

米国の資産選択行動に関する実証分析

植 田 宏 文

- I はじめに
- II 相対的危険回避度の推定
- III CAPM とリスク・プレミアムの可変性
- IV 裁定価格理論 (APT: Arbitrage Pricing Theory)
- V 金融市場におけるショックの影響の持続性
- VI まとめと今後の課題

I はじめに

本論の目的は、米国の現実の株価変動が代表的な株価決定理論によってどの程度説明されるのか、その整合性と限界を明示的にすることである。株価の変動は、特に家計の資産選択行動に依存しており、危険資産に対するリスク・プレミアムの変化等と密接な関係がある。従って、株価自体の不安定な動きを分析する際には、ミクロ的な資産選択行動の厳密な理論分析を行うことが必要不可欠である。そこで、資産選択行動と株価（あるいは証券収益率）の決定について焦点を当て、その理論分析を行い、さらに具体的に危険回避度の変化や危険資産に対するリスク・プレミアムの変化について実証分析を行う。このような分析によって米国における資産選択行動の特徴を把握できるものと考えられる。

従来、株価の決定理論については Tobin, Markowitz の2パラメータ・アプローチ以後、飛躍的な展開が行われた。中でも代表的なものとして Sharpe (1964); Lintner (1965) によって定式化された資本資産価格形成

モデル (CAPM, Capital Asset Pricing Model), その後, Ross (1976) 等によって展開された裁定価格理論 (APT, Arbitrage Pricing Theory) が挙げられる。また, Fama (1965) 等が主張する効率市場仮説も主要な株価変化の決定理論の一つである。

本論では, この3つの理論を取りあげ比較検討を行い, 各々の理論の特徴さらに各理論の実証分析も行い現実妥当性を吟味する。本論の構成と内容は以下の通りである。第Ⅱ節では, 資産選択行動の micro foundation を行って相対的危険回避度を表しそれを推定する。米国における家計の資産選択行動パターンが決して一定ではなく, 可変的であることが確認される。第Ⅲ節では代表的な株価決定理論の一つである CAPM の米国金融市場における現実妥当性を検証する。投資家の請求するリスク・プレミアムも可変的であることがわかり前節の結果と対応していることが理解される。第Ⅳ節では, もう一つの代表的な株価決定理論である APT について説明し CAPM と比較考慮させた上で実証分析を行う。第Ⅴ節では, まず効率市場仮説に基づき株価そのものの変化に焦点を当て考察する。金融市場へのショックの影響が次期以後も持続している可能性のあることが観察されるため, ARCH (Auto Regressive Conditional Heteroscedasticity) モデルを展開させ, 前節までの分析結果の背景に存在する要因を提示し全体的な整合性を図る。最終節では, まとめと今後の課題について述べる。

Ⅱ 相対的危険回避度の推定

1 相対的危険回避度のスペシフィケーション

本節においては, 具体的にディープ・パラメータを推定することによって相対的危険回避度がどのように変化してきたのかを確認する。投資から得られる収益の期待効用の最大化を図るポートフォリオ行動を考えよう。

1種類の危険資産と安全資産のみからなる最も単純な経済を考え、この経済での資産選択を定式化する。

(仮定1) 投資家はリスク回避である。

(仮定2) 安全資産市場は、取引コスト等のない完全な市場で、安全利子率 i_f で任意の額だけ貸借可能である。

投資家は期末資産 W_1 からの効用が最大になるように、初期資産 (W_0) を安全資産と危険資産の間で選択する。 c を危険資産の保有比率、 r を危険資産の収益率 (確率変数) とすると、投資家の資産選択問題は、

$$\underset{(c)}{\text{MAX}} E[U(W_1)] \quad (1)$$

$$\text{s.t. } W_1 = [(1-c)(1+i_f) + c(1+r)]W_0 \quad (2)$$

と、定式化できる。

この期待効用関数を富の期待値 ($=E(W_1)$) についてテーラー展開し、2次以上の項を無視すると、

$$E[U(W_1)] = U' \cdot [E(W_1)] + E \{ U'' \cdot [W_1 - E(W_1)] \} \\ + E \{ (1/2) U'' \cdot [W_1 - E(W_1)]^2 \} \quad (3)$$

と、表される。(3)式に(2)式を代入して、 c について微分すると、

$$U' [E(W_1)] \cdot [E(r) - i_f] W_0 \\ + (1/2)(2c) U'' [E(W_1)] \cdot [r - E(r)]^2 W_0^2 = 0 \quad (4)$$

が得られる。

(4)式を、 c について解くと以下のように最適な株式保有比率が求められる。

$$c = - \frac{U' [E(W_1)]}{W_0 U'' [E(W_1)]} \cdot \frac{E(r) - i_f}{\sigma_r^2} \quad (5)$$

ここで、相対的危険回避度を

$$RRA(W) = - \frac{W U''(W)}{U'(W)} \quad (6)$$

とすると、(5)式は以下のように書き換えることができる。

$$c = \frac{1}{RRA(W)} \cdot \frac{E(r) - i_f}{\sigma_r^2} \quad (7)$$

(7)式より、限界効用の資産に対する弾力性である相対的危険回避度 $RRA(W)$ が W の増加(低下)関数であるとき、 W の増加とともに危険資産への投資比率 c は、減少(増加)し、 $RRA(W)$ が一定のとき、 W に関係なく c は一定である。

効用関数を相対的危険回避度一定の、

$$U(W) = (W^{1-a} - 1) / (1-a) \quad (8)$$

とすれば、相対的危険回避度は a となる。

2 相対的危険回避度の可変性

相対的危険回避度 (a) の推定にあたり、安全資産を現金通貨、要求払い預金、定期性預金、譲渡性預金、危険資産を株式、 i_f をフェデラル・レート(データ出所は IFS (International Financial Statistics) であり、いずれも4半期データである)を用いて1970年第1期から1996年第1期の期間において(7)式を推定した。結果は第1表の通りである。1983年3期で区分しているのはステップ・ワイズ・チャウテストを行った結果、F値は最も高く、この時期に相対的危険回避度の構造変化があった可能性が高

第1表 相対的危険回避度の推定

1970年1期-1983年3期
$c = -0.223 + 0.58 (r - i_f) / \sigma_r^2, \bar{R}^2 = 0.77, D \cdot W = 1.38$
(-2.14) (1.91)
相対的危険回避度 = 1.724
1983年4期-1996年1期
$c = -0.289 + 0.91 (r - i_f) / \sigma_r^2, \bar{R}^2 = 0.69, D \cdot W = 1.06$
(-1.19) (2.06)
相対的危険回避度 = 1.098

() 内は t 値、 \bar{R}^2 は自由度調整済み決定係数、 $D \cdot W$ はダービン・ワトソン値

いためである。1983年は金融自由化が進展して3年ほど経過しており家計の富の増加とともに投資選好が大きく変化していた時期に対応している。相対的危険回避度は1983年3期をはさんで、1.724から1.098へと大きく低下している。相対的危険回避度が富に対して遞減することは、危険資産に対するリスク・プレミアムの低下を意味しており、このことが特に1985年からの数年間の株価の上昇をもたらしたと指摘できると思われる。本実証分析では、ステップ・ワイズ・テストで最もF値の高い1983年3期を境に分けているが、実際構造変化が生じたと推定できる有意なF値は計8個あった。F値が有意な最後の期間は1989年4期であり、この期間以後の相対的危険回避度は反対に遞増しておりバブルが崩壊し株価が急低下した時期に対応している。上記の実証分析から言えることは、投資選好は決して一定ではなく可変的であり、同時に危険資産に対するリスク・プレミアムの変化が株式の変化をもたらしていると思われるということである。しかし現実の株価の変化がこの投資選好の変化ですべて説明できると示しているわけではない。あくまでも一つの示唆である。そこで、次節では株価そのものの変化に焦点を当て、現代ファイナンス論の代表であるCAPMについて説明し検証する。

Ⅲ CAPM とリスク・プレミアムの可変性

1 リスク・プレミアムの導出

Sharpe や Lintner らは全ての投資家が分散投資を行い合理的な投資行動を行うならば、市場ではいかなる均衡が成立するのかを解明した。すべての投資家が、期待収益率とリスク（分散）を考慮しながら最適なポートフォリオ行動をとると仮定する。このとき人々の最適化行動が集計された市場において、証券の価格はどのように決定されるかを明らかにしたのが

Sharpe (1964) の提示した資本資産価格形成モデル (CAPM) である。Tobin (1958) では、個別の投資家の行動を分析し、安全資産と危険資産の保有割合の決定を導出した。Sharpe (1964) は、この理論を発展させ、全ての投資家が分散投資を行い合理的な投資行動をするならば、市場ではいかなる均衡が成立するのか解明したのである。この理論では、市場でリスクとして認知されるのは、分散投資によって消去することのできないリスクすなわちシステムティック・リスクである。これは、市場ポートフォリオ (日経平均や NY ダウ平均株価等) との連動性としてとらえられ、各証券の期待収益率は、 β (市場ポートフォリオに対する反応度) という単一ファクターのみで表されるというものである。この理論は、その後、数多くの実証分析が行われ、いわゆる β 革命と呼ばれる現象を引き起こした。

はじめに、CAPM において前提となる諸仮定を挙げよう。

- (a) 投資家の選好態度は危険回避的であり、期待効用は資産の期待収益率とその分散に依存する。
- (b) 投資家は期首の富を安全資産と株式の形で保有する。
- (c) すべての投資家は同質的期待 (homogeneous expectation) を形成している。
- (d) 投資家が保有する証券はすべて市場を通じて売買される。
- (e) 投資家は無制限に借入れ、あるいは、貸付けが可能である。
- (f) 投資家の収益には課税されない。
- (g) 証券市場には摩擦 (friction) がなく、取引費用は存在しない。また市場は完全競争市場で、投資家は市場において price taker としてはたらく。

以上の仮定から、CAPM において各証券の期待収益率は、次のような形で与えられる。

$$E(\tilde{r}_j) = r_f + [E(\tilde{r}_M) - r_f] \beta_j \quad (9)$$

$E(\tilde{r}_j)$: 危険資産 (j) の投資収益率 (\tilde{r}_j) の期待値。～は確率変数であることを示す。

r_f : 安全資産の確定利子率

$E(\tilde{r}_M)$: 市場に存在するすべての危険資産から成る市場ポートフォリオの投資収益率 (\tilde{r}_M) の期待値

$$\beta_j = COV(\tilde{r}_j, \tilde{r}_M) / \sigma(\tilde{r}_M)^2 = \text{資産}(j) \text{の危険の尺度} \quad (10)$$

(9) 式より、各証券の期待収益率は、安全資産の収益率にリスク・プレミアムを上乗せしたものと表すことができるのである。 β がリスクの尺度になっている。以下で、動学体系の下で (9) 式の導出を行う。

消費者は、次の将来の消費の流列から得られる期待効用の現在割引価値を最大にするように行動する。

$$E \left[\sum_{t=0}^{T-1} (1+\theta)^{-t} U(C_t) \mid t \right] \quad (11)$$

θ は時間選好率を示している。制約式は次の通りである。

$$A_{t+1} = (A_t + Y_t - C_t) \{ (1+r_f) \omega_t + (1+r) (1-\omega_t) \} \quad (12)$$

A は資産額、 Y は所得、 C は消費、 r_f は安全資産の収益率、 r は危険資産の収益率、 ω は金融資産投資に占める安全資産への投資割合である。多期間にわたる動学制御モデルの解法の第一のステップとして (11) 式より次の value function を与える。

$$V_t(A_t) = \text{MAX} E \left[\sum_{s=t}^{T-1} (1+\theta)^{-(s-t)} U(C_s) \mid t \right] \quad (13)$$

(13) 式を forward に展開させることによって recursive equation を得ることができる。通常、Bellman equation と呼ばれているものである。

$$V_t(A_t) = \text{MAX} [U(C_t) + (1+\theta)^{-1} E \{ V_{t+1}(A_{t+1}) \mid t \}] \quad (13')$$

(12) 式の制約の下で、(13') 式の消費と投資割合についての 1 階条件は以下ようになる。

$$U'(C_t) = E[(1+\theta)^{-1} \{ (1+r_f) \omega_t + (1+r_t)(1-\omega_t) \} V_{t+1}'(A_{t+1}) | t] \quad (14)$$

$$E[V_{t+1}'(A_{t+1})(r_t - r_f) | t] = 0 \quad (15)$$

ここで、 $V_t'(A_t)$ と $U'(C_t)$ の関係を示しておこう。(13') 式を (12) 式の制約の下で A_t について微分し同時に (14) を考慮すると、

$$\begin{aligned} V_t'(A_t) &= E[(1+\theta)^{-1} \{ (1+r_f) \omega_t + (1+r_t)(1-\omega_t) \} V_{t+1}'(A_{t+1}) | t] \\ &= U'(C_t) \end{aligned} \quad (16)$$

となる。すなわち、最適経路上では金融資産の限界価値は、消費の限界効用と等しくなければならない。この関係から、(14) 式と (15) 式は以下のように書き換えられる。

$$U'(C_t) = E[(1+\theta)^{-1} \{ (1+r_f) \omega_t + (1+r_t)(1-\omega_t) \} U'(C_{t+1}) | t] \quad (17)$$

$$E[U'(C_{t+1})(1+r_f) | t] = E[U'(C_{t+1})(1+r_t) | t] \quad (18)$$

(18) 式を (17) 式に代入すると、1 階条件は以下のように2通りにして表すことができる。

$$U'(C_t) = (1+\theta)^{-1} E[U'(C_{t+1})(1+r_f) | t] \quad (19)$$

あるいは、

$$U'(C_t) = (1+\theta)^{-1} (1+r_f) E[U'(C_{t+1}) | t] \quad (20)$$

(19)、(20) 式は Keynes-Ramsey Condition を示しており、今期の消費の限界効用は、金融資産への投資収益を考慮して行われる次期の消費から得られる限界効用の期待値と等しくなる (i は個別証券を表しており、 $i = 1, 2 \dots n$ である)。

(20) 式を (19) 式へ代入すれば、

$$\begin{aligned} 0 &= E[U'(C_{t+1})(r_t - r_f)] \\ &= E[U'(C_{t+1})] E[r_t - r_f] + COV[U'(C_{t+1}), r_t] \end{aligned} \quad (21)$$

を得る (information set の表現を以下では捨象する)。(21) 式より、個別

証券の期待収益率は、

$$E[r_{it}] = r_{ft} - \text{COV}\{U'(C_{t+1}), r_{it}\} / E[U'(C_{t+1})] \quad (22)$$

となる。期待収益率が消費の限界効用に依存することが確認される。

ここで、 $U'(C_{t+1})$ と収益率が完全に負の相関関係が成立しているマーケット・ポートフォリオを取り上げよう。すなわち、

$$U'(C_{t+1}) = -\gamma r_{Mt} \quad (23)$$

が成立している。このとき、すべての危険資産について次式が成り立つ。

$$\text{COV}[U'(C_{t+1}), r_{it}] = -\gamma \text{COV}(r_{Mt}, r_{it}) \quad (24)$$

(22) 式の r_{it} を r_{Mt} に代えて、(23) 式を代入すると、

$$\begin{aligned} E(r_{it}) &= r_{ft} - \frac{\text{COV}\{U'(C_{t+1}), r_{it}\}}{E[U'(C_{t+1})]} \\ &= r_{ft} + \frac{\gamma \text{VAR}(r_{Mt})}{E[U'(C_{t+1})]} \end{aligned} \quad (25)$$

を得る。(24)、(25) 式を (22) 式に代入すれば、

$$\begin{aligned} E[r_{it}] - r_{ft} &= \dots \\ &= \{\text{COV}(r_{it}, r_{Mt}) / \text{VAR}(r_{Mt})\} \{E(r_{Mt}) - r_{ft}\} \end{aligned} \quad (26)$$

となり、以下のように (9) と同様な均衡期待収益率を表すことができる。

$$\begin{aligned} E[r_{it}] - r_{ft} &= \beta_i \{E(r_{Mt}) - r_{ft}\} \\ \beta_i &= \text{COV}(r_{it}, r_{Mt}) / \text{VAR}(r_{Mt}) \end{aligned} \quad (27)$$

CAPM では、均衡収益率を効用関数や投資選好を特定化することなく β を回帰することでもとめることができるのである。CAPM の特徴は、期待効用が収益率と分散に従う想定の下で、各投資家の資産選択行動を市場の一般均衡理論へ展開し、各個別の証券収益率が β という単一ファクターのみによって説明することができるという点にある。これは、多銘柄の証券に分散投資する結果、企業に固有なリスクは相殺され、残るのは、マーケット・ポートフォリオの収益率と共変動するリスクだけになるため

ある。

β で表される各個別証券のリスク・プレミアムは、マーケット・ポートフォリオとの相関係数が高いほど市場との共通の動きも高くなるので、大きくなる。このようにリスク尺度としては、各個別証券固有のリスクではなく、マーケット・ポートフォリオとの共分散という一つのファクターで表されるのである。CAPMは、このことを投資家の最適化行動から理論的に導出したことで高く評価されている。CAPMは、その後、税金が存在する場合や動学体系での価格決定モデルへと発展されている。

2 CAPMの実証分析

本節では、 β を推定するとともに、この β の安定性についても検証を行う。収益率のデータについては、マーケット・ポートフォリオの収益率はNYダウ平均株価の収益率、各証券の収益率はNYダウ工業株価対象の30社の収益率、安全資産の収益率はフェデラル・レート（いずれも1カ月物）を採用した。分析は、1969年から1996年までの月次データで行われた。具体的な推定方法は、以下の通りである。

1: マーケット・モデルを用いて β を推定する。

$$\tilde{r}_j = \alpha_j + \beta_j \tilde{r}_M + \tilde{\varepsilon}_j \quad (28)$$

各産業別の月次投資収益率をNYダウ平均株価の月次投資収益率で回帰する。

2: CAPMの(28)式より次のリスクプレミアム・フォームに変える。

$$E(\tilde{r}_j) - r_f = [E(\tilde{r}_M) - r_f] \beta_j \quad (29)$$

(29)式より;

$$r_j - r_f = [r_M - r_f] \beta_j + \varepsilon_{jt} \quad (30)$$

となる。ここで、 r_{jt} =株式(j)の月次超過収益率= $r_{jt} - r_{ft}$, r_{Mt} =マーケット・ポートフォリオの月次超過収益率= $r_{Mt} - r_{ft}$ とすると; (30)式

は次のように書き換えられる。

$$r_{jt} = \beta_j r_{Mt} + \varepsilon_{jt} \quad (31)$$

本節における検証では、(31)式で得られた β に対して、次期の超過収益率をクロス・セクションデータで次の式に基づいて回帰分析を行う。

$$r_{jt} = \gamma_1 + \gamma_2 \beta_j + \varepsilon_{jt} \quad (32)$$

CAPMの妥当性は、(31)式と比べると次のルールで判断させる。

- (A) 切片(γ_1)は、ゼロと有意に異なるない。
- (B) β は、危険資産の投資収益率を説明する唯一の factor である。
- (C) 関係式は β の一次関数である。
- (D) β の係数(γ_2)は、 $(r_M - r_f)$ に等しくなければならない。

実証分析は、1期を3年、4年、5年と異なる3つの期間に分けて行われた。例えば、1期を3年とすると、まず1969年から1971年までの月次データで(28)式に従い、各個別収益率をマーケット・ポートフォリオであるNYダウ平均株価の月次収益率で回帰し、 β を推定する。この β を用いて、次期の1972年から1974年の間でクロスセクション・ベースで(32)式に従って回帰分析を行う。以下3年毎に、同じ様な回帰分析を行い、先の(A)から(D)の条件が満たされているか否かを検証する。

1期を3年としたときの(32)式の回帰結果が、第2表にまとめられている。1期を4年、5年と順に長くしていくと、1期を3年とした場合より説明力は低下していく傾向にあった。この理由については、後述する β の安定性のところで議論する。第2表の \bar{R}^2 は、自由度調整済み決定係数である。()内の値は、 t 値である。期間1が、最もCAPMの説明力が高く、第6期に至るまで一時期を除いて年々その説明力が低下傾向にあることがわかる。なお、 β の係数の符号条件はすべて満たされている。第2期から第3期にかけて、一段と自由度調整済み決定係数が低下しているの

第2表 CAPMの実証(1)
 回帰方程式： $r_{it} = \gamma_1 + \gamma_2 \beta_{it} + \epsilon_{it}$

期 間	回 帰 結 果	\bar{R}^2
1: 1972-1974	$r_{it} = 0.0020 + 0.0051 \beta_{it}$ (1.126) (5.297)	0.814
2: 1975-1977	$r_{it} = 0.0098 + 0.0061 \beta_{it}$ (1.006) (1.638)	0.683
3: 1978-1980	$r_{it} = 0.0114 + 0.0069 \beta_{it}$ (1.682) (1.325)	0.617
4: 1981-1983	$r_{it} = 0.0082 + 0.0055 \beta_{it}$ (1.562) (1.885)	0.733
5: 1984-1986	$r_{it} = 0.0054 + 0.0091 \beta_{it}$ (2.308) (1.099)	0.579
6: 1987-1989	$r_{it} = 0.0037 + 0.0036 \beta_{it}$ (1.958) (1.006)	0.508
7: 1990-1992	$r_{it} = 0.0239 + 0.0111 \beta_{it}$ (1.877) (1.465)	0.618
8: 1993-1995	$r_{it} = 0.0366 + 0.0142 \beta_{it}$ (1.155) (1.706)	0.682

() 内は t 値, R_2 は自由度調整済み決定係数

は、石油ショックの影響を受けているためと考えられる。その後、レーガンの高金利政策を採用した80年代の初期には説明力が高まっている。インフレ率を徹底的に低下させるという政府の政策に対する信認が高まり株式市場の効率性が向上した時期としてとらえられる。しかし、いわゆるバブルが発生していた第5,6期におけるCAPMの説明力は、大きく低下し理論的要因のみでは現実の側面を把握できていないことがわかる。しかし第7期以後、再び説明力は上昇の傾向にある。株価の大幅下落で、家計等の資産選択行動がファンダメンタルズ指向に回帰している可能性がある。だが本論では対象期間とはなっていない1996年のNYダウ株価は、1980年代のバブル期に匹敵するほど急上昇しており、この事象を対象とするならば決してCAPMの説明力は今後も上昇していくとは考えられない。

米国では、モデルがシンプルであることから多くの実証研究が行われ、

いわゆるベータ (β) 革命と呼ばれる現象が生じた。しかし、石油ショック以後、CAPM の現実の証券価格に対する説明力が低下し、実証面で次のような批判を浴びるようになった。第一に、実証分析において期待収益率を実現値に置き換えなければならないことである。第二に、危険資産は、株式だけでなく債券、不動産、美術品等があり、真のマーケット・ポートフォリオを現実にも測定することができないのではないかということである。第三に、実際に複数のマクロ経済指標が証券価格に影響を与えている可能性が高く、一つのファクターだけでは不十分ではないかということである。

このような結果から、 β は安定的ではなく、各期においてかなりの変動をしている可能性が高いと考えられる。先の実証分析において、クロス・セクションで (32) 式の検証を行う際、前期のマーケット・モデル (28) 式から得られた β を採用している。各期において、 β の現実の値が変動しているならば (32) 式の推定結果が低下するのは自明である。表 3 では、 β の安定性について検討を行っている。

まず、(28) 式で各期間別に全 30 社の β を推定し、それが 1 期前から 3 期前までの β と比較し、有意に異なっているか否かを調べる。第 3 表の値は、 β が 5% 基準で有意に異なっている比率を示している。ここでは、1 期を 3, 4, 5 年間と 3 通りに場合分けして検証している。第 3 表では、 β を比較する期間が長くなるほど有意に異なる比率は上昇している。また、

第 3 表 β の安定性

	3 年	4 年	5 年
1 期前	0.29	0.36	0.56
2 期前	0.41	0.64	0.75
3 期前	0.73	0.79	0.82

β が 5% 基準で有意に異なる割合。

β を推定する1期間が長くなるほど有意に異なる比率が上昇している。また、近年になるほど β の安定性は低くなる傾向が見られた。

これらの結果から、 β が常にある一定の水準で安定的に推移しているのではなく、かなりの程度で変化していると判断することができる。第2表での、推定結果の不適合性は、この β の不安定性によるものと考えられる。 β はリスク・プレミアムを決定する値であり、それが可変的であることは、投資家の資産選択行動において危険資産に対する評価が大きく変化していることに対応している。例えば、危険資産に対するリスク・プレミアムの低下は、相対的に安全資産より危険資産への投資需要が増加する相対的危険回避度減少に対応している。反対に、危険資産に対するリスク・プレミアムの上昇は、相対的に危険資産より安全資産の保有割合が増加する相対的危険回避度の増加に対応している。 β が現実には可変的であることは、同時に相対的危険回避度が可変的である可能性が高いと思われる。従って、相対的危険回避度一定という仮定の下での理論分析には多くの問題点が内包されていると指摘することができよう。

IV 裁定価格理論 (APT: Arbitrage Pricing Theory)

1 リスク・プレミアムの導出

本節では、資本市場における危険資産のCAPMに代わる価格決定理論を提示したRoss (1976)の裁定価格理論 (APT)を取り上げる。APTは、市場ポートフォリオを唯一の説明変数とするCAPMに対して、その基本的な市場ポートフォリオ自体の計測が現実には不可能であるというRollの理論的批判、および、各証券収益率が β 係数のみでは説明できず、他の重要な複数のマクロ経済指標の存在が説明力を向上させているという実証研究の指摘に答えるかたちで提唱された。APTの基本的な考え

方は、各証券の期待収益率は CAPM のように株式市場全体の平均収益率によってではなく、市場において完全に裁定が行われることを前提した場合、幾つかの銘柄に共通する複数個の変動要因によって決定されるというものである。その意味で、現実的、直感的なモデルに経済学的な意味を与えた理論として特徴づけることができる。

APT を導出にするに先だって、理論の前提となる諸仮定を挙げよう。

- (a) 資本市場は完全競争市場である。
- (b) 投資家は、合理的である。
- (c) 各証券の投資収益率は、 k 個の共通因子に次のようにしたがっている。

$$\tilde{r}_i = a_i + b_{i1}\tilde{Y}_1 + b_{i2}\tilde{Y}_2 + \cdots + b_{ik}\tilde{Y}_k + \epsilon_i \quad (i=1 \sim n) \quad (38)$$

r_i : i 証券の収益率, Y_i : 共通因子, b : 共通因子に対する反応係数

- (d) 通常、因子はマクロ経済指標である。
- (e) \tilde{Y}_i は、システムティックな変動要因であり、平均ゼロ、分散 1 に標準化されている。共通因子は互いに独立である。 ϵ は、各資産の固有の変動要因を表すアンシステムティックな攪乱項であり、平均ゼロ、分散は σ^2 である。また、攪乱項と共通因子も独立である。

$$E(Y) = 0, E(Y Y') = I (\text{単位行列}), E(\tilde{\epsilon} Y') = 0$$

$$E(\tilde{\epsilon}) = 0, E(\tilde{\epsilon} \tilde{\epsilon}') = \Sigma (\text{対角行列})$$

従って、 $E(\tilde{r}_i) = a_i$ となり、 a_i は期待収益率を示している。

- (f) 資産の数 n は、十分に大きく大数の法則が成立する。

APT では、各証券に固有なリスクが無視できるほどに分散化した投資が可能となるように、十分多種類の証券が存在しているものと仮定している。また APT は、CAPM と異なり効用関数の特定を行っていない点でより一般的である。

APT のアイデアを理解するために、共通因子が1個で各証券に固有なリスクがない場合について説明しよう。従って、 i 証券の収益率は、

$$\tilde{r}_i = a_i + b_{i1} \tilde{Y}_1 \quad (39)$$

となる。いま、証券 i を ω 、証券 j を $(1-\omega)$ だけ購入するポートフォリオを考えよう。このポートフォリオの収益率は、次のようになる。

$$\omega \tilde{r}_i + (1-\omega) \tilde{r}_j = \omega a_i + (1-\omega) a_j + \{\omega b_{i1} + (1-\omega) b_{j1}\} \tilde{Y}_1 \quad (40)$$

\tilde{Y}_1 は、システマティックなリスクであるが、今このリスクを完全に相殺するようなポートフォリオを組めば、投資家にとってポートフォリオからの収益率が確定し、リスクはゼロとなる。(40) 式において、 \tilde{Y}_1 の係数がゼロとなるような ω^* を選択する。

$$\omega^* = \frac{-b_{j1}}{b_{i1} - b_{j1}} \quad (41)$$

ここで、危険が全くない安全資産を導入し、その収益率を r_f とする。(41) 式で決定される ω^* に従って得られるポートフォリオの収益率が、安全資産の収益率 r_f より高ければ、裁定がはたらき、この危険資産から成るポートフォリオへの需要が増加する。裁定が完全（裁定機会の不在）になれば、このポートフォリオの収益率は、 r_f に等しくならなければならない。すなわち、

$$\begin{aligned} \omega \tilde{r}_i + (1-\omega) \tilde{r}_j &= \omega^* a_i + (1-\omega^*) a_j \\ &= \frac{-b_{j1} a_i + b_{i1} a_j}{b_{i1} - b_{j1}} = r_f \end{aligned} \quad (42)$$

となる。これを r_f について書き換えれば次のようになる。

$$\begin{aligned} r_f &= \frac{-b_{j1} a_i + b_{i1} a_j}{b_{i1} - b_{j1}} = \frac{a_i (b_{i1} - b_{j1}) - b_{i1} (a_i - a_j)}{b_{i1} - b_{j1}} \\ &= a_i - \frac{a_i - a_j}{b_{i1} - b_{j1}} b_{i1} \end{aligned} \quad (43)$$

ここで、 $\lambda = (a_i - a_j) / (b_{i1} - b_{j1})$ とおけば、

$$a_i = r_f + \lambda b_{i1} \quad (44)$$

となる。仮定 (e) で述べたように、 a_i は \tilde{r}_i の期待値に等しいので次のよ

うに書き換えることができる。

$$E(\tilde{r}_i) = r_f + \lambda_i b_{i1} \quad (45)$$

APT では、(38) 式という各証券の収益率生成過程の下では、各証券の期待収益率が (45) 式で表されているように決まるのである ((45) では共通因子が 1 つである場合を検討しているため右辺は 2 項のみである)。これが、APT 理論である。危険資産である各証券の期待収益率は、安全資産の収益率 r_f に第 2 項のリスク・プレミアム分を加えたものに等しくなる。リスク・プレミアムは、共通因子 \tilde{Y} に対する反応係数 b の関数となる。安全資産の収益率 r_f に一定のリスク・プレミアムを上乗せした型になっているのは CAPM と同様である。APT の特徴を CAPM と比較しながら考察すると次のようにまとめることができる。

まず第一に、CAPM のように市場ポートフォリオという単一のファクターにのみ依存するのではなく (single-factor model)、より多くの共通したファクターを説明因としている (multi-factor model)。第二に、均衡状態においては、裁定利益の獲得は不可能であるという経済学的論理を利用して、期待収益率とリスクの間の線形関係を導いた均衡モデルである。証券収益率生成過程の多因子線形性と裁定機会不在の複合仮説が成り立てば、証券の期待収益率は、安全資産と共通リスク要素に対するリスク・プレミアムの和で表現される。第三に、CAPM では、市場ポートフォリオがきわめて重要な役割を演じたのに対して、APT は市場ポートフォリオにその様な役割を期待していない。第四に、CAPM では投資家がリスク回避的という仮定をつけているが、APT では特に投資家の効用関数に仮定をつけていない。第五に、CAPM と APT は、理論的には必ずしも矛盾するものではないと言える。APT で共通因子を一つとした場合、証券の期待収益率は、安全資産の収益率に共通因子の反応係数を考慮したリスク・プレミアムを上乗せするという single-factor model になるからであ

る。

問題点としては、次のような点が挙げられる。証券の収益率にシステムティックな影響を与える共通因子が何であるか分からない。Ross (1976) は、マクロ経済指標である、インフレ率、鉱工業生産指数、短期・長期金利等を挙げているが、推測の域を出ることはできず確定できない。また、共通因子数がいくつあるのかも厳密に確定することはできない。

2 APT の検証

1984年から1995年(NYダウ平均株価月次データ)を対象に1期を3年とした場合のAPTの実証結果を第4表にまとめている。いずれも、共通因子数が2個であるとき自由度調整済み決定係数の値が最も高かった。分析手法は、Ingersoll (1984)、若杉(1983)、堀本(1986)、櫻庭(1987)と同様に以下の手続きに基づいて行った。まず第1に、因子分析法によって共通因子を抽出し、この抽出された因子の動きと各産業別収益率の動きから、共通因子に対する反応係数 b (因子分析においては、因子負荷係数と呼ばれている) を推定する。次に、各産業別収益率を b に対してクロス・セクション分析を行い、 λ を推定する。この2段階の実証は、CAPMにおいて、まず時系列データから各産業の β を推定し、次に各産業の期待

第4表 APTの実証

期 間	因子分析結果	R_2
1984-1986	$E(\tilde{Z}) = 0.0059 + 0.232 b_1 + 0.468 b_2$ (3.65) (1.217) (1.169)	0.596
1987-1989	$E(\tilde{Z}) = 0.0027 + 0.295 b_1 + 0.251 b_2$ (3.35) (1.372) (1.255)	0.618
1990-1992	$E(\tilde{Z}) = 0.0036 + 0.192 b_1 + 0.308 b_2$ (2.65) (0.914) (1.703)	0.684
1993-1995	$E(\tilde{Z}) = 0.0019 + 0.147 b_1 + 0.229 b_2$ (1.99) (1.200) (1.332)	0.614

収益率を β で回帰させるクロス・セクション分析を行う手順に対応している。これら一連の APT の実証分析には、SAS (Statistical Analysis System) を利用した。

日本において堀本 (1986)、櫻庭 (1987) らは、年々 CAPM の説明力が低下傾向にあるのに対して、APT は、ますます説明力が上昇傾向にあると指摘し APT を強く支持している。一方米国では、どの期間をとっても自由度調整済み決定係数は 0.6 前後であり、 b の係数値でも有意な値はほとんどみられない。APT が支持されないのは、米国の金融市場において裁定が十分にはたらいっていないか、あるいは現行のマクロ経済の代表的な指標だけでは、株価を十分に説明することができないことを示している。CAPM 同様、投資家の選好態度がかなり変化している可能性もあると思われる。

V 金融市場におけるショックの影響の持続性

本節では、まずはじめに株価の変化が過去の変化とどのような関係にあるのかを Fama の効率市場仮説に従い考察する。先の APT と CAPM は株価の絶対水準の理論値を導出し、現実の株価と比較し分析するのに対して、効率市場仮説は株価の変化に着目し市場ですべての情報が正しく反映されているかを分析するものである。ここでは、ウィーク・フォーム (弱度の効率市場仮説) 型を取り上げ検討する。ウィーク・フォーム型では、情報集合として過去の株価あるいは収益率を考え、それらの情報が現在の株価に反映されているか否かを検定するものである。すなわち、ウィーク・フォームの検定は、統計学的に株価変化の系列がランダム・ウォークに従うか否かで行われている (単位根であるため安定的ではない)。Z を株価収益率の確率変数とすれば、

$$Z_t = Z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (46)$$

のように表すことができる (ε はホワイト・ノイズ)。

このモデルでは、今期の Z_t の値と1期前の Z_{t-1} の値との差は今期の誤差項 ε の値となり、その意味で Z_t に関する過去の情報はすべて Z_{t-1} に集約されていて、それを把握すれば Z_t の中にもはや過去のシステムティックな規則性を残さないモデルである。従って、次式のように martingale に従っている。

$$E(Z_t) = Z_{t-1} \quad (47)$$

株価がランダム・ウォークに従うならば、その収益率の自己相関係数はゼロになる。すなわち各期の収益率は独立であるか否かで、効率市場(ウィーク・フォームでの)が成り立つか否かを判断することができる。実証結果は第5表に示されている(NYダウ平均の1カ月データを用いている)。すべての期間において1期前と有意な正の相関関係がある。このことは、市場の効率性を満たさないような要因が存在していることを意味しており、米国株式市場の1つの特徴が示されている。効率市場仮説の範囲内では現実の株価の変化を整合的に説明できてはいない。

第Ⅱ節から本節での効率市場仮説の検証では、理論的には十分に現実の株価の変化をとらえることができないことが判明した。次のこの背景にある要因を考慮し、新たな実証分析を試みよう。通常、株価の大きい変化の後には大きな変化が続き、小さい変化の後には小さい変化が続くという金

第5表 株式収益率の自己相関係数 (NYダウ平均)

	1962.8-1975.12	1976.1-1985.12	1986.1-1996.3	1962.8-1996.3
Z_{-1}	0.425**	0.258*	0.496**	0.387**
Z_{-2}	0.106	-0.126*	0.119*	0.052
Z_{-3}	-0.096	-0.063	-0.066	0.019
Z_{-4}	0.026	-0.028	0.031	0.034

1期を1カ月としている。**は5%の有意水準、*は10%の有意水準

融時系列データの特徴があるといわれている。このことは、先の効率市場仮説の検証結果からも推測できる。一度生じたショックが以後も残って株価に影響を与えていると考えられる。または誤差項の分散が一定であるとする標準線形回帰モデルの仮定が成立していない可能性もある。

Engle (1982) は、このような現象を説明するために、誤差項の条件付き分散が時と共に変動する ARCH モデルを考案した。条件付自己回帰型不均一分散モデルとも呼ばれている。

線形回帰モデルの誤差項が ARCH プロセスに従うモデルは、一般的に以下のように表すことができる。

$$Y_t = \beta X_t + u_t \quad (48)$$

$$u_t = \varepsilon_t h_t^{1/2} \quad (49)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \alpha_2 u_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p u_{t-p}^2 \quad (50)$$

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, p)$$

ここで、 Y_t は t 期の非説明変数、 X_t は t 期の説明変数であり外生変数や AR モデルのようにラグ付き内生変数を含む、 β は説明変数の係数、 u_t は誤差項である。さらに ε_t は i. i. d. (independently and identically distributed) であり、 $E(\varepsilon_t) = 0$ 、 $E(\varepsilon_t^2) = 1$ が成り立っているとす。

このとき u_t の条件付き分布は平均 0、分散 h_t の正規分布に従う。

$$u_t | I_{t-1} \sim N(0, h_t) \quad (51)$$

また、 Y_t の条件付き分布も次のように表すことができる。

$$Y_t | I_{t-1} \sim N(\beta X_t, h_t) \quad (52)$$

ε_t が正規分布に従うとき、 u_t の確率密度関数 $f(u_t | I_{t-1})$ は、

$$(2\pi h_t)^{-1/2} \exp\{-\frac{1}{2} h_t^{-1} Y_t^2\}$$

である。 u_t と u_{t-1} に対する確率密度関数の積から尤度関数は、

$$\ell = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(-\frac{1}{2} \ln h_t - \frac{1}{2} u_t^2 / h_t \right) \quad (53)$$

となり、パラメータの α と β に関して最大化される。但し、 T はサンプル

ル数である。誤差項が ARCH モデルに従っているか否かの検定はラグランジュ (LM) 乗数検定によって容易に行える。具体的には、(50) の決定係数を R^2 とすると、 TR^2 がカイ 2 乗分布に従うことがわかっているので、帰無仮説 $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ を検定することができる。また ARCH モデルの推定は上述のように最尤法で行われる。¹

本稿では、月次の株式収益率 (Y_t) が AR プロセスに従う場合について実証分析を行う。従って (48) は、

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \dots + u_t \quad (54)$$

のように書き換えられる。

推定式は、AR(1~5) - ARCH(1~5) の 25 通りで行った。対象期間は、1985 年 1 月から 1995 年 12 月までである。ARCH プロセスが存在している代表的なケースを以下に取り上げている。

① AR(1) - ARCH(1) モデル

$$Y_t = 0.001034 + 0.268 Y_{t-1} \quad (2.11) \quad (6.53)$$

$$h_t = 0.000131 + 0.520 u_{t-1}^2, \text{ LM 統計量} = 29.0^{**} \quad (7.09) \quad (2.94)$$

② AR(1) - ARCH(2) モデル

$$Y_t = 0.000582 + 0.396 Y_{t-1} \quad (2.30) \quad (7.88)$$

$$h_t = 0.000326 + 0.355 u_{t-1}^2 + 0.109 u_{t-2}^2, \text{ LM 統計量} = 36.6^{**} \quad (7.38) \quad (4.32) \quad (3.49)$$

③ AR(2) - ARCH(2) モデル

- 1 ARCH モデルの拡張として代表的なものとして Bollerslev (1986) の提案した GARCH (Generalized ARCH) が挙げられる。これは、ARCH の構造を以下のように複雑化させたものである。

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \gamma_j h_{t-j}$$

但し、 $\gamma \geq 0$ である。

$$Y_t = 0.002001 + 0.458 Y_{t-1} - 0.234 Y_{t-2} \quad (2.32) \quad (4.92) \quad (-1.77)$$

$$h_t = 0.000380 + 0.211 u_{t-1}^2 + 0.129 u_{t-2}^2, LM \text{ 統計量} = 21.1^* \quad (5.19) \quad (1.95) \quad (1.78)$$

LM 統計量において、*は 10% の水準で有意、**は 5% の水準で有意を表している。上記のケースでは、いずれも ARCH モデルの帰無仮説は棄却される。AR と ARCH は比較的短いラグの場合では、過去のショックが後の株価に影響を与えていることがわかる。このように修正されたモデルによって、金融資産価格にみられる独特な動きをある程度説明することが可能になったのである。しかし、他の推定結果からでは、ARCH ラグが 3 期以上になると帰無仮説が棄却されない傾向にあった。また AR のラグを 3 期以上とした場合、すべてのケースにおいて帰無仮説は棄却されなかった。従って、投資家は過去 1, 2 カ月の株価の変動（ショック）には比較的敏感に反応していると思われる。

VI まとめと今後の課題

本稿では、代表的な 3 つの証券価格理論を取り上げ比較検討するとともに、CAPM（ならびに動学 CAPM）を中心に米国における各理論の実証分析を行った。各理論は、株価を異なった側面から分析しており効率的という概念は各理論において若干相違がある。

CAPM において、効率的とは、株式市場で全銘柄の需給が均衡している状態を指している。CAPM では、市場に存在している全ての危険資産を含んだマーケット・ポートフォリオが、個別証券の期待収益率を導出する上で重要な役割を果たしている。仮に、マーケット・ポートフォリオが市場に存在しているすべての危険資産を含まないとすると、誰も保有して

いない幾つかの証券が存在することになる。なぜなら、投資家はすべて同質だからである。このような、状態は均衡と矛盾する。有効(効率)フロンティアそのものが導出できず、すべての個別銘柄の期待収益率を求めることはできなくなる。これに対してAPTにおいて効率的とは、もはや裁定の機会が存在しないことを意味している。しかし、いずれも効率性が満たされていれば、市場の平均以上の収益を得ることはできないという結論は同じである。CAPMとAPTは株価そのものの決定理論であるが、効率市場仮説は情報に対して株価が忠実に反応しているかどうかを分析するものである。

米国のCAPMの分析において本論では、 β の安定性を調べたところ、かなりの程度の大きさで変動していることが確認された(CAPMにおける回帰分析の説明力の低下は、これが一つの要因になっていると思われる)。つまり β は、ある一定水準で安定的に推移していないということである。このことは、危険資産の安全資産に対するリスク・プレミアムが可変的であることを意味している。

資産選択行動の結果であるリスク・プレミアムの変化が、不安定な株価の変動をもたらしている一要因であると考えられる。実証結果で得られたリスク・プレミアムのかなりの程度の可変性(特に1985年以後)によって、投資家のポートフォリオ行動が大きく反応している可能性があると思われる。従って、ARCHモデルを用いて検証したところ一時的なショックの影響が持続していることが確認され、誤差項の分散も不均一であることが判明した。このことがリスク・プレミアムまたは相対的危険回避度の可変性をもたらす株価に影響を及ぼしているものと考えられる。

最後に、今後の課題について述べよう。

Brenner, M. and Sarte, M. (1989) は、インフレーションを考慮したときのCAPMで実証分析を行っているが、これの発展が期待される。インフ

レ率が増加すれば、危険資産に対するリスク・プレミアムも増加する可能性がある。株価等の変動を見る上でも、これは無視できない点である。次に、本稿の分析によって、投資家は主観的な将来期待等に大きく反応している可能性がある」と指摘されたが、それに伴って変動する株価は、実際にマクロ経済のファンダメンタルズをどれほど忠実に反映しているのかも調べる必要があろう。

参 考 文 献

- 飯原慶雄 (1984) “裁定評価理論 (APT) の検討” 『アカデミア経済経営学編』 (南山大学) 第 82 号
- 櫻庭千尋 (1987) “日本における株価変動のメカニズムについて—APT (裁定評価理論) の実証分析—” 『金融研究』 (日本銀行) 第 6 卷第 3 号
- 若杉敬明 (1983) “Arbitrage Pricing Theory について—Ross のモデルとわが国の実証研究” 『計測室テクニカルペーパー』 (日本証券経済研究所), No. 59
- Arrow, K. J. (1970) *ESSAYS IN THE THEORY OF RISK BEARING*, North-Holland.
- Blanchard, O. and Fischer, S. (1989) *LECTURES ON MACROECONOMICS*, MIT Press.
- Brenner, M. and Sarte, M. (1989) “The Impact of Inflation on Portfolio Selection” in *PORTFOLIO THEORY*, Elton and Gruber (eds), North Holland.
- Engle, R. F. (1982) “Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of the United Kingdom Inflation”, *Econometrica*, Vol. 50, No. 4.
- Fama, E. F. (1970) “Efficient Capital Markets; A Review of Theory and Empirical Work”, *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2.
- Ingersoll, J. (1984) “Some Results in the Theory of Arbitrage Pricing”, *Journal of Finance*, Vol. 39, No. 4.
- Lintner, J. (1965) “The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investment in Stock Portfolio and Capital Budgets”, *Review of Economics and Statistics*, Vol. 47, No. 1.
- Marcowitz, H. (1952) *PORTFOLIO INVESTMENT*, Macmillan.
- Merton, R. (1990) *CONTINUOUS-TIME FINANCE*, Basil Blackwell.
- Reinganum, M. (1983) “The Anomalous Stock Market Behavior of Small Firms in January: Empirical Tests for Tax Loss Selling Effects”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 12, No. 1.

- Roll, R. (1977) "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests", *Journal of Financial Economics*, Vol. 4, No. 2.
- Ross, S. (1976) "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing", *Journal of Economic Theory*, Vol. 13, No. 3.
- Sharpe, W. (1964) "Capital Asset Price : A Theory of Market Equilibrium under Constraints of Risk", *The Journal of Finance*, Vol. 19, No. 3.
- Sharpe, W. (1984) *INVESTMENT*, Prentice-Hall.
- Shiller, R. (1991) *MARKET VOLATILITY*, Basil Blackwell.