

# 期首モデルと政府の予算制約式\*

藤 原 秀 夫

## I 問題の所在

期間分析でマクロ経済モデルを構築する場合、通常期首モデルと期末モデルが存在する<sup>1</sup>。

期末モデルでは、全ての市場が期末に同時に均衡するのに比して、期首モデルでは、資産市場が期首に均衡し、期末に財市場が均衡すると考えられている。そして、経済全体の集計化された予算制約式は、期末モデルでは、全ての市場の超過供給もしくは超過需要の合計が恒等的にゼロがあることを意味するいわゆるワルラス law となり、期首モデルでは、全ての資産の超過供給もしくは超過需要の合計が恒等的にゼロであることを意味するいわゆる資産制約式 (stock 制約式) となることが主張される。

本稿では、この主張を均衡モデルの範囲内で否定し、期首モデルにおいても二期間にわたってワルラス law が成立し、これを制約条件として IS-LM タイプのモデルを構築することが可能であることを示す。その際、

\* 本稿は、金融学会全国大会（昭和60年10月12日、神戸大学において）で報告した内容に加筆訂正したものである。

1 たとえば、D. Foley の下記の論文を参照

D. Foley, On Two Specifications of Asset Equilibrium in Macroeconomic Models, *Journal of Political Economy*, April, 1975.

2 本稿は、每期、市場均衡の成立を仮定しており、その場合、上記の主張は次のようになる。

期末モデルでは、三つの市場（財、貨幣、証券）均衡のうち二市場が均衡すれば残余の一市場も均衡するというワルラス law が成立し、期首モデルでは、証券、貨幣の二市場のうち一市場が均衡すれば残余の市場も均衡するという資産制約式が成立し、財市場の均衡条件はこれとは独立に考える。

政府の予算制約式を期首モデルにおいても明示的に考慮する<sup>3</sup>。一般に期首モデルでは、stock 制約式において、資産の供給は当該期間内においては変化しないと想定されるが、このことは期間分析の範囲内では容認できない<sup>4</sup>。期首に資産市場の均衡が成立することを仮定することの経済的意味は、財市場の調整と比較して、資産市場の調整が瞬時的であるということにもとめられる。しかしながら、それはいわば市場の調整スピードの問題であり、各経済主体のファイナンスの問題ではない。資産市場の調整が瞬時的であるとしても、各経済主体の資産市場からの当該期間内におけるファイナンスは、当該期間の期首に実行されると考えなければならない。すなわち、期間分析の範囲内では、当該期間の期首においてファイナンスの面から資産の供給は変化する。当該期間におけるファイナンスを次期以降に持ち越すことは論理的にも経済的意味からも許容されない<sup>5</sup>。

したがって本稿では、企業も政府も期首に資産市場に証券を供給して投資支出および財政赤字をファイナンスすると考えることにする。しかし、政府の予算制約式を考慮すると、期首モデルを構築するうえでいくつかの困難が生じる<sup>6</sup>。本稿ではこの点について一つの解決を与えている。

## II 期首モデルにおける予算制約式

本稿では問題点と結論を明確にするために、もっとも単純な *IS-LM* タイプのマクロ経済モデルの仮定を前提とする。すなわち、労働市場などの

- 3 期首モデルで政府の予算制約式を当該期間内に導入したモデルは、ほとんど存在しないと思う。それは期首モデルがファイナンスを次期以降に持ち越しているからである。
- 4 これとの関連で、貨幣供給については稿をあらためて分析する。
- 5 モデルが定差方程式体系となる場合には、この問題は本質的に重要である。内生変数の変動過程に重要な差異を生み出すことになる。そして、本稿で展開するように、期首モデルは定差方程式体系となるのであるから、この点は看過することのできない論点である。
- 6 とりわけ、貨幣需要概念について。

財の供給側の諸条件はいっさい問題としない。また、証券も発行主体（企業と政府）のいかんにかかわらず同質のものとし、固定価格で<sup>7</sup>利子率は変動する永久債券とする。財（生産物）に関しては当該期間内に生産される經常生産物のみが取引の対象であり、その価格は一定で1であり、封鎖経済を仮定する。さらに、貨幣は中央銀行により財政赤字のいわゆるマネー・ファイナンスの結果として供給され、当該期間の追加的供給量は政策的に固定しているものとする。経済主体は通常のように家計( $h$ )、企業( $f$ )、政府・中央銀行( $g$ )とし、商業銀行は存在しないと仮定する。

各経済主体の機能は、以下の予算制約式を通じて詳細に説明されるが、通常のIS-LMタイプのモデルと異なっている点は、企業が政府の発行する証券を需要すると想定している点である。それ以外に変更はない。本稿の仮定のもとでは、期首モデルが期末モデルと相違する主要な点は、当該期間における期首において、各経済主体が証券を供給したり需要したりする点である。したがって、まず期首における各経済主体のファイナンスと資産選択に関する予算制約式が明確に定式化されなければならない。その際、概念上、主要な問題となるのは、政府の証券供給による財政支出のファイナンスである。当該期間内の財政支出は政策変数であり、一定であると仮定すれば、期末に実行される財政支出の証券によるファイナンスは、同時に期首における政府の貨幣需要でもある。政府は期首に証券を供給して資金（貨幣）を取得し、期末までに一定の財政支出を行なうのであるから、期首時点で発行する証券に対応して、丁度それだけ貨幣を需要することになる。この点は期末モデルと比較すればより明確となる。期末モデルでは、財、貨幣、証券の三つの市場は期末に均衡するのであるから、政府は、通常の子算制約式の分析のように、貨幣を需要せず、租税収入と中央銀行が政府に供給した貨幣（マネー・ファイナンスの部分）と政府証

7 Capital gain (もしくは loss) を考えないためにこのように仮定しておく。

券の当該期間内における追加的発行により取得した貨幣でもって、財政支出を行なう。すなわち、期末時点で政府は貨幣を保有しないのである。期首モデルではこのように想定するわけにはいかない。期末に行なう財政支出の一部分は、当該期間の期首にファイナンスされているからである。したがって、期首時点では、政府は支出に先立って貨幣を需要したことになる。この問題は分析の単純化という問題ではなく、証券市場を期首に設定したことの論理上の必然的結果である。後述するように、この点を認めないと期首における資産制約式自体が成立しない。期首における各経済主体のファイナンスや資産選択は、同時に貨幣の需要と正確な対応関係を持っているのであるから、そのうちの一つでも見落とすと論理的な関係はくずれる。期首における経済全体の貨幣需要の構成部分として、この政府による貨幣需要を認めなければならない。以上の論点と関連して、もう一つの問題が存在する。それは、当該期間の期首における政府の追加的証券供給の決定の問題である。本稿では、通常分析のように、財政支出やマネー・ファイナンスによる追加的貨幣供給は政策変数とし、政府の証券供給は内生変数<sup>8</sup>としている。このような仮定を採用すれば、期末モデルでは、政府の予算制約式によって期末における政府の追加的証券供給が決定される。期末モデルの場合と同様に、期首モデルにおいても政府の予算制約式でもって政府の期首における追加的証券供給を決定しようとするれば、政府の予算制約式の構成部分である家計や企業の租税の支払い、および政府の利払いは期首に行なわれると想定しなければならない。家計および企業の租税の支払いが期末になされると考えれば、期首における政府証券の発行量は政府の予算制約式から決定できないことは明確である。なぜならば、期首においては期末における政府の税収入がどれだけになるかはわからないからで

8 通常分析のように、政府証券の stock が定常均衡で一定となるようなモデルを構築するために、そのようにしている。政府の追加的証券供給をはじめから政策変数として採用するようなモデルも存在する。

ある。利払いについても同様である。期首において政府は租税を受け取り利払いを実行すると仮定すれば、これもまた、政府の期首における貨幣需要の構成部分となる。財政支出は、期首時点では行なわれないのであるから、期首時点では、政府にとって、税収入は丁度それだけの貨幣需要となり、利払いは丁度それだけ負の貨幣需要となる。政府の追加的証券供給の場合と同様に、この部分も期首における経済全体の貨幣需要の構成部分とみなさなければ、整合性がみだされない。なお後述するように、政府は期末には貨幣を保有しない。期首に調達した部分は全て期末までに支出する。したがって政府には、当該期間の期首において、前期末から受けついで手持ち貨幣残高は存在しない。

以上の問題点を確認したうえで、当該期間 ( $t$  期) の期首における各経済主体の予算制約式を定式化しておこう。

$$(1) \quad M^h(0, t) + i_{t-1} E^h(0, t-1) \equiv H^h(0, t) + E^h(0, t) - E^h(0, t-1) + T^h(0, t)$$

$$(2) \quad M^f(0, t) + B^f(0, t) - B^f(0, t-1) + i_{t-1} E^f(0, t-1) \\ \equiv E^f(0, t) - E^f(0, t-1) + T^f(0, t) + H^f(0, t) \\ + i_{t-1} B^f(0, t-1)$$

(1)式が期首における家計 ( $h$ ) の予算制約式であり、(2)式が期首における企業 ( $f$ ) の予算制約式である。

各記号は次のような経済変数を示している。

$M$  : 貨幣供給および手持ち貨幣残高,       $B$  : 証券供給,

$E$  : 証券需要,       $H$  : 貨幣需要,       $T$  : 租税,

$i$  : 利子率,

$h, f, g$  はそれぞれ, 家計, 企業, 政府・中央銀行を示す。

各変数は期首における値か期末における値かが区別されている。期間の

9 この点は、期末モデルの場合と同様である。

長さ ( $\Delta t$ ) は1と仮定しているので、期首における値は0で期末における値は1で示している<sup>10</sup> (利子率は期首における証券市場の均衡によって決定されるので、明示的には示さないが、期首の値である)。

(1)式は次のことを意味している。

家計は、当該期間の期首における手持ち貨幣残高 ( $M^h(0, t)$ ) と当該期間の期首に支払われる (前期期首から受けついで証券保有による) 利子収入 ( $i_{t-1}E^h(0, t-1)$ ) から、当該期間の期首において租税  $T^h(0, t)$  を支払い、追加的に証券 ( $E^h(0, t) - E^h(0, t-1)$ ) を購入し、貨幣を需要 ( $H^h(0, t)$ ) する。

同様に、(2)式は次のことを意味している。

企業は、当該期間の期首における手持ち貨幣残高 ( $M^f(0, t)$ ) および (前期期首から受けついで証券保有による) 利子収入 ( $i_{t-1}E^f(0, t-1)$ ) とこの期首における追加的証券供給 ( $B^f(0, t) - B^f(0, t-1)$ ) によって、租税 ( $T^f(0, t)$ ) を支払い、前期までの証券供給に対する利子 ( $i_{t-1}B^f(0, t-1)$ ) を支払い、追加的に証券を需要 ( $E^f(0, t) - E^f(0, t-1)$ ) し、貨幣を需要 ( $H^f(0, t)$ ) する。企業の証券需要は政府証券に対するものと仮定する。

ここで注意しなければならないのは、企業の証券供給についてである。企業は、主に、期末に行なう投資のファイナンスのために、期首における証券市場で証券を供給する。したがって、すでに確認しておいた政府の場合と同様に、期首における証券供給は期首における貨幣需要でもある。もちろん期末において、投資に支出される。

(1), (2)式を合計すれば、民間の経済主体<sup>11</sup> ( $\rho$ ) についての合体した予算制約式となる。

10 たえば  $t$  期の期末に発生する所得は  $Y(\Delta t, t)$  と定義されるが、その  $\Delta t$  のかわりに1を代入している。

11  $\rho$  は民間の経済主体すなわち家計と企業を指す。

$$(3) \quad M(0, t) + i_{t-1}B^g(0, t-1) + B^f(0, t) - B^f(0, t-1) \\ \equiv H^p(0, t) + T(0, t) + E(0, t) - E(0, t-1)$$

(3)式は、前期期首の証券市場の均衡を仮定している。

$$(4) \quad B^f(0, t-1) + B^g(0, t-1) \equiv E^h(0, t-1) + E^f(0, t-1) \\ (B(0, t-1) \equiv E(0, t-1))$$

政府は当該期間の期首において租税 ( $T(0, t)$ ) を取得し、前期期首に確定した政府証券の発行残高に対して当該期間の期首に利払いを行ない、財政支出の一部分をファイナンスするために追加的に証券を供給すると仮定する。すでに議論したように、期首においては、政府はいかなる支出も行なわないのであるから、これらは政府の貨幣需要 ( $H(0, t) - (H^p(0, t))$ ) を構成する。

$$(5) \quad T(0, t) + B^g(0, t) - B^g(0, t-1) - i_{t-1}B^g(0, t-1) \\ \equiv H(0, t) - H^p(0, t)^{12}$$

(3), (5)式を合計し(4)式を考慮すれば、当該期間の期首における経済全体の予算制約式となる。

$$(6) \quad M(0, t) + B(0, t) \equiv H(0, t) + E(0, t)$$

(6)式は、通常、stock 制約と呼ばれるものである。本稿では、期首における証券供給による財政支出や投資のファイナンスを仮定しているので、期首における金融資産の合計は変化することになっている。

(6)式の stock 制約は前期期首における証券市場の均衡 ((4)式) を仮定している。さらに前期期首における貨幣需給の均衡 ((7)式) を仮定すれば、(6)式は以下のように変形される ((8)式)。

$$(7) \quad M(0, t-1) = H(0, t-1)$$

12 政府の期首における貨幣需要は、経済全体の期首における貨幣需要から民間の経済主体の貨幣需要を差し引いたものである。記号を一つ省略するためにそのようにしている ( $H^p(0, t) \equiv H(0, t) - H^p(0, t)$ )。

$$\begin{aligned}
 (8) \quad & M(0, t) - M(0, t-1) + B(0, t) - B(0, t-1) \\
 & \equiv H(0, t) - H(0, t-1) + E(0, t) - E(0, t-1)
 \end{aligned}$$

(4), (7)式のように、每期、資産市場における均衡を仮定すれば、金融資産需給における制約式である stock 制約は、[(8)式の資産に関するフロー制約に変形される。

したがって、期間分折で、每期、市場均衡が達成されると考える場合、stock 制約の stock をことさら強調する特別な理由は存在しない。金融資産需給に関する stock 制約は同時に金融資産需給に関するフロー制約でもある。

(5)式の stock 制約に関して、重要な点はそれが経済全体の制約式であるという点である。それは、政府の期首における貨幣需要という概念なしには成立しないことに注意しなければならない。

いずれにしても、本稿の場合も通常の分析と同様に stock 制約が成立している。しかし、問題はこれからである。期首に資産需要および資産市場均衡を特定化した期首モデルの予算制約式体系が、期首における資産選択やファイナンスに関する予算制約式だけで構成されるならば、それは、期首における資産市場均衡だけを分析する結果となる。なぜならば、少なくとも期末における消費支出や投資支出がどのようにファイナンスされるかを問題としなければ、予算制約式を前提とするかぎり、期末の財市場の均衡は分析できないからである。期首モデルを採用する論者も、期末の財市場の均衡条件は必要不可欠であると考えている。しかし、期末における各経済主体の予算制約式は問題とはしない。本稿では、ここに、期首モデルの制約式が stock 制約式であると主張する見解の基本的な問題点が存在すると考える。各経済主体の期末における予算制約式は財市場の均衡条件の構成要素である消費支出や投資支出がどのようにファイナンスされるかを示したものであり、同時に、それに対応して、能動的なものであるが、受動的なものであるが、各経済主体が期末において貨幣を追加的に需要す



ることを示したものである。<sup>13</sup> 家計や企業は、当該期間の期首から受けついだ手持ち貨幣残高と期末に実現する所得から同時に消費支出や投資支出をファイナンスする。その結果として、期末における(ストックの)貨幣需要が期首における手持ち貨幣残高と同一になる一般的な理由は存在しない。この点を認識することは重要である。期首モデルの制約式が stock 制約であると主張する論者が、暗黙のうちに、期首における手持ち貨幣残高と期末における貨幣需要が等しくなるということ、すなわち民間の経済主体の消費支出や投資支出は、所得からファイナンスされ、民間の経済主体の貯蓄は存在しないと考えているかもしれないからである。その場合には、期首の資産市場における各経済主体のファイナンスという行動は意味がなくなり、単なる資産選択の市場となる。資産市場の需給要因は、ファイナンスと資産選択の両面から考えられるべきであるし、期末における追加的貨幣需要がゼロであり、民間の経済主体の期末の貯蓄がゼロであることは容認しがたい。<sup>14</sup> 本稿では各経済主体の期末の予算制約式を次のように考えている。

$$(9) \quad Y^h(1, t) + H^h(0, t) = C(1, t) + H^h(1, t)$$

$$(10) \quad Y(1, t) - Y^h(1, t) + H^j(0, t) = I(1, t) + H^j(1, t)$$

ここで、あらたに追加された記号は、

$Y$  : 所得,       $I$  : 投資,       $C$  : 消費,       $G$  : 財政支出

時間変数に関しては、以前と同様に当該期間 ( $t$ ) における期末の値を 1 で示し期首の値を 0 で示している。

- 13 当該期間の期首と比較して当該期間の期末に貨幣を追加的に需要するという意味である。
- 14 貨幣についてのみ期末における需要を考えているが、これはあくまで第一次的なアプローチであり、証券との関連が考察されなければならない。しかし、本稿では、証券市場は期首に均衡し、その保有量は確定していると考えているのであるから、本稿のような定式化が許容される。この仮定をゆるめるためには、証券の定義が変更されなければならないであろう。投資や財政支出のファイナンスのために発行される証券だけでは、本稿のような分析結果となる。

(9)式は次のことを意味している。家計は、期末における消費支出 ( $C(1, t)$ ) を、期首から受けついで手持ち貨幣残高と期末に実現する所得 ( $Y^h(1, t)$ ) から同時にファイナンスし、期末に貨幣を需要 ( $H^h(1, t)$ ) することを示している。期末における家計の追加的貨幣需要は、 $H^h(1, t) - H^h(0, t)$  である。

(10)式は次のことを意味している。企業は、期首から受けついで手持ち貨幣残高 ( $H^f(0, t)$ ) (このなかには、期首において証券供給によりファイナンスした部分もふくまれる。) と期末に実現する企業所得 ( $Y(1, t) - Y^h(1, t)$ ) (経済全体の所得から家計所得を差引いたもの) から投資支出 ( $I(1, t)$ ) をファイナンスし、期末に貨幣 ( $H^f(1, t)$ ) を需要する。 $H^f(1, t) - H^f(0, t)$  は企業の期末における貨幣の追加的需要である。

政府は、期末においては次のような行動をとる。

$$(11) \quad H(0, t) - H^p(0, t) + M(1, t) - M(0, t) = G(1, t)$$

すなわち、期首から受けついで手持ち貨幣残高 ( $H(0, t) - H^p(0, t)$ ) と期末に中央銀行からファイナンスする貨幣供給 ( $M(1, t) - M(0, t)$ ) により、期末における財政支出 ( $G(1, t)$ ) をファイナンスする。

(期首から受けついで手持ち貨幣残高については、(5)式)

(9), (10)式を合計すれば、民間の経済主体 ( $p$ ) について合体した期末における予算制約式となる。

$$(12) \quad Y(1, t) + H^p(0, t) = C(1, t) + I(1, t) + H^p(1, t)$$

(11)と(12)式を合計すれば、経済全体についての期末における予算制約式が導かれる。

$$(13) \quad Y(1, t) - \{C(1, t) + I(1, t) + G(1, t)\} \\ = \{H^p(1, t) - M(1, t)\} + \{M(0, t) - H(0, t)\}$$

(13)式は次のことを意味している。<sup>15</sup> 当該期間の期首における貨幣需給の均

15 (13)式は当該期間の期末のワルラス law と言ってもよい。

衡 ( $M(0, t) = H(0, t)$ ) を仮定すれば (stock 制約によりそれは同時に証券市場の均衡をも意味する), 期末における財市場の均衡 ( $Y(1, t) = C(1, t) + I(1, t) + G(1, t)$ ) は, 民間の経済主体によって期末における貨幣の全てが保有される ( $H^p(1, t) = M(1, t)$ ) ことに対応している。期末においては, 政府は, (1)式に定式化されているように貨幣を需要しない。<sup>16</sup>

したがって, 民間の貨幣需要は経済全体の貨幣需要である ( $H^p(1, t) = H(1, t)$ )。このことを考慮すれば, (13)式の意味は次のように言い換えることができる。期末における財市場の均衡の成立は, 期末における貨幣の需給均衡に対応している。期首モデルの期末における財市場の均衡の成立は, 実は期末における貨幣需給の均衡の成立を意味しているのである。この結論は期末における予算制約式からの論理的結果である。本稿では, 期首におけるファイナンスと資産選択に関する予算制約式と期末における経常支出のファイナンスに関する予算制約式を導出したが, 期首モデルにおいても, 少なくとも, 財市場と資産市場の両方の均衡条件でもってモデルを構成しようとするかぎり, この両方が必要であると考えている。

次に, 期首における予算制約式と期末における予算制約式とに予算制約式体系が分離している場合に, マクロ経済モデルはいかに構成されるべきかを検討しておく。

期首における証券市場で決定される内生変数は利子率である。期首における予算制約式 ((3)~(5)式) から明確なように, 期首における追加的な資産 (貨幣, 証券) 需要は 期末に実現する 所得からはファイナンスされない。したがって, 期首における追加的な貨幣需要関数や追加的な証券需要関数を当該期間の期末に決定される所得を内生変数とする行動関数として

16  $H^p(1, t) - H(0, t) \equiv H^p(1, t) - H^p(0, t) - \{T(0, t) + B^g(0, t) - B^g(0, t-1) - i_{t-1} B^g(0, t-1)\}$ 。  $H^p(1, t) - H^p(0, t)$  は民間の経済主体の期末における追加的貨幣需要であり, 政府は期首に需要した貨幣を全て放出するのでこの部分を差引いたものが経済全体の期末における追加的貨幣需要ということになる。

考えることはできない。<sup>17</sup>このことは、証券供給についても同様である。期首における企業の追加的証券供給は、通常の分析のように期首における利子率の関数として考えるのが適当であろう。もちろん、証券供給が投資のファイナンスの目的としてのみなされるのであれば、投資関数の関数形で示される投資態度なども追加的な証券供給の変数となり得るであろう。しかし、これらはいずれも、本稿の範囲内では、外生変数として処理されるべき性質のものである。期首における政府の追加的証券供給についても、租税の支払いが、当該期間の期首には確定している手持ち貨幣残高や利子収入からなされるのであるから、期末の所得の関数とはなり得ない。

いずれにしても、期首における資産の需給関数が期末の所得を内生変数としてもつことは経済的意味からして不可能である。実はこのことは、期首に資産市場の均衡を特定化したことの必然的結果であり、時間的な順序性という観点からも、当然の結果である。

財市場の均衡には、一期間を必要とするが、資産市場の均衡は、期首という瞬時に於いて可能であるという設定が期首モデルの基本的特徴であるから、各需要がどのようにファイナンスされるかを示した予算制約式体系が期首と期末に分離し、期首における資産の需要関数や供給関数には、期末に実現する所得は入り込む論理的余地がないのである。このことはモデルの構成に決定的な特徴を与える。すなわち、期首において証券市場で需給が均衡するところで利子率が決定され、期末における財市場の均衡が成立するところで所得が決定される。当該期間 ( $t$ ) という一期間だけを考えるならば、モデルは財市場均衡と証券市場均衡（もしくは貨幣需給均衡）から構成される相互依存体系（*IS-LM* タイプのモデル）とはならない。では多期間ではどうか。多期間では相互依存体系となり得る。本稿の分析の範囲内では、それを可能ならしめているのが貨幣である。

17 本稿では、予想問題を全く考慮しない。

期首の手持ち貨幣残高は、実は、前期末の手持ち貨幣残高から受けつがれたものである。この両者は、前期末 ( $t-1$ ) の財市場の均衡を仮定すれば、確定し、相等しい。このことにより、前期末 ( $t-1$ ) の予算制約式は当該期間 ( $t$ ) の期首における予算制約式と結合することができる。

$$(14) \quad Y(1, t-1) = C(1, t-1) + I(1, t-1) + G(1, t-1) \iff \\ H^p(1, t-1) \equiv M(1, t-1) \quad (H^b(1, t-1) + H^f(1, t-1) \\ \equiv M^b(1, t-1) + M^f(1, t-1))$$

$$(15) \quad M(1, t-1) \equiv M(0, t) \quad (\equiv M^b(0, t) + M^f(0, t))$$

(14)式は前期末の財市場の均衡の仮定であり、これにより(15)式に示したように前期末の貨幣残高は確定し、当該期間の期首の貨幣残高に受けつがれる。(14)、(15)式が成立していることは同時に、家計、企業の前期末の貨幣残高も確定しており、それが当該期間の期首に受けつがれている。(9)、(10)式を前期末の予算制約式に変形して、

$$(16) \quad Y^b(1, t-1) + H^b(0, t-1) - C(1, t-1) \equiv H^b(1, t-1) \\ \equiv M^b(1, t-1) \equiv M^b(0, t)$$

$$(17) \quad Y(1, t-1) - Y^b(1, t-1) + H^f(0, t-1) - I(1, t-1) \\ \equiv H^f(1, t-1) \equiv M^f(1, t-1) \equiv M^f(0, t)$$

(16)、(17)を合計すれば

$$(18) \quad Y(1, t-1) - \{C(1, t-1) + I(1, t-1)\} + H^p(0, t-1) \\ \equiv H^p(1, t-1) \equiv M(1, t-1) \equiv M(0, t)$$

(18)式は(12)式に対応している。

(16)~(18)式は(14)式の前期末の財市場の均衡を仮定して成立している。

(18)式の貨幣残高を(13)式に代入すれば、

$$(19) \quad Y(1, t-1) - \{C(1, t-1) + I(1, t-1)\} + i_{t-1}B^g(0, t-1) \\ + B^f(0, t) - B^f(0, t-1) \equiv H^p(0, t) - H^p(0, t-1) \\ + E(0, t) - E(0, t-1) + T(0, t)$$

(3)式に示された当該期間の期首における予算制約式は、前期末の状態を考慮することにより、(19)式のように変形できる。(19)式の経済的意味は次のとおりである。民間の経済主体( $p$ )の当該期間( $t$ )の期首における追加的貨幣需要および租税支払い、追加的証券需要は、前期末の貯蓄( $Y(1, t-1) - \{C(1, t-1) + I(1, t-1)\}$ )と当該期間( $t$ )の期首における追加的証券供給および当該期間の前期末から受けついた政府証券保有に対する利子収入からファイナンスされなければならない。

この(19)式が、前期の期首における資産市場の均衡および前期末の財市場の均衡を仮定すれば、(3)式と全く同一であり、経済全体の制約式に変形すれば、同じく stock 制約と呼ばれる当該期間の期首における制約式となることを示しておこう。

(19)式を当該期間の期首における政府の予算制約式(19)式を考慮すれば、

$$\begin{aligned} (20) \quad & Y(1, t-1) - \{C(1, t-1) + I(1, t-1)\} + B(0, t) \\ & - B(0, t-1) \equiv H(0, t) - H^p(0, t-1) + E(0, t) - E(0, t-1) \end{aligned}$$

(20)式に前期末の政府の予算制約式を考慮すれば

$$\begin{aligned} (21)' \quad & H(0, t-1) - H^p(0, t-1) \\ & + M(1, t-1) - M(0, t-1) \equiv G(1, t-1) \\ (22) \quad & Y(1, t-1) - \{C(1, t-1) + I(1, t-1) + G(1, t-1)\} \\ & \equiv [\{H(0, t) - H(0, t-1)\} - \{M(0, t) - M(0, t-1)\}] \\ & + [\{E(0, t) - E(0, t-1)\} - \{B(0, t) - B(0, t-1)\}] \end{aligned}$$

ただし、 $M(1, t-1) \equiv M(0, t)$

(22)式で前期の均衡状態、

18 同時に  $M^k(1, t-1) \equiv M^k(1, t-1)$ ,  $H^f(1, t-1) \equiv M^f(1, t-1)$ , である。

19 前期末の資産市場の均衡を仮定すれば、  
 $Y(1, t-1) - \{C(1, t-1) + I(1, t-1) + G(1, t-1)\}$   
 $\equiv \{H(0, t) - M(0, t)\} + \{E(0, t) - B(0, t)\}$   
 という通常のワルラス law の形式となる。しかしこれは毎期市場均衡の成立という範囲内でしか意味をもたない。

$$(2) \begin{cases} H(0, t-1) = M(0, t-1) \\ E(0, t-1) = B(0, t-1) \\ Y(1, t-1) = C(1, t-1) + I(1, t-1) + G(1, t-1) \end{cases} \quad (14\text{式})$$

を仮定すれば、(2)式は(6)式の当該期間期首の stock 制約式となる。つまり、(6)式の stock 制約は、前期の均衡状態を仮定すれば、(2)式と同一であり、その基礎となっている(19)式も前期期末の財市場の均衡を仮定して導かれたものであり、(3)式と同一である。多期間で考えれば(6)式の stock 制約は実は前期の均衡状態を仮定しているのであり、stock 制約のみで多期間にわたってモデルを構成することは重大な誤りをおかすことになる。

stock 制約(6)式を、次のように変形する。

$$(6)' \quad M(0, t) - H(0, t) + B(0, t) - E(0, t) = 0$$

この(6)'式の右辺のゼロは、前期末の財市場の均衡を意味している(2)式。このように、当該期間( $t$ )においては、期首と期末に分離した予算制約式体系を、前期末の均衡を仮定して、前期末と当該期間期首の関係に変形することができる。したがって、均衡の範囲内では(6)式(もしくは(6)'式)の stock 制約は、ワルラス law と同じものである。ワルラス law は均衡の範囲内では三つの市場(貨幣、証券、財)について次のことを意味する。二つの市場の均衡は残余の一つの市場の均衡を意味する。したがって、どの二市場でモデルを構成しても同一の解を得ることができる。

(2)式は、前期末の財市場の均衡を仮定すれば、当該期間の期首におけるフローの資産市場の均衡のうち一つの均衡は残余の一つの資産市場のフローの需給均衡を意味している。(6)式と(8)式は、期間分析で、每期、市場均衡を仮定すれば、同一である。したがって、前期末の財市場の均衡と当該期間の期首における資産市場の一つのストック均衡は残余の一つの資産市場のストック均衡を意味する。

(6)式と(2)式は違うようにみえるが、(6)式と(13)式が当該期間( $t$ )につい

ての経済全体の予算制約式であるが、(2)式はそれを前期末と当該期間の期首の関係に変形したものであり、均衡の範囲内では全く同一である。相互依存体系のモデルを構成するという観点から、必要な予算制約式体系は、(19)式と(2)式である。すなわち、期首モデルは、多期間でなければ相互依存体系となり得ず、その場合経済全体の予算制約式は(2)式であり、民間の経済主体 ( $p$ ) の予算制約式は (19)式である。本稿ではこの結論を次の方法よって確認する。(19)式と(2)式の予算制約式体系を制約として単純な  $IS-LM$  タイプのモデルを構成し、どの二市場で構成されたモデルも同一の解を得るという方法によって証明する。

### III 期首モデル

(19)式と(2)式を前提にして、単純な  $IS-LM$  タイプの多期間の期首モデルを提示しておこう。(2)により、市場均衡条件は、以下の三つの式である。

$$(2) \quad Y(1, t-1) = C(1, t-1) + I(1, t-1) + G(1, t-1)$$

$$(23) \quad H(0, t) - H(0, t-1) = M(0, t) - M(0, t-1)$$

$$(H(0, t) = M(0, t))$$

$$(24) \quad E(0, t) - E(0, t-1) = B(0, t) - B(0, t-1)$$

$$(E(0, t) = B(0, t))$$

すでに述べたように、(19)式の予算制約式 (やその基礎となっている期末の予算制約式) の経済的意味からして、妥当性をもつような行動関数を定式化ないしは特定化する<sup>20</sup>。

20 貨幣需要関数は  $h((1-\tau) Y_{t-1}, i_{t-1}, B_{t-1}^g, i_t)$  というように、一般的に定式化されるべきであるが、対応する微分方程式モデルに変形しやすいように特定化している。証券需要関数についても同様である。また  $i_{t-1}$  という変数も貨幣需要関数に入れることは可能であるが、ここでは単純化のために、証券需要についてだけ考察している。この単純化によって本稿の分析結果は影響を受けない。 $i_{t-1}$  の  $t$  期の貨幣需要や証券需要への効果は、利子収入をのぞけば、投資に関連したものである。 $i_{t-1}$  が低水準であればある程前期末の企業の投資は低水準であり期末の企業の貨幣残高は大きくなり、それが期首における貨幣需要や証券需要に影響を及ぼす。



$$(25) C_{t-1} = C(Y_{t-1})$$

$$(26) I_{t-1} = I(i_{t-1})$$

$$(27) H^p(0, t) - H^p(0, t-1) = h((1-\tau)Y_{t-1}, i_{t-1} B^g_{t-1}) + h_3 i_t$$

$$(28) E(0, t) - E(0, t-1) = e((1-\tau)Y_{t-1}, (1-\tau)i_{t-1} B^g_{t-1}, i_{t-1}) + e_4 i_t$$

$$(29) B^f(0, t) - B^f(0, t-1) = b(i_t)$$

$$(30) T(0, t) = \tau \cdot (Y_{t-1} + i_{t-1} B^g_{t-1})$$

(25), (26)式は, 期首, 期末の区別を省略している。

消費支出や所得や投資支出はそれぞれの期間の期末の値を示している。利子率や政府証券 ( $B^g$ ) は期首の値を示している。投資については利子率のみの関数であるから, その値は期首に資産市場が均衡した時点で決定されてしまうが, 期末にそれと同じ量だけ実行されると考えている。

$$(31) G(1, t) = G(1, t-1) = \dots = \bar{G} (= \text{const.})$$

$$(32) M(1, t) - M(1, t-1) = M(1, t-1) - M(1, t-2) \\ = \dots = \bar{m} (= \text{const.})$$

(29), (30)式は, 政策変数を財政支出と追加的貨幣供給に選択していることを示している。

(30)式の租税関数については, 当該期間 ( $t$ ) の期首の手持ち貨幣残高から支払われ, 前期末の所得と当該期間の期首における利子収入に対して  $\tau$  の税率で徴収されると仮定している。

各行動関数の符号条件を整理すると,

$$(33) \begin{cases} 0 < C' < 1, & 0 < \tau < 1, & b' < 0, & I' < 0 \\ 0 < h_1 < 1, & 0 < h_2 < 1, & h_3 < 0, & 0 < e_1 < 1 \\ 0 < e_2 < 1, & e_3 < 0, & e_4 > 0 & \end{cases}$$

$C'$ ,  $b'$ ,  $I'$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ , はそれぞれ行動関数の微分係数で,  $\tau$ ,  $h_3$ ,  $e_4$  はパラメーターである。

当該期間 ( $t$ ) の期首における政府証券の供給量は、次の式によって決定される。

$$(34) \quad T(0, t) + B^g(0, t) - B^g(0, t-1) - i_{t-1} B^g(0, t-1) \\ \equiv G(1, t) - \{M(1, t) - M(0, t)\} \equiv \overline{G} - \overline{m}$$

$M(0, t) \equiv M(1, t-1)$  であり、中央銀行の発行する追加的貨幣供給は財政支出のマネー・ファイナンスによる部分のみであり、これは政策変数で一定である。そして政策当局にとっては既知であり、当該期首における租税収入も利払いもいずれも前期の変数に依存しているのであるから、当該期間 ( $t$ ) の期首における政府の追加的証券供給は、通常の分析と同様に当該期間の政府の予算制約式によって決定される。

後のために、民間の経済主体の証券の需要および供給関数をまとめて次のように単純化しておこう。

$$(35) \quad e((1-\tau)Y_{t-1}, (1-\tau)i_{t-1}B^g_{t-1}, i_{t-1}) + e_4 i_t - b(i_t) \\ = \varphi((1-\tau)Y_{t-1}, (1-\tau)i_{t-1}B^g_{t-1}, i_{t-1}) + \varphi_4 i_t$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} \varphi_1 = e_1, \varphi_2 = e_2, \varphi_3 = e_3 \\ \varphi_4 (\approx e_4 - b') > 0 \end{cases}$$

(23)~(34)式までを(2)~(24)式の市場均衡条件に代入すれば、モデルは次のようになる。<sup>21</sup>

$$\begin{cases} (22') & Y_{t-1} = C(Y_{t-1}) + I(i_{t-1}) + \overline{G} \\ (23') & h((1-\tau)Y_{t-1}, (1-\tau)i_{t-1}B^g_{t-1}) + h_3 i_t = m \\ (24') & \varphi((1-\tau)Y_{t-1}, (1-\tau)i_{t-1}B^g_{t-1}, i_{t-1}) + \varphi_4 i_t \\ & = (\overline{G} - \overline{m}) + (1-\tau)i_{t-1}B^g_{t-1} - \tau Y_{t-1} \\ (34) & B^g_t - B^g_{t-1} = \overline{G} + (1-\tau)i_{t-1}B^g_{t-1} - \tau Y_{t-1} - \overline{m} \end{cases}$$

21 貨幣供給のフローの均衡条件の導出は次のようになる。

$$h(\cdot) + \{T(0, t) + B^g(0, t) - B^g(1, t-1) - i_{t-1} B^g(0, t-1) - i_{t-1} B^g(0, t-1)\} \\ - \{T(0, t-1) + B^g(0, t-1) - B^g(0, t-2) - i_{t-1} B^g(0, t-2)\} = m. \quad \text{ところが、} \\ (34) \text{式により、第2項、第3項はいずれも } (\overline{G} - \overline{m}) \text{で、毎期、同じ値である。}$$

本稿では、財市場と証券市場の均衡条件で構成されるモデルと財市場の均衡条件と貨幣需給の均衡条件で構成されるモデルとに分割して、どちらの場合も同一の解を得ることを証明する。

(22'), (23'), (24)式で構成される体系をモデルⅠと呼び(22'と(24'), (24)式で構成される体系をモデルⅡと呼ぼう。モデルⅠ, モデルⅡはともに利子所得の項 ( $iB^g$ ) がふくまれているので、定差形のままでは解けない。したがって、モデルⅠとモデルⅡを同様の方法によって微分方程式モデルに近似し、その微分方程式モデルが同一の解を得ることを示すことによって証明できたものとみなすことにする。<sup>22</sup> このことにより結論は影響を受けない。なぜならば同じ近似の方法で、それぞれの対応する微分方程式モデルを考えるからである。

以下のように近似して、モデルⅠ, モデルⅡに対応する微分方程式モデルを構成しよう。

$$(36) \begin{cases} \dot{i}_t - i_{t-1} = \dot{i} \\ \dot{B}^g_t - B^g_{t-1} = \dot{B}^g \end{cases}$$

・は、時間 ( $t$ ) に関する微分である。

まず、(22') を解いて、

$$(22'') \quad Y_{t-1} = \phi(i_{t-1}; \bar{G}), \quad \phi' < 0$$

$$\phi' = I' / (1 - C')$$

(22'') を、(23'), (24'), (24) に代入し、(36) を考慮すれば

$$(モデルⅠ') \begin{cases} (37) \quad \dot{i} = -\frac{1}{h_3} \cdot h((1-\tau)\phi(i), (1-\tau)iB^g) \\ \quad \quad \quad + \frac{1}{h_3} \cdot m - i = F(i, B^g) \\ (38) \quad \dot{B}^g = \bar{G} + (1-\tau)iB^g - \tau\phi(i) - \bar{m} = Q(i, B^g) \end{cases}$$

22 定差形については、数値計算の方法によって証明することができる。筆者は、すでにこの方法によって、本稿の分析結果が正しいことを確認している。別稿にてそのことを示すことにする。

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l}
 (39) \quad \dot{i} = -\frac{1}{\varphi_4} \cdot \varphi((1-\tau)\phi(i), (1-\tau)iB^g, i) \\
 \quad + \frac{1}{\varphi_4}(\bar{G} - \bar{m}) + \frac{1}{\varphi_4}\{(1-\tau)iB^g - \tau\phi(i)\} \\
 \quad - i = R(i, B^g) \\
 (38) \quad \dot{B}^g = \bar{G} + (1-\tau)iB^g - \tau\phi(i) - \bar{m} \\
 \quad = Q(i, B^g)
 \end{array} \right. \\
 & \text{(モデル II')}
 \end{aligned}$$

モデル I' とモデル II' は、それぞれモデル I, モデル II に対応している。モデル I' とモデル II' が同一の解をもつことを調べるために (19) 式に (23) ~ (30) 式までの行動関数を代入し、各変数で偏微分することにより、各行動関数の符号条件の制約関係をもとめておこう。<sup>23</sup>

$$(40) \quad \left\{ \begin{array}{l}
 (1-\tau) - C' \equiv (1-\tau)(h_1 + \varphi_1) \\
 h_2 + \varphi_2 \equiv 1 \\
 h_3 + \varphi_4 \equiv 0 \\
 \varphi_3 = -I'
 \end{array} \right.$$

モデル I', モデル II' の定常均衡解  $(\bar{Y}, \bar{i}, \bar{B}^g)$  は、 $\dot{i} = \dot{B}^g = 0$  によって与えられる。<sup>24</sup>

モデル I', モデル II' を定常均衡近傍で一次近似し、各特性方程式をもとめると、

$$(41) \quad \left\{ \begin{array}{l}
 \rho^2 - (F_i + Q_{B^g})\rho + F_i Q_{B^g} - F_{B^g} Q_i = 0 \\
 F_i = \frac{1}{h_3}(h_1(1-\tau)\phi' + h_2(1-\tau)\bar{B}^g) - 1 \\
 F_{B^g} = -\frac{1}{h_3}(h_2(1-\tau)\bar{i}) > 0 \\
 Q_i = (1-\tau)\bar{B}^g - \tau\phi' > 0 \\
 Q_{B^g} = (1-\tau)\bar{i} > 0
 \end{array} \right.$$

23 民間の主体の証券についての超過需要関数  $(e(\cdot) - b(\cdot))$  は、(39) 式を使用している。

24  $\bar{Y}$  は、(22)' 式からもとめられる。

$$(42) \begin{cases} \rho^2 - (R_t + Q_{B^g})\rho + (R_t Q_{B^g} - R_{B^g} Q_t) = 0 \\ R_t = -\frac{1}{\varphi_4} \{ \varphi_1 (1-\tau) \phi' + \varphi_2 (1-\tau) \bar{B}^g + \varphi_3 \} \\ \quad + \frac{1}{\varphi_4} \{ (1-\tau) \bar{B}^g - \tau \phi' \} - 1 \\ R_{B^g} = \frac{1}{\varphi_4} (1-\tau) \bar{i} (1-\varphi_2) > 0 \\ Q_t = (1-\tau) \bar{B}^g - \tau \phi' \\ Q_{B^g} = (1-\tau) \bar{i} \end{cases}$$

(41)式がモデル I' の一次近似系の特性方程式であり、(42)式がモデル II' の一次近似系の特性方程式である。(41)式と(42)式が同一であれば、モデル I'、モデル II' の一次近似系は同一の解をもつ。これはあくまで、均衡近傍について妥当性をもつものであるが、このことによってモデル II' とモデル I' は同一の解をもつと推定することができる。さらに、それに対応するモデル I とモデル II についても同一の解をもつと推定することができる。

(40)式を利用して、そのことを検討すると、

$$(43) \quad R_t Q_{B^g} - R_{B^g} Q_t \equiv (1-\tau) \bar{i} \left[ \frac{-1}{\varphi_4} \{ \varphi_1 (1-\tau) \phi' + \varphi_2 \tau \phi' + \varphi_3 \} - 1 \right] \\ \equiv (1-\tau) \bar{i} \left[ \frac{-1}{h_3} \{ h_1 (1-\tau) \phi' + h_2 \tau \phi' \} - 1 \right] \equiv F_t Q_{B^g} - F_{B^g} Q_t < 0$$

$$(44) \quad R_t \equiv \frac{1}{\varphi_4} \{ (1-\tau) \bar{B}^g - \tau \phi' - \varphi_1 (1-\tau) \phi' - \varphi_2 (1-\tau) \bar{B}^g - \varphi_3 \} - 1 \\ \equiv -\frac{1}{h_3} \{ h_1 (1-\tau) \phi' + h_2 (1-\tau) \bar{B}^g \} - 1 \equiv F_t$$

$$(45) \quad F_t + Q_{B^g} \equiv R_t + Q_{B^g}$$

(43)~(45)式に示されているように(41)式と(42)式は同一の特性方程式である。したがって、モデル I' とモデル II' は同一の特性根をもつので、同じ解をもつ。このようにモデル I' とモデル II' は同一の解をもつ全く同値なモデルであり、モデル I とモデル II についても同様の結論をくだすことができる。

多期間にわたる期首モデルを対応する微分方程式に近似したが、この微分方程式モデルは定常均衡近傍で不安定である。それは、(40)式の符号条件によれば(43)式の値は負であることからわかる。<sup>25</sup> 一般に定常均衡を  $(\dot{i}=\dot{B})B^a=0$  で与えれば、消費関数への資産効果が十分に大きくなければ不安定であることはよく知られている。本稿では資産効果は一切考えていないのであるから、安定性に関するこの結論はほぼ自明であると言えよう。

#### IV 結 語

相対的に調整スピードが大である金融資産市場をもっていることが発達した資本主義経済の基本的特徴であるとしばしば主張される。そのようなモデル分析に期首モデルが適用できるとするならば、本稿での分析も期首モデルによるマクロ経済分析の厳密性を高めることに役立っていると言える。たとえばこのモデルにより分析されるべき金融財政政策などについて稿をあらためて行いたい。

$$25 \quad \overbrace{(1-\tau)\dot{i}}^{(+)} \left[ \overbrace{-\frac{1}{h_3} \{ h_2\tau\phi' + h_1(1-\tau)\phi' \}}^{(+)} \underbrace{-1}_{(-)} \right] < 0$$

$$\varphi_1(1-\tau)\phi' + \varphi_2\tau\phi' + \varphi_4 = \frac{I'}{1-C'} \cdot \{ \varphi_1(1-\tau) - (1-C') + e_2\tau \} < 0$$

$$(\because (1-\tau)e_1 - (1-C') = (1-\tau)h_1 + \tau > 0)$$

$$\text{したがって } (1-\tau)\dot{i} \left[ \overbrace{-\frac{1}{\varphi_4} \{ \varphi_1(1-\tau)\phi' + \varphi_2\tau\phi' + \varphi_3 \}}^{(-)} - 1 \right] < 0$$