

## 期首モデルと変動為替相場

藤 原 秀 夫

0. 変動相場制下のマクロモデルに、期首モデルの考え方を適用して、為替相場の変動を分析するのが本稿の目的である。資産については自国貨幣と外国貨幣（基軸通貨であるドル）の二資産を仮定する<sup>1</sup>。したがって資産市場と言えば、この二つの市場を指すものとする。為替相場の資産市場アプローチ (asset-approach) は、この資産市場の均衡するところで為替相場が決定されることを主張する。このアプローチは、民間の経済主体が取引目的や資産として外国貨幣を保有することを前提としている。期末同時均衡モデルの考え方では、この資産市場と財市場の同時均衡によって、所得（生産量）と為替相場が決定されることになる。このアプローチを主張する論者のなかには、このような同時均衡モデルを拒否し、財市場の影響が資産市場に及ぶためには、時間的経過が必要であることを主張している<sup>2</sup>。そこで一期間（もしくは一時点）では財市場が不均衡であるとする論点を持ちこむことになる<sup>3</sup>。しかしながら、期首モデルのフレーム・ワークを適用するならば、均衡モデルの範囲内でもこのような論点を持ちこんで分析することは十分に可能である。すなわち、一期間の期首という瞬時に資産市場が均衡し、財市場は期末に均衡するというモデルである。以下では、期間の長さ ( $\Delta t$ ) を1と仮定するので、つまり、財市場の均衡のためには一期間が必要というわけである。両市場の相対的調整スピードの相違とい

1 三資産に分析を拡張すればモデルの安定条件がよりきびしくなる。

2 宇沢弘文・鬼塚雄丞編『国際金融の理論』東京大学出版会、1983年、65-98ページ参照。

3 本稿では期間分析を採用している。

う論点は、このように期首モデルを適用することにより、均衡モデルの範囲内で十分に解決可能なのである。ここでは二資産を仮定して、このようなモデルを構築する。

まず、予算制約式であるが、市場均衡が期首と期末に分離していることに対応して、期首と期末に分離する<sup>4</sup>。期首における民間の経済主体の予算制約式は資産需要に関するものである。

$$(1) \quad M(0, t) + \pi_t F(0, t) = H(0, t) + D(0, t)$$

ここで、 $M$ ：自国貨幣供給、 $F$ ：外国通貨単位で測った外国貨幣供給、 $H$ ：自国貨幣需要、 $D$ ：自国通貨単位で測った外国貨幣需要、 $\pi$ ：自国通貨建ての為替相場、( $M, F, H, D$ はストックである)

(1)式は通常の資産制約(ストック制約)そのものである。民間の経済主体は、期首における手持ち貨幣(自国貨幣と外国貨幣)でもって期首における貨幣需要(自国貨幣と外国貨幣)をファイナンスする。なお、期首、期末の表示の仕方であるが、期間の長さを1としているので、時間変数の最初の項に1(期末)と0(期首)を記して区別している。

では、期末における消費支出や投資支出はどのようにファイナンスされるのか。また、このことと期末における追加的な貨幣需要はどのように関係するのか。この点を示すのが期末における予算制約式である。

$$(2) \quad H(0, t) + y(1, t) = C(1, t) + I(1, t) + H(1, t) + D(1, t) - D(0, t)$$

ここで、 $y$ ：所得、 $C$ ：消費需要、 $I$ ：投資需要(財の価格や、貨幣賃金率は一定)。

(2)式では、財政支出や租税などの財政はいっさい考慮していない。(2)式は次の事を意味する。民間の経済主体は、消費支出や投資支出を期首から受け継いだ手持ち貨幣(外国貨幣と自国貨幣)と期末に実現する所得か

4 くわしくは下記の文献を参照。

拙稿「期首モデルと政府の予算制約式」『同志社商学』第37巻第4号、1985年12月。

らファイナンスする。そして、そのことに対応して、追加的に本国貨幣や外国貨幣を需要する。期末においても、均衡の仮定を維持するために、本国貨幣に関する追加的需要はゼロであると仮定しよう ( $H(0, t) \equiv H(1, t)$ )。この仮定は、消費支出や投資支出が結果として本国貨幣からファイナンスされることはないということを示している。この結果、所得から消費支出や投資支出を差し引いた民間の経済主体の貯蓄が、追加的な外国貨幣の需要となっている。もちろん、これは負の場合もあり得る。

さて、一方、期末には経常収支が実現するが、その結果、追加的な外国貨幣供給が生じる。これが追加的な外国貨幣需要に対応している。財市場は期末に均衡するのであるから、経常収支も期末に実現し、その結果として外国貨幣供給の変化も確定する。したがって、期末にも外国貨幣の追加的需要が受動的にしろ、能動的にしろ存在する ( $D(1, t) - D(0, t)$ )。

$$(3) \quad \pi_t \{F(1, t) - F(0, t)\} \equiv T(1, t)$$

ここで、 $T$ : 本国財価格で測った経常収支 (資本収支はいっさい考慮しない)。

(2) 式と (3) 式を合計することにより、期末における予算制約式を導出することができる。ただし、当該期間期首における資産市場の均衡を仮定する ( $\pi_t F(0, t) = D(0, t)$ )。

$$(4) \quad y(1, t) - \{C(1, t) + I(1, t) + T(1, t)\} \equiv D(1, t) - \pi_t F(1, t)$$

(4) 式は、期首の資産市場均衡を受けて、期末における財市場の均衡の成立が同時に期末における外国貨幣のストックの需給均衡を意味することを示している。ここでは、一期間で財市場が均衡することを仮定しているので、外国貨幣の期末の需給均衡も成立し、このことによって、期末の外国貨幣残高が確定する。そしてそれが次期期首における手持ち資産として受け継がれる。このように、予算制約式は一期間をみれば期首と期末に分離するが、外国貨幣を媒介にして結合されることになる。すなわち、当該期間 ( $t$ ) の期首における手持ち外国貨幣残高は、前期末に実現した外国貨

幣残高が受け継がれているのである。

(1) 式の  $F(0, t)$  は前期末の  $F(1, t-1)$  に等しい。このことはほぼ自明であるが、前期末の財市場の均衡と当該期間期首における資産市場の均衡の関係を明確にするために、前期末の予算制約式と当該期間期首の予算制約式が結合されなければならない。(2) 式は、前期末にも成立しているから、 $H(0, t-1) = H(1, t-1)$  を考慮して、

$$(2)' \quad y(1, t-1) \equiv C(1, t-1) + I(1, t-1) + D(1, t-1) - D(0, t-1)$$

前期末の財市場の均衡を仮定すれば、

$$D(1, t-1) = \pi_{t-1} F(1, t-1) = \pi_{t-1} F(0, t) \text{ であるから, (2)' 式より,}$$

$$(5) \quad F(0, t) = \frac{1}{\pi_{t-1}} \{y(1, t-1) + \pi_{t-1} F(0, t-1) - C(1, t-1) - I(1, t-1)\}, \quad (F(0, t-1) \equiv D(0, t-1))$$

(5) 式は、前期末の財市場の均衡のもとでは、(3) 式と全く同じ内容を意味している。<sup>5</sup> (5) 式を(1)式に代入すれば、期首における予算制約式は次のように変形できる。

$$(6) \quad M(0, t) + (\pi_t / \pi_{t-1}) \{y(1, t-1) + \pi_{t-1} F(0, t-1) - C(1, t-1) - I(1, t-1)\} \equiv H(0, t) + D(0, t)$$

資産が期末から次期期首へ受け継がれることは自明であるから、(5) 式は前期末の財市場の均衡を仮定すれば、(3) 式と同一であり、したがって(6) 式も前期末の財市場の均衡を仮定すれば、(1) 式と同一である。このことを確認するために、(3) 式を前期の形に変形して(6) 式に代入して整理し、前期期首の資産市場の均衡を仮定すれば、

$$(6)' \quad M(0, t) + (\pi_t / \pi_{t-1}) \{y(1, t-1) - C(1, t-1) - I(1, t-1) - T(1, t-1)\} + \pi_t F(0, t) \equiv H(0, t) + D(0, t)$$

5  $y(1, t-1) = C(1, t-1) + I(1, t-1) + T(1, t-1)$  であるから、(3) 式は、 $\pi_{t-1} \{F(1, t-1) - F(0, t-1)\}$  となる。ただし  $F(0, t) = F(1, t-1)$  である。

前期末の財市場の均衡の成立を仮定しているのであるから、(6)'は(1)式と全く同一であることがわかる。このように多期間にわたって考えるならば、期首における資産制約式は前期の市場均衡を仮定しているのである。(6)'式から明らかなように、当該期間期首における資産市場の状態は、前期末の財市場の状態と関連しており、均衡の範囲内では、前期末の財市場の均衡の成立が、当該期間期首における資産市場の超過供給（もしくは超過需要）が恒等的にゼロであることと対応しているのである。これは二期間にまたがるが、ワルラス law そのものである。資産制約は何もワルラス law を否定したのではなく、多期間にわたってはワルラス law そのものである。当該期間期首における資産市場についてのみワルラス law が成立するように見えるのは、それは前期末の財市場の clearing を前提としているからにほかならない。このことは基本的には閉鎖体系の場合と同様であるが、<sup>6</sup>ここでは開放体系に拡張して論じた。一期間だけの分析ではなく、多期間にわたる均衡動学モデルによる分析を展開するためには、期首における予算制約式として、(6)式を採用しなければならない。なぜならば、期末における予算制約式も考慮しなければ、均衡動学モデルにおける、前期末→今期期首→今期末→次期期首、という時間的関連性が分析できないからである。(6)式は、前期期末における予算制約式を考慮した今期期首における予算制約式である。

1. さて、モデルの構成に入る前に、次の点を仮定しておこう。

$$(7) \quad I = \bar{I}, \quad M = \bar{M}$$

(7)式は、民間の投資支出や中央銀行の供給する貨幣量が一定であることを意味している。通常、短期のマクロモデルでは、投資は利子率の関数であるが、ここでは自国証券を分析の対象からはずしているため、利子率を分

6 注3の文献を参照。

析することができない。したがって投資を一定と仮定している。貨幣供給量の変化をとり入れることは簡単であるが、同様に、証券市場を分析の対象からはずしているの、供給ルートはより限定されたものになるであろう。いずれも期首モデルの基本的構造とは関係のない単純化である。

通常分析のように、次のような行動関数を仮定する。期首、期末の区別はこれらの関数については明らかなので省略する ( $C, T, y$  は期末で資産については期首)。

$$(8) \quad C_{t-1} = C(y_{t-1})$$

$$(9) \quad T_{t-1} = T(y_{t-1}, \pi_{t-1})$$

$$(10) \quad D_t = D(y_{t-1}, \pi_t, \bar{M} + \pi_t F_{t-1}; \bar{I})$$

$$(11) \quad H_t = H(y_{t-1}, \pi_t, \bar{M} + \pi_t F_{t-1}; \bar{I})$$

符号条件の仮定は次のとおりである。

$$(12) \quad \begin{cases} 1 > C_y > 0, & T_y < 0, & T_\pi > 0 \\ D_y > 0, & D_\pi < 0, & 1 > D_w > 0 \\ H_y > 0, & H_\pi > 0, & 1 > H_w > 0 \end{cases}$$

(8)式は説明を要しないであろう。(9)式の経常収支はマーシャル・ラーナー条件を仮定している。(10)、(11)式の為替相場に関する仮定は、次のように考えている。期首における外国貨幣需要は将来の(たとえば次期の)為替相場の予想上昇率に依存している。この予想上昇率が高ければ高い程、外国貨幣需要は増加する。利子率を考えない場合の資産としての外国貨幣の収益率は、この予想上昇率である。経済主体は、為替相場に関する一定の正常水準を期待としてもっていると仮定して、現実の為替相場は長期的にはこれに近づく傾向があると考えるので、為替相場が上昇すればその上昇率は少なくとも低下すると予想するものと仮定しよう。為替相場とその予想上昇率は逆に動くのであるから、 $D_\pi < 0$ であり、外国貨幣と自国貨幣は代替的であると考えられるので、 $H_\pi > 0$ である。次に所得についてである

が、(6)式の予算制約式から明らかなように、消費と経常収支が同一期間の期末の所得に依存するのであるから、資産需要の所得変数に関しては、一期のタイム・ラグが存在すると考えるのが妥当である。さらに、この関係はいずれも増加関数であることが可能である。ただし、後に示す定常均衡近傍の場合だけを考えるので、 $\pi_t/\pi_{t-1}$  を1と考えている。前期末の貯蓄を今期の為替レートで再評価しなければならない複雑さを、これによって無視できる。また、当該期間期首の手持ち資産は、一定である自国貨幣残高と前期末の外国貨幣残高の今期期首の自国通貨単位で測った名目額 ( $\pi_t F_{t-1}$ ) である。外国貨幣に関して前期末に実現した値が手持ち資産なのであるが、この値から、前期末の値を差し引いたものが、所得の形態で表現されているのである（したがって、それは前期末の経常収支に等しい）。このことによって、前期末の所得・支出関係と今期期首の資産需要との関係が、(6)式にみられるように明らかになっているのである。資産効果が働くように設定されている ( $1 > D_w > 0$ ,  $1 > H_w > 0$ )。一定である投資支出の行動関数への影響を考えよう。投資支出が相対的に低いということは、期末における経済主体の貯蓄を高め（結果としてそれだけ経常収支の水準が高い）、期首における外国貨幣残高の増加を通じて資産需要を増加させる。もちろん、投資支出の低い水準はそれだけ所得の低い水準を意味するから、総合結果としてみた場合はこれとは別である。したがって、 $D_I < 0$ ,  $H_I < 0$  となっている。

さて、モデルの構成であるが、(6)式を予算制約式としているのであるから、(前期末の)財市場の均衡条件はどうしても必要である。このような意味から、財市場の均衡条件は期首モデルにとってどうしても必要なのである。<sup>7</sup> 資産制約を前期末の財市場と関係づけるのではなく、前提にして、

7 期首モデルの考え方を主張する場合、財市場の均衡条件がなぜ必要なのかを明確にする必要がある。

制約の中に入っていない財市場の均衡条件をどうしても必要であるというのでは筋がとおらない。この点はさておき、問題は、期首における資産市場ののなかで、どちらをとりあげるかである。もちろん、この場合 (10 式と (11 式) の) いずれをとりあげてモデルを構成しても、(6 式) の予算制約式のもとで同値である。ここではこのことに注意は払いながら分析する。まず、自国貨幣市場をとりあげよう。その場合のモデルは次のようになる。

$$(13) \quad y_{t-1} = C(y_{t-1}) + \bar{I} + T(y_{t-1}, \pi_{t-1})$$

$$(14) \quad \bar{M} = H(y_{t-1}, \pi_t, \bar{M} + \pi_t F_{t-1}; \bar{I})$$

$$(15) \quad \pi_{t-1}(F_t - F_{t-1}) = T(y_{t-1}, \pi_{t-1})$$

(14) 式をみればわかるように、前期の内生変数 (期首における  $F_{t-1}$ 、期末における  $y_{t-1}$ ) の値を与えれば、当該期間期首における資産市場の (この場合は自国貨幣市場) 需給均衡で為替相場が決定される。これはまさに資産市場アプローチの主張そのものであり、財市場の状態の影響すなわち所得の影響については、一期のタイム・ラグが存在するのである。このアプローチに財市場の不均衡という要素は必ずしも必要というわけではない。<sup>8</sup> このアプローチを展開するのは均衡動学モデルの範囲内でも十分可能である。以下、モデルを整理する。(13) 式より、

$$(13') \quad \begin{cases} y_{t-1} = y(\pi_{t-1}; \bar{I}) \\ y_{\pi} = T_{\pi} / (1 - C_y - T_y) > 0 \\ y_I = 1 / (1 - C_y - T_y) > 0 \end{cases}$$

(13') を (14) 式に代入し、 $\pi_t$  についで解けば、

$$(14') \quad \pi_t = Q(F_{t-1}, \pi_{t-1}; \bar{M}, \bar{I})$$

ここで偏微係数は次のようになる。

$$(16) \quad \begin{cases} Q_F = -H_W \bar{\pi} / (H_{\pi} + H_W \bar{F}) < 0 \\ Q_{\pi} = -H_y y_{\pi} / (H_{\pi} + H_W \bar{F}) < 0 \end{cases}$$

8 期首モデルに財市場の不均衡という要素を持ちこむことは可能である。



$$\begin{cases} Q_M = (1 - H_W) / (H_\pi + H_\pi \bar{F}) < 0 \\ Q_I = (-H_I - H_y y_I) / (H_\pi + H_W \bar{F}) \cong 0 \end{cases}$$

ただし,  $\bar{\pi}$ ,  $\bar{F}$  は次の定常均衡値であり, すべての偏微係数は定常均衡近傍の値である。

$$(17) \begin{cases} \bar{y} = C(\bar{Y}) + \bar{I} \\ \bar{M} = H(\bar{y}, \bar{\pi}, \bar{M} + \bar{\pi} \bar{F}) \\ T(\bar{y}, \bar{\pi}) = 0 \end{cases}$$

(17) 式は外国貨幣の需要均衡が示されていないが, 定常均衡においてもワラス law が成立するから, (17) 式を充たす値は当然, 後に示す外国貨幣についての需給均衡も充たしている ( $\bar{F} = D(\bar{y}, \bar{\pi}, \bar{M} + \bar{\pi} \bar{F})$ )。さらに (13') を (15) に代入してもモデルを整理し, 外生変数を省略すれば, 結局, 次のようになる。

$$(14') \quad \pi_t = Q(F_{t-1}, \pi_{t-1})$$

$$(15') \quad F_t - F_{t-1} = \frac{1}{\pi_{t-1}} T\{y(\pi_{t-1}), \pi_{t-1}\}$$

(14'), (15') の体系を以下のように微分方程式で近似する。

$$(18) \quad F_t - F_{t-1} = \dot{F}, \quad \pi_t - \pi_{t-1} = \dot{\pi}$$

(17) 式を考慮して, この体系を微分方程式の体系に変形すると,

$$(14'') \quad \dot{\pi} = Q(\pi, F) - \pi$$

$$(15'') \quad \dot{F} = \frac{1}{\pi} T\{y(\pi), \pi\}$$

この体系でもって, 近似的に (14'), (15') の非線形定差方程式体系の運動を分析することにする。(14''), (15'') の体系を  $\dot{\pi} = \dot{F} = 0$  の定常均衡近傍 ((17) 式と同じ) で 1 次近似し, その係数行列をもとめると,

$$(19) \quad \begin{pmatrix} Q_\pi - 1 & Q_F \\ \frac{1}{\pi} (T_y y_\pi + T_\pi) & 0 \end{pmatrix} = J$$

この行列のトレースおよびディターミナントは

$$(20) \quad \begin{cases} tr(J) = Q_{\pi} - 1 < 0 \\ det(J) = \frac{-1}{\pi} (T_y y_{\pi} + T_{\pi}) Q_F < 0 \end{cases}$$

ただし,

$$(21) \quad T_y y_{\pi} + T_{\pi} = (1 - C_y) T_{\pi} / (1 - C_y - T_y) > 0$$

(20) より, この体系が局所的に安定であることがわかる。

以上のことは, 外国貨幣市場をとりあげても全く同値であることを確認しておこう。そのために (6) 式の予算制約式に各行動関数を代入して, 定常均衡近傍であることを考慮して, 各行動関数の制約条件をもとめると,

$$(22) \quad \begin{cases} 1 \equiv D_W + H_W \\ 1 - C_y \equiv H_y + D_y \\ H_{\pi} + D_{\pi} \equiv 0 \\ H_I + D_I \equiv -1 \end{cases}$$

外国貨幣市場の均衡条件は, (13') 式, (15) 式を考慮して示すと,

$$(23) \quad D \{ y(\pi_{t-1}; \bar{I}), \pi_t, \bar{M} + \pi_t \bar{F}_{t-1}; \bar{I} \} \\ = \pi_t \left[ \frac{1}{\pi_{t-1}} T \{ y(\pi_{t-1}; \bar{I}), \pi_{t-1} \} + F_{t-1} \right]$$

(23) 式を  $\pi_t$  について解けば,

$$(23') \quad \pi_t = \tilde{Q}(F_{t-1}, \pi_{t-1}; \bar{M}, \bar{I})$$

ここで,

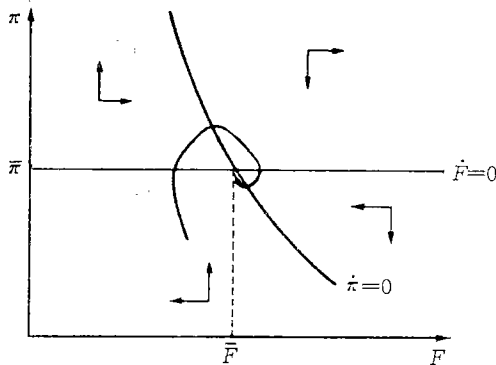
$$(24) \quad \begin{cases} \tilde{Q}_F = -(D_W - 1)\bar{\pi} / \{D_{\pi} + (D_W - 1)\bar{F}\} \\ \tilde{Q}_{\pi} = \{(T_y y_{\pi} + T_{\pi}) - D_y y_{\pi}\} / \{D_{\pi} + (D_W - 1)\bar{F}\} \\ \tilde{Q}_M = -D_W / \{D_{\pi} + (D_W - 1)\bar{F}\} \\ \tilde{Q}_I = \{-D_I + (T_y - D_y) y_I\} / \{D_{\pi} + (D_W - 1)\bar{F}\} \end{cases}$$

(23) 式を考慮すれば次の事がただちに確かめられる。

$$(23) \begin{cases} D_{\pi} + (D_w - 1)\bar{F} \equiv -(H_{\pi} + H_w\bar{F}) \\ D_w - 1 \equiv -H_w \\ T_y y_{\pi} + T_{\pi} - D_y y_{\pi} \equiv H_y y_{\pi} \\ -D_w \equiv H_w - 1 \\ -D_I + (T_y - D_y)y_I \equiv H_y y_I + H_I \end{cases}$$

(23) より, (23)' 式が(14)' 式と全く同一であることがわかる。したがって, 外国貨幣市場, 自国貨幣市場いずれをとりあげようと, それは全く同一のモデルであり, 分析的に同値である。

2. さて, 為替相場の変動過程を分析しておこう。そのために phase diagram を描くと下の図のようになる。



為替相場の変動が定常均衡値に収束するプロセスは次のようなものである。為替相場水準が定常均衡値よりも低い水準で経常収支が赤字の状態から出発する。経常収支が赤字であるから, 外国貨幣供給は減少していく。そして所得を低下させる。この資産市場への影響は, 自国貨幣需要を減少させ, 為替相場を上昇させる。やがて経常収支は均衡するが, 所得の増加の資産市場への影響は遅れるのでさらに為替相場が上昇し, 経常収支が黒

字となり、外国貨幣供給も増加に転じる可能性が存在する。やがて、資産市場では、為替レートはもはや上昇しない位置に到達する。この状態でも経常収支が黒字であれば外国貨幣供給は増加し続けているが、この段階で自国貨幣市場が均衡するためには為替相場は下落に転じなければならない。経常収支は再び均衡へと向かう。このようにして、オーバーシュートをくり返しながらいずれ定常均衡に収束する。したがって、均衡動学モデルの範囲内でも十分に為替相場のオーバーシュートは分析できるのである。

次に、定常状態の比較静学を考えよう。自国証券市場を分析対象に入れていないため、利子率の効果はない。消費支出への実質貨幣残高効果などを考えていないため、経常収支の均衡を成立させるように為替相場の定常均衡値が決定される。したがって、自国貨幣供給の変化の為替相場の定常均衡値への影響は全く存在しない。一方、外国貨幣残高については、この効果が存在する。自国貨幣供給の値が相対的に大きい場合は、そのままでは自国貨幣市場で供給が需要を上回る。したがって、自国貨幣市場均衡が成立するためには、外国貨幣供給の値もそれだけ大きくなる。為替レートや所得の定常均衡値については、経常収支の均衡と財市場の均衡条件の両方から決定されていて、自国貨幣供給の影響はない。一方、投資支出の上昇は、為替相場の定常均衡値に影響を及ぼす。投資支出の上昇は所得を増加させ、経常収支を悪化させるため、これが均衡するには為替相場の上昇が必要である。投資支出の上昇は自国の貨幣需要を低下させるが、為替相場の上昇は、この増加につながる。したがって、外国貨幣供給の定常均衡値への効果は確定しない。以上の分析は、外国貨幣市場をとりあげても同様に分析できる。