくつかの研究では、物理学的に熱平衡条件下と似た特性に着目して、結晶化 [20–23]、ガラス転移 [24, 25]、および相共存による一次相転移での多数の粒子の動的挙動が報告されている [26]。いくつかの報告では平衡熱力学における特徴との顕著な相違が報告されている [27–29]。Muller

らは、振動板の上で湿ったロッド状の多粒子で作られる単層が、粒子のアスペクト比に依存して一軸性のネマチック相とテトラティック相を形成することを示した [30]。May らは、湿った球体の粒子が創り出すパターンについて報告している。2台の加振器を使用して、水平方向への振動を加えたとき、多粒子が平衡状態から溶融するとき、すなわち結晶状態から液体状態になるときに、アモルフォス状態を通過する必要があることを見出した [31]。また同様に湿った球体の粒子が、鉛直振動下で起こる運動について、Zippelius らは、半球のボール状の容器の中で振動を加えたとき、粒子が縁の周りを回る波のように振る舞うことを確認した。正面から見ると気相から液相への転移状態の様な現象が観測された [32]。容器の縁に沿って起こる波は、実際に伝播する波が、空気の流れを介して流動化した粒状ロッドの単層を用いることによっても同定された [33]。また、微小重力下での振動実験は粒状の棒や球に用いられる。細いロッドでは、それらの並進運動エネルギーと回転エネルギーは非ガウス分布であり、非平衡性を示している [14]。3D 冷却では、粒状ロッドの並進エネルギーと回転エネルギーとの間の等分配が破られた [34]。粒状球については、Sack らは、高振幅振動では粒状粒子と動かされる壁との間の同期運動を報告したが、低振幅振動では粒状粒子はガスの様な挙動を示した [35]。密度が高くなると、粒子が低密度の領域に囲まれた静止したクラスターが形成されることを、Falcon らは発見した [36]。Deseigne らは、極性非対称性を有する振動ディスクの単層を調べ、振動の振幅が大きくなるにつれて、非対称な極性粒子が配向状態から大きな揺らぎをもつ状態に変化することを発見した [9]。Oda らは、円筒形容器内に閉じ込められたより大きな粒子と混合された小さな球状顆粒の層の二次元構造を研究するために垂直振動を使用した [4]。彼らは、小さな球の群集の大きさが増加するに伴い、大きな粒子の取りたがる位置が空洞壁の近くの領域から空洞の内部に変化することを示した。さらに、波状伝播は、外部からの攪拌条件下で粒状粒子について生成されることが示されている [37, 38]。機械的振動によって駆動される粒子も、いわゆる活性粒子の代表的なモデルである [39]。

## 2.4 加振器による非平衡ゆらぎ

ある程度の反発係数を持つボールが、水平な床に向かって落ちた場合、ボールは床とぶつかった後ある高さまで上昇する。しかしながら、再びボールが床とぶつかった時には、一度目と同じ高さまでには上昇しない。そうして徐々に高さを下げていき、最終的には床に静止した状態となる。これはボールと床が接触した際にエネルギーが散逸しているからである。その結果、ボールはエネルギー的に安定した状態となる。本研究では、垂直振動する板の上に乗った非対称なプラスチックボルト状の粒子の集成的動的挙動を調査した。非対称な粒子は、ボルトの頭側を下にした時に静止し、横倒しになっている時は、一方向の運動やランダムな運動などの異なる状態を示す。本研究では、運動の状態の変化を観察した。複数の非対称な粒子は、垂直振動により、直立状態の粒子が転倒して、ほかの粒子へ衝突する。その結果として、粒子は立っている状態から倒れた状態になり、さらに振動を加えると再び立ち上がった状態へと変化をすることを発見した。興味深いことに、適切な振動強度の下で、この再帰性のある挙動、すなわち立ち上がった状態の粒子は、最密な充填パターンを形成する。また一定の割合で粒子のマイクロ相分離を引き起こすことがわかった。さらに、実験条件を変えた擬一次元の条件下で、立っている状態、倒れた状態、立っている状態の再帰性を伴った興奮性の波が観測された。

## 2.5 使用した実験機器

- 単体電力増幅器（アンプ）  
メーカー：エミック株式会社  
型番：371-A/Gz
- 加振器  
メーカー：エミック株式会社  
型番：512-A
- チャージアンプ（加速度計）  
メーカー：エミック株式会社  
型番：505-CBP
- 振動板 (振動板は以下の4つから構成されている。)
- 枠体（株式会社日本プレート精工製作）
- 壁付枠体（共栄化学工業株式会社製作）
- ガラス板（オーダーガラス板.COM 製作）
- 基台（株式会社日本プレート精工製作）
- スペーサー（株式会社日本プレート精工製作）
- ファンクションジェネレーター  
メーカー：株式会社 エヌエフ回路設計ブロック  
型番：EZ1960
- 高速度カメラ  
メーカー：CASIO  
型番：EX-FH25



- 自己推進粒子

メーカー：株式会社丸昌

型番：プラスチックリベット (Figure 2.4 (a))

## 2.6 実験のセットアップ

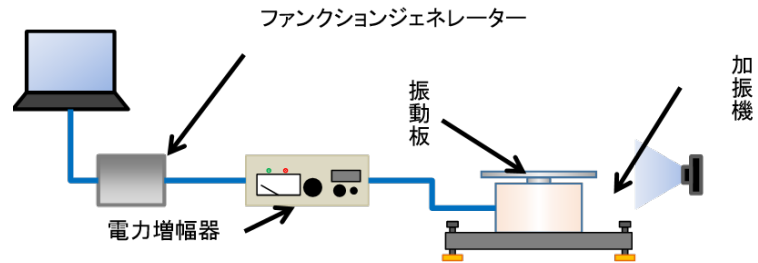


Figure 2.3: Vibrating plate experimental setup.

実験機器の操作について

機器の操作方法

1. ファンクションジェネレーターを用いて、加振機に入力する波形と周波数を決める。
2. 単体電力増幅機で実験を行う電流値を決める。  
※電流を変化させることで、加速度が変わる
3. 振動板の上に自己推進粒子を配置する。
4. 高速度カメラの録画を開始する。
5. 加振機を駆動させて振動板に振動を加える。十分な時間の中で物体の動きを観察する。

## 2.7 非対称な粒子の運動現象について

Figure 2.3 に実験システムの概略図を示す。また Figure 2.4(a) に本研究で使用した非対称な粒子の写真を示す。振動によるエネルギーの強さを表すために、本論文では、加振強度は  $\Gamma$  という無次元化した数値を使用する。なお、 $\Gamma$  は

$$\Gamma = \frac{A(2\pi f)^2}{g} \quad (2.1)$$

で求める。ここで、 $A$  は振動の振幅、 $f$  は周波数、 $g$  は重力加速度である。Figure 2.4(b) に  $\Gamma = 3.16$  ( $A = 0.078\text{mm}$ ,  $f = 100\text{ Hz}$ ) と、 $\Gamma = 3.57$  ( $A = 0.091\text{mm}$ ,  $f = 100\text{ Hz}$ ) の 2 つに異なる条件下で見られた、非対称な単体粒子の自発的運動モードを示す。

粒子は、Figure 2.4(a) に示す Side view の状態を初期状態として配置している。この状態のことを Horizontal state と定義した。これに対して、粒子が円盤を下にして静止している状態、すなわち Figure 2.4(a) に示す Bird's-eye view の様子を Standing state と定義した。粒子に振動を加えたとき、粒子が筒部分と床との接点は接地したまま円盤部分と床との接地部分のみを床から浮かし、円盤側を前として一方向にすすむ現象を確認した。ある程度  $\Gamma$  が大きくなると、筒側の接点も少し浮かしながら、円盤側を前として一方向に進んだ。このように、円盤側を前として一方向に進む運動を Vectorial motion と定義した。さらに  $\Gamma$  が大きくなると、振動によって筒側が浮き上がり、Horizontal state から Vectorial motion を通して Standing state へ移行し、その後静止して動かないという現象が確認された。これを Stationary motion と定義した。また、 $\Gamma$  が非常に大きくなると、粒子は大きく跳ね上がったたり一回転したりと運動が定まらなくなった。この運動を Tumbling motion と定義した。

Figure 2.4(c) に、周波数を 100 Hz に定め、振動の振幅を変えることで  $\Gamma$  を変化させたときの state と motion の移り変わりを示した。約 2 以下の  $\Gamma$  では、Horizontal state から Vectorial motion となり、運動する様子が確認できた。約 2 以上、約 3.7 以下の  $\Gamma$  では、粒子が Horizontal state から Vectorial motion を経て、最終的に Standing state となった。Standing state になった粒子はその状態で加振を加えられても安定

した状態となり、運動につながることはなかった。 $\Gamma$  がそれより大きい場合には、ランダムに粒子は動きまわり、加振中は安定した様子を見せない Tumbling motion となった。加振を急に止めると粒子は Horizontal state で落ち着くこと多くみられた。これらの結果から、粒子の state と motion が加振強度に依存して変化することが分かった。さらに、実験の範囲を広げて、周波数を 100 Hz 以外に設定した条件での実験も行った。実験は 10 Hz 刻みで、30 – 100 Hz まで行った。それらの周波数すべてで、運動モードの分岐が確認できた。条件の変化による結果を縦軸に加振強度、横軸に周波数で相図を作り、Figure 2.4(d) に示す。これらの結果に基づいて、周波数を 100 Hz として実験を行ったときに、多粒子の運動モードの分岐が明白になる。

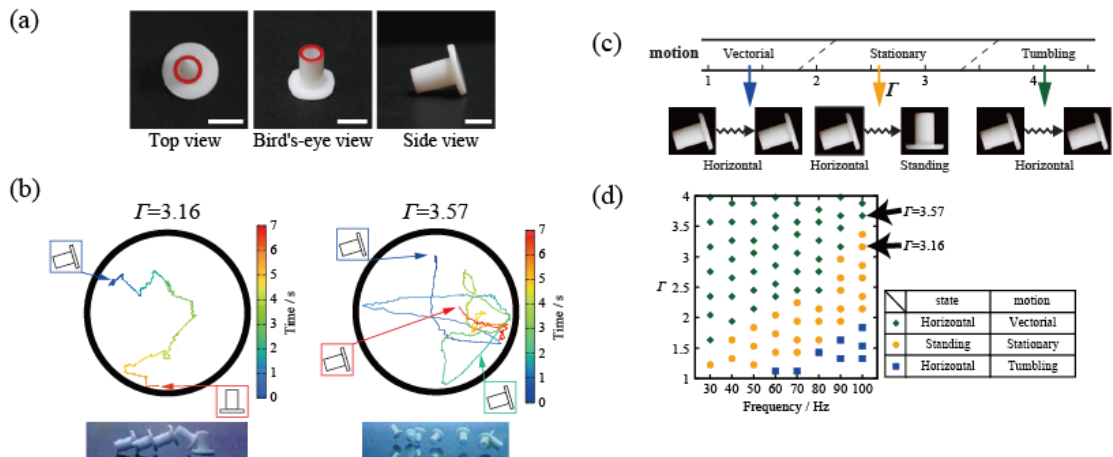


Figure 2.4: Behavior of a single bolt-like particle driven by vertical vibration. (a) Photos of the bolt-like particle used in the present study; bar is 5 mm. (b) Examples of characteristic time traces of a single bolt-like particle at different  $\Gamma$  values. The vibration frequency of the plate was fixed at 100 Hz. The horizontal particle stands up spontaneously during tumbling motion at  $\Gamma = 3.16$ , whereas at  $\Gamma = 3.57$  the horizontal state with tumbling motion continues during vertical agitation. It is noted that “Standing” and “Horizontal” correspond to the actual observation shown in the left and right of (b), respectively. The bottom picture are the overlaps of snapshots in the actual observations. (c) The state of the motion of a single bolt-like particle as a function of  $\Gamma$  at a fixed frequency,  $f=100$  Hz. (d) The Phase diagram with  $\Gamma$  vs. frequency for the state of motion of a single bolt-like particle.

## 2.8 多粒子による運動の伝播現象

多粒子系の実験で用いる容器は、円形の振動板と、粒子が飛び出さないように周囲を壁で囲った容器を用いた。Figure 2.5 に示すように振動する容器の中には 521 個の粒子を並べた。そのうち 520 個は円盤を下側にした状態 (Standing State) で配置し、中心の一つだけ (青色の部分) 粒子を横倒しにした状態 (Horizontal State) で設置した。振動を加えると、中心の横倒しにした粒子が動き始め、周りの直立している粒子を倒す。このように運動が伝播していく現象が確認できた。直立した状態の粒子が崩れていく様子は、中心から歪ながら、同心円状に広がっていく。この広がる速さは、 $\Gamma$  を変えることで変化させることができた。

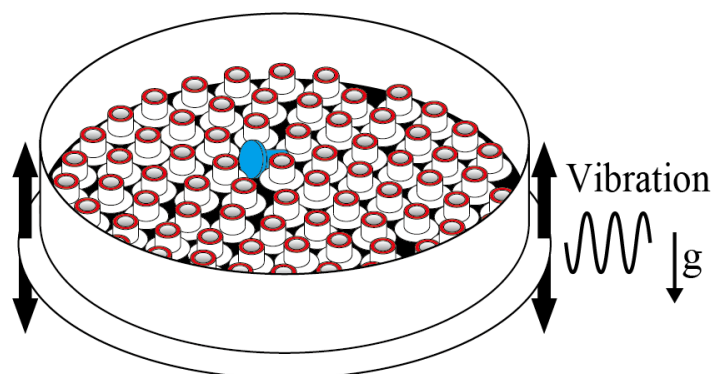


Figure 2.5: Schematic representation of the bolt-like particles ( $n = 521$ ) arranged in a circular vessel with a diameter of 197 mm, which is placed on an aluminum plate. Sinusoidal vibration was applied in the up-down direction.

多粒子が創り出す集団運動の様子を Figure 2.6 に示す。Figure 2.6(a) は加振強度、 $\Gamma = 3.16$ 、Figure 2.6(b) は  $\Gamma = 3.57$  の条件で行った実験である。

0 秒の時、Figure 2.6(a),(b) の両方が実験者の手によって、手作業で配置された状態である。この条件は振動板の壁の周囲から並べていき、同心円状に粒子が並ぶように配置を行った結果である。

$\Gamma = 3.16$  の時、30 秒と 60 秒では、粒子が Tumbling motion となり、ランダムに隣接する Standing state の粒子へ衝突しているのがよくわかる。この Tumbling motion になった粒子は徐々に時間とともに増えていく。120 秒後、中央の領域にいる粒子は再び立った状態となり、粒子としては安定した状態となっている。時間が 240 秒になると、いくつかの粒子が Tumbling motion を続けているが、大部分の粒子は Standing state になっている。最終的に 420 秒の時点で粒子は安定した状態となり Horizontal state の粒子と Standing state の粒子の二つとなり、すべての粒子が静止状態となる。加振強度がより高い  $\Gamma = 3.57$  では Figure 2.6(b) に示すように、同様の状況が起きているが、極端な速さで Standing state の粒子が Tumbling motion へと移行していく事がわかる。これは  $\Gamma$  の強さが状態の移行を加速させているためである。その為、30 秒では殆どの粒子が Tumbling motion になっている。大半の粒子は 30 秒~60 秒の間に Standing state へと変化していき、120 秒から 420 秒までに、ほぼ全ての粒子が安定した Standing state となり幾つかの粒子が Horizontal state で静止状態となる。

実験に用いた容器の直径は 197 mm である。直立させた粒子の直径は 8 mm である。本実験で用いた粒子 521 個が埋める面積は約 85.9% となり、最密充填構造で配置した場合は 90.7% が埋まることとなる。その為、本実験で完全に充填した場合の個数は  $521 \cdot (90.7/85.9) = 550$  と計算される。したがって 521 個の粒子を用いているが、実験装置の上では、29 個の粒子をさらに収容できるスペースが存在している。しかしながら、Figure 2.6(a),(b) の双方 420 秒の赤枠に注目してみると、Standing state の粒子が密にパッキングした六方最密充填構造を作り出していることがわかる。この六方最密充填構造のクラスターが形成されることにより、加振環境下でも安定した状態を作り出していることがわかる。

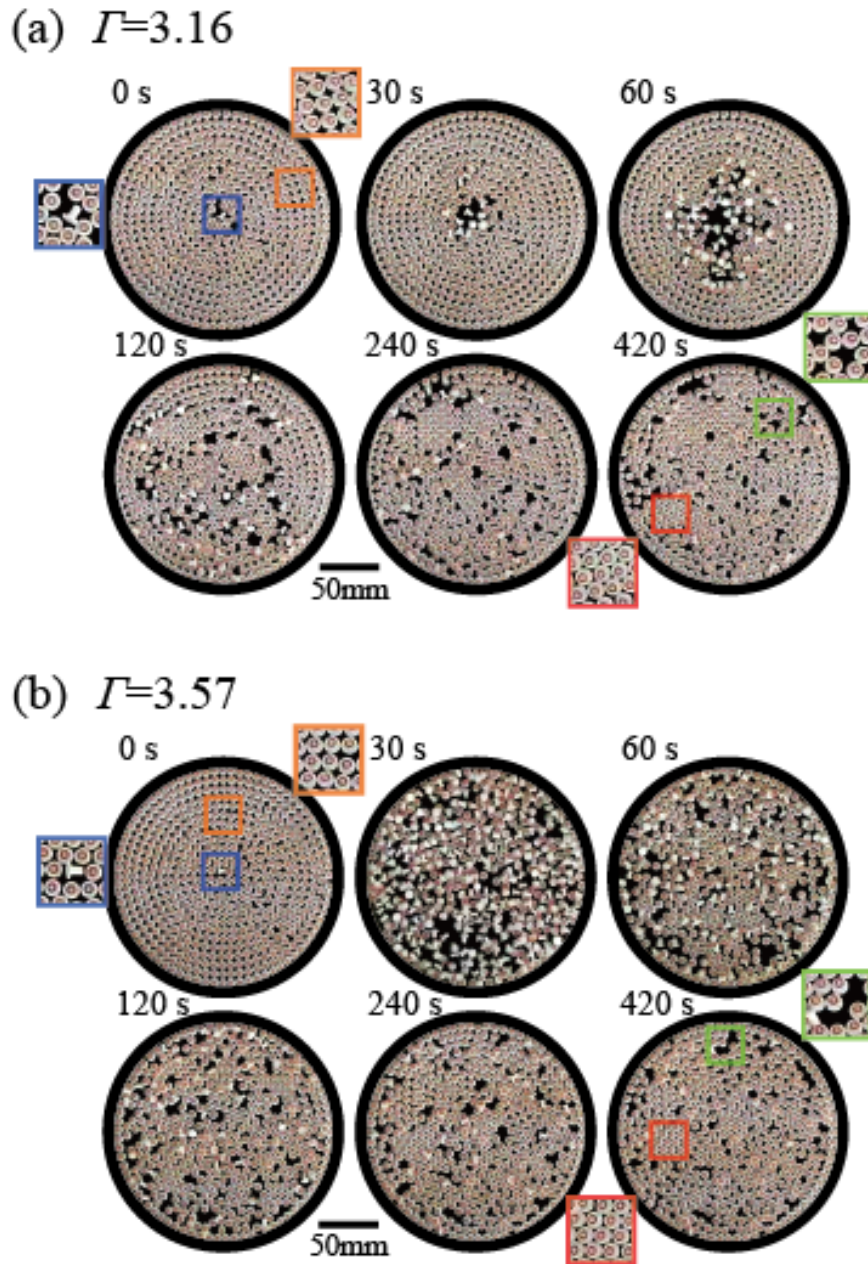


Figure 2.6: Time-successive snapshots of the behavior of 521 particles, indicating a reentrant transition. In the initial condition,  $t = 0$  秒, a single particle was placed horizontally. The frequency was fixed at 100Hz(a)  $\Gamma = 3.16$ (Amplitude, 0.078 mm), (b)  $\Gamma = 3.57$ (Amplitude, 0.091 mm). In both experiments, the particles initially tend to fall over into the horizontal state and undergo tumbling motion. Next, horizontal particles gradually change to the standing state through collisions with neighboring particles.



## 2.9 加振前後での再帰と対称性の変化について

加振前後での粒子の分布について考察する。Figure 2.6 で 0 秒と 420 秒の時を比べてみると、再帰することによる相転移現象が起きていることがわかる。このメカニズムを詳しく理解するために、初期状態である 0 秒の時と、420 秒の時における充填構造の違いを評価することにした。

6 個の最近接粒子の相関関係を以下の式を用いて評価した [40, 41]。

$$q_6^{(k)} = \frac{1}{6} \sum_{j \in N_6} (k) e^{i6\alpha_{kj}} \quad (2.2)$$

$$q_k = \left| q_6^{(k)} \right|^2 \in [0, 1] \quad (2.3)$$

式 2.3 での  $q_k$  とは粒子  $k$  による 6 回回転対称性による配向の秩序を反映するパラメータである。 $\alpha$  は基準となる粒子  $k$  に対して最近接の粒子二つで構成する内角を表す。便宜上、振動板の容器の壁に隣接する粒子を白い円で示す。これは、容器の壁によって、六回回転対称性が作られないためである。Figure 2.7(a) に示す、 $\Gamma = 3.16$  の弱い加振強度の時、0 秒での初期状態は、黄色と青で示されたランダムな様子が見て取れ、振動板上の弱い六方最密充填構造（緩いパッキング）を示す。また 420 秒では、接近した粒子のパッキングのパターンは、黄色と青色で囲まれてその内部は六方最密充填構造となり、赤と黄で示される「アイランド」として現れる。Figure 2.7(b) で示すようにより高い  $\Gamma=3.57$  の場合では、Figure 2.7(a) と比較して六方最密充填構造は小さい状態となっている。より高い  $\Gamma$  の場合、Standing state へ再帰するときには衝撃が大きくなる。その為六方最密充填構造が大きく成長するのを阻害することとなる。これは、六方稠性充填の大きな領域の形成を妨害し得る。Figure 2.7 では、対称性パラメータ  $q_k$  の測定値も  $t = 0$  秒と 420 秒で与えられ、最終的な定常状態が一次相転移で生成された相分離と類似の特性を示すことを示唆している。

Figure 2.8(a) および Figure 2.8(b) は、ランダムに運動している粒子数と Standing state の粒子数の経時変化を示す。再帰相転移の後に、より高い対称性または最密充填構造を作る粒子の数が増加する。小さい  $\Gamma$  の下でより多くの粒子が真の六方最密充填構造を形成することは明らかである。  $\Gamma = 3.16$  の場合、Figure 2.7(a) のヒストグラムのように、6 回回転対称性 ( $q_k$ ) の分布は、0 秒でのピークは一山しか存在しないが、420 秒ではピークが二つの山へ転移していることを示す。Figure 2.7(b)、  $\Gamma = 3.57$  でも若干不明瞭ではあるが、  $\Gamma = 3.16$  のヒストグラムで類似している傾向が見られる。

Figure 2.8(a) および Figure 2.8(b) は、それぞれ  $\Gamma = 3.16$  および 3.57 における粒子の Tumbling motion になっている数の時間変化を実線で示す。それぞれの  $\Gamma$  の値で実験結果から、400 秒前後の時間で、振動板上の粒子の状態が静止した相（静止相）に達することがわかる。目安として、より低い ( $q_k < 0.6$ ) およびより高い対称性 ( $q_k > 0.6$ ) を有する Standing state の粒子の時間経過を破線で示す。Figure 2.8(a),(b) の両方は、Horizontal state の粒子、または Tumbling motion の粒子が少量の変動はあるものの、一山のピークを過ぎに徐々に減衰する様子を示す。Figure 2.8(a) では、弱いがわずかに広いピークを示している。約 70 秒で最大値をとる。これは Tumbling motion の粒子が全体の粒子に対して約 15 % に相当である。これに対し、Figure 2.8 (b) では、約 20 秒付近で、急峻なピークを示している。これは全体の粒子の 80 % 近くが Tumbling motion であり、振動板全体にわたって均一に変動する。少数の Tumbling motion の粒子は、  $t = 300$  秒前後でかなり減衰し続け、  $t = 420$  秒前には、振動板の上にはわずかな Tumbling motion の粒子しか存在しなくなる。3.57 より大きな  $\Gamma$  では粒子がランダム運動をする粒子が増加する。つまり Tumbling motion がより強く動き、多くの粒子が初期段階で Tumbling motion に変化することを示す。Figure 2.8(a),(b) のそれぞれ、Standing state の粒子の変化の特徴を示す。振動が加えられ時間が経つと、Standing state の数は最初に減少していく様子を示す。次に Tumbling motion のピークを通過した後に再び増加する。

Tumbling motion によって衝撃を受ける粒子の数が減少すると、安定した静止相が確立される。高い  $\Gamma$  と比べて低い  $\Gamma$  つまり弱い加振強度では、より多くの時間が必要である。Standing state の数を減らすよりも先に Tumbling motion の粒子が先に Standing state へと変化する。

最後に、最密充填構造によって Standing state へ粒子が変化し、静止相を安定化させる理由について考察する。再帰転移は非ブシネスク対流 [42] や BZ 反応等でもよく知られている、化学的振動反応 [43] など、他の多くのシステムに見られる。非ブシネスク対流の場合、温度勾配は、対流の開始時の流体の不安定性のために六角形の形成を誘発する。システムが臨界点に近づくにつれて、六角形は狭い範囲内にしか現れなくなる [42]。本実験システムでは、再帰転移は約 3.2 から 3.6 の  $\Gamma$  の範囲で発生し、初期状態は振動に対して不安定であるが、 $\Gamma=3.16$  では粒子が緩やかにパッキングした安定状態に変化するが、 $\Gamma=3.57$  では粒子のすべてがランダムに運動する状態となる。興味深いことに、本実験では、ゆらぎが規則的な六方最密充填構造を誘導することによって再帰転移を引き起こすことを明らかにした。

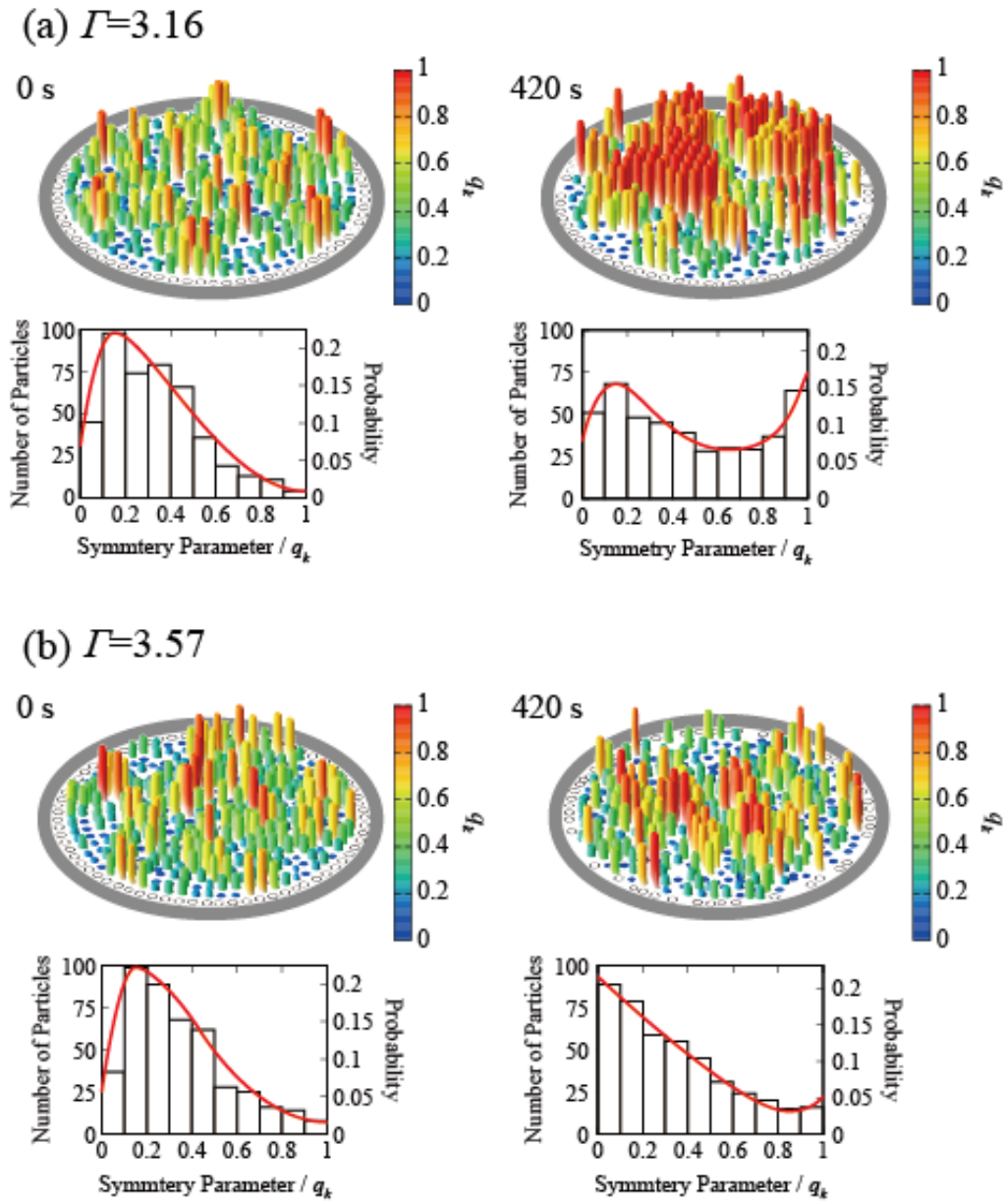


Figure 2.7: Change in the symmetry parameter before and after the reentrant transition.

(a) Spatial distribution of the symmetry parameter  $q_k$  for standing particles in the initial state

## 2.10 数理モデルによる検討

多粒子での実験観察を理解するために、3つの状態からなる単純な動力学モデルを確立した。

1.  $x$  : 二次元六方最密充填を伴わない分散状態 (Standing state)。
2.  $y$  : 水平状態 (Horizontal state)。
3.  $z$  : 二次元六方最密充填により安定した状態 (Standing state)。

再帰転移による多粒子状態の時間的変化を、以下の単純な運動モデルを元に考察する。

$$\frac{dx}{dt} = -k_1xy + k_3yz \quad (2.4)$$

$$\frac{dy}{dt} = k_1xy + k_2yz \quad (2.5)$$

$$\frac{dz}{dt} = k_2yz - k_3yz \quad (2.6)$$

ここで、 $k_1$ 、 $k_2$  および  $k_3$  は、3つの状態の分数を経時的に調節する3つの異なる運動経路の速度定数である。単純化のために、すべての運動過程が衝突の結果であると近似して考える。すなわち、 $x + y + z = 1$  という条件の下で、状態の転移は変数  $x$ 、 $y$ 、 $z$  の積として与えられる。状態  $x$  の粒子は、Horizontal state (状態  $y$ ) の粒子に衝突されることによって状態  $y$  の粒子へと変化し減少するが、状態  $y$  の粒子が状態  $z$  の中でも比較的緩やかにパッキングした粒子を再びはじきとばすことで状態  $z$  から  $x$  の粒子に変化し状態  $x$  が増加する。また、Standing state の  $x$  状態から  $y$  への転移は、 $k_1xy$  で表され、ランダムに転倒する Horizontal state の粒子 (状態  $y$ ) との衝突によって引き起こされる。衝突エネルギーが十分に高いと、立っている粒子が Horizontal state 状態  $y$  になる。Horizontal state の粒子  $y$  は、六方最密充填状態で立っている  $z$  ( $k_2yz$ ) の粒子のクラスターと衝突することによっ

て、立った状態に転移すると仮定できる。また、Horizontal state 状態  $y$  の粒子と Standing state 状態  $z$  の粒子との衝突による緩やかにパッキングした立位状態を作り出す衝突を、Horizontal state の粒子が定常粒子  $z$  に変化する  $k_3yz$  のように考える。ここで、立っている粒子が衝突そのものにより完全な最密状態に移行することなく、最密状態よりはほんの少し分散した状態になる。言い換えれば、実験を注意深く観察することによって、Horizontal state である  $y$  と六方最密充填である立位粒子  $z$  のクラスターとの間の衝突は、2つの異なるプロセスを引き起こすことに留意した。i)  $y$  が高密度パッキングの集合体に結合することにより Horizontal state の粒子  $y$  が立った状態に変化する。及び ii) 高密度パッキングのクラスターに属する立方体粒子  $z$  は、比較的緩やかなパッキング状態で除去され、立った状態に転移する。前者および後者のプロセスはそれぞれ  $k_2yz$  および  $k_3yz$  に対応する。ここで、本研究の実験条件下では、上記の3つのメカニズムよりも重要ではない粒子と閉じ込め壁との間の衝突など、他の影響は無視されることに留意する。また、2つ以上の物体の衝突を伴わないという仮定を採用する。最小変数を持つこの単純モデルでは、3つの異なる状態の確率の時間依存変化を計算する。Figure 2.7 では、壁に隣接する粒子を除去して対称性パラメータ  $q_k$  を算出した。したがって、Figure 2.8(a),(b) の異なる状態の確率は、466個の粒子について計算された。本研究は、 $x$  および  $z$  の確率に対応して、より低い ( $q_k < 0.6$ ) およびより高い対称性 ( $q_k > 0.6$ ) を有する定常粒子を暫定的に分類した。したがって、数値シミュレーションの初期条件として、 $x(t=0) = 0.9$ 、 $y(t=0) = 0.01$ 、 $z = 0$  とした。Figure 2.8(c) では、 $\Gamma = 3.16$ 、 $k_1 = 7$ 、 $k_2 = 29$ 、 $k_3 = 20$  の実験に対応する数値結果を示している。(d) は時間発展は  $\Gamma = 3.57$  の実験に対応しており、 $k_1 = 50$ 、 $k_2 = 150$ 、 $k_3 = 148$  である。適合パラメータを見つけるために、最初に初期段階から定常段階に近づく適切なパラメータ  $k_1$ 、 $k_3$  を探索した。次に、パラメータ  $k_2$  を変更することにより、実験の傾向を再現するために最良のパラメータを見つけようとした。Figure 2.8 は、 $\Gamma = 3.16$  (Figure 2.8(a)) および  $3.57$  (Figure 2.8(b)) に対する時間の関数

としての  $x$ 、 $y$  および  $z$  の確率を示す。Figure 2.8(c),(d) の計算は、モデルが Figure 2.8(a),(b) に示すように実験と質的に一致することを示している。 $\Gamma$  がより大きい場合、 $y$  のピークに達するまでにはより短い時間で十分であり、さらに、ピーク自体がより大きくなる。Horizontal state の粒子がより迅速に出現することを示す。モデルではさらに  $x$  と  $y$  がどのように時間変化するかを予測する。 $\Gamma$  の増加に伴い、システムはより迅速に定常状態に到達し、密にパッキングした Standing state の粒子と接触する Standing state の数が増加する。本研究で提案する数理モデルを用いた考察から、速度定数  $k_2$  は、安定した定常位相への再帰転移の速度を決定するために重要であることがわかる。さらに、 $k_2$  は定常状態に直接的な影響を与える。 $k_2$  がより小さいときは  $\Gamma$  がより小さいときに対応し、振動によって与えられるエネルギーが小さくなるために、衝突によるエネルギーも小さくなり、システム全体として変動が少なくなる。その結果、よりゆるく充填された定在粒子がシステム内に残っており、より頻繁な変換と、より多くの数の共存する定在粒子および Horizontal state の粒子との関連がある。対して、 $k_2$  がより大きいときは  $\Gamma$  がより大きいときに対応し、振動板全体にわたるより大きな程度の変動が起こることに関連する。これによって、再帰転移後に、立っている粒子の中で間に緊密に詰め込まれた六角形配列の粒子の割合がより小さくなる。

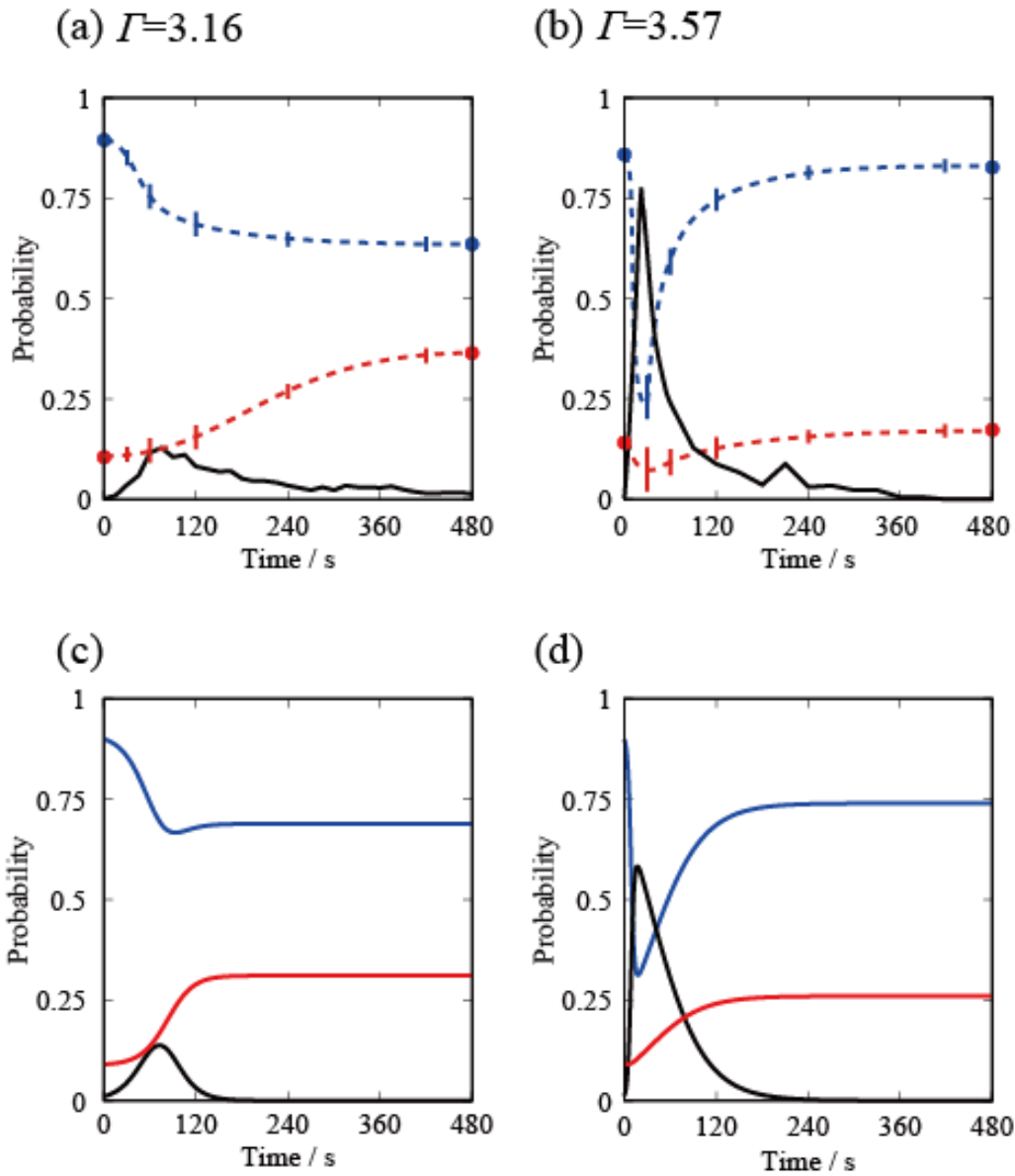


Figure 2.8: Experiments (a, b) and numerical simulations (c, d) on the time-development of the states of the particles. (a, b) The solid line represents the probability of tumbling particles. The broken blue and red lines are guides for the eye to show the changes in the number of standing particles below and above a value of 0.6 for the symmetry parameter  $qk$ , which correspond to disordered and ordered states, respectively. (c, d) Numerical results for the time evolution of the three different states: standing with low symmetry, horizontal with tumbling motion, and standing stationary with six-fold rotational symmetry.



## 2.11 伝播現象について

本研究の実験結果から、振動を加えられた非対称な粒子は運動状態が伝播していくことを明らかにした。これらのシステムは二次元の実験系であった。本節では、非対称な粒子の1次元の運動について検証した。擬一次元化システムにおける進行波、Standing state – Horizontal state – Standing state へと変化する粒子の動きは、神経パルスの信号励起のものと幾分類似した特性を示す。そこで、次の目的として、神経細胞の軸索を模した容器と粒子の運動が興奮波の伝播になるように考え、Figure 2.9 のような擬一次元システムを構築、実験を行い、興奮性の波や進行波の発生を調べた。本実験は加振強度を  $\Gamma = 2.75$  ( $A = 0.078$  mm,  $f = 100$  Hz) を設定して実験を行った。Figure 2.9 の左上の画像のように、複数の粒子をこれまで同様に Standing state で配置、単体の粒子を Horizontal state として置くことによって初期上状態とした。振動実験を開始すると、10~30 秒の間に Tumbling motion の粒子の伝播が観察される。Standing state から Tumbling motion への移行後、再び立ち上がる様子は顕著にみられた訳ではないが、一か所を抜き出してみると、再帰性のある伝播も見られた。最終的に、250 秒後に、Standing state の粒子によって規則的なパターンが生成され、定常的に続く。本実験は予備実験として、擬一次元システムの進行波の生成を観測した。進行波は、一般に、局所的な要素が興奮性を示す空間的に分散したシステムのために誘導される。前のセクションで説明したように、適切な条件下で、非対称な粒子は、Standing state - Tumbling motion - Standing state へと変化する。最終的な Standing state は、高い空間的対称性を持った最密充填構造を作る。なお初期状態は空間的対称性がより少ない。したがって、本研究は興奮性のシステムと同じと考えられる。励起の本質的な特徴は、自由エネルギープロファイルにおいて二峰性または二重最小を有する動的系として記述することができる。興奮性を記述するために、次の非線形運動方程式 [44] を採用

することができる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\delta F}{\delta u} \sim \sigma u(u-a)(u-1) \quad (2.7)$$

$1/2 < a < 1$  である。励起下での時間発展を  $u=0$  から  $u=1$  まで考えることができる。1次元伝播のために、 $u$  の空間微分で自由エネルギー関数を考慮することによって、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \sigma u(u-a)(u-1) \quad (2.8)$$

このようにして、一定速度の進行波の解を得ることができる [44]。レート決定速度定数  $k_0$  を導入することにより、式 2.8 を大まかに書き換えることができる [45]。

$$c \sim \sqrt{k_0 D} \quad (2.9)$$

Tumbling motion の粒子に隣接する粒子が Standing state の場合、 $k_0$  が  $0.1 \text{ s}^{-1}$  のオーダーである。Tumbling motion の拡散速度から、拡散定数  $D$  が  $1 \text{ cm}^2/\text{s}$  のオーダーであると仮定してもよい。したがって、式 (9) から、速度  $c$  は数十  $\text{cm/s}$  のオーダーでなければならない。時空間プロットは、 $c \approx 0.5 \text{ cm/s}$  であることを示し、これは上記の予想と一致する。ドミノの転倒による実験では、固体粒子の定速進行波の生成が観測されている [46, 47]。しかし、私が知っている限り、固形物体による再帰性を伴う進行波の発生については報告されていない。興奮性の進行波の観測はまだ早い段階であるが、より洗練された実験システムで興奮性の進行波を構築するための将来の研究を促すことが期待される。この興奮性の波はまた、ノイマン型で非チューリング型の新しいタイプとして、興奮性媒体を用いた情報操作に関する研究の発展にも貢献する可能性がある [48, 49]。

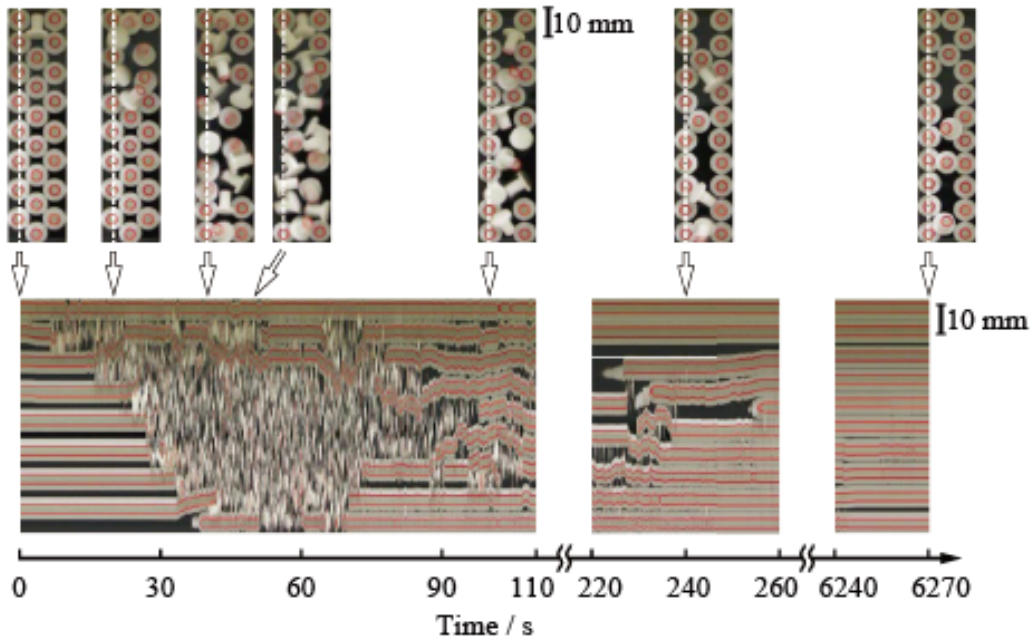


Figure 2.9: Appearance of a traveling wave in a quasi-one-dimensional system. The upper pictures are the actual arrangements of the particles that change with time under external vibration, and the bottom picture is a spatiotemporal diagram. The vibration frequency is 100Hz and  $\Gamma = 2.75$ .

## 2.12 結言

本研究では、水平な板上に2つの異なる状態 (Standing state と Horizontal state) の多くの非対称な粒子に垂直の振動を加えた。初期状態では、振動板の中央付近の1つの粒子が Horizontal state で置かれ、他の粒子は Standing state で、緩い充填構造であった。垂直に振動すると、これらのゆるく充填された Standing state の粒子は Tumbling motion の粒子の衝突もあり、不安定になる。本実験およびモデルの研究に基づいて、Tumbling motion の強さが、システムが安定した静止相に再び変化 (再帰転移) する時間を決定することが明らかになった。再帰転移による静止相は、結晶化がかなり強い条件下でも安定になるために Standing state の粒子を助け、エネルギー散逸経路をとして結晶ドメインとして、最密充填構造の形成によって安定化がなされる。従って、観察された結晶ドメインの形成は、ミニ結晶を取り囲む分散領域の生成を伴う一次相転移によるスピノーダル分解に類似している。さらに実験では、Figure 2.9 に示すように擬一次元システムにおける固体粒子の配置における励起進行波の生成を観察した。最近の研究とは対照的に、1次元および2次元振動実験における球状粒状粒子が作る単層の相転移については、2つの相間の明確な界面 [50, 51] を有しており、本研究における再入射転移は分岐過程に関連している。強い加振強度  $\Gamma$  では、非対称な粒子は、共存する固体および液体相の形成がない場合、液体のように一定の転倒状態にある。狭い範囲の  $\Gamma$  では、これらの粒子は、ほぼ全ての粒子が立った状態で固相に入る。マイクロ相分離は、固相中に密集した緩やかにパッキングした領域を伴って形成されるが、明確な境界面は見られない。本研究のシステムのソリッドステートは、準安定状態、または遠くから平衡状態の下で生成される一種の散逸構造であると主張することができ、オリエンテーションの順序付けと関連して独自の (エネルギー散逸) 経路が必要である。振動板を用いた実験は、非平衡プロセス中にシステムが不安定状態から定常状態にどのように転移を起こすのか理解するために用いることが出来ると考えている。将来的には、粒子の円盤の直径を変更したときに起きる、分岐の再帰

転移の変化、動的システムなど、粒子の数密度による構造の影響を調べる必要があると考えている。

## 文献

- [1] ミラーピーター, 群れのルール: 群衆の叡智を賢く活用する方法, 東洋経済新報社, 2010.
- [2] W. J. STAFF, 新しい自然—みずみずしく美しい科学へ, WIRED, 2016, <https://wired.jp/2016/09/02/wired-meets-hermes/>.
- [3] F.-M. Boisvert, S. van Koningsbruggen, J. Navascués, and A. I. Lamond, *Nature reviews Molecular cell biology* **8**, 574 (2007).
- [4] S. Oda, Y. Kubo, C. Y. Shew, and K. Yoshikawa, *Physica D* **336**, 39 (2016).
- [5] Z. S. Khan, A. Steinberger, R. Seemann, and S. Herminghaus, *New Journal of Physics* **13**, 053041 (2011).
- [6] D. Yamada, T. Hondou, and M. Sano, *Physical Review E* **67**, 040301 (2003).
- [7] S. Dorbolo, D. Volfson, L. Tsimring, and A. Kudrolli, *Physical Review Letters* **95**, 044101 (2005).
- [8] Y. Kubo, S. Inagaki, M. Ichikawa, and K. Yoshikawa, *Physical Review E* **91**, 052905 (2015).
- [9] J. Deseigne, O. Dauchot, and H. Chaté, *Physical Review Letters* **105**, 098001 (2010).
- [10] C. Scholz, S. D' silva, and T. P. A. Schel, *New Journal of Physics* **18**, 123001 (2016).
- [11] Y. C. Sun, H. T. Fei, P. C. Huang, W. T. Juan, J. R. Huang, and J. C. Tsai, *Physical Review E* **93**, 032902 (2016).
- [12] C. Scholz and T. Pöschel, *Physical Review Letters* **118**, 198003 (2017).

- [13] H. S. Wright, M. R. Swift, and P. J. King, *Physical Review E* **74**, 061309 (2006).
- [14] K. Harth, U. Kornek, T. Trittel, U. Strachauer, S. Höme, K. Will, and R. Stannarius, *Physical Review Letters* **110**, 144102 (2013).
- [15] I. S. Aranson and L. S. Tsimring, *Reviews of Modern Physics* **78**, 641 (2006).
- [16] H. Chaté, F. Ginelli, and R. Montagne, *Physical Review Letters* **96**, 180602 (2006).
- [17] V. Narayan, S. Ramaswamy, and N. Menon, *Science* **317**, 105 (2007).
- [18] A. Kudrolli, G. Lumay, D. Volfson, and L. S. Tsimring, *Physical Review Letters* **100**, 058001 (2008).
- [19] H. Ebata and M. Sano, *Physical Review E* **92**, 053016 (2015).
- [20] J. S. Olafsen and J. S. Urbach, *Physical Review Letters* **95**, 098002 (2005).
- [21] P. M. Reis, R. A. Ingale, and M. D. Shattuck, *Physical Review Letters* **96**, 258001 (2006).
- [22] G. Briand and O. Dauchot, *Physical Review Letters* **117**, 098004 (2016).
- [23] M. A. Porter, P. G. Kevrekidis, and C. Daraio, *Physics Today* **68**, 44 (2015).
- [24] A. R. Abate and D. J. Durian, *Physical Review Letters* **101**, 245701 (2008).
- [25] R. Candelier, A. Widmer-Cooper, J. K. Kummerfeld, O. Dauchot, G. Biroli, P. Harrowell, and D. R. Reichman, *Physical Review Letters* **105**, 135702 (2010).
- [26] Y. Komatsu and H. Tanaka, *Physical Review X* **5** (2015).
- [27] Y. Fily, S. Henkes, and M. C. Marchetti, *Soft Matter* **10**, 2132 (2014).
- [28] R. Ni, M. A. C. Stuart, and M. Dijkstra, *Nature Communications* **4** (2013).

- [29] L. Berthier and J. Kurchan, *Nature Physics* **9**, 310 (2013).
- [30] T. Müller, D. De Las Heras, I. Rehberg, and K. Huang, *Physical Review E* **91**, 062207 (2015).
- [31] C. May, M. Wild, I. Rehberg, and K. Huang, *Physical Review E* **88**, 062201 (2013).
- [32] A. Zippelius and K. Huang, *Scientific Reports* **7**, 3613 (2017).
- [33] L. J. Daniels and D. J. Durian, *Physical Review E* **83**, 061304 (2011).
- [34] K. Harth, F. Radjai, T. Trittel, S. Wegner, R. Stannarius, S. Nezamabadi, S. Luding, and J. Y. Delenne, *EPJ Web of Conferences* **140** (2017).
- [35] A. Sack, M. Heckel, J. E. Kollmer, F. Zimmer, and T. Pöschel, *Physical Review Letters* **111**, 018001 (2013).
- [36] E. Falcon, R. Wunenburger, P. Évesque, S. Fauve, C. Chabot, Y. Garrabos, and D. Beysens, *Physical Review Letters* **83**, 440 (1999).
- [37] S. Inagaki and K. Yoshikawa, *Physical Review Letters* **105**, 118001 (2010).
- [38] A. Leonard and C. Daraio, *Physical Review Letters* **108**, 214301 (2012).
- [39] C. Bechinger, R. Di Leonardo, H. Löwen, C. Reichhardt, G. Volpe, and G. Volpe, *Reviews of Modern Physics* **88**, 045006 (2016).
- [40] P. J. Steinhardt, D. R. Nelson, and M. Ronchetti, *Physical Review B* **28**, 784 (1983).
- [41] A. Zöttl and H. Stark, *Physical Review Letters* **112**, 118101 (2014).
- [42] A. Roy and V. Steinberg, *Physical Review Letters* **88**, 244503 (2002).
- [43] A. S. Mikhailov and K. Showalter, *Physics Reports* **425**, 79 (2006).



- [44] J. J. Tyson and J. P. Keener, *Physica D* **32**, 327 (1988).
- [45] K. Yoshikawa, Kinetics of collapse and decollapse of a single double-stranded dna chain, in *Macromolecular Symposia*, volume 106, page 367, Wiley Online Library.
- [46] C. J. Efthimiou and M. D. Johnson, *SIAM Review* **49**, 111 (2007).
- [47] D. E. Shaw, *American Journal of Physics* **46**, 640 (1978).
- [48] J. Gorecki, J. N. Gorecka, and Y. Igarashi, *Natural Computing* **8**, 473 (2009).
- [49] A. Adamatzky, *PLoS One* **11**, e0168267 (2016).
- [50] M. G. Clerc, P. Cordero, J. Dunstan, K. Huff, N. Mujica, D. Risso, and G. Varas, *Nature Physics* **4**, 249 (2008).
- [51] P. Melby, F. V. Reyes, A. Prevost, R. Robertson, P. Kumar, D. A. Egolf, and J. S. Urbach, *Journal of Physics: Condensed Matter* **17**, S2689 (2005).

# 第3章 振動・回転の非線形カップリング（一体系）

## 3.1 緒言

自然科学における熱力学的に開放された条件下での時空間自己組織化への関心が高まっている。平衡状態から離れた時空間ダイナミクスに関する多くの実験システムの中で、機械的振動によって生成される振動板上の物体の挙動は、制御パラメータを変更することで簡単に運動の挙動を変更出来るために大きな関心を集めている [1–4]。高調波振動の状況下では、非対称粒子、極性円板、ダンベル状、非対称性をもったダンベルのような物体は不思議な運動現象を示す [5–8]。他方、粗い表面上で回転する円形ディスクは、通常、自然界で観察される。たとえば、「オイラーディスク」は優れた科学のおもちゃである。Moffatt の記事では、オイラーの円板が定常的な回転運動の途中で突然停止することが、回転円板の有限時間特異点の特性と関連しているとして、数理物理的な熱い議論の対象となっていることが紹介されている [9–12]。次に、ディスクが振動板上に置かれると、ディスクは振動板からエネルギーを得て回転を続けることが予想される。本章では、振動板上のディスクの連続回転の運動に関して実験を進めると共に、得られた結果を理論的にシミュレーションすることを試みた。この動作を連続回転モード（以降 CR モード）と呼称する。Figure 3.1 は、振動したプレート上を回転する円柱状のディスクの写真とスケッチを示している。

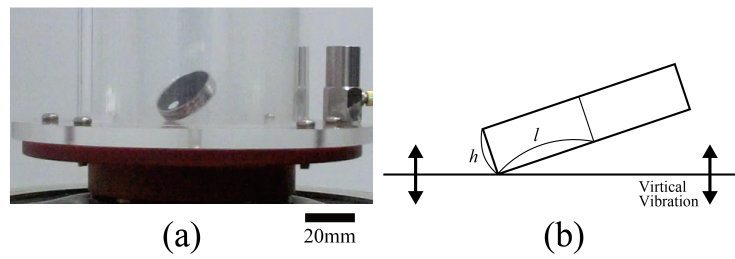


Figure 3.1: Behavior of a stainless disk rotated by the vertical vibration. (a)Photo of the experimental setup in side view. (b)Schematic representation of the stainless disk and vibrating plate where  $l$  is radius and  $h$  is height.

## 3.2 オイラーディスクの実験

本実験では、直径 25 mm、高さ 4.95 mm のステンレスディスクを用いて行った。ディスクは、加振器および正弦波形発生器を用いて、振動するアクリル板上に置いた。

独立したパラメータとして、発振周波数  $f_r$  とプレート振動  $A$  の振幅を採用した。プレートが振動していないとき、回転したディスクは 10 秒以内に停止している。一方、周波数と振幅が適切な値をとると、1 分以上の連続的な回転が観察される。Figure 3.2 は、時間間隔が 1/240 秒の CR モードの一連のスナップショットを示す。振幅  $A$  は 0.25 mm とし、周波数は 1 Hz 刻みで変化させた。CR モードは周波数 13 Hz から 15 Hz、21 Hz から 27 Hz で観測された。これは、CR モードが生じる 2 つの周波数帯域があることを示している。これらの 2 つのバンドの間で 16 Hz から 20 Hz まで定常的な回転運動が生じないことを確認した。無次元振動の大きさ  $\Gamma = \frac{A(2\pi f)^2}{g}$  は 13 Hz と 27 Hz の間で 1 未満の値をとる。したがって、ディスクはプレート上に残り、ホッピングが起こらなくなる。0.25 mm と 0.5 mm の他の振幅でも、2 つの周波数領域で連続的な回転が観察されるが、0.15 mm の振幅で CR モードは観察されない。0.25 mm の振幅については、13, 14, 15 Hz および 21 Hz から 27 Hz で連続的な回転が観察される。振幅が 0.5 mm の場合、CR モードは 10 Hz から 14 Hz、18 Hz から 22 Hz で観測された。22 Hz の周波数では、無次元化加速度  $\Gamma = 4\pi^2 A f_r^2 / g$  は 0.97 の値をとるため、1 に近づき、不連続な変化を引き起こす。

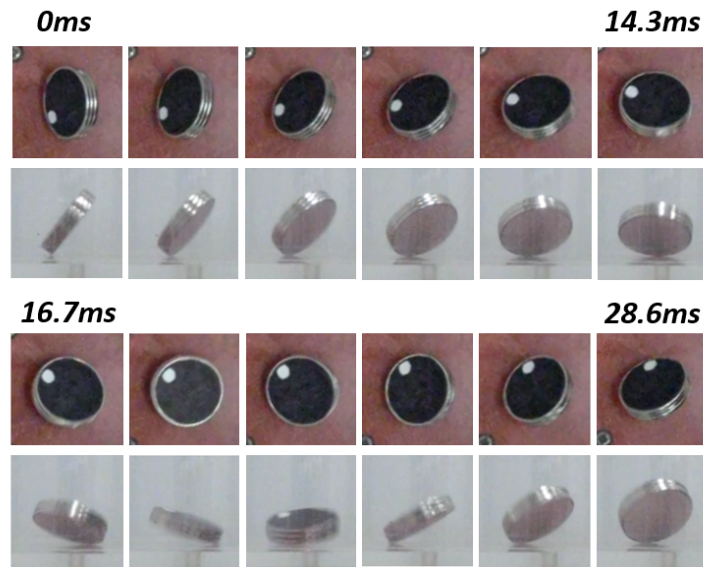


Figure 3.2: A series of snapshots of the CR mode with a time interval of 2.4 ms. The frequency  $f_r$  and the  $A$  are 19 Hz and 0.375 mm, respectively.

これらの現象を調べるために、Figure 3.3(a)(b) に示すように振動板上のディスクの回転運動を考察する。

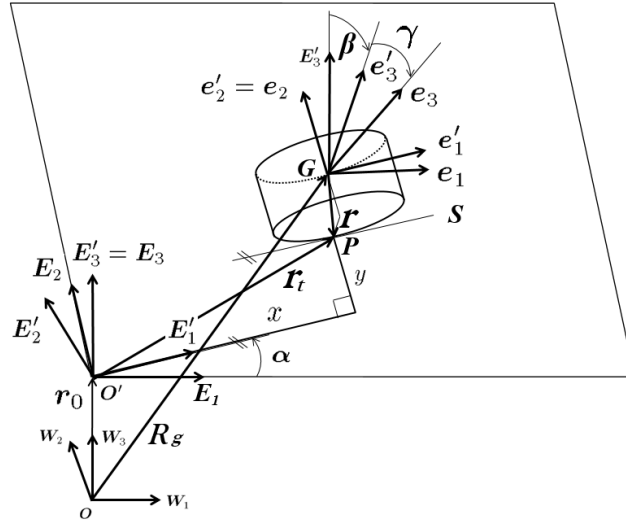


Figure 3.3: Definition of some kinematical quantities associated with a disk.

テーブルには絶対座標軸  $(O, W_1, W_2, W_3)$  が付けられ、振動板には座標軸  $(O', E_1, E_2, E_3)$  が付いている。我々は、半径  $l$  と高さ  $2h$  のディスクを考える。重心は  $G$  で示され、ディスクとプレートの接点は  $P$  で示す。  $P$  点上のディスクの底面を囲む円の接線は  $S$  で示す。ベクトル  $(O', E'_1, E'_2, E'_3)$  の方向が  $E'_1$  は行  $S$  に平行である。このフレームは、フレームの  $E_i$  を  $E_3$  の周りの角度  $\alpha$  の上で回転させることによって得られる。すなわち  $E'_1 = \cos \alpha E_1 + \sin \alpha E_2$ 、  $E'_2 = -\sin \alpha E_1 + \cos \alpha E_2$ 、  $E'_3 = E_3$ 。さらに、単位ベクトルを含むフレームを導入する  $e'_i$  フレームを回転させて得られる  $E'_i$  角度を超えて  $\beta$  まわり  $E'_1$  Figure 3.3(b) に示すように、すなわち  $e'_2 = \cos \beta E'_2 + \sin \beta E'_3$ 、  $e'_3 = -\sin \beta E'_2 + \cos \beta E'_3$ 、  $e'_1 = E'_1$ 。単位ベクトル  $e_i$  はディスクの主軸に沿っており、単位ベクトル  $e'_i$  角度を超えて  $\gamma$  まわりに  $e'_2 = e_2$ 、すなわち  $e_1 = \cos \gamma e'_1 + \sin \gamma e'_3$ 、  $e_3 = -\sin \gamma e'_1 + \cos \gamma e'_3$ 、  $e_2 = e'_2$  となる。

ディスクの質量を  $m$  とすると、重心  $G$  に対する主慣性モーメントは  $I_1 = I_3 = ml^2 k_1$ 、  $I_2 = ml^2 k_2$ 。ここで  $k_1 \equiv \frac{1}{4} + \frac{h^2}{12l^2}$  と  $k_2 \equiv \frac{1}{2}$  は次元が少ないパラメータとなる。重力加速度  $g$  は負の  $E_3$  方向である。位置ベクトル  $r_t$ 、  $r$ 、  $r_0$  と  $R_g$  を Figure 3.3 に示す。ベクトル  $r_t$  は原点  $O'$  から接点  $P$  への位置ベクトルであり、以

下の成分で表される。

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_t &= x\mathbf{E}'_1 + y\mathbf{E}'_2 = (x, y, 0)_{E'} \\ &= (x \cos \alpha - y \sin \alpha, x \sin \alpha + y \cos \alpha, 0)_E\end{aligned}$$

以下では、ベクトル成分が表現されている座標系を識別するために、括弧の最後に添字を追加して示す。ベクトル  $\mathbf{r}$  は、重心  $G$  から接点  $P$  へ位置ベクトルであり、次式の成分で表される。

$$\mathbf{r} = -l\epsilon\mathbf{e}'_2 - l\mathbf{e}'_3 = -l(0, \epsilon, 1)_{e'} = -l(0, \rho_2, \rho_3)_{E'}$$

ここで  $\epsilon \equiv \frac{h}{2l}$ 、 $\rho_2 \equiv \epsilon \cos \beta - \sin \beta$ 、 $\rho_3 \equiv \epsilon \sin \beta + \cos \beta$ 。ベクトル  $\mathbf{r}_0$  は、 $\mathbf{O}$  からの原点  $\mathbf{O}'$  の位置ベクトルであり、 $\mathbf{r}_0 = (0, 0, l r_0(t))_E$  で与えられる。プレートを水平に置き、 $r_0(t) = A_m \sin(2\pi f_r t)/l$  で垂直に振動させた。ここで、 $A_m$  は振幅、 $f_r$  はプレート振動の振動周波数である。ベクトル  $\mathbf{R}_g$  は、 $\mathbf{O}$  からの重心  $G$  の位置ベクトルであり、次のように与えられる。

$$\mathbf{R}_g = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_t - \mathbf{r} = (x, y + l\rho_2, l(\rho_3 + r_0))_{E'}$$

座標系  $\mathbf{e}'$  に対する角速度の成分は、以下のようなオイラー角の時間微分によって与えられる。

$$\mathbf{R}_g = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_t - \mathbf{r} = (x, y + l\rho_2, l(\rho_3 + r_0))_{E'}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\gamma}\mathbf{e}'_2 + \dot{\beta}\mathbf{e}'_1 + \dot{\alpha}\mathbf{E}_3 = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)_{e'}$$

$$\omega_1 \equiv \dot{\beta}, \quad \omega_2 \equiv \dot{\gamma} + \dot{\alpha} \sin \beta, \quad \omega_3 \equiv \dot{\alpha} \cos \beta$$

ここで、変数の上のドット記号は変数の時間微分を意味する。角運動量  $\mathbf{L}$  は、 $k_1 = k_3$  のため、 $\mathbf{L} = ml^2(k_1\omega_1, k_2\omega_2, k_1\omega_3)_{e'}$  のように、座標系  $\mathbf{e}'$  に対して対角化される。ベクトル  $\mathbf{A} = a_i\mathbf{e}_i = a'_i\mathbf{e}'_i = A'_i\mathbf{E}'_i$  の時間微分は、 $\frac{d}{dt}\mathbf{A} = \dot{a}_i\mathbf{e}_i + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}$  であり、成分

は式 (3.1)、式 (3.2) で表される。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{A} &= (\dot{a}'_1 + (\tan \beta a'_3 - a'_2)\omega_3, \dot{a}'_2 + \omega_3 a'_1 - \omega_1 a'_3, \\ &\quad \dot{a}'_3 - \tan \beta \omega_3 a'_1 + \omega_1 a'_2)_{\mathbf{e}'} \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$= (\dot{A}'_1 - \dot{\alpha} A'_2, \dot{A}'_2 + \dot{\alpha} A'_1, \dot{A}'_3)_{\mathbf{E}'} \quad (3.2)$$

接触点  $P$  の滑り速度は  $l\mathbf{V}_p \equiv \frac{d}{dt}\mathbf{r}_t - \dot{r}_i \mathbf{e}_i$  と定義され、以下の様に表される。

$$l\mathbf{V}_p = l(V_{p1}, V_{p2}, 0)_{\mathbf{E}'} = (\dot{x} - \dot{\alpha}y - l\dot{\gamma}, \dot{y} + \dot{\alpha}x, 0)_{\mathbf{E}'}$$

第1項  $\frac{d}{dt}\mathbf{r}_t$  は座標系  $\mathbf{E}$  に固定されたプレート上の観測者から見た接触点  $P$  の速度を意味し、第2項の  $\dot{r}_i \mathbf{e}_i$  は、座標系  $\mathbf{e}$  に固定されたディスク上の観察者から見た接触点  $P$  の速度を意味する。 $\mathbf{R}_g$  の時間微分は重心の速度  $\mathbf{v}_g \equiv \frac{d}{dt}\mathbf{R}_g = l(V_{g1}, V_{g2}, V_{g3})_{\mathbf{E}'}$  を与える。式 (3.1) から得られる。

$$\mathbf{v}_g = l(V_{p1} + \omega_2 - \epsilon\omega_3, V_{p2} - \omega_1\rho_3, \omega_2\rho_2 + \dot{r}_0)_{\mathbf{E}'} \quad (3.3)$$

角運動量  $\mathbf{L}$  の時間微分は、式 (3.1) から得られ、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{L} &= ml^2(k_1\dot{\omega}_1 + k_1 \tan \beta \omega_3^2 - k_2\omega_2\omega_3, k_2\dot{\omega}_2, \\ &\quad k_1\dot{\omega}_3 - k_1 \tan \beta \omega_1\omega_3 + k_2\omega_1\omega_2)_{\mathbf{e}'} \end{aligned} \quad (3.4)$$

である。ディスクの運動方程式は、次の式でと表すことができる。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{f} + \mathbf{M}_f \quad (3.5)$$

$$m\frac{d}{dt}\mathbf{v}_g = \mathbf{f} - mg\mathbf{E}_3 \quad (3.6)$$

ここで  $\mathbf{f}$  と  $\mathbf{M}_f$  はそれぞれプレートに対する反力と転がり摩擦のモーメントである。Leineらの研究によると、この転がり摩擦は古典的転がり摩擦、輪郭摩擦、旋回摩擦および粘性空気抵抗摩擦を含み、急激な停止を引き起こす。主摩擦は輪郭摩擦に起因すると結論付けたので、 $\mathbf{M}_f = \mu_c ml^2 f_N \text{Sign}(\omega_c)(0, -1, \tan \beta)_{\mathbf{e}'}$  の輪郭摩



擦のみを含む系を検討する。ここで  $\mu_c$  は輪郭摩擦の摩擦係数であり、 $\omega_c \equiv \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{E}'_2$  である。滑りを伴わない回転では、滑り速度  $\mathbf{v}_p = 0$  の消失によって反力が次の様になる。

$$\mathbf{f} = m \left( \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}) + (g + \ddot{r}_0)\mathbf{E}_3 \right) \quad (3.7)$$

式(3.7)を式(3.5)に代入して式(3.1)を使用すると、運動方程式が次の様に与えられる。

$$\begin{aligned} k''_1 \dot{\omega}_1 + g' \rho_2 &= (k'_2 + \epsilon \tan \beta) \omega_2 \omega_3 - (k'_1 \tan \beta + \epsilon) \omega_3^2 \\ k'_2 \dot{\omega}_2 - \epsilon \dot{\omega}_3 &= -(1 + \epsilon \tan \beta) \omega_1 \omega_3 - f_N \mu_c \text{sgn}(\omega_c) \\ k'_1 \dot{\omega}_3 - \epsilon \dot{\omega}_2 &= (k'_1 \tan \beta + \epsilon) \omega_1 \omega_3 - k_2 \omega_1 \omega_2 \\ &\quad - f_N \mu_c \tan \beta \text{sgn}(\omega_c) \end{aligned}$$

ここで  $k''_1 \equiv k'_1 + 1$ 、 $k'_1 \equiv k_1 + \epsilon^2$ 、 $k'_2 \equiv k_2 + 1$ 、 $g' \equiv \frac{\dot{r}_0 + g}{l}$ 、式(3.6)と式(3.3)の式を用いて、我々は通常のを  $f_N \equiv \frac{\mathbf{f}_N \cdot \mathbf{E}_3}{ml} = \dot{\omega}_1 \rho_2 - \omega_1^2 \rho_3 + g'$  滑りを考慮した場合、力  $\mathbf{f}$  は、垂直接触力  $\mathbf{f}_N$  と滑り摩擦力  $\mathbf{f}_s$  の和、例えば  $\mathbf{f} = \mathbf{f}_N + \mathbf{f}_s$  によって与えられる。クーロン摩擦力は、次の式を採用した。

$$\mathbf{f}_s = -ml \mu_s f_N (\hat{V}_{p1}, \hat{V}_{p2}, 0) \mathbf{E}' \quad (3.8)$$

ここで  $\hat{V}_{p1} \equiv \frac{V_{p1}}{\sqrt{V_p^2 + \epsilon_c^2}}$ 、 $\hat{V}_{p2} \equiv \frac{V_{p2}}{\sqrt{V_p^2 + \epsilon_c^2}}$  であり、 $\mu_s$  は滑り摩擦係数で、 $\epsilon_c$  は  $\mathbf{v}_p = 0$  でこの力を消失させるのに十分小さいパラメータである。式(3.8)と式(3.4)を式(3.5)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} k_1 \dot{\omega}_1 &= -k_1 \tan \beta \omega_3^2 + k_2 \omega_2 \omega_3 + f_N (\mu_s \rho_3 \hat{V}_{p2} + \rho_2) \\ k_2 \dot{\omega}_2 &= f_N (\mu_s \hat{V}_{p1} - \mu_c \text{Sign}(\omega_c)) \\ k_1 \dot{\omega}_3 &= k_1 \tan \beta \omega_1 \omega_2 - f_N (\epsilon \mu_s \hat{V}_{p1} - \mu_c \tan \beta \text{Sign}(\omega_c)) \end{aligned}$$

式 (3.2) を用いて式 (3.3) と 式 (3.8) を、式 (3.6) に置き換えた式が次式となる。

$$\begin{aligned}\dot{V}_{p1} + \dot{\omega}_2 - \epsilon\omega_3 &= \frac{\omega_3}{\cos\beta}(V_{p2} - \omega_1\rho_3) - f_N\mu_s\hat{V}_{p1} \\ \dot{V}_{p2} - \dot{\omega}_1\rho_3 &= \omega_1^2\rho_2 - \frac{\omega_3}{\cos\beta}(V_{p1} + \omega_2 - \epsilon\omega_3) - f_N\mu_s\hat{V}_{p2}\end{aligned}$$

### 3.3 オイラーディスクのシミュレーション

上記で得られた運動方程式によって振動板上のディスクの運動をシミュレーションする。振動板上のディスクの回転中、重心はほぼ不動である。このタイプの動きは、静止回転運動と呼ばれる。Leine [13]によれば、角度  $\beta$  でほぼ定常的に回転運動する回転数  $f_n$  は  $2\pi f_n = \sqrt{\frac{g(3k_1 \tan^2 \beta + 1) \cos \beta}{lk_1(k_1 + 1)}}$  で得られる。振動板の振動周波数が  $f_n$  に近い場合は、ディスクが持続的な回転を起こすと考えられる。シミュレーションでは次の様なパラメータを用いた。  $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ 、  $2l = 2.5 \text{ cm}$ 、  $2h = 0.495 \text{ cm}$ 、  $A_m = 0.025 \text{ cm}$  初期条件は次の通りである。  $\alpha(0) = 0^\circ$ 、  $\beta(0) = 60^\circ$ 、  $\gamma(0) = 0^\circ$ 、  $\omega = (0, -8.1, -41.1)_e \text{ rad/sec}$ 。ここで、角速度の値は定常的な回転運動に対応する。輪郭摩擦係数の値については、  $\mu_c = 0.0013$  に設定する。この値は、シミュレーションと、ディスクが振動なしでプレート上で回転するムービーから得られたディスクの停止までの時間とを比較することによって得た。ここでは持続的な回転に関する定性的な議論を主として行う。

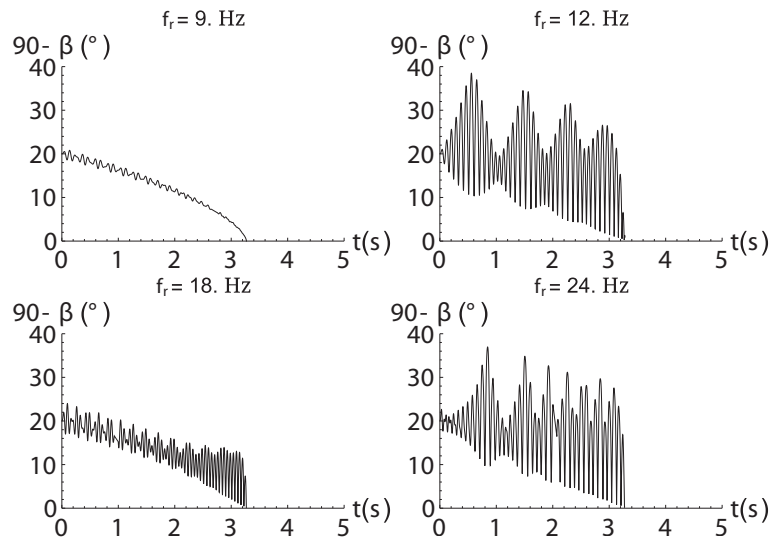


Figure 3.4: The angle  $\beta$  in the simulation for the rolling without slipping.

まず、滑らない動きを確かめる。様々な振動周波数に対する角度の挙動を Figure 3.4 に示す。ディスクの急停止は振動の無い時と同様に観察される。角度  $\beta = 20^\circ$  で

$f_n$ に近い  $f_r = 12$  Hz の周波数では、大きなビートのような挙動が観察されるが、停止が起きる。振動周波数の2倍近い  $f_r = 24$  Hz の周波数で同じ停止が観察される。急激な停止は周波数  $f_r = 36$  Hz まで見られる。 $f_r = 36$  Hz の周波数では通常の反力は回転の最後の周期で負の値になることがシミュレーションで確認できる。ディスクと振動板との間の接触が一時的になくることが分かる。我々は輪郭摩擦係数の依存性について次の三つ  $\mu_c = 0.1, 0.01, 0.0001$  でもシミュレーションを行った。挙動は  $\mu_c = 0.0013$  のものと同様であり、シミュレーション解析では、連続的な回転は示されなかった。

二つ目に、振動板上を滑って静止した転がり運動にあるディスクの運動をシミュレーションする。滑り係数が0.0195未満の小さな値の場合、 $f_r = 8$  Hz から  $f_r = 35$  Hz の周波数範囲ではCRモードは観測されない。振動周波数の様々な値における角度  $\beta$  の挙動は、すべりのない運動と同様であった。

三つ目に、すべり摩擦係数の値を  $\mu_s = 0.07$  とする。さまざまな振動周波数に対する角度  $\beta$  の振る舞いを Figure 3.5 に示す。CRモードは周波数  $f_r = 11$  Hz から  $f_r = 14$  Hz (第1バンド)、 $f_r = 22$  Hz から  $f_r = 26$  Hz (第2バンド) の範囲である。これらの範囲は、回転が持続する可能性が高い周波数で120秒間回転が続く。CRモードでは、角度の周波数が14 Hzでのプレートの周波数と同じである一方、角度の周波数は、25 Hzでのプレートの周波数の半分である。

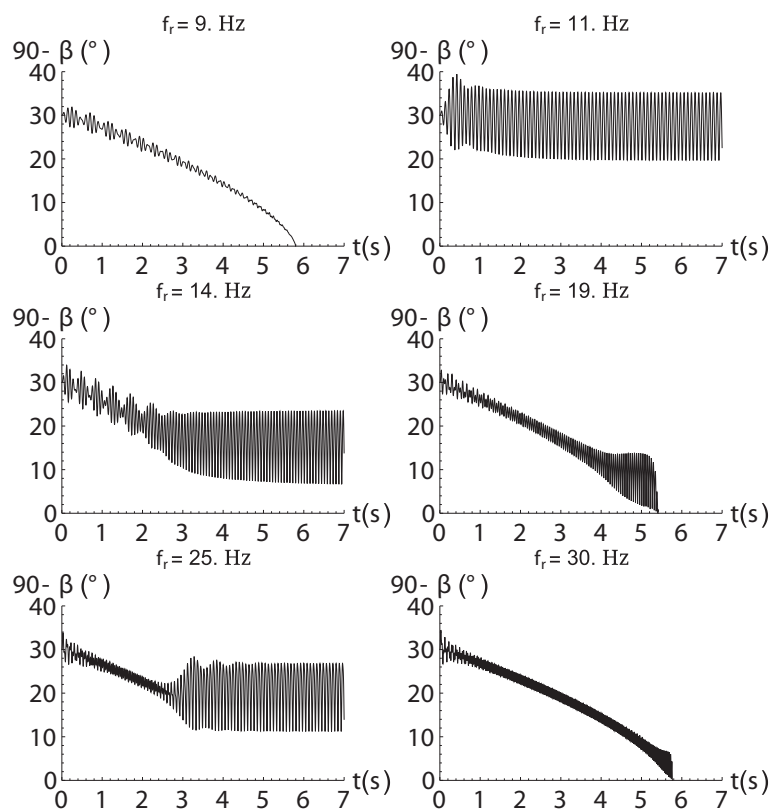


Figure 3.5: The angle  $\beta$  in the simulation with slipping. The value of coefficient of slip friction is  $\mu_s = 0.07$ .

最後に、0.0202以上のすべり係数の大きな値をシミュレートし、 $f_r = 8$  Hz から  $f_r = 35$  Hz の周波数範囲で CR モードが観測されないことを確認した。角度の振る舞いは似ている。滑り摩擦係数の値が  $\mu_s = 0.01$  である場合には、滑りやすい、または滑りがなくても、CR モードが現れないことを示している。振動モードの周波数とすべり係数が存在することを示している。シミュレーションでは、すべり係数の値が同じである場合、2つの領域と周波数のギャップが存在することが示されている。

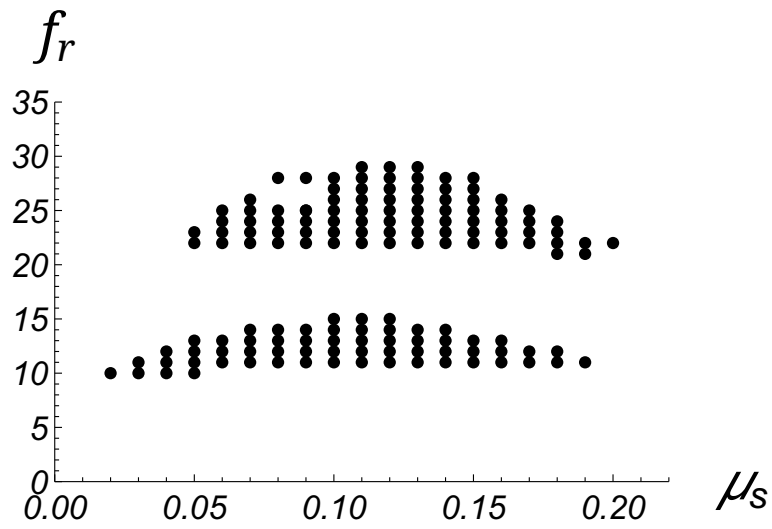


Figure 3.6: The frequency  $f_r$  versus coefficient of slip friction  $\mu_s$ . The points are plotted at which the disk continues rotating until 120 seconds. Initial conditions are the same as in Figure.3.5

### 3.4 結言

ディスクに垂直の振動を加えた結果、物体の連続的に回転する事が明らかとなった。数値シミュレーションによると、振動板の上でディスクが滑らない条件では回転が持続しないことが明らかとなった。この現象は玉子の回転や逆立ちコマの挙動に類似している。ディスクが振動板上を滑ることにより、振動からの回転エネルギーが散逸されているためである。

## 文献

- [1] T. Müller, D. de las Heras, I. Rehberg, and K. Huang, *Physical Review E* **91**, 062207 (2015).
- [2] É. Falcon, R. Wunenburger, P. Évesque, S. Fauve, C. Chabot, Y. Garrabos, and D. Beysens, *Physical review letters* **83**, 440 (1999).
- [3] J. Olafsen and J. Urbach, *Physical review letters* **95**, 098002 (2005).
- [4] G. Briand and O. Dauchot, *Physical review letters* **117**, 098004 (2016).
- [5] D. Yamada, T. Hondou, and M. Sano, *Physical Review E* **67**, 040301 (2003).
- [6] J. Deseigne, O. Dauchot, and H. Chaté, *Physical review letters* **105**, 098001 (2010).
- [7] H. Wright, M. R. Swift, and P. King, *Physical Review E* **74**, 061309 (2006).
- [8] Y. Kubo, S. Inagaki, M. Ichikawa, and K. Yoshikawa, *Physical Review E* **91**, 052905 (2015).
- [9] H. Moffatt, *Nature* **404**, 833 (2000).
- [10] P. Kessler and O. O'Reilly, *Regular and Chaotic dynamics* **7**, 49 (2002).
- [11] D. Ma, C. Liu, Z. Zhao, and H. Zhang, *Proceedings of the Royal Society A* **470**, 20140191 (2014).
- [12] L. Bildsten, *Physical Review E* **66**, 056309 (2002).
- [13] R. Leine, *Archive of applied mechanics* **79**, 1063 (2009).



# 第4章 混雑系：空間境界条件に注目 して

## 4.1 緒言

近年、分子生物学の発展に伴い、細胞を構成している生体分子に関する知見は飛躍的に増大してきている。しかしながら、単に実細胞を観測するだけでは、細胞の構造全てを理解することは難しく、自律的に組織化するシステムをもつ細胞の生命機能の本質に迫ることは、今後に残された大きな課題となっている [1-3]。細胞内部では、常にエネルギーの消費が行われており、熱ゆらぎにより生体高分子がブラウン運動を行っている。そのような環境下で、秩序だった構造や機能が形成される。中でも、生体高分子である DNA は、水溶液中では解けた coil 状態にあるが、混雑条件下では折り畳まれて粒状に凝縮した globule 状態となる。特に、プラスミド DNA はドーナツ状の秩序構造をとることが知られている [4]。現在の生体分子観察には、原子間力顕微鏡や電子顕微鏡のような基板上に吸着した方法が用いられており、上述のような溶液中での熱ゆらぎのある環境での観察は困難である。原核生物や真核生物の細胞内は、1 mL 中に 0.3 – 0.5 g 相当の生体分子が存在する混雑した環境となっている。本研究では、このような混雑環境を模擬する実空間の実験系を確立し、細胞環境下における DNA の挙動について、従来の方法論とは異なる方法で探求した。実際の細胞内で起こっている様子を観測するには、パラメータの制御が難しく、物理的考察を行えるような定量的なデータを得ることは期待できない。本研究では cm スケールでの単純な実験系として無生物である金属製のボールとボールをチェーン状に繋げたボールチェーンを使用する。これ

らに加える熱ゆらぎには鉛直振動を用いることにした。本研究では、鉛直振動を用いて熱ゆらぎを模擬した環境下で、高分子を模擬したボールチェーンの形状がどのような構造をもつのかについて調査し、実空間の実験モデルから、細胞の構造や機能の本質の一端を解明することを目的とした [5-7]。

## 4.2 実験方法

### 4.2.1 生体環境の模擬について

#### 熱ゆらぎの模擬

原核生物や真核生物の細胞内は、1 mL 中に 0.3-0.5 g 相当の生体分子が存在する混雑した環境となっている。また、細胞内の高分子は、分子や原子が常に乱雑に動きまわる熱ゆらぎによる衝突を受け、不規則に運動するブラウン運動をおこなっている。鉛直方向に振動する板の上に、複数の球を落とすことを考える。振動により、球にわずかな水平方向摂動が加わると、球同士は衝突し、連鎖的に衝突は繰り返され、球はランダムに動き回る。このように鉛直振動により熱ゆらぎを模擬することで、球がブラウン運動を行っていると同様と模擬することができるだろう。

#### 細胞内物質の模擬

二重らせん DNA は、100 塩基対程度の DNA 分子は堅い棒としてふるまい、100 キロ塩基対以上の長い DNA 分子は曲がる柔軟な紐として性質を示す。その性質に着目し、本研究では、短い場合では堅く、長いと柔軟に曲がる傾向にあるボールチェーンを用いて、DNA のような紐状の高分子を模擬する。生体分子で混雑した細胞環境を模擬するために、金属性の小球数（混雑度）を制御することで、ボールチェーン構造の混雑度依存性を検証した。

### 4.3 実験セットアップ

容器内にボールチェーンとボールの2種類を入れ、ボールチェーンおよびボールの直径を共に2.4 mmとした。また、容器の直径は80 mmとした。そして、ボールチェーンをDNAのような紐状の高分子と見立て、ボールを細胞内のタンパク質などの混雑をもたらす高分子と見立てた。次に、ボールチェーンとボールに熱ゆらぎを与えるためには、外部からのエネルギーが必要となる。そのエネルギーは加振器 (Figure 4.1(a)) から抽出し、振動数を  $f$ 、振幅を  $A$  とした。ここで、考慮するパラメータを最小にするため、 $f = 60\text{Hz}$ 、 $A = 250 \mu\text{m}$  と固定した。板の水平調整は、RIKEN KEISOKUKI の JIS A 級規格 0.02mm/m の精密水準器平型を用いた。振動は MULTIFUNCTION GENERATOR で周波数を決め、POWER AMPLIFIER で信号を増幅させて、加振器 VIBRATION GENERATOR (513-B 型) に接続することで発生させた。また、加速度 PICK UP を容器端に取り付けることで、容器の加速度を計測した。ただし、加速度 PICK UP の重さによる容器の重心のずれを考慮するため、加速度を計測した後に、加速度 PICK UP を取り外した。

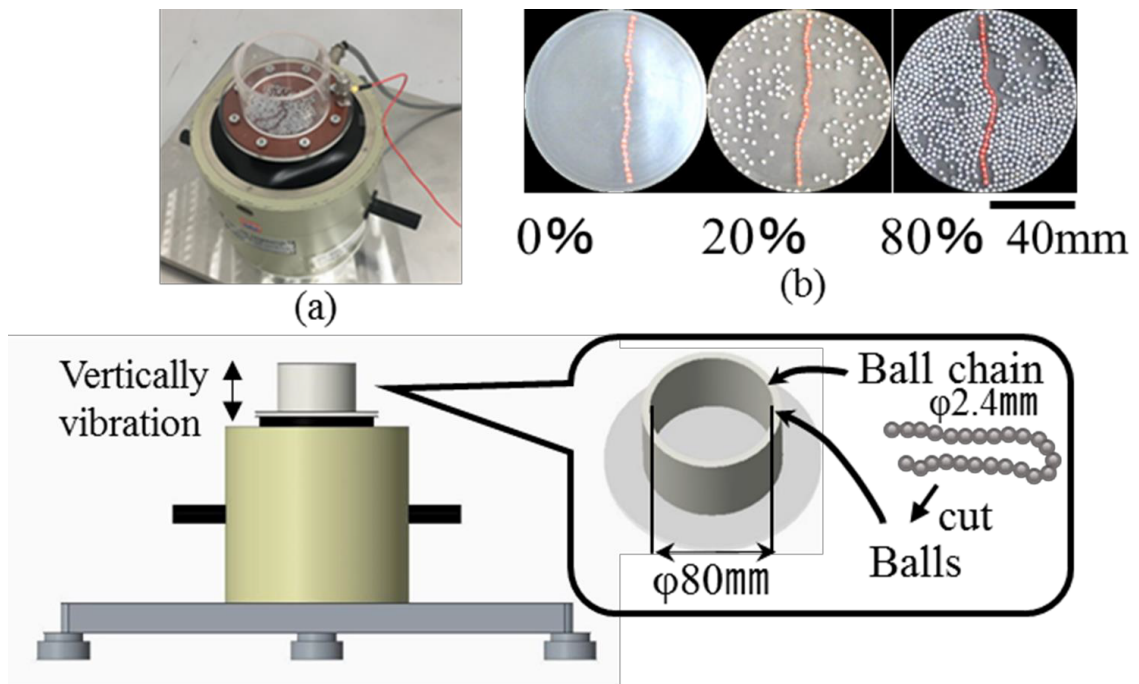


Figure 4.1: Experimental setup.

### 4.3.1 実験手順

詳細な実験手順を以下に示す。

1. 容器にボールチェーン及び、ボール入れる。
2. 加振器を以下の手順により振動を加える。
  - (a) 精密水準器平型を用いて板を水平にする。
  - (b) 周波数を設定する。
  - (c) 容器に加速度 PICK UP を取り付け、振動を発生させる。
  - (d) 容器の加速度を計測しながら、調節する。
  - (e) 加速度が実験で用いる値に調節し終わったら、加速度 PICK UP を取り外す。

ボールの個数により容器内の混雑率を 0%、20%、80% とコントロールし、手順 1, 手順 2 を繰り返した。

本研究ではプラスミド DNA を参考に初期条件を円状にした場合と、対比を行うために初期条件を線にした場合を採用した。

## 4.4 結果

2種類の初期条件において混雑状況を変え、振動を与えた際のボールチェーンの時間変化を Figure 4.2 に示す。Figure 4.2(a) は初期条件でボールチェーンを線状にした場合、Figure 4.2(b) は初期条件でボールチェーンを円形とした場合を示す。得られた実験結果を circle 数と曲率、および長軸長について解析を行った。本研究で述べる circle 数・曲率・長軸長の定義を以下に示す。

1. circle 数: ボールチェーンを円形にした際の巻き数。内側に巻き込まれているチェーンの端からちょうど一周分を一巻きとする。
2. 曲率: 本研究での曲率は、ボールチェーンが円形を描いた際の、円の半径  $R$  を用いて算出した。曲率  $= 1/R$  ボールチェーンが円形を保てなくなった場合は、 $R \rightarrow \infty$  とし、曲率は  $0$  とした。
3. 長軸長: ボールチェーンの端から端までの二点間を直線距離で計測して記録した。

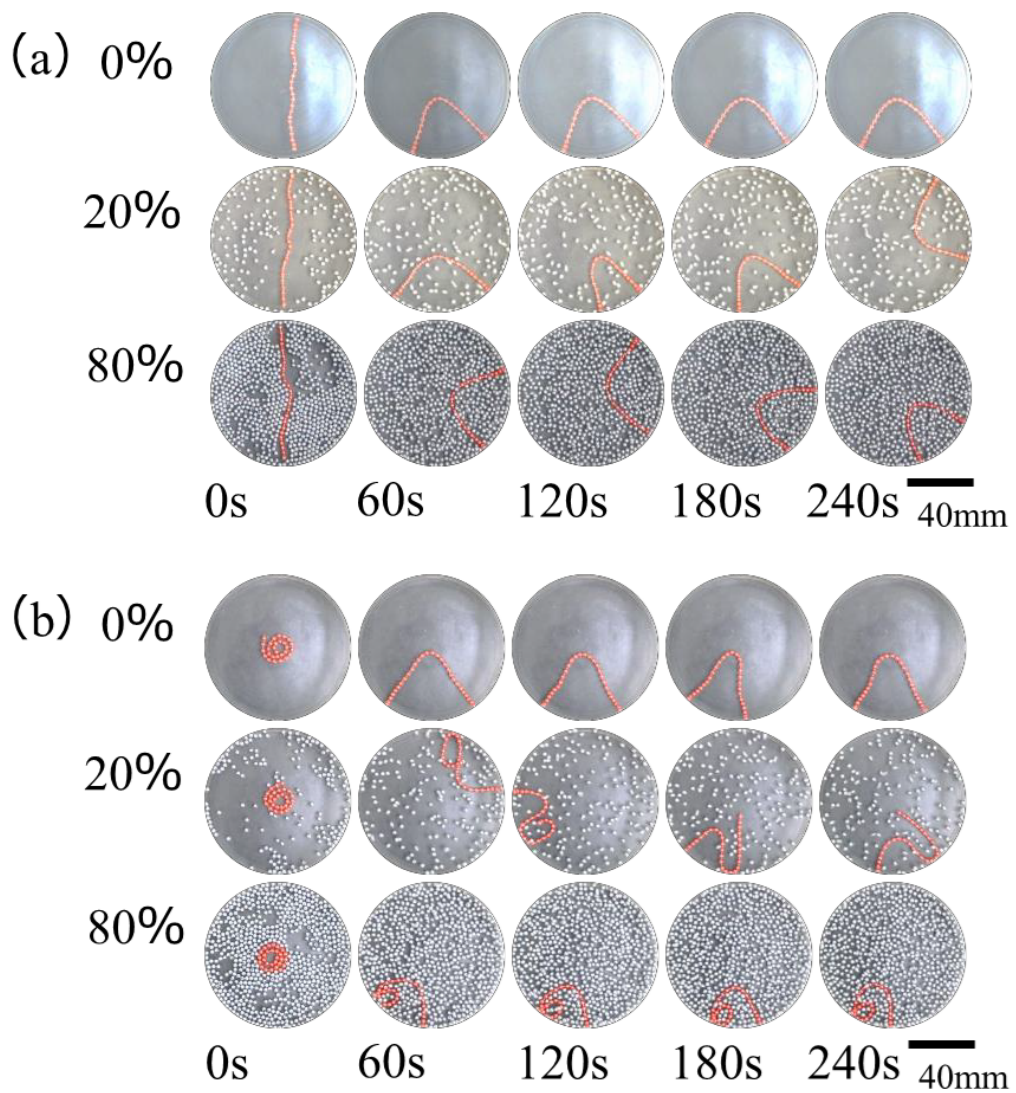


Figure 4.2: Changes in the conformation of a ball chain under different initial conditions



## 4.4.1 状態の変化

### circle 数変化

初期条件が円るとき、混雑率 80%では、2.4 回巻きの初期条件から出発して、15 秒後には、初期条件での circle1 とほぼ同一の半径の 1 巻きの円とほどけた部分の合わさった構造になった。

この 1 巻きの状態はその後、240 秒が経過しても基本的に同様の状態で保たれていた。混雑率 20%では、2.4 回巻きの初期条件から出発して、15 秒後には、初期半径より大きな 1 巻きの円とほどけた部分の合わさった構造となる。

この 1 巻きの状態は、135 秒経過した際に円は完全にほどけた状態となった。混雑率 0%では、2.4 回巻きの初期条件から出発したが、5 秒後には円がほどけた状態となり、同様の状態で保たれる。

### 曲率変化

混雑率 80%では、曲率 0.11 の初期条件から出発して、15 秒後には、曲率 0.18 の円とほどけた部分の合わさった構造になった。この 1 巻きの状態はその後、240 秒が経過しても基本的に同様の状態で保たれている。混雑率 20%では、曲率 0.11 の初期条件から出発して、15 秒後には、初期半径よりとほぼ同一の半径の円とほどけた部分の合わさった構造になった。この 1 巻きの状態は、135 秒経過した際に円は完全にほどけた状態となった。混雑率 0%では、曲率 0.11 の初期条件から出発したが、5 秒後には円がほどけた状態となり、曲率は 0 の状態で保たれた。

### 長軸長変化

初期条件が線るとき、Figure 4.2(a)では、初期条件で 72mm から出発し、全ての混雑状況において 30mm-50mm に収束するという結果が得られた。また、Figure 4.2(b)では、混雑率が高いとボールチェーンが凝縮を保つことが明らかとなった。

## 4.5 考察

### 4.5.1 circle 数変化

非平衡ゆらぎを受けたボールは飛び跳ね、ボールチェーンを飛び越すこともある。しかし、ボールチェーンはボールと比べるとはるかに重いため、飛び跳ねることはない。Figure 4.3 において混雑率が高いほど circle 数の減少が少なくなるのは、ボールチェーンを飛び越したボールが着地する際、ボールチェーンと衝突し、ボールチェーンが「くの字」になろうとする傾向（4.5.4 ボールチェーンの特性）を阻止するためだと考える。説明図を 4.5 に示す。

### 4.5.2 曲率変化

4.1 同様、非平衡ゆらぎを受けたボールは飛び跳ね、ボールチェーンを飛び越すこともある。しかし、ボールチェーンはボールと比べるとはるかに重いため、飛び跳ねることはない。Figure 4.4 において混雑率が高いほど曲率が大きくなるのは、ボールチェーンを飛び越したボールが着地する際、ボールチェーンと衝突し、ボールチェーンが「くの字」になろうとする傾向（4.5.4 ボールチェーンの特性）を阻止し、ボールチェーンの凝縮を保つためだと考える。説明図を Figure 4.5 に示す。また混雑率が高いと、ボールチェーンにぶつかるボールが多くなるため、曲率が大きくなると考える。

### 4.5.3 初期条件依存性について

Figure 4.2(b) において、混雑率が高いとボールチェーンが凝縮したままであるのは、広がろうとするボールチェーンの動きを容器内のボールが妨げているためである。また Figure 4.2(a) において、混雑状況による長軸長の顕著な変化はみられ

なかった。全ての混雑率で長軸長が 30mm – 50mm に収束するのは、4.5.4 ボールチェーンの特性のためである。

#### 4.5.4 ボールチェーンの特性

Figure 4.2 より、ボールチェーンは容器に接すると離れない傾向があることから、容器に触れている部分より、加振器から得たエネルギーを放出していると考えられる。またボールチェーンは、非平衡ゆらぎを受けると、「くの字」に折れ曲がる傾向がある。

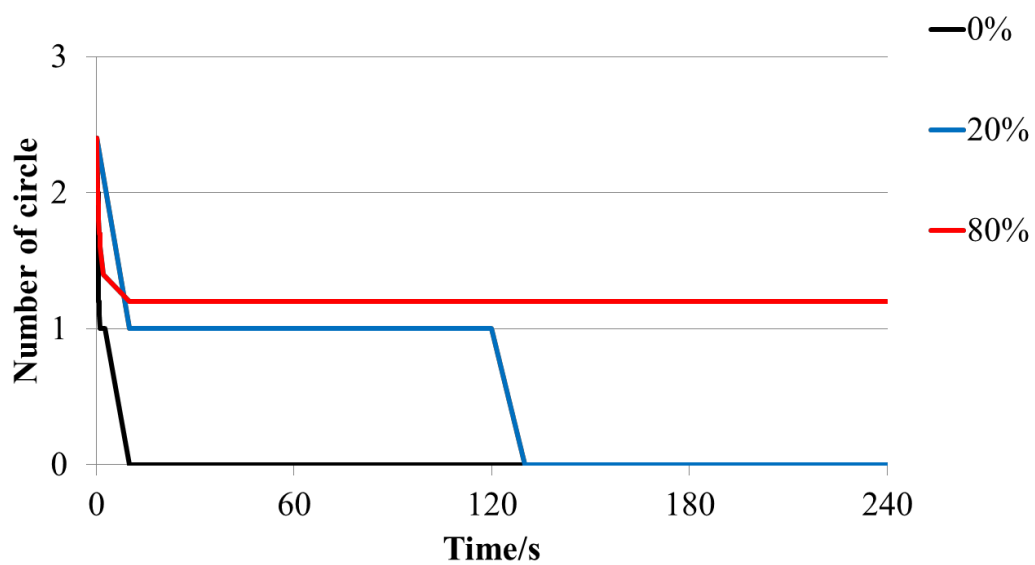


Figure 4.3: Time-dependent changes on the number of circles.

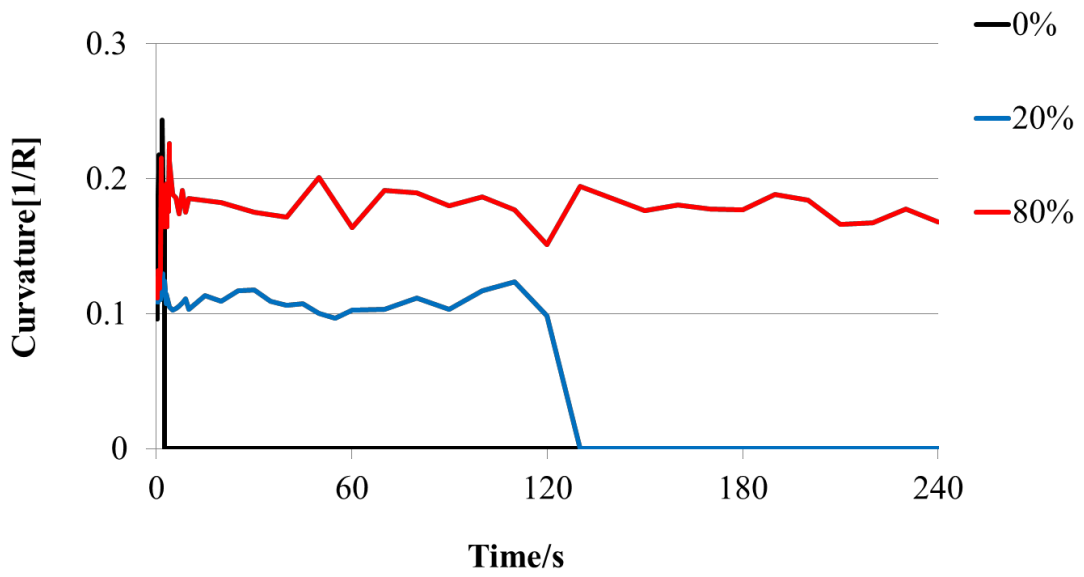


Figure 4.4: Time variation of curvature.

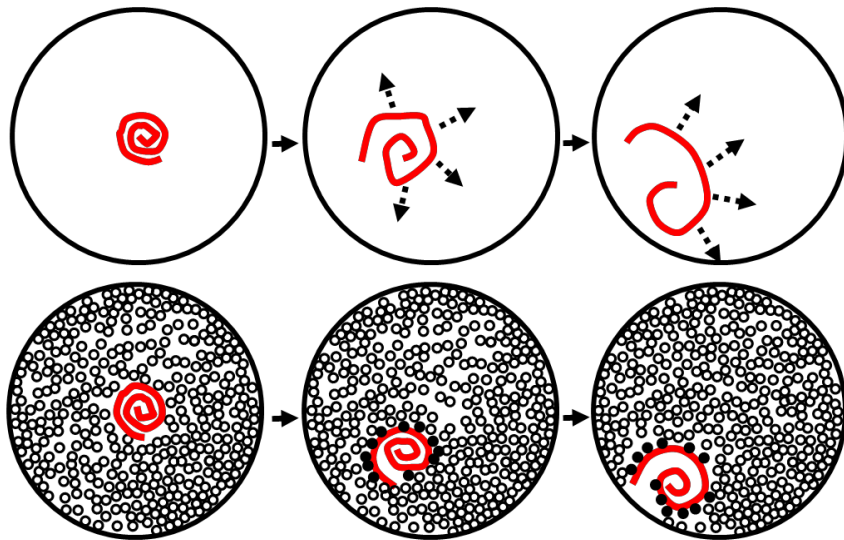


Figure 4.5: Number of circle and change in curvature of ball chain caused by coexisting isolated balls.

## 4.6 結言

本研究では、実空間における簡単なモデル系での自己組織化現象を用いて、細胞の構造や機能の本質の一端を解明することを目的として研究を進めた。その結果、以下のことが明らかとなった。

1. 初期条件を円形にした場合、ボールによる混雑状況が高いと、ボールチェーンの凝縮はほどけにくい傾向にあることが判明した。
2. 混雑状況が低いと、ボールチェーンは凝縮を保たず、広がる傾向にあることが判明した。
3. 上記2点より、ボールによる混雑効果がボールチェーンの凝縮状態を継続させることが判明した。

この研究より、混雑環境下でブラウン運動する生体高分子の高次構造転移の基礎的な知見を得た。また、高分子が凝縮を維持するメカニズムには、生体高分子で混雑している細胞質内に存在するタンパク質やポリアミンの作用だけでなく、高分子が生成される際の条件も関わっているものと示唆される。

## 文献

- [1] S. Oda, Y. Kubo, C.-Y. Shew, and K. Yoshikawa, *Physica D: Nonlinear Phenomena* **336**, 39 (2016).
- [2] M. Joyeux, *The Journal of Physical Chemistry B* **121**, 6351 (2017).
- [3] C.-Y. Shew, S. Oda, and K. Yoshikawa, *The Journal of Chemical Physics* **147**, 204901 (2017).
- [4] K. Yoshikawa, *Advanced Drug Delivery Reviews* **52**, 235 (2001).
- [5] G. Junot, G. Briand, R. Ledesma-Alonso, and O. Dauchot, *Physical Review Letters* **119**, 028002 (2017).
- [6] J. Shin, A. G. Cherstvy, and R. Metzler, *ACS Macro Letters* **4**, 202 (2015).
- [7] S. Takatori, H. Baba, T. Ichino, C.-Y. Shew, and K. Yoshikawa, *Scientific Reports* **8**, 437 (2018).

# 第5章 燃焼ダイナミクス

## 5.1 緒言

複数のろうソクを束ねて、火を着けるとろうソクの炎が上下に振動する事が知られている。この現象は北畑らによってろうソク振動子という名前で報告された [1-5]。また、このろうソク振動子は、二つのろうソク振動子の距離に応じて同相同期や逆相同期を示すことも報告されている。この同期のメカニズムはまだ未解明な部分が多い [6]。ろうソクのまわりの酸素濃度に依存し、ろうソクの炎の輻射熱による相互作用によって起こっていると考えられているが、現在までにろうソク振動子における合理的な数理モデルは考案されていない。

本研究では、ろうソク振動子の同期機構を明らかにするために、酸素と輻射熱の系だけを取り出す方法を考案した。本研究では Figure 5.1 に示すようにろうソクを容器の中に入れ、ろうソクの炎が作り出す振動パターンについて実験を行い、どのようなパターンがみられるのか解析し、分類した。



Figure 5.1: Experimental setup: Candle in a cup.



## 5.2 実験器具

- 高速度カメラ

Casio の EXILIM を使用した。フレームレートは 480fps とした。

- ロウソク

小口 10 号のパラフィン製の洋ロウソクを使用した。燃焼前のロウソクの高さは 64.7 mm、直径 9.3 mm で、芯の長さは 10 mm であった。また、容器に入れず一本で火をつけた時の燃焼時間は約 40 分であった。

- 容器

容器は大小 2 つの物を用意した。

1. 直径 68.6mm、高さ 91.1mm の容器（以降「小容器」と表記する。）
2. 直径 65.0mm、高さ 150.0mm の容器（以降「大容器」と表記する。）

どちらの容器も透明でガラス製のものを使用した。

## 5.3 実験手順

本研究で行った容器の中にろうソクを設置し、ろうソクに火をつけて炎の様子を高速カメラで撮影した。撮影は次の3つの条件で行い、3条件ともろうソクは一本で行った。

1. 容器なしのとき
2. 小容器にいれたとき
3. 大容器にいれたとき

解析は次の様に行った。

1. 動画編集ソフト AVI UTL を用いて振動が起きている区間を切り出した。
2. ろうソクの炎の高さ変化を確認するために、時空間プロットを作成した。  
(ImageJ を用いた。)  
※ここで時空間プロットとは、時間と空間を描写したグラフのことである。  
今回は縦軸を輝度、横軸を時間とした。
3. ろうソクの炎の周辺領域における輝度値が、炎の振動によりどのように時間変化するのか確認するために、炎周辺の輝度値の時間変化をグラフに表した。  
(ImageJ を用いた。)
4. 3) で得られた時間波形より、炎の大きさがどのような周波数で変化しているのか確認するため、フーリエ変換した。

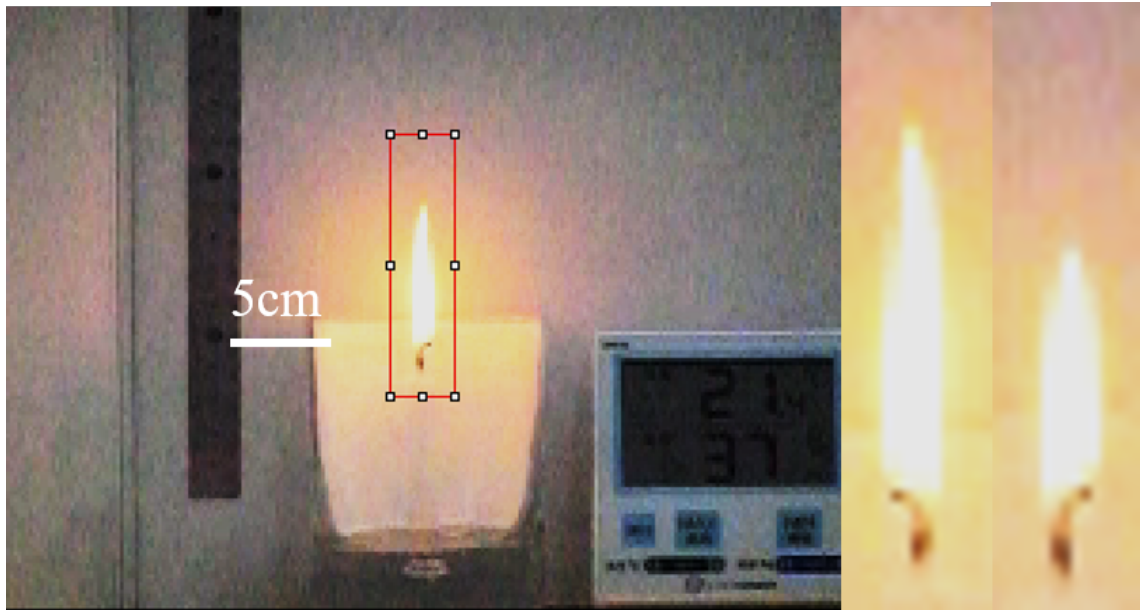


Figure 5.2: Region of Interest of candle fire oscillation.

## 5.4 研究の結果と考察

### 5.4.1 容器なしのとき

容器なしでろうソクに火をつけたときは、炎は振動せず、目視では炎は形を保ち続けた。ろうソクの炎のゆらぎの時空間プロットを Figure 5.3 に、炎の輝度値の経時変化および輝度値のフーリエ解析結果を Figure 5.4(a)(b) に示す。

時空間プロットを見ると、炎が振動していないことが分かる。また、輝度値のフーリエ解析結果から、ろうソクの炎は振動していないことが分かる。

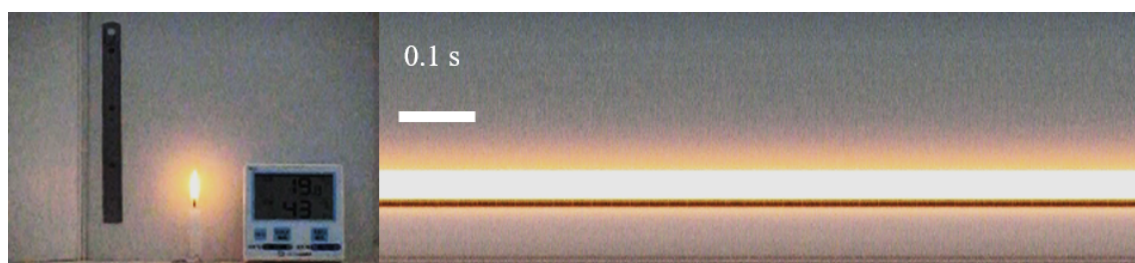


Figure 5.3: Candle flame Time-space plot.

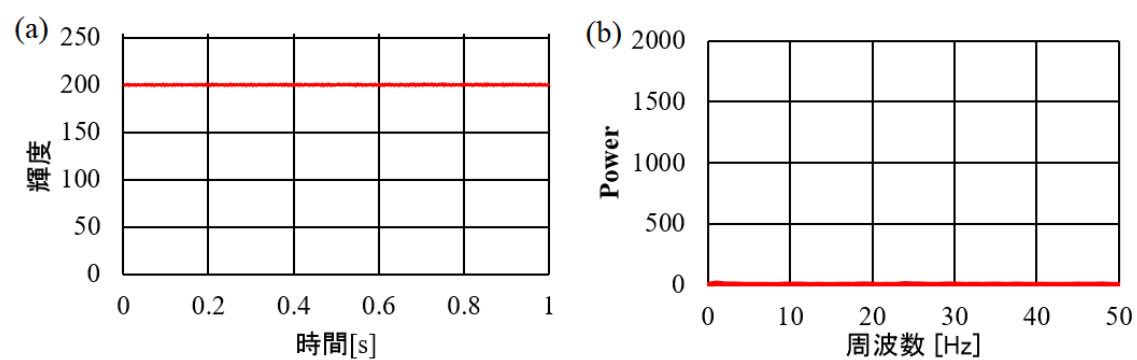


Figure 5.4: Time-space plot and frequency spectrum.

## 5.4.2 小容器に入れたとき

小容器に入れてろうソクに火をつけたときは、炎の根本が容器の縁よりも低くなったあたりで一定の周期で上下に振動し始めた。ろうソクの炎のゆらぎの時空間プロットを Figure 5.5 に、炎の輝度値の経時変化および輝度値のフーリエ解析結果を Figure 5.6(a)(b) に示す。

輝度値データの形は時空間プロットに見られるろうソクの炎の先端の波形と形が一致しており、輝度値データで炎の大きさを評価できることが分かる。輝度値データをフーリエ変換し、得られた周波数スペクトルから炎の振動は約 10 Hz で振動していたことが分かった。更に 20 Hz、30 Hz 付近に 2 倍、3 倍振動も見られるが、これは炎の波形が完全な sin 波でなくのこぎり波に近いためである。また、元の波形データから炎の波形が時間軸に対して対称でなく、少し歪んでいるのが分かる。波形の歪み方から、炎はゆっくりと大きくなり、素早く小さくなることが分かる。このパラメータを定量化することが今後の課題である。

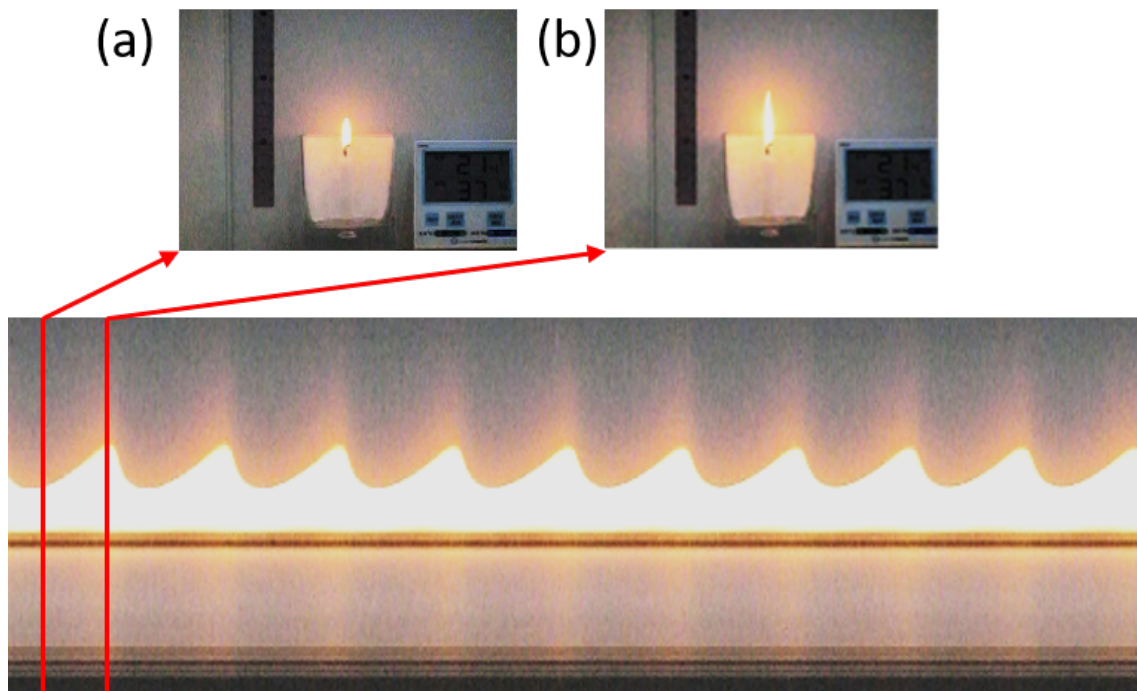


Figure 5.5: Space-time plot of small containers (a) Shape of flame when amplitude is minimum (b) Shape of flame when amplitude is maximum.

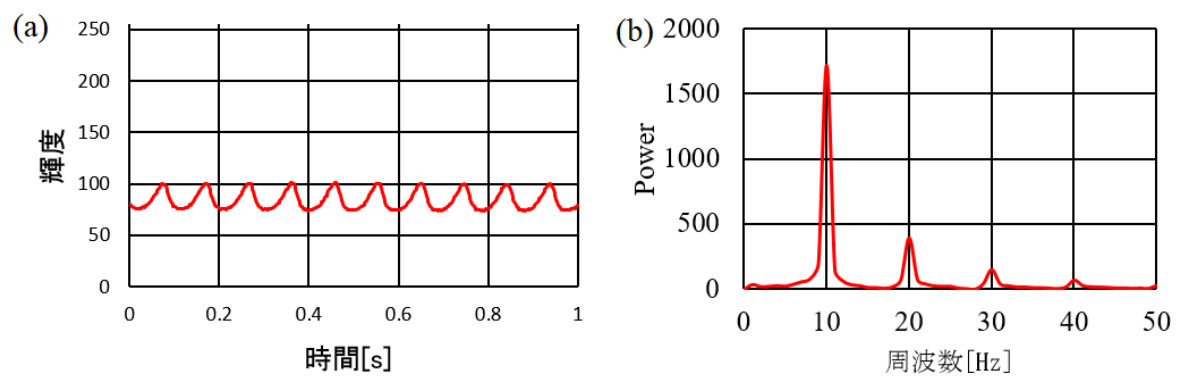


Figure 5.6: Luminance value data and frequency spectrum of small container.

### 5.4.3 大容器に入れたとき

大容器に入れてろうソクに火をつけたときは、上下の振動に加えて、炎がくるくると回転する様子等が見られた。ろうソクの炎のゆらぎの時空間プロットを Figure 5.7 に、炎の輝度値の経時変化および輝度値のフーリエ解析結果を Figure 5.8(a)(b) に示す。

大容器では、着火後しばらくしてから振動を始めるが、小容器の時の様には安定した振動を見せず、炎の先端が歳差運動や煤を頻繁に出す等の状態であった。小容器でもカオス状態に入った時に煤がみられた為、カオス状態は蠟であるパラフィンの供給量と周りの酸素の量のバランスが崩れる時があることが分かる。



Figure 5.7: Space-time plot of large containers.

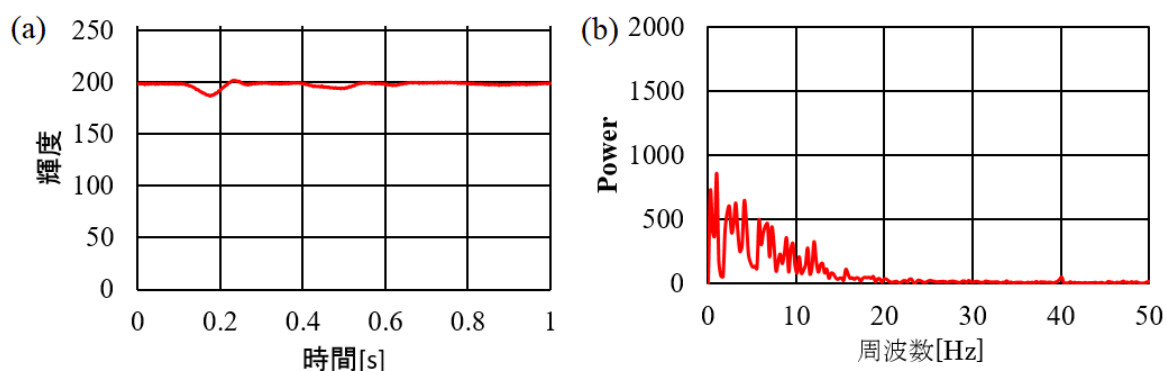


Figure 5.8: Space-time plot of large containers.

#### 5.4.4 ロウソクの振動分岐

Figure 5.9 は、燃焼が始まってからの炎の動きを3段階に分けたものである。横軸は燃焼開始時のロウソクの根元を0 mm として記録を始めたものである。青色の点線で容器の縁にあたる8 mm を示している。定常燃焼から定常振動、定常振動からカオスに切り替わる瞬間は明確ではないが、段階的に変化している事が分かる。

小容器の中のロウソクは振動し続けるのではなく、一定の間隔を挟んで度々振動した。最初に揺らぎが始まってから、次の揺らぎが生じるまでの間隔は経過時間と共に徐々に短くなっていった。振動の間隔が短くなるにつれ、定常振動はカオスに近づいていくと考えられる。

炎の根元が容器の縁より低くなると定常振動が生じ、ある境界線を越えるとカオスになる。燃焼点周りの酸素量は炎が低くなるにつれて減っていくことから、酸素量の不足により振動が引き起こされ、更なる減少によりカオスに突入すると考えられる。今後はこの境界線を明確にすることが課題である。

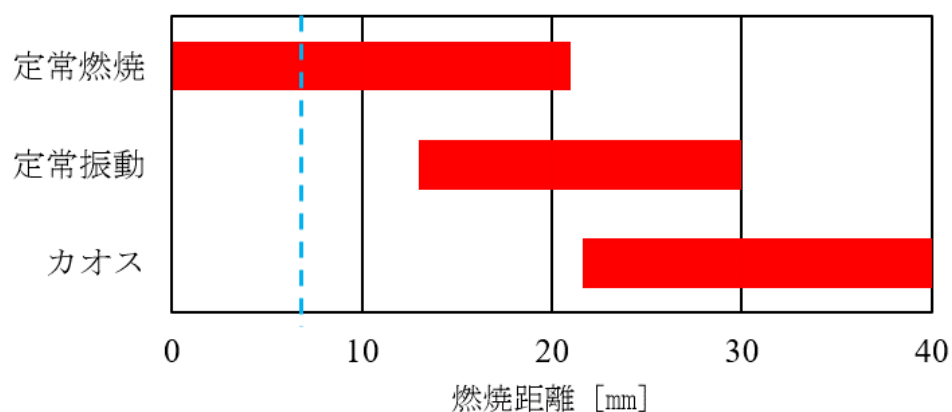


Figure 5.9: Space-time plot of large containers.



### 5.4.5 シャドウグラフ撮影

プロジェクタを用いて、シャドウグラフ撮影法を行った。プロジェクタから白色の映像を実験対象に向かって照射と投影を行った。その際、光線が熱と気流によって生じた密度差があるところを通ることで、壁に密度差の影絵が描かれる。

撮影した結果は、ImageJを用いてPIV解析を行い、気流のベクトルを求める。

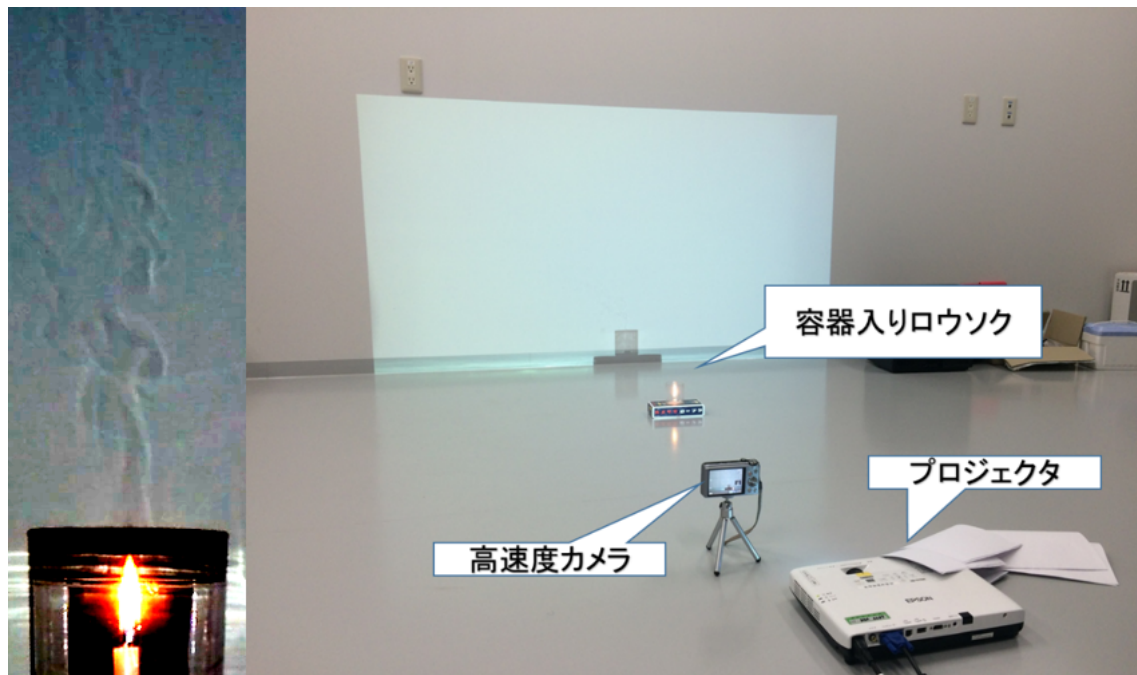


Figure 5.10: Shadow graph method and shooting method.

ろうソク一本の時の火炎周辺の気流の変化を Figure 5.11 示す。

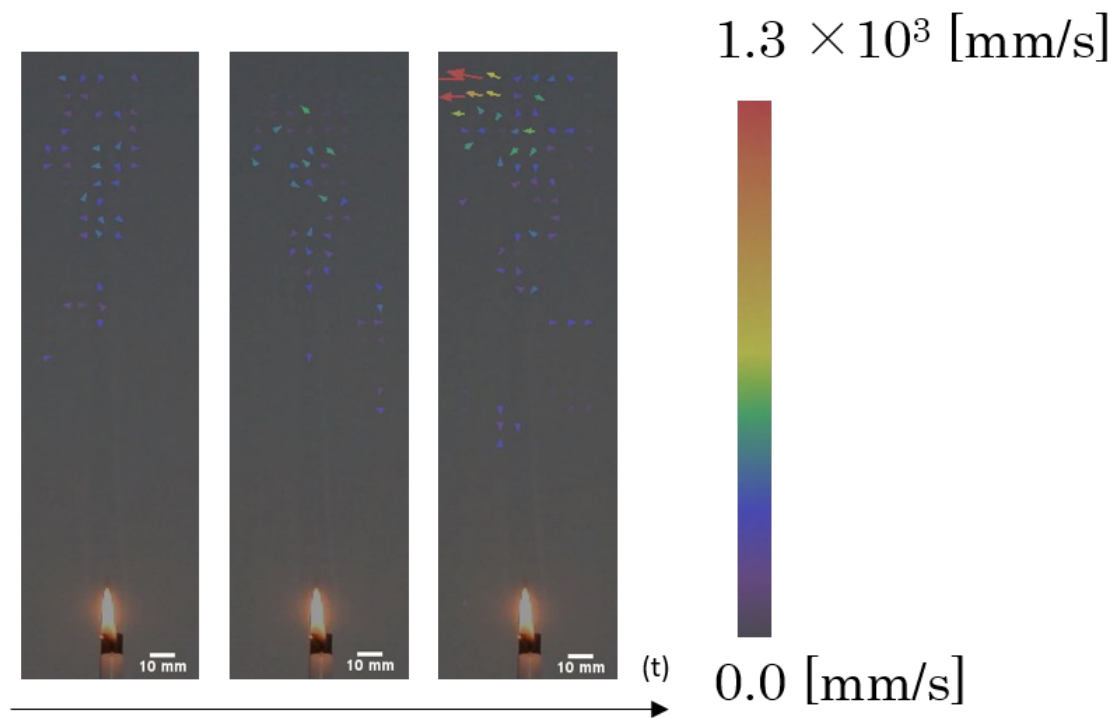


Figure 5.11: Shadow graph shooting result of one candle and PIV result.

Figure 5.11 より一本のろうソクの火炎周囲の気流について、火炎近傍では乱れた流れがほとんどなく上昇方向に流れがあることが分かる。

次に、小容器内におけるろうソクの火炎周辺の気流の変化を示す。

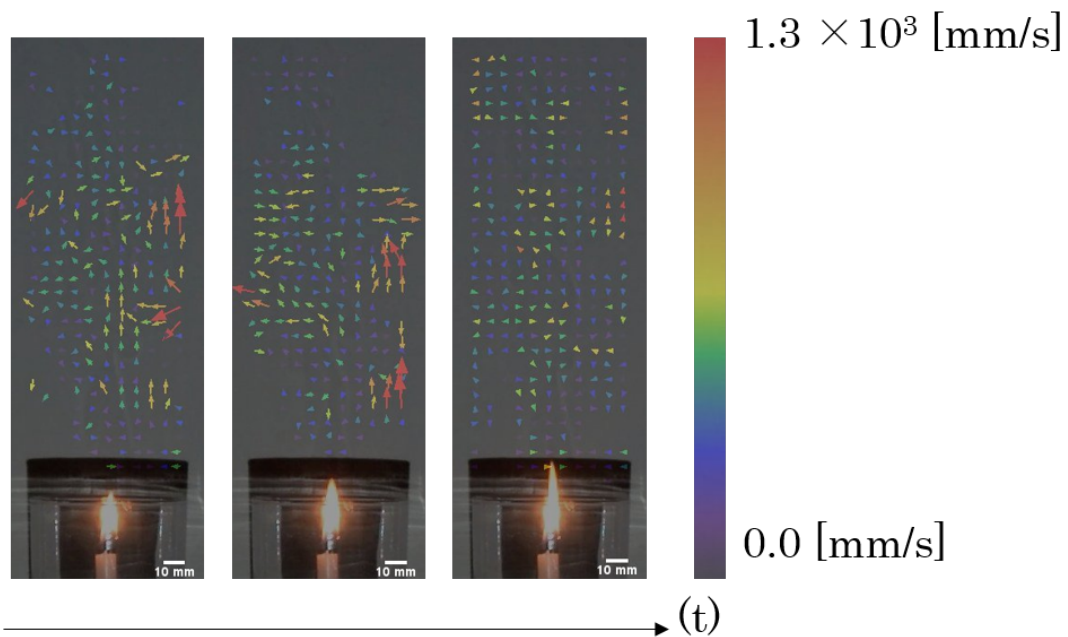


Figure 5.12: Shadow graph shooting result of candle in glass and PIV result.

小容器内のろうソクの火炎周辺の気流は、火炎近傍に上昇気流に逆らい下降気流が見られる。さらに空気が流入した後に火炎が大きくなることが分かった。また火炎が大きくなった時、上空で強い上昇気流が出たあと火炎はすぐに小さくなる事も分かった。

## 5.5 結言

本研究より、容器がない場合において一本のろうソクの火炎には振動現象が発現せず、容器がある場合において一本のろうソクの火炎には振動現象が発現することがわかった。ろうソクの燃焼のメカニズムをたどると、火炎の挙動には、蠟の量や供給速度、酸素の量、火炎周囲の気流が関係していることが示唆される。蠟の量や供給速度、酸素量の変化については燃焼の際に蠟が熱によって気化されたものが酸素と反応して燃えているため、生成した水や二酸化炭素の量を計測することができれば化学反応の視点から理論的な数値は算出することが可能であると考えられる。蠟の供給はろうソクの輻射熱によって起こるが、輻射熱の量が変化するのは酸素の量によって変化していると考えられる。詳細な振動のリズムのメカニズムは、蠟の量や供給速度、酸素の量、火炎周囲の気流についてそれぞれの時間変化に伴う定量的な計測を行うことによって解明されるのではないかと予想される。このろうソク振動子の課題は、身近に存在している物でも我々は未だに理解できていないことを示す格好の材料である。この課題の解明は生命の呼吸や、細胞同士の情報やり取り、神経回路や心筋細胞のリズムといった現象を、従来よりも簡単でありながら、本質を突いたようなモデル化につながるものと期待される。

## 文献

- [1] H. Kitahata, J. Taguchi, M. Nagayama, T. Sakurai, Y. Ikura, A. Osa, Y. Sumino, M. Tanaka, E. Yokoyama, and H. Miike, *The Journal of Physical Chemistry A* **113**, 8164 (2009).
- [2] R. Kapral and K. Showalter, *Chemical waves and patterns*, volume 10, Springer Science & Business Media, 2012.
- [3] A. Winfree, *The geometry of biological time*, 1980.
- [4] T. Ishida and S. Harada, *Kagaku to Kyoiku* **47**, 716 (1999).
- [5] M. Yoshimoto, K. Yoshikawa, and Y. Mori, *Physical Review E* **47**, 864 (1993).
- [6] 雅. 長山 and 弓. 井倉, 盛岡応用数学小研究集会報告集 **2007**, 8 (2008).

# 第6章 一分子DNAの蛍光顕微鏡像から求めるDNAの物性評価

## 6.1 緒言

近年、DNAの高次構造の発現や核形成などへ影響が注目され始め、DNAの一分子観察が行われるようになってきた。このような一分子DNAの物性については、光ピンセットを用いて基板上でDNAを引っ張る張力測定や、細い流路にDNAを流し、物性を測るような研究などが行われている[?, 1-5]。しかしながら、これらの測定方法は、張力を印加した結果としてDNAの構造が壊れる可能性がある点や、既存の方法はDNAを固定したり狭い空間に押し込んだりするが、生体内のDNAは自由に動ける環境下に存在する点で、本来のDNAの物性を測定できたとはいえない。したがって、遺伝子発現や核形成等を議論するにあたって、DNAの物性を生体内により近い環境で評価することが求められている。本研究では、DNAを束縛、固定することなく、DNAのブラウン運動に誘起されるゆらぎを計測することによってDNAの物性であるバネやダンパー成分を定量的に評価する方法を創出し、解析を行った。

## 6.2 手法

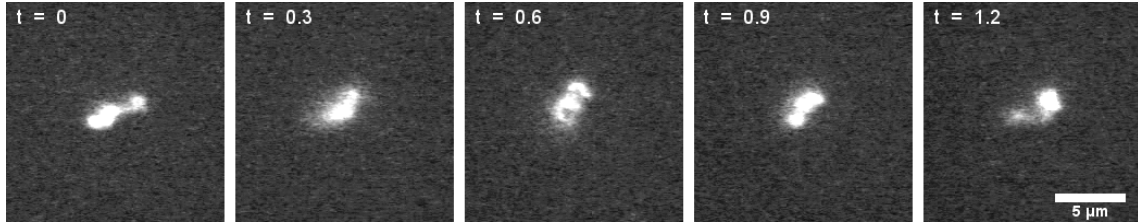


Figure 6.1: Time lapse picture of DNA ( $t = 0.3$  seconds, scale bar is  $0.5\mu\text{m}$ )

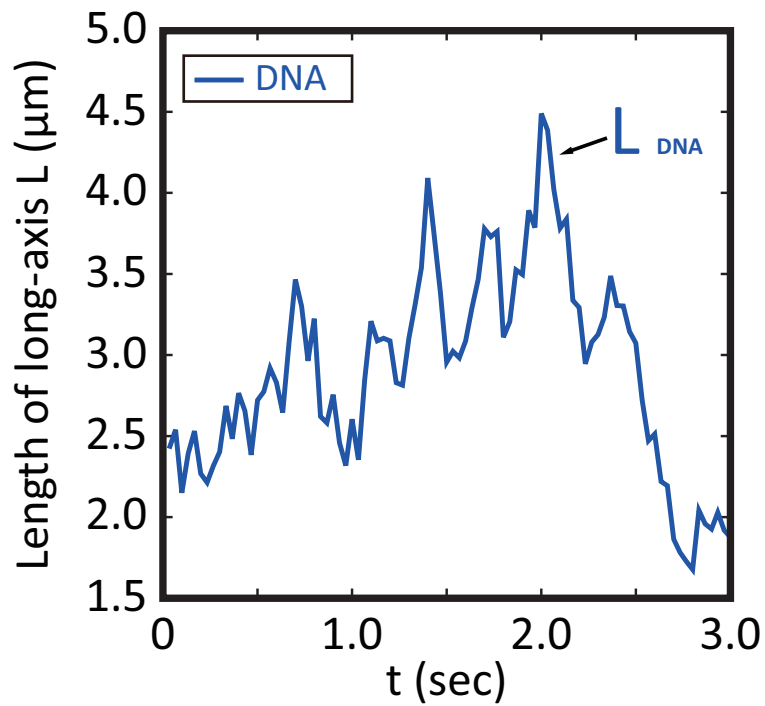


Figure 6.2: Time development of major axis length of DNA

Figure 6.1 の様なブラウン運動する一分子の DNA を捉えた蛍光顕微鏡象より、Figure 6.2 に示す DNA の長軸長  $L$  の時間変化が得られる。この時間変化から自己相関を求めることで、DNA のバネやダンパーの物性を定量的に評価できる。自己

相関関数  $C(\tau)$  とすると自己相関の定義より、遅れ時間を  $\tau$  とすると、

$$C(\tau) = \langle L(t) - \bar{L} \rangle \langle L(t + \tau) - \bar{L} \rangle \quad (6.1)$$

となる。ここで  $C(0)$  は

$$C(0) = \langle L - \bar{L} \rangle^2 = \frac{\sum_{k=1}^N (L_k - \bar{L})^2}{N} \quad (6.2)$$

と表せ、分散を求めることで単位付きの値を算出できる。この  $C(0)$  はエネルギー等分配の法則により

$$\frac{1}{2} k_B T = \frac{1}{2} k \langle L \rangle^2 \quad (6.3)$$

( $k_B$ : ボルツマン定数、 $T$ : 絶対温度 [K]、 $\omega$ : 角周波数である。) となりバネ定数が

$$k = \frac{k_B T}{C(0)} \quad (6.4)$$

のように算出できる。これらの値を用いて、バネ (バネ定数) とダンパーの力 (減衰係数) を考慮した自己相関関数を次式でフィッティングすることで、DNA 鎖のもつバネ定数  $k$  と減衰係数  $\gamma$  を求める。

$$C(\tau) = \frac{k_B T}{k} e^{-\gamma \tau} \cos \omega \tau \quad (6.5)$$



### 6.3 結言

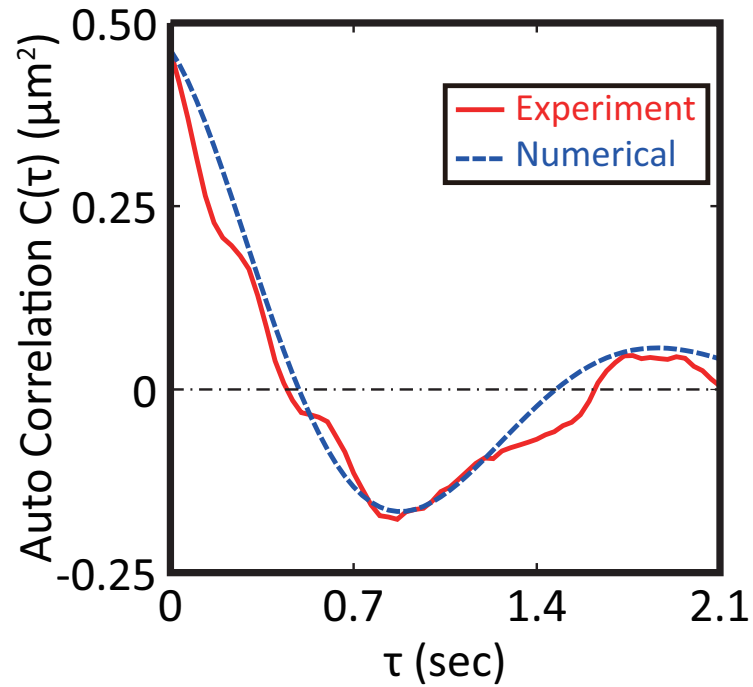


Figure 6.3: Auto correlation of DNA

DNA 一分子での蛍光顕微鏡像でのゆらぎについて計測を行った結果を示す。式 6.5 を用いて実験値の結果にフィッティングしたところ DNA 単体では、ばね定数  $k$  が約  $8.9 \times 10^{-9} \text{N/m}$ 、減衰係数  $\gamma$  が約  $1.1 \text{sec}^{-1}$  となることが明らかとなった。

## 文献

- [1] M. Ichikawa, H. Ichikawa, K. Yoshikawa, and Y. Kimura, *Physical Review Letters* **99**, 148104 (2007).
- [2] C. Bustamante, Z. Bryant, and S. B. Smith, *Nature* **421**, 423 (2003).
- [3] E. S. Shaqfeh, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics* **130**, 1 (2005).
- [4] A. Bensimon, A. Simon, A. Chiffaudel, V. Croquette, F. Heslot, and D. Bensimon, *Science* **265**, 2096 (1994).
- [5] T. T. Perkins, D. E. Smith, and S. Chu, *Science* **264**, 819 (1994).

## 第7章 結論

得られた研究成果を以下にまとめる。

第2章では、加振機を用いて作り出される機械的なエネルギーを用いることで、実験室内で容易に非平衡にゆらいだ状態を作り出す事が出来ることを明らかにした。鉛直に振動する板の上に物体を載せると自らゆらぎを作り出す。本論文では非対称な形状の粒子の単体の運動と多粒子の運動について述べている。単体粒子の運動は、振動エネルギーが重力加速度より大きい時、初期条件としてボルトを横倒し (Horizontal state) にした時、ボルトの頭を前に進む運動 (Tumbling motion) を見せた。更に振動エネルギーを大きくすると、ボルトの頭を下にして直立 (Standing state) になることを発見した。多くの粒子を Standing state の状態で配置し一か所だけ Horizontal state にして振動を加えると、全体の運動が一時的に Tumbling motion に変化した。最終的にすべての粒子が Standing state になることを発見した。固形物体による再帰転移現象と興奮波の伝播現象を報告している。

第3章ではオイラーディスクとオイラーディスクへの鉛直加振による回転の持続について述べている。作成したコインサイズのオイラーディスク (直径 25 mm、高さ 4.95 mm) に鉛直振動を加えると、特定の周波数で回転する条件があることが分かった。また振動により回転が持続する領域は二つあることも発見した。

第4章では第2章、第3章でも用いた加振器と振動板を用いて、生命の基本である生体高分子の DNA が細胞の中でどのような様子になっているのか確かめために実験を行った。振動する容器の中を、細胞内の混雑環境下を模倣する実験について述べている。ブラウン運動する分子に見立てた粒子と高分子に見立てたボールチェーンを用いた。ボールチェーンの初期条件を円形にした場合、粒子による混雑

状況が高いと、ボールチェーンの凝縮はほどけにくい傾向にあることが分かった。一方で混雑状況が低いと、ボールチェーンの凝縮がほどけやすいことが分かった。

第5章ではろうそく振動子の振動現象について述べている。これまでのろうそく振動子はろうそくを束ねることではしか出来ないと言われていたところ、容器の中にろうそくを入れることでろうそく振動子と同様の現象が起こることがわかった。ろうそくの炎と容器のフチの関係により火炎の振動が分岐する事も発見した。またシャドウグラフ法により、ろうそくの炎と容器周りの気流がどの様になっているか確認することができた。

第6章では溶液中の一分子 DNA の蛍光顕微鏡象より、DNA の物性評価手法について述べている。これまでは DNA にずり応力などの外力を加えることによって物性評価を行う手法が一般的であったが、本研究では溶液中でブラウン運動する一分子 DNA の長軸長の時間ゆらぎを、蛍光顕微鏡を用いて計測し解析することで、ゲノムサイズ DNA の基本物性としてのバネとダンパー成分を定量的に評価する手法を創出した。本論文では、様々な実験手法により実空間モデルで非平衡ゆらぎが創り出すパターンダイナミクスを調べてきた。実空間系で様々な自己組織化現象や自己秩序化現象について、そのメカニズムを含めて研究を展開してきた。得られた研究成果を基に、実際の生命現象の謎に迫ることが今後の研究として学問的に重要な意味をもたらすものになると期待される。

# 謝辞

本研究を遂行するにあたり、御指導、御助言、激励をくださった指導教員の吉川研一教授に深謝いたします。またそれぞれの研究について御指導、御助言をくださった、ニューヨーク州立大学の Chwen-Yang Shew 教授、近畿大学の一野天利講師、上越教育大学の高野浩志准教授に謝意を申し上げます。また様々な面で多くの御指導くださった剣持貴弘教授、貞包浩一郎准教授に謝意を申し上げます。

作田浩輝氏、馬場ひかり氏をはじめとする生命物理科学研究室の諸兄各位に御礼を申し上げます。

最後にこれだけ、長い期間学生をさせていただき、見守っていただいた家族に、心から感謝いたします。