博士論文

微粒子スラリーのろ過設計に関する研究

2018 年 3 月

吉田　友一

同志社大学

目次

第 1 章　序論　1

1.1　はじめに　1

1.2　ろ過に関する既往の研究と本研究の位置付け　3

1.3　本論文の構成　6

Literature cited

第 2 章　IB-LBM シミュレーションにもとづく織金網の圧力損失推算式の導出　11

2.1　緒言　11

2.2　流体透過挙動シミュレーション　12

2.3　空気透過試験　14

2.4　結果および考察　16

2.4.1　シミュレーションの信頼性　16

2.4.2　織金網の幾何学特性が流体抵抗に及ぼす影響　18

2.4.3　織金網の圧力損失推算式の導出　23

2.5　結言　28

Nomenclature

Literature cited

第 3 章　網目構造を考慮した畳織金網の流体抵抗の推算　**33**

3.1　緒言　33

3.2　綾畳織金網の目開き推算式の導出　34

3.2.1　第 1 網目の目開き　34

3.2.2　第 2 網目の目開き　35

3.2.3　第 3 網目の目開き　38

3.2.4　代表目開き　39

3.3　流体透過挙動シミュレーション　40

3.4　実験方法　40

3.4.1　目開き測定実験　40

3.4.2　空気透過試験　41

3.5　結果および考察　41

3.5.1　綾畳織金網の目開き推算法の妥当性　41

3.5.2　シミュレーションの信頼性　42

3.5.3　畳織金網の網目構造が流体抵抗に及ぼす影響　44

3.5.4　畳織金網の圧力損失推算式の導出　48

3.6　結言　52

Nomenclature

Literature cited

第 4 章　微粒子スラリーの凝集構造とスラリー粘度の関係　**57**

4.1　緒言　57

4.2　せん断流れ場におけるスラリー挙動シミュレーション　58

4.3　スラリー粘度測定実験　61

4.4　結果および考察　63

4.4.1　シミュレーションの信頼性　63

4.4.2　ζ電位制御によるスラリー凝集・分散状態が
スラリー粘度に及ぼす影響　64

4.4.3　凝集構造がスラリー粘度に及ぼす影響　66

4.5　結言　73

Nomenclature

Literature cited

第 5 章　DEM-CFD 連成シミュレーションによる ケークろ過特性の予測　77

5.1　緒言　77
5.2　ケークろ過シミュレーション　78
5.3　定圧ろ過実験　83
5.4　結果および考察　85
5.4.1　シミュレーションの信頼性　85
5.4.2　ケーク形成過程におけるろ過特性の変化　86
5.4.3　ケーク構造と流体抵抗の関係　91
5.5　結言　97
Nomenclature
Literature cited

第 6 章　結論　101

Acknowledgements

目次

第 1 章　序論

1.1　はじめに

ろ過は，粒子懸濁液（スラリー）をろ材を用いて捕捉粒子とろ液とに物理的に分離する操作である．比較的シンプルな操作で高精度な分離や多量処理が可能であることから，食品，医薬品，化成品など固液混合物を扱うほとんどの産業分野において利用されている．例えば生産プロセスにおいて，原料や中間体，製品から異物を除去して品質や生産性を向上させる，液相合成された粉体を反応液中から回収する，排水中の粒子状物質を除去することで環境を保全するなど，その目的は広範囲に渡り，快適で安全な社会の実現のために極めて重要な役割を担っている．

捕捉対象とする粒子の大きさや濃度，圧力の与え方などにより，ろ過は次のように分類される[1]．1 μm 以上の粒子を捕捉対象としたろ過は一般ろ過と呼ばれ，ろ材として金属製や樹脂製の織網がよく用いられる．一方，0.02–10 μm 程度を捕捉対象とした精密ろ過では，比較的粒子径が大きい場合は織網や不織布，ろ布，ろ紙が，粒子径が小さい場合は精密ろ過膜（メンブレンフィルター）や多孔質フィルターがろ材として用いられる．さらに捕捉対象粒子が小さくなると限外ろ過やナノろ過になり，ろ材としては限外ろ過膜や逆浸透膜などが用いられる．粒子濃度に関しては，一般に粒子濃度が 0.1 vol%以下の希薄スラリーのろ過では捕捉粒子層（ケーク）がほとんど形成されない清澄ろ過（ろ材ろ過，閉塞ろ過とも呼ばれる）になり，1 vol%以上になるとろ材上にケークが形成され，ケーク形成後はこれがろ材の役目を果たすケークろ過になる．また，圧力の与え方によっては，圧力を一定に維持する定圧ろ過（重力ろ過を含む）や，ろ過速度を一定に維持するために圧力を変化させる定速ろ過，ポンプの特性により圧力，ろ過速度ともに変化させる変圧変速ろ過に

分かれる．

ろ過性能を表す指標としてろ過精度（分離粒子径），ろ過抵抗（圧力損失），粒子保持容量，ろ過寿命などがあり，これらに影響を及ぼす因子には大別して，ろ材の特性，スラリーの性状，ろ過操作条件の 3 つがある [1]．それぞれの因子をさらに細分化すると，ろ材の特性では，ろ材の種類や素材，構造，ろ過面積，細孔径など，またスラリー性状では，粒子の大きさや濃度，分散媒の粘度，凝集・分散状態などが影響因子になる．ろ過操作条件としては，ろ過圧力やろ過速度，温度，流動状態などが挙げられる．

ろ過システムを設計するとき，これらの因子によりどのようにスラリーが流動し，粒子がろ材あるいはケークに捕捉され，その結果どのようなろ過性能を示すのかを予測しなければならない．ろ過の設計プロセスには，ろ材の選定，スラリー調整条件，ろ過操作条件の決定，ろ過装置の選定などがある．例えば，まず捕捉したい粒子の大きさに応じた細孔径をもつろ材を選定し，要求される処理能力やスラリー分散媒の粘度からろ材の必要面積，初期圧力損失を求める．この初期圧力損失は，ろ過に必要となる最低の加圧力であり，ポンプなどの所要動力の見積もりやろ過装置の選定に用いられる．次に，ろ過が進行した時の圧力損失の上昇を経験的，実験的に見積もる．圧力損失が高ければ高いほど大きな圧力が必要となり，その分ろ過装置も堅牢で大掛かりなものになる．あるいは圧力に限りがあれば，圧力損失を下げるために処理能力を抑えなければならない場合もある．細孔閉塞やケークによる圧力損失の上昇を如何に抑えるかが，本設計プロセスにおける要所となる．以上のようにして決定したろ材，スラリー性状，ろ過操作条件から，それに合ったろ過装置を選定する．

特に最近では，粉体を応用した製品の小型化や高性能化のため，粉体の微粒子化が進んでいる．例えば電子写真の場合，高画質化のためにトナー粒子の微粒子化が求められ，その製法は従来の粉砕法から替わって液相での重合法が主流になっている．また，薄板材料の柔軟さと強度を両立するため，材料内に分散させるフィラーは微粒子でかつ粒子径をそろえる必要がある．ナノオーダーまで微粒子化すると，粒子集合体が量子効果によってこれまでには無い機能を発現することもできる．これら微粒子は液相中で作製されることが多く，粒子の回収手段として固液分離操作が必要となる．

以上のように，高精度かつ多量処理が可能な固液分離操作として，ろ過操作の重要性は近年ますます高まっている．その一方で，微粒子スラリーのろ過プロセスの設計はより慎重に行わなければならない．その主な理由は，粒子が小さくなるとろ過抵抗（ろ材抵抗や細孔閉塞による抵抗，ケーク抵抗）が飛躍的に大きくなってしまうためであり，如何にろ過抵抗を低減し，高い処理能力を引き出すことができるかがこれまで以上に重要になる．

しかしながら，微粒子になると静電気力や van der Waals 力といった粒子間相互作用の影響が顕著になるため，従来からの設計法ではろ過挙動を正確に予測することは難しく，しばしば期待通りの性能が得られないことがある．微粒子スラリーのろ過に要する圧力は大きく，性能予測を見誤った際のトラブルもより深刻になってしまうことが多い．そこで，より精緻なろ過プロセス設計法を確立し，ろ過抵抗をできるだけ低減し，多量処理を可能とする微粒子スラリーのろ過の実現が切望されている．

1.2　ろ過に関する既往の研究と本研究の位置付け

ろ過設計に用いられる最も有名な理論の一つに Ruth のろ過理論がある [2), 3)]．Ruth は，非圧縮ケークの場合，ろ過速度はろ過圧力に比例し，ろ過抵抗に反比例するとしたろ過式を提案し，さらにろ過抵抗はろ材抵抗とケーク抵抗の和で与えられるとした．このとき，定圧ろ過の進行に伴うケーク抵抗の増加は，単位ろ過面積当たりのケーク固体質量に比例するとしており，その比例定数は平均ケーク比抵抗と呼ばれ，ケーク構造を反映したケーク抵抗の指標となる．この指標は，いわゆる Ruth プロットから得られ，ろ材抵抗もそれに相当する仮想ケーク質量という形で求めることができる．また，Kozeny-Carman 式と組み合わせることで，平均ケーク比抵抗の理論式も導出される [3)]．Ruth のろ過理論の基となるろ過式を導いた Sperry は，ろ過圧力によるケークの圧縮を考慮したケーク比抵抗の圧力依存式も提案しており [4)]，現在もろ過設計に広く活用されている．

Ruth のろ過理論が発表されてから，ろ過の研究はますます盛んになった．Tiller and Shirato はケーク内を透過するろ液の流量分布が一様でないことを指摘し [5)]，Tiller and Cooper はケーク内の空隙率と流量の関係式を理論的に導き [6)]，また Shirato *et al.*は，実際にろ過装置に設置した電極から電気抵抗の変化を調べることでケーク内の空隙率分布を評価した [7)]．Sambuichi *et al.*は，比較的大きな粒子の定圧ろ過に対して粒子の重力沈降が影響することを示し，重力沈降により促進されるケーク成長を考慮したろ過モデルを提案している [8)]．微粒子スラリーのろ過においては，特にろ過膜を使用する場合，細孔閉塞による流体抵抗もろ過抵抗に加わる．この細孔閉塞は，閉塞の仕方によって完全閉塞，標準閉塞，中間閉塞に分かれ，スラリー性状やろ過方式（定圧ろ過，定速ろ過）に応じた閉塞ろ過式が報告されている [1)]．

Ruth のろ過理論では，ろ材抵抗は実験を通じて後発的に求められるが，前述した通り，

ろ過プロセスの設計ではろ材の初期圧力損失を予め予測しなければならない．そこで，ろ材抵抗の推算に関しても多くの研究がなされている．一般ろ過に広く用いられている織金網に関して，Wieghardt は理論解析と実験的考察にもとづいて，織金網の抵抗係数はレイノルズ数と開孔率の関数となることを見出した [9]．抵抗係数に対するレイノルズ数，開孔率の寄与に関して，さらにいくつかの報告がなされている [10)–12)]．Armour and Cannon は，層流域では織金網を粒子の集合体，乱流域では管路として織金網の圧力損失推算式を提案し，種々の織金網に対する圧力損失の測定実験を行い，推算式の検証を行った [13]．粒子充填層の流体抵抗に関する Ergun の式を金網の流体抵抗に応用した報告もある [14, 15]．

しかしながら，織金網の圧力損失は，金網を構成するワイヤーの線径やメッシュ数（1 inch 当たりの網目の数），織り方などに依存し，その組み合わせは無数にあるため，実験による検討だけではこれらの影響を明らかにすることが難しい．また，微粒子スラリーのろ過では主に不織布ろ材やろ過膜が用いられているが，これらの構造は織金網よりも複雑であるため，その流体抵抗特性の検討はさらに困難を極める．Hassan *et al.*[16]や，Tanaka and Kanaoka[17]は，不織布の繊維分散条件や繊維積層条件が圧力損失に及ぼす影響を調べ，高性能な不織布フィルターを開発しているが，不織布の幾何学特性と圧力損失の関係を十分には明らかにできていない．ろ過膜についても，その性能評価法に関しては様々な検討がなされているが [18]，ろ過膜抵抗の理論的な予測までは至っていない．所望のろ過精度（分離粒子径）を得，かつ流体抵抗の小さいろ材を選定，あるいは新たに開発するためには，ろ材構造と流体抵抗の関係を明らかにし，より高精度な圧力損失の推算が不可欠である．

そこで本研究では，ろ材への流体透過挙動を数値シミュレーションにより微視的に観測することで，ろ材構造と流体抵抗の関係を明らかにする．複雑な構造をもつ物体の幾何学特性が流体抵抗に及ぼす影響を詳細に調べる方法として，近年では数値流体力学（Computational Fluid Dynamics，CFD）が盛んに利用されている．ろ材の流体抵抗に対する CFD の適用は未だ少ないが，Wiegmann *et al.*は，マルチフィラメントファイバーメッシュろ材やそのフィルターエレメント設計への CFD の有用性を指摘しており [19]，Feng and Zhang は不織布ろ材を通過する白油の挙動を調べるのに 2D の流体シミュレーションを利用している [20]．本研究では，まずは不規則でより複雑な構造をもつ不織布やろ過膜ではなく，規則的な構造を取り，流体抵抗則が見出しやすいと考えられる織金網を対象とした．

ろ過プロセスを設計する上で，スラリー粘度も重要な情報を与える．Ruth のろ過理論に代表されるように，粒子を分散させている媒体の粘度がろ過設計に必須であることは明らかである．すなわち，ろ過抵抗を求める際にはケークやろ材を透過する流体（ろ液）は粒子を含まない状態と仮定されており，スラリーではなく分散媒の粘度が計算に用いられる．

一方で，スラリー中の粒子の大きさや濃度，凝集・分散状態などのスラリー性状は，細孔閉塞やケーク形成といったろ過挙動に深く関与している．特に微粒子の凝集状態は，静電気力や van der Waals といった粒子間力や添加剤によって様々なサイズ，形態を取り，それによりスラリーは複雑なろ過挙動を示すようになる．スラリー調整時にこれを直接評価することは難しく，このスラリー凝集・分散状態やスラリー挙動を間接的に表現するのがスラリー粘度である．Matsunaga *et al.*もスラリー凝集・分散状態とケークろ過特性の関係を調べるに当たり，スラリー粘度の有用性を示している [21)]．Kim *et al.*は，逆に定圧ろ過を利用したスラリー評価技術を提案している [22)].

これまでにスラリー粘度に関する研究は数多く行われ，多くの予測式が提案されてきた．完全分散スラリーの粘度については，粒子濃度との関係を表した Einstein の式がある [23)].
この式の適用範囲は希薄系スラリーに限定されるため，高濃度系に拡張し，粒子間の相互作用を考慮したモデルも提案されており [24), 25)], これらの式は完全分散スラリーの粘度が本質的に粒子の体積分率に関係することを示している．また，凝集状態のスラリー粘度に関しては， Usui が球形の凝集体がせん断力により二つに分裂するモデルから推算式を提案している [26)].

しかしながら，いずれのモデルにおいても凝集構造は十分には考慮されていない．微粒子スラリーのろ過では，ろ過抵抗を低減するためにスラリーは凝集状態に制御されることが多く，凝集構造とスラリー粘度の関係を明らかにしなければ，スラリー粘度をろ過プロセスの設計に利用することはできない．凝集状態の微粒子スラリーの複雑な流動挙動を実験的に調べることは困難であるため，本研究では様々な凝集構造に制御したスラリーに対してせん断流れ場を与える数値シミュレーションを実施し，粒子ー流体挙動を詳細に調べることで，スラリー中の粒子の凝集構造がスラリー粘度に及ぼす影響を明らかにする．

微粒子スラリーのろ過に関しては，種々のスラリー性状とろ過特性の関係について様々な実験的検討がなされている [27)–31)]．例えば，Yuan *et al.*は浄水用途向けに天然有機物フミン酸のろ過実験を行い，細孔閉塞モデル，ケークろ過モデルによる検討から，各種ろ過条件におけるフミン酸のファウリング特性をまとめた [32)]．Wang *et al.*は，pH 制御や添加剤による様々な凝集条件においてろ過実験を行い，凝集体の構造やサイズが膜ろ過特性に及ぼす影響について調べた [33)]．Iritani *et al.*は，ろ過膜よりも大きい粒子と小さい粒子の 2 成分系スラリーのろ過実験を行い，これらのケーク形成挙動からろ過抵抗モデルを提案している [34)]．これらは微粒子スラリーのろ過操作に非常に有用な知見を与えているが，スラリー性状とろ過特性の関係を明らかにすることは難しく，膨大な種類のスラリーやろ過条件には対応しきれていない．

より精緻な予測を可能とするろ過モデルを確立するには，ろ過過程をより微視的に観測し，微粒子によるろ材細孔閉塞やケークの形成挙動，ケーク構造がろ過特性に及ぼす影響を明らかにしなければならない．詳細なろ過挙動を実験的に調べるため，Buethehorn *et al.* は NMR を用いてケークの段階的な成長やケーク内透過流束を観測した [35)]．Mattsson *et al.* はガンマ線減衰の測定によりろ過中の固体濃度の変化を，実験装置内に設置したキャピラリーチューブによりケーク内の局所的な圧力変化を測定することで，ケーク形成挙動を調べた [36)]．しかしながら，これら実験でもケーク構造と流体抵抗，ろ過速度の詳細な関係を明らかにするまでは至っていない．そこで，粉体挙動を微視的に観測できる数値シミュレーションを利用した検討もなされている．Ando *et al.*はストレート孔のあいたシンプルな多孔膜に対する微粒子の透過シミュレーションから，微粒子の細孔閉塞挙動を観察した [37)]．Ishigami and Mino は，フェーズフィールド法を用いてより厳密な多孔膜を再現し，微粒子がその多孔膜を透過するシミュレーション法を開発した [38)]．

一方で，ろ材上に粒子が堆積するケーク形成挙動に関する数値シミュレーション応用例は未だほとんどない．ろ過の優れた処理能力を発揮するにはケーク抵抗の低減が不可欠であり，ケークろ過過程の微視的観測も強く望まれている．そこで本研究では，微粒子スラリーのケークろ過シミュレーションを構築し，ろ過挙動の微視的観測を行うことで，微粒子の凝集・分散状態がケークろ過特性に及ぼす影響を明らかにする．

以上のように本研究では，ろ過プロセスの設計：ろ材選定，スラリー調整，ろ過操作それぞれにおいて課題となっている，ろ材抵抗，スラリー凝集・分散状態，ケークろ過抵抗の予測に関して，粒子ー流体挙動を微視的に観測できる数値シミュレーションを利用して検討を行うことで，微粒子スラリーのろ過抵抗を低減し，高い処理能力を実現することができるろ過プロセス設計法を確立する．

1.3　本論文の構成

本論文は 6 章からなり，それぞれの章における概要は以下の通りである．

第 1 章では，本研究の背景およびろ過に関する既往の研究をまとめ，本論文の位置付けと構成について述べた．

第 2 章では，織金網の中でも網目構造（細孔構造）が比較的簡単な平織，綾織金網について，その圧力損失の高精度な推算法を検討した．高精度な推算を実現するには，微小な

ワイヤーが組み合わされた金網周りの流れを詳細に知る必要があるが，これは実験的手法では難しい．そこで，格子ボルツマン法と埋め込み境界法を組み合わせ，織金網を通過する流体の透過挙動シミュレーションを構築した．本シミュレーションにより織金網周りの流れを微視的に観測することで，織り方（平織，綾織），線径，メッシュ数が流体抵抗に及ぼす影響を明らかにした．シミュレーションより得られた金網の幾何学特性と流体抵抗の関係から，平織，綾織金網の圧力損失推算式を導出した．

つづく第 3 章では，織金網でも微細な網目をもつ平畳織金網，綾畳織金網について，その圧力損失の高精度な推算法を検討した．特に綾畳織金網の網目構造については，これまで十分に理解されておらず，まずはその幾何学モデルと目開き推算式を提案した．次に，第 2 章と同様に数値シミュレーションを用いて畳織金網周りの流れを解析した．提案した網目の幾何学モデルと解析結果から，網目構造と流体抵抗の関係を明らかにし，畳織金網の圧力損失推算式を導出した．

第 4 章では，スラリー中の微粒子の凝集状態とスラリー粘度の関係を解明するため，せん断流れ場におけるスラリー挙動を表現できるシミュレーションを構築した．特にスラリー粘度のようにスラリー性状を表す物性を調べるには，粒子－流体挙動を厳密に計算する必要がある．そこで，離散要素法（Discrete Element Method，DEM）による粒子計算と直接数値シミュレーション（Direct Numerical Simulation，DNS）による流体計算を連成したシミュレーション法を適用した．ζ 電位による微粒子の凝集・分散状態の制御や，仮想的な凝集体モデルの作成を行い，せん断流れ場における粒子－流体挙動を微視的に観測することで，それら粒子凝集体の構造がスラリー粘度に及ぼす影響を明らかにした．

第 5 章では，微粒子スラリーのケークろ過シミュレーションを構築し，ろ過挙動の微視的観測を試みた．シミュレーション方法は，離散要素法（DEM）による粒子計算と数値流体力学（CFD）において局所平均化された連続の式と Navier-Stokes 方程式を解く DEM-CFD 連成法をベースとした．ζ 電位により微粒子の凝集・分散状態を制御したケークろ過シミュレーションを実施し，ケーク形成挙動やケーク内部流れを調べることで，粒子凝集・分散状態がケークろ過特性に及ぼす影響を明らかにした．

第 6 章では，本研究の総括として各章において得られた知見を要約した．

Literature cited

1) 日本液体清澄化技術工業会, ユーザーのための実用固液分離技術, pp. 19–30, 39, 108, 分離技術会 (2010)
2) Ruth, B. F., G. H. Montillon and R. E. Montonna; "Studies in Filtration, Ⅱ. Fundamental Axiom of Constant-Pressure Filtration," *Ind. Eng. Chem.*, **25**, 153–161 (1933)
3) 三輪 茂雄; 粉体工学通論, pp. 73–79, 219–223, 日刊工業新聞社 (1981)
4) Sperry, D. R.; "A Study of the Fundamental Laws of Filtration Using Plant-scale Equipment," *Ind. Eng. Chem.*, **13**, 1163–1164 (1921)
5) Tiller, F. M. and M. Shirato; "Role of Porosity in Filtration Ⅳ, New Definition of Filtration Resistance," *AIChE J.*, **10**, 61–67 (1964)
6) Tiller, F. M. and H. Cooper; "The Role of Porosity in Filtration: N. Constant Pressure Filtration," *AIChE J.*, **6**, 595–601 (1960)
7) Shirato, M., T. Aragaki, K. Ichimura and N. Ootsuji; "Porosity Variation in Filter Cake under Constant-pressure Filtration," *J Chem Eng Jpn*, **4**, 2, 172–177 (1971)
8) Sambuichi, M., H. Nakakura and K. Ohsasa; "The effect of Gravity Settling on Constant Pressure Filtration," *Memoirs of the Faculty of Engineering,Yamaguchi University*, **33**, 1, 65–70 (1982)
9) Wieghardt, K. E. G.; "On the resistance of screens," *Aeronaut. Q.*, **4**, 2, 186–192 (1953)
10) Takahashi, Y.; "Pressure drop Coefficient of Screens," *Research report of Takamatsu National College of Technology*, **16**, 25–33 (1980)
11) Osaka, H., H. Yamada, S. Hano and Y. Kageyama; "Fluid Flow through Plain Square Screens," *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers (B)*, **52**, 473, 312–317 (1986)
12) Amaki, K., T. Hasegawa and T. Narumi; "Drag Reduction in the Flow of Aqueous Solutions of Detergent Through Mesh Screens," *Nihon Reoroji Gakkaishi*, **36**, 3, 125–131 (2008)
13) Armour, J. C. and J. N. Cannon; "Fluid Flow Through Woven Screens," *AIChE J.*, **14**, 3, 415–420 (1968)
14) Wu, W. T., J. F. Liu, W. J. Li and W. H. Hsieh; "Measurement and correlation of hydraulic resistance of flow through woven metal screens," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **48**, 3008–3017 (2005)
15) Kolodziej, A. and J. Lojewska; "Experimental and modelling study on flow resistance of wire gauzes," *Chemical Engineering and Processing*, **48**, 816–822 (2009)

16) Hassan, M. A., S. A. Khan, B. Y. Yeon, B. Pourdeyhimi and A. Wilkie; “Fabrication of Nanofiber Meltblown Membranes and Their Filtration Properties,” *J Membr Sci*, **427**, 336–344 (2013)

17) 田中 茂樹, 金岡 千嘉男; “フィルター用積層型スパンボンド不織布の開発,” *繊維機械学会誌*, **57**, 4, T47–T53 (2004)

18) Galjaard, G., J. C. Schippers, M. M. Nederlof and H. A. Oosterom; “Quick-Scan: Selection of Micro- and Ultrafiltration Membranes,” *Desalination*, **117**, 79–83 (1998)

19) Wiegmann, A., O. lliev and A. Schindelin; “Computer aided Engineering of Filter Materials and pleated Filters,” *Global Guide of the Filtration and Separation Industry*, 191–198 (2010)

20) Feng, J. and J. Zhang; “Theoretical Analysis and 2D Simulation of Clean Oil Flowing through Nonwoven,” *Journal of Industrial Textiles*, **45**, 5, 652–673 (2016)

21) Matsunaga, N., Y. Nakashima, Y. Hirata and S. Sameshima; “Rheology and Pressure Filtration of aqueous SiC Suspensions of Nanometer-sized Bimodal Particles,” *Ceram Int*, **36**, 1581–1588 (2010)

22) Kim, H., T. Mori and J. Tsubaki; “Development of Slurry Characterization Method by Constant Pressure Filtration,” *J Ceram Soc Japan*, **113**, 12, 761–767 (2005)

23) Einstein, A.; “Eine neue Bestimmung der Molekul-dimensionen,” *Ann.Physik.*, **19**, 289–306 (1906)

24) Simha, R.; “A Treatment of the Viscosity of Concentrated Suspensions,” *J.Appl.Phys.*, **23**, 1020–1024 (1952)

25) Mooney, M.; “The Viscosity of a Concentrated Suspension of Spherical particles,” *J.Colloid Sci.*, **6,** 162–170 (1951)

26) 薄井 洋基; “固液サスペンション系の凝集と非ニュートン粘度,” *Thermophys Prop.*, **24**, 9–12 (2003)

27) Reuter, J. M.; “Polymeric Flocculants. Structure, Kinetics and Practical Experiences in Effluent Treatment and Sludge Dewatering in Europe and in the United States,” *Middle East Water Sewage*, **8**, 2, 67–68 (1984)

28) Lee, S., J. H. Kweon and Y.H. Choi; “Effect of Flocculent Aggregates on Microfiltration with Coagulation Pretreatment of High Turbidity Waters,” *Water Sci Technol*, **53**, 7, 191–197 (2006)

29) Tsubaki, J., T. Mori, U. Tseveen and O. Bayanjargal; “Development of a Novel Slurry Condensation Method by Applying Dispersant Instead of Flocculant,” *Adv Powder Technol*,

20, 1, 106–110 (2009)

30) Chellappah, K., E. s. R. j. Tarleton and R. j. Wakeman; "Aggregation Effects in The Cake Filtration of Interacting Binary Mixtures," *Chem Eng Sci*, **65**, 24, 6407–6414 (2010)

31) Wang, S., C. Liu and Q. Li; "Impact of Polymer Flocculants on Coagulation-microfiltration of Surface Water," *Water Res*, **47**, 13, 4538–4546 (2013)

32) Yuan, W., A. Kocic and A. L. Zydney; "Analysis of Humic Acid Fouling During Microfiltration Using A Pore Blockage-cake Filtration Model," *J Membr Sci*, **198**, 1, 51–62 (2002)

33) Wang, J., J. Guan, S. R. Santiwong and T. D. Waite; "Effect of Aggregate Characteristics Under Different Coagulation Mechanisms on Microfiltration Membrane Fouling," *Desalination*, **258**, 1–3, 19–27 (2010)

34) Iritani, E., N. Katagiri, Y. Ishikawa and D. Cao; "Cake Formation and Particle Rejection in Microfiltration of Binary Mixtures of Particles with Two Different Sizes," *Sep Purif Technol*, **123**, 214–220 (2014)

35) Buethehorn, S., T. Wintgens, M. Wessling, T. Melin, L. Utiu, M. Kueppers, B. Bluemich and T. Wintgens; "NMR Imaging of Local Cumulative Permeate Flux and Local Cake Growth in Submerged Microfiltration Processes," *J Membr Sci*, **371**, 1–2, 52–64 (2011)

36) Mattsson, T., M. Sedin, H and Theliander; "Zeta-Potential and Local Filtration Properties: Constitutive Relationships for TiO2 from Experimental Filtration Measurements," *Chem Eng Sci*, **66**, 20, 4573–4581 (2011)

37) Ando, T., K. Akamatsu, S. Nakao and M. Fujita; "Simulation of Fouling and Backwash Dynamics in Dead-end Microfiltration: Effect of Pore Size," *J Membr Sci*, **392–393**, 48–57 (2012)

38) Ishigami, T. and Y. Mino; "Simulation of Permeation of Colloidal Particle Dispersion through Membrane Pores in Microfiltration," *J. Soc. Powder Technol., Japan*, **54**, 6, 362–369 (2017)

第 2 章　IB-LBM シミュレーションにもとづく織金網の圧力損失推算式の導出

2.1　緒言

織金網は，目開き精度が高く，機械的強度，耐熱性，洗浄による再使用性に優れていることから，数十 μm 以上の粒子を対象とする一般ろ過のろ材としてよく用いられている．ろ材の圧力損失は，ろ過に必要な圧力やろ過寿命の推定に関わる重要なパラメータであり，ろ材の開発やろ過プロセスの設計において高精度に推算することが必要である．第 1 章でも述べたように，織金網の圧力損失についてはこれまで多くの推算式が提案されてきたが，織金網の圧力損失は金網の線径，メッシュ数（1 inch 当たりの網目の数）や織り方などに依存し，その組み合わせは無数にあるため，実験的検討のみではこれらの影響を明らかにすることが難しい．

そこで，平織金網，綾織金網を通過する流体の透過挙動シミュレーションを実施し，金網の線径，メッシュ数，織り方が流体抵抗に及ぼす影響を調べた．シミュレーションにより金網の幾何学特性と抗力の関係を明らかにし，ろ過プロセスの設計において織金網の合理的な選定，開発を可能とする平織金網，綾織金網の圧力損失推算式を導出した．

2.2　流体透過挙動シミュレーション

流体計算には格子ボルツマン法（Lattice Boltzmann Method，LBM）を [1)–3)]，金網と流体の境界の表現には体積力型埋め込み境界（Immersed Boundary，IB）法を採用した [4)]．格子ボルツマン法は，流体を仮想粒子の集合体とみなし，各粒子の移動（並進）と衝突により時間発展する仮想粒子の速度分布関数から流体の運動を求める手法であり，アルゴリズムが簡単で高速化・並列化が容易である．また，体積力型埋め込み境界法は複雑形状物体の周りの流れを単純な矩形格子で取り扱うことができる手法であり，織金網周りの流れをシミュレートするのに適している．

流体の運動を表す仮想粒子の移流方向には D3Q19（3 次元 19 速度）モデルを適用した（格子幅 $\mathit{\Delta} = 1$，時間刻み $\Delta t = 1$）．格子ボルツマン方程式に体積力項を追加し，衝突項には BGK モデルを用いた．

$$g_i(t+1, \boldsymbol{x}+\boldsymbol{c}_i) = g_i(t, \boldsymbol{x}) - \frac{g_i - g_i^{(0)}}{\tau} + \frac{3}{2} E_i \boldsymbol{c}_i \cdot \boldsymbol{F}_{\mathrm{ext}}(t, \boldsymbol{x}) \tag{2.1}$$

ここで，$\boldsymbol{c}_i$ は移流方向 i（i = 0–18）に対する粒子の速度，t は時間，$\boldsymbol{x}$ は格子点の位置，g_i は速度 $\boldsymbol{c}_i$ の粒子の分布関数，$g_i^{(0)}$は速度 $\boldsymbol{c}_i$ の粒子の平衡分布関数，τ は緩和時間，E_i は移流方向 i に対する重み係数，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{ext}}$ は体積力である．$g_i^{(0)}$，τ，E_i は，それぞれ次式で定義される．

$$g_i^{(0)} = \rho E_i \left\{ 1 + 3\boldsymbol{c}_i \cdot \boldsymbol{u} + \frac{9}{2}(\boldsymbol{c}_i \cdot \boldsymbol{u})^2 - \frac{3}{2} \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{u} \right\} \tag{2.2}$$

$$\tau = 3\nu + 0.5 \tag{2.3}$$

$$E_0 = \frac{1}{3}, E_1 \sim E_6 = \frac{1}{18}, E_7 \sim E_{18} = \frac{1}{36} \tag{2.4}$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は流体速度，ρ は粒子密度，ν は動粘度である．体積力 $\boldsymbol{F}_{\mathrm{ext}}$ は，格子中の金網の体積率 α と固体－流体間相対速度から次式で与えられる．

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{ext}} = \alpha\rho(\boldsymbol{u}_s - \boldsymbol{u}) \tag{2.5}$$

ここで，$\boldsymbol{u}_s$ は固体速度である．体積率 α の計算には Yuki *et al.*の双曲線正接関数近似法を用いた [5)]．

なお，本シミュレーションにおいて物理量は格子幅 $\mathit{\Delta}$，出口流速 U_0，粒子の代表移流速度 c（= 1）で規格化されている．巨視的変数である流体密度 ρ，運動量 $\rho\boldsymbol{u}$，圧力 P は次式で定義される．

$$\rho = \sum_i g_i(t, \boldsymbol{x}) \tag{2.6}$$

$$\rho\boldsymbol{u} = \sum_i \boldsymbol{c}_i g_i(t, \boldsymbol{x}) \tag{2.7}$$

$$P = \rho c_{\mathrm{s}}^{\ 2} = \frac{\rho}{3} \tag{2.8}$$

ここで，c_{s} は音速であり，格子ボルツマン法では次式で与えられる．

$$c_{\mathrm{s}} = \frac{|c|}{\sqrt{3}} \tag{2.9}$$

Fig. 2.1 にシミュレーション系を示した．x，y 方向の格子数 $n_{\mathrm{L},x}$，$n_{\mathrm{L},y}$ は 128，z 方向の格子数 $n_{\mathrm{L},z}$ は 512 とした．シミュレーション系内の織金網は x，y 方向にそれぞれ 4 つずつ網目を持ち（金網のワイヤーピッチ, $p_{\mathrm{wire}} = n_{\mathrm{L},x}/4$），$z = 3n_{\mathrm{L},z}/4$ に網厚の中心がくるように設置した．境界条件は，上面では密度 $\rho_0 =$ 一定，速度勾配 $= 0$，下面では密度勾配 $= 0$，出口速度 U_0 = 一定，4 側面は周期境界条件とした．流れは，暫定的に金網のワイヤーピッチ p_{wire} を代表長さとしたレイノルズ数 Re_{t} と出口流速 U_0 によって制御した．

$$Re_{\mathrm{t}} = \frac{U_0 \cdot p_{\mathrm{wire}}}{\nu} \left(= \frac{U_0 \cdot (n_{\mathrm{L},x}/4)}{\nu} \right) \tag{2.10}$$

計算条件を **Table 2.1** にまとめた．

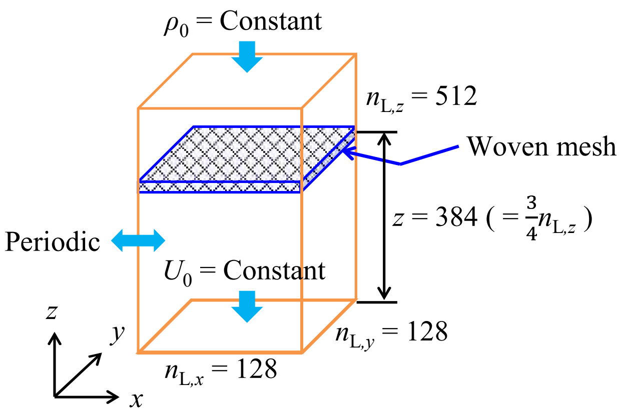


Fig. 2.1　Simulation system

Table 2.1　Simulation conditions

$n_{\mathrm{L},x} \times n_{\mathrm{L},y} \times n_{\mathrm{L},z}$ [-]	128×128×512
ν [-]	0.064
τ [-]	0.692
ρ_0 at inlet [-]	1
U_0 at outlet [-]	0.004–0.04
Re_{t} [-]	2–20

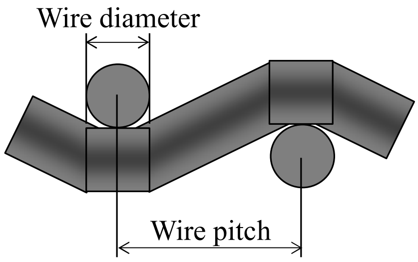
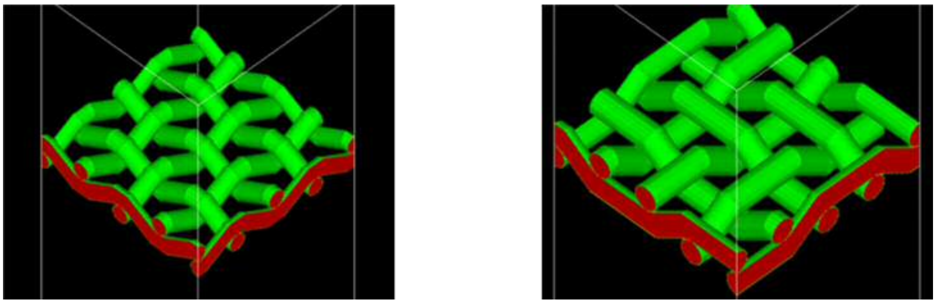


Fig. 2.2　Wire configuration of woven mesh in simulation



(a) Plain weave mesh　　(b) Twilled weave mesh

Fig. 2.3　Woven mesh models in simulation

織金網のモデルは，水平の円柱と傾いた円柱の組み合わせにより作成した（**Fig. 2.2**）．ワイヤーの交点では水平の円柱を使い，その長さをワイヤーの直径とした．交点から交点にかけてワイヤーが傾く場合は，傾いた円柱を金網の表・裏面で水平の円柱と接するように設置した．交点から交点にかけてワイヤーが直進する場合は，そのまま水平の円柱を延長した．平織金網は縦線と横線が一定の間隔を保ち，一本ずつ交互に交わった織り方で，綾織金網は縦線と横線が一定の間隔を保ち，互いに二本ずつ乗り越えて交わった織り方になる．作成した平織，綾織金網のモデルを **Fig. 2.3** に示した．

2.3　空気透過試験

Fig. 2.4 に示した空気透過試験機を用いて織金網の圧力損失を測定した. ディスク状の織金網（材質：ステンレス）を円管（内径 = 35.7 mm）内に固定し，コンプレッサーから空気を送り込み, 所定の流量における織金網の圧力損失を差圧計（コスモ計器製 PT105A-A, PT103B-A）により測定した．流量は円管出口に設置した層流管型流量計（コスモ計器製

DF-2810A）により測定し，流量 = 10.0–300 ℓ/min（流速 = 0.167–5.00 m/s）とした．**Table 2.2** に実験条件を示した．また，織金網の縦線径 d_w，横線径 d_s，縦メッシュ数 n_w，横メッシュ数 n_s を投影機（ニコン製 V-12B）を用いて 10 箇所測定し，それぞれの平均値を求めた．

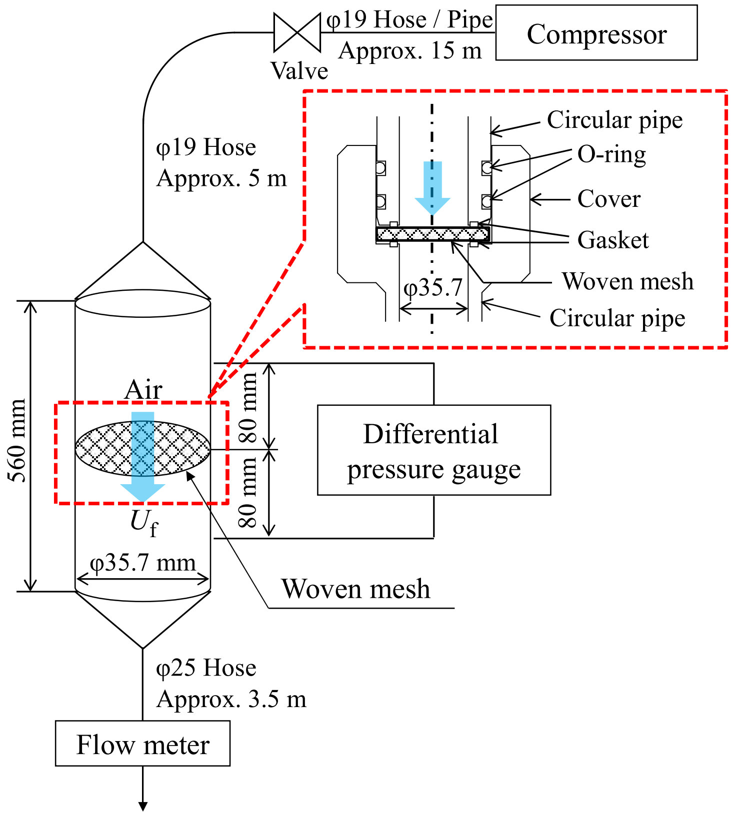


Fig. 2.4　Schematic of air permeability test device

Table 2.2　Experimental conditions

Fluid	Air
Temperature [℃]	20
Density, ρ_f [kg/m^3]	1.21
Viscosity, μ_f [Pa・s]	18.1×10^{-6}
Velocity, U_f [m/s]	0.167–5.00
Permeation area [m^2]	1.00×10^{-3}

2.4　結果および考察

2.4.1　シミュレーションの信頼性

今回構築した IB-LBM シミュレーションの妥当性を検証するため，まず円柱の流体抵抗計算を行った．円柱の直径 d_{cy} を $n_{L,x}/12$, $n_{L,x}/10$, $n_{L,x}/8$ とし，Fig. 2.1 と同じ計算系，Table 2.1 と同じ計算条件にて円柱周りの流れを計算した．

シミュレーション結果から，次式で表される円柱の抗力係数を求めた．

$$C_D = \frac{2 f_D}{\rho U_0^2 A_{cy}} \tag{2.11}$$

ここで，C_D は抗力係数，f_D は抗力，A_{cy} は円柱の投影断面積である．抗力 f_D は流れ方向（z 方向）に対する体積力の和で与えられる．

$$f_D = \sum F_{ext,z} \tag{2.12}$$

Fig. 2.5 に，次式で定義した円柱のレイノルズ数 Re_{cy} と抗力係数の関係を示す．

$$Re_{cy} = \frac{U_0 \cdot d_{cy}}{\nu} \tag{2.13}$$

Fig. 2.5 には Takami and Keller による円柱の抗力係数の測定結果，計算結果 [6] も併記しており．シミュレーション結果は Takami and Keller の結果とよく一致した．

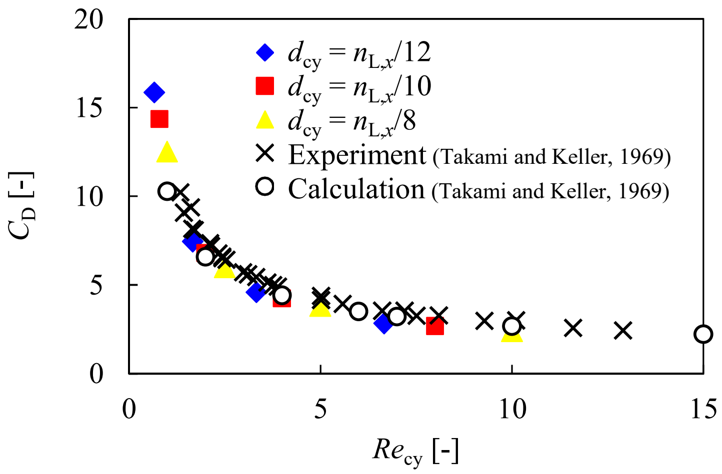


Fig. 2.5　Comparison of simulation results with results from previous study (Takami and Keller, 1969)[6] for the drag coefficient, C_D of a cylinder

Table 2.3 Woven mesh specifications for simulations and experiments

	Weave type	Wire diameter [mm]	Number of meshes [in^{-1}]	$\varDelta_{\mathrm{r}}\times10^6$ [m]	$\Delta t_{\mathrm{r}}\times10^8$ [s]	Measurement (Experiment) d_{w} [mm]	d_{s} [mm]	n_{w} [in^{-1}]	n_{s} [in^{-1}]
PL200	Plain	0.05	200	3.97	6.67	0.047	0.051	200	200
TW300	Twilled	0.04	300	2.65	2.96	0.039	0.038	301	300

次に，織金網の空気透過試験結果とシミュレーション結果を比較することで，織金網に対する本シミュレーションの妥当性を検証した. 検証に用いた金網は **Table 2.3** の通りである．試験に用いた金網については，投影機（ニコン製 V-12B）により測定した縦線径 d_{w}, 横線径 d_{s}, 縦メッシュ数 n_{w}, 横メッシュ数 n_{s} も示した（10 箇所の平均値）. 金網の線径 d_{wire}, メッシュ数 n_{wire}（1inch 当たりの網目の数）からワイヤーピッチ p_{wire}，目開き δ，開孔率 ζ（網目の投影面積比率）は次式により計算される.

$$p_{\mathrm{wire}}=\frac{25.4}{n_{\mathrm{wire}}} \tag{2.14}$$

$$\delta=p_{\mathrm{wire}}-d_{\mathrm{wire}} \tag{2.15}$$

$$\varsigma=\frac{\delta^2}{p_{\mathrm{wire}}{}^2} \tag{2.16}$$

Table 2.3 に，シミュレーション計算系の実格子サイズ $\varDelta_{\mathrm{r}}$，実タイムステップ Δt_{r} も併記した．実格子サイズ $\varDelta_{\mathrm{r}}$ は，計算系にワイヤー4 ピッチ分が入っていることから，次式より求められる.

$$\varDelta_{\mathrm{r}}=\frac{4p_{\mathrm{wire}}}{n_{\mathrm{L},x}} \tag{2.17}$$

実タイムステップ Δt_{r} は，実格子サイズ $\varDelta_{\mathrm{r}}$ と実験における動粘度 ν_{r}，シミュレーションにおける動粘度 ν から，次式より求められる.

$$\Delta t_{\mathrm{r}}=\varDelta_{\mathrm{r}}{}^2\cdot\frac{\nu}{\nu_{\mathrm{r}}} \tag{2.18}$$

シミュレーション結果より得られた金網の抗力から，次式を用いて抗力係数を求めた.

$$C_{\mathrm{D}}=\frac{2f_{\mathrm{D}}}{\rho U_0{}^2A(1-\varsigma)} \tag{2.19}$$

ここで，A は流体透過面積である．実験結果からも，次式を用いて抗力係数を求めた.

$$C_{\mathrm{D}} = \frac{2\Delta P}{\rho U_{\mathrm{f}}^{2}(1-\varsigma)} \tag{2.20}$$

ここで，ΔP は圧力損失である．

得られた抗力係数 C_{D} とレイノルズ数 Re_{t} の関係を **Fig. 2.6** に示す．Fig. 2.6 から，平織金網，綾織金網ともにシミュレーション結果と実験結果がよく一致しており，本シミュレーションは妥当と言える．

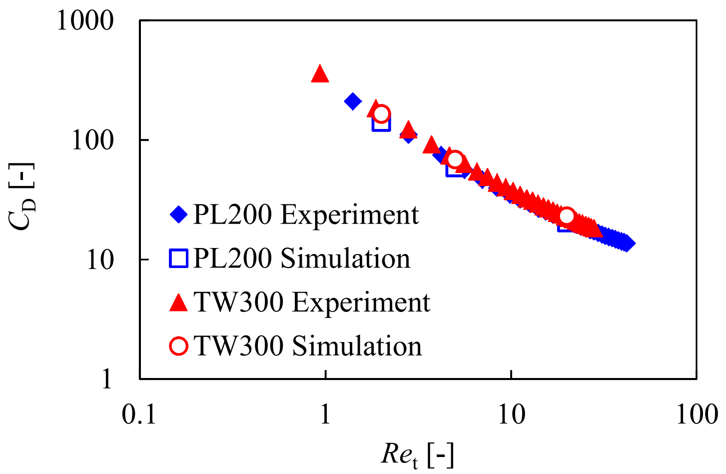


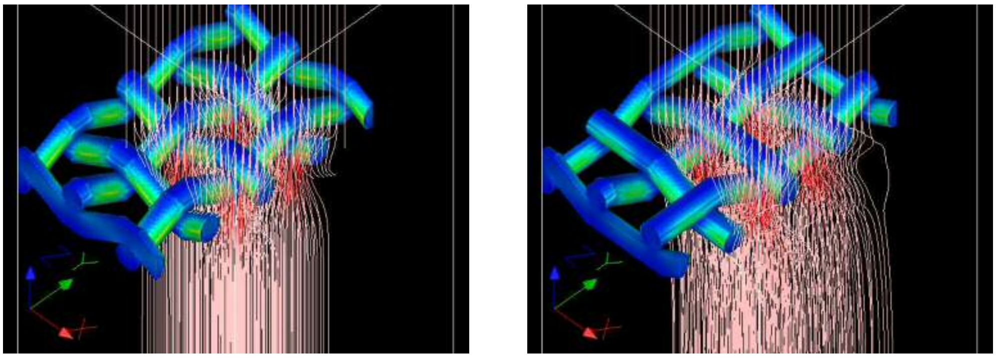
Fig. 2.6　Comparison of simulation and experimental results for drag coefficient, C_{D}

2.4.2　織金網の幾何学特性が流体抵抗に及ぼす影響

シミュレーションを用いて織金網の幾何学特性（織り方，線径，メッシュ数）が流体抵抗に及ぼす影響を調べた．計算に用いた金網の仕様を **Table 2.4** に示す．平織金網 3 種類，綾織金網 3 種類あり，目開きは全て同じで線径，メッシュ数を変えている．流れの様子を

Table 2.4　Woven mesh specifications for simulations

	Weave type	Wire diameter [mm]	Number of meshes [in^{-1}]	Aperture size [mm]	Open area ratio [-]	Porosity [-]	$\varDelta_{\mathrm{r}}\times10^{6}$ [m]	$\Delta t_{\mathrm{r}}\times10^{8}$ [s]
PL178.9	Plain	0.065	178.9	0.077	0.294	0.627	4.44	8.33
PL200	Plain	0.05	200	0.077	0.368	0.695	3.97	6.67
PL226.8	Plain	0.035	226.8	0.077	0.473	0.784	3.50	5.18
TW178.9	Twilled	0.065	178.9	0.077	0.294	0.651	4.44	8.33
TW200	Twilled	0.05	200	0.077	0.368	0.710	3.97	6.67
TW226.8	Twilled	0.035	226.8	0.077	0.473	0.792	3.50	5.18



(a) PL200　　(b) TW200

Drag force [-]: 0.0000　0.0003　0.0006　0.0009　0.0012　0.0015

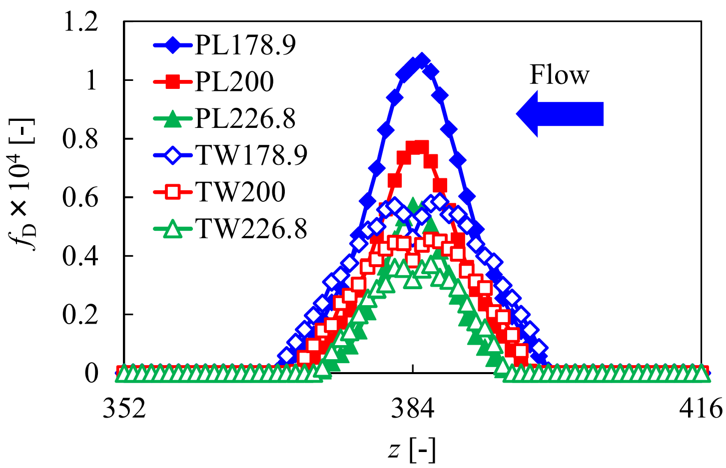
Streamline velocity [-]: 0.00　0.01　0.02　0.03　0.04　0.05

Fig. 2.7　Typical flow states around woven mesh ($Re_t = 5$)

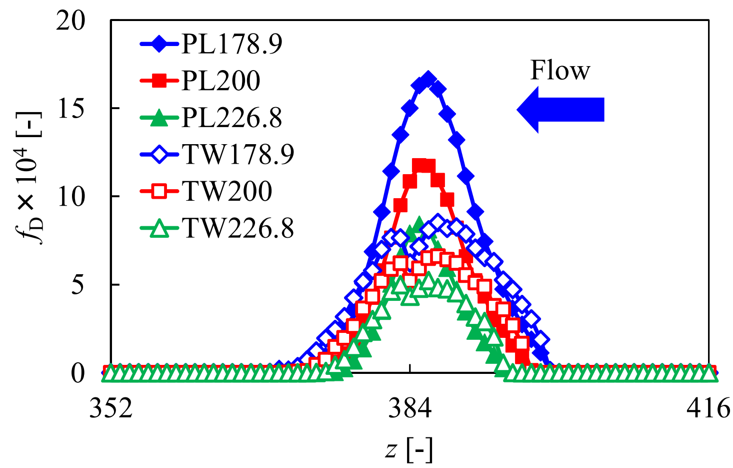
Fig. 2.7 に例示する．平織金網の場合，流線は比較的整っており，金網厚み方向中央辺りで高い抗力を示した．一方，綾織金網の場合，平織金網と比べて流線が乱れていた．これは，平織金網はワイヤーの屈曲が連続しているのに対し，綾織金網はワイヤーが水平になるところと斜めになるところが混在するためである．また，綾織金網では厚み方向中央だけでなく，金網上下面の水平成分のワイヤーでも高い抗力を示した．

次に，金網厚み方向に対する xy 面平均抗力の変化を **Fig. 2.8** に示す．平織金網の抗力は厚み中央より少し上流側の位置でピークを示しているのに対し，綾織金網は金網の上下部にて 2 つのピークを示した．金網の体積率変化を調べると（**Fig. 2.9**），抗力と同様，平織金網では金網中央付近でピークを示し，綾織金網では金網上下部で 2 つのピークを示した．前述した通り，平織ではワイヤーが連続して屈曲しているため，金網中央付近で高い体積率となり，綾織ではワイヤーが水平成分を有するため，体積率は金網上下部に 2 つピークを持つ．以上の結果から，金網の体積率が抗力に強く影響していることがわかる．

平織金網，綾織金網ともに線径が大きくなるほど体積率も大きくなるため，抗力は大きくなっている．同じ線径，メッシュ数の平織金網と綾織金網を比較すると，綾織金網の方が体積率は小さくなるため，抗力も小さくなっている．ただし，抗力の差は体積率の差よりも大きくなっている．これはワイヤー姿勢の影響と考えられ，たとえ同じ体積率でも，連続して屈曲している平織形状より水平成分を有する綾織形状の方が抵抗は小さくなる



(a) $Re_t = 2$



(b) $Re_t = 20$

Fig. 2.8 Variations of xy-sectional averaged drag force in z direction

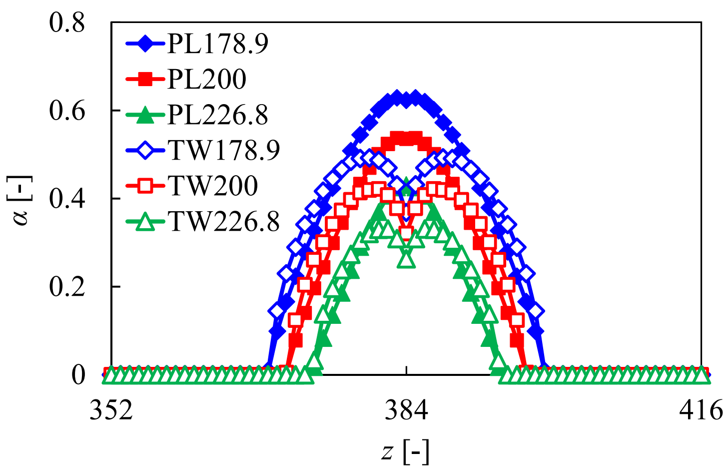


Fig. 2.9 Variation of xy-sectional averaged void fraction in z direction

と考えられる．Re_t が大きくなると，平織金網では抗力は順当に大きくなったが，綾織金網では上流側の 1 つ目のピークに比べて 2 つ目のピークが相対的に小さくなった．綾織金網では，金網下部の流れは上部のワイヤーにおける流れの剥離やワイヤー下の負圧の影響を受け，Re_t が大きくなるとこれらの影響が顕著になり，金網下部における摩擦抗力や圧力抗力が上部に比べて小さくなったと考えられる．

金網厚み方向に対する xy 面平均流速の変化を **Fig. 2.10** に，xy 面平均渦度の x 成分 ω_x，z 成分 ω_z の変化を **Figs. 2.11** と **2.12** に示す．ワイヤー内部に流れは無いが，xy 面平均を計算するときに流速＝0，渦度＝0 として含まれてしまうので，ワイヤー体積を除いた流速として $u/(1\text{-}\alpha)$を，渦度として $\omega_x/(1\text{-}\alpha)$，$\omega_z/(1\text{-}\alpha)$を求めた．今回選定した金網モデルは x 方向，y 方向の区別は無いので，x 成分の渦度を代表して図に示した．

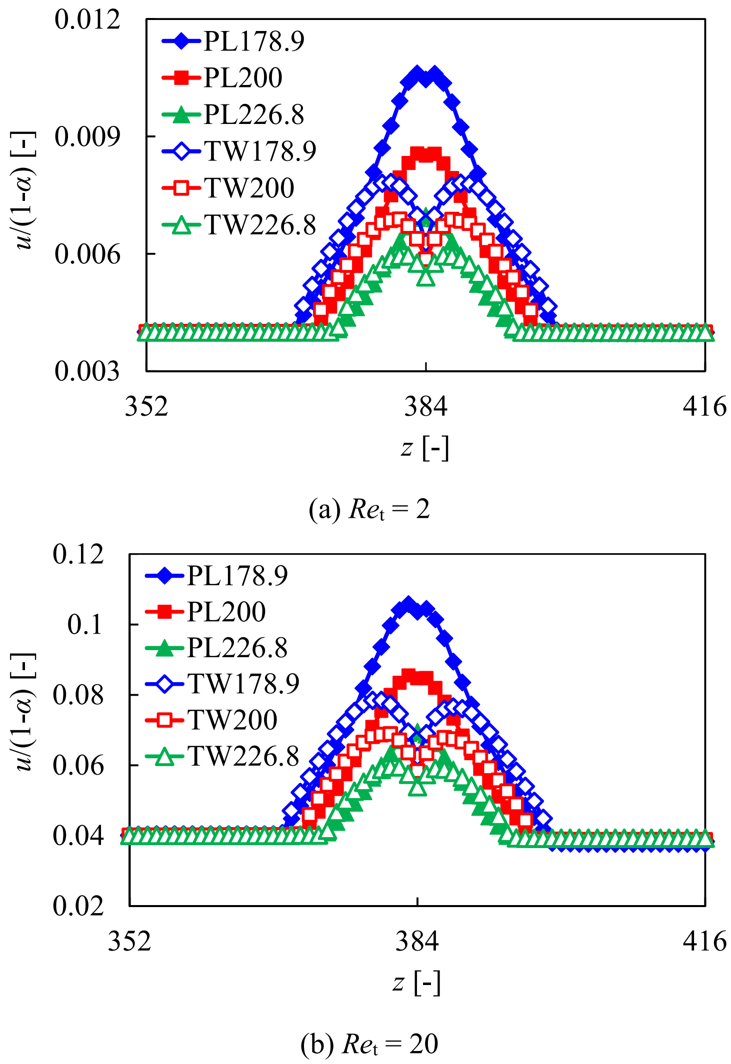
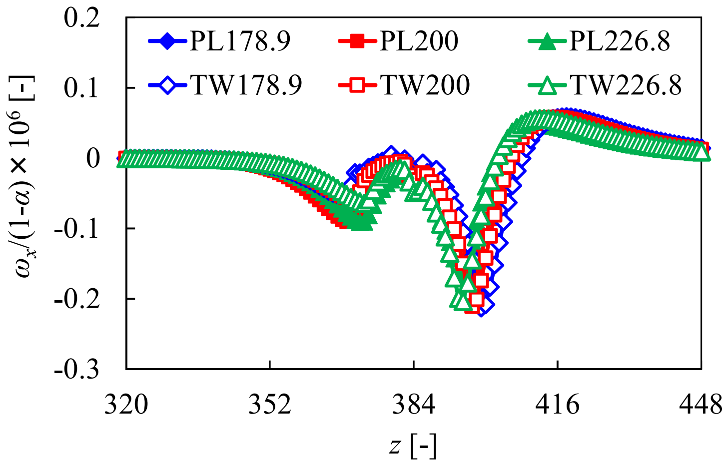


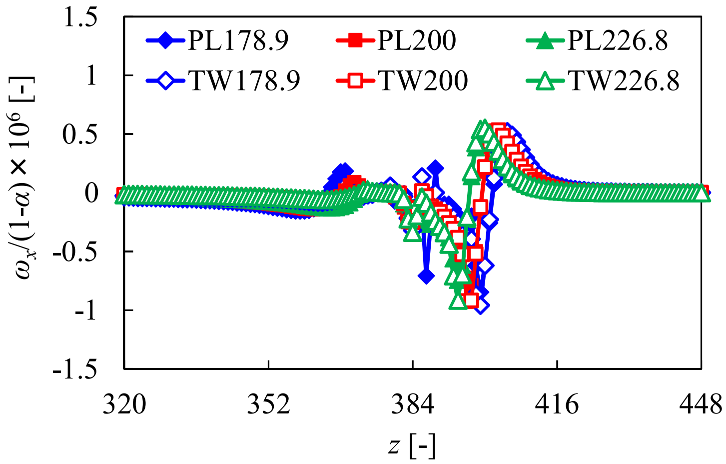
Fig. 2.10 Variations of xy-sectional averaged velocity in z direction

流速は基本的に金網の体積率に応じた変化をしているが，平織金網では抗力が最も高くなるところで流速は低下している．綾織金網では，特に Re_t が大きくなると，抗力が高い金網上部において流速が低下していることがわかる．

z 成分の渦度は，x 成分のものと比べて非常に小さいため，渦によるエネルギー損失としては x 成分，y 成分のものが支配的になると考えられる．x 成分の渦度において，平織，綾織金網ともに金網上部で大きく，下部で小さくなっており，Re_t が大きくなると，特に綾織金網において上部と下部の渦度の差が顕著になっている．これは，綾織金網の抗力変化の傾向と一致する．

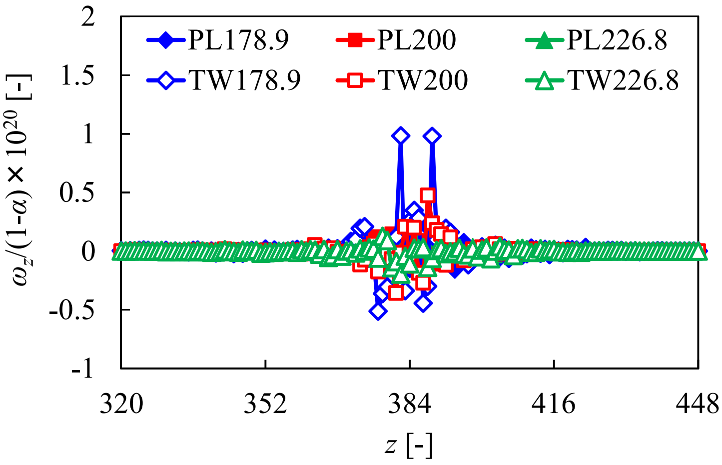


(a) $Re_t = 2$

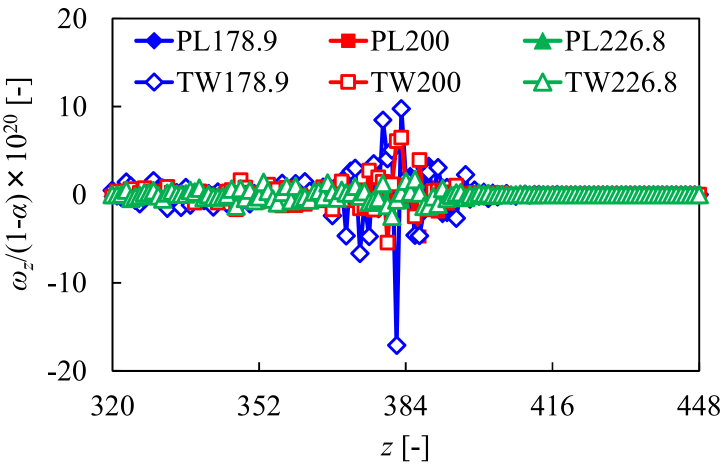


(b) $Re_t = 20$

Fig. 2.11 Variations of *xy*-sectional averaged vorticity (*x*-component) in *z* direction



(a) $Re_{\mathrm{t}} = 2$



(b) $Re_{\mathrm{t}} = 20$

Fig. 2.12 Variations of *xy*-sectional averaged vorticity (*z*-component) in *z* direction

2.4.3 織金網の圧力損失推算式の導出

シミュレーション結果から，織金網の抗力係数 C_{D} は Re 数と体積率の関数になると考え，次のような圧力損失推算式を提案した．

$$C_{\mathrm{D}} = k(1-\varepsilon)^{m_1} Re_{\mathrm{m}}{}^{m_2} \tag{2.21}$$

$$\Delta P = \frac{f_{\mathrm{D}}}{A} = C_{\mathrm{D}} \frac{\rho u^2}{2}(1-\varsigma) \tag{2.22}$$

ここで，ε は金網の空隙率，k，m_1，m_2 は定数である．(1-ζ)は流れ方向に対する単位面積当たりの金網の代表面積である（ζ：開孔率）．金網の代表長さを，線径，メッシュ数から計算される金網の体積率(1-ε)，単位体積当たりの表面積 a から次のように与え，金網の Re 数 Re_{m} を定義した．

$$4d_c = 4 \cdot \frac{1-\varepsilon}{a} \tag{2.23}$$

$$Re_{\mathrm{m}} = \frac{\rho u \cdot 4d_c}{\mu} \tag{2.24}$$

金網の空隙率，単位体積当たりの表面積は，Armour and Cannon により提案された金網の幾何学モデルを用いて，線径，メッシュ数から計算できる [7].

Figs. 2.13 と **2.14** に，シミュレーション結果より求めた平織金網，綾織金網それぞれの抗力係数と金網の体積率(1-ε)，金網 Re 数 Re_{m} の関係を示す．平織金網について，Eq. (2.21) において $m_1 = 2$ のときに $C_{\mathrm{D}}/(1-\varepsilon)^2$ と Re_{m} の関係は 1 本の曲線上にプロットされており，金網の抗力係数が金網の体積率と Re_{m} から決定されることが確かめられた．抗力係数は Re_{m}

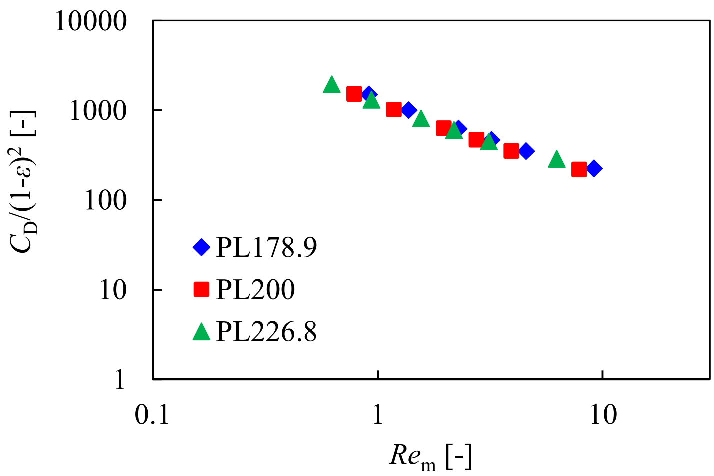


Fig. 2.13 Relationship between drag coefficient, void fraction and Re_{m} for plain weave mesh (simulation)

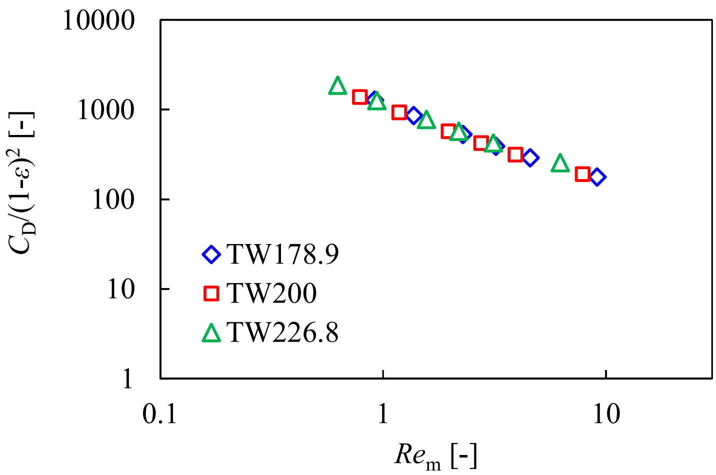


Fig. 2.14 Relationship between drag coefficient, volume fraction and Re_{m} for twilled weave mesh (simulation)

が大きくなるにつれて小さくなっており，$Re_{\mathrm{m}} > 3.5$ において抗力係数の低下は軽微になった．綾織金網についても，$m_1 = 2$ のときに $C_{\mathrm{D}}/(1\text{-}\varepsilon)^2$ と Re_{m} の関係は 1 本の曲線上にプロットすることができ，抗力係数は Re_{m} が大きくなるにつれて小さくなった．変曲点も同様に $Re_{\mathrm{m}} = 3.5$ であり，$Re_{\mathrm{m}} > 3.5$ において抗力係数の低下は軽微になった．これらの結果から，抗力係数を小さくするには金網の体積率を小さくする（金網の空隙率を大きくする）ことと，金網 Re 数 Re_{m} を大きくする（同じ流体，流速条件であれば，金網の単位体積当たりの表面積や空隙率を小さくする）ことが有効であると言える．

得られた抗力係数と金網の体積率，Re_{m} の関係を近似式で表すと，次のようになる．

平織金網：

$$C_{\mathrm{D}} = 1260\left(1-\varepsilon\right)^2 Re_{\mathrm{m}}{}^{-0.914},\ 0.5 < Re_{\mathrm{m}} \leq 3.5 \qquad (2.25)$$

$$C_{\mathrm{D}} = 867\left(1-\varepsilon\right)^2 Re_{\mathrm{m}}{}^{-0.629},\ 3.5 < Re_{\mathrm{m}} \leq 10 \qquad (2.26)$$

綾織金網：

$$C_{\mathrm{D}} = 1150\left(1-\varepsilon\right)^2 Re_{\mathrm{m}}{}^{-0.935},\ 0.5 < Re_{\mathrm{m}} \leq 3.5 \qquad (2.27)$$

$$C_{\mathrm{D}} = 835\left(1-\varepsilon\right)^2 Re_{\mathrm{m}}{}^{-0.696},\ 3.5 < Re_{\mathrm{m}} \leq 10 \qquad (2.28)$$

Re_{m} が大きくなると抗力係数は低下するが，その程度は綾織金網の方が顕著である（特に $Re_{\mathrm{m}} > 3.5$ において，平織金網：$m_2 = -0.629$，綾織金網：$m_2 = -0.696$）．綾織金網は体積率のピークを 2 つ持っており（金網上部，下部），Re 数が大きくなると金網上部に比べて下部の抗力が相対的に小さくなるためと考えられる (Figs. 2.8 と 2.9)．Eq. (2.21)の k について，$Re_{\mathrm{m}} \leqq 3.5$ では平織金網の方が綾織金網より大きく，$Re_{\mathrm{m}} > 3.5$ ではほとんど差がなかった．低 Re_{m} では粘性力が優位に働き，ワイヤーの姿勢（金網形状の違い）が抗力に強く影響するためと考えられるが，詳細については今後の課題である．

次に，様々な仕様の織金網の空気透過試験結果から Eq. (2.22)を用いて抗力係数を求め，金網の体積率，Re_{m} との関係を調べた．実験に用いた金網の公称線径，メッシュ数は **Table 2.5** の通りである．Table 2.5 には，縦線径 d_{w}，横線径 d_{s}，縦メッシュ数 n_{w}，横メッシュ数 n_{s} の測定結果も示した．**Table 2.6** には，平均目開き δ，開孔率 ζ，網厚 t_{m}，空隙率 ε，単位体積当たりの表面積 a，金網代表長さ $4d_{\mathrm{c}}$ を示した．今回用いた金網は縦線，横線の公称線径が同じであり，縦方向，横方向の公称メッシュ数も同じ（正方形網目）であるため，金網の代表長さは線径とほとんど同じになった．**Figs. 2.15** と **2.16** に，実験結果より得られた平織，綾織金網の抗力係数と金網の体積率$(1\text{-}\varepsilon)$，Re_{m} の関係を示す．シミュレーショ

Table 2.5 Woven mesh specifications for experiments

Sample No.	Weave type	Wire diameter [mm]	Number of meshes [in^{-1}]	Measurement d_w [mm]	d_s [mm]	n_w [in^{-1}]	n_s [in^{-1}]
1	Plain	0.1	100	0.094	0.100	99.8	100
2	Plain	0.06	150	0.058	0.060	151	151
3	Plain	0.05	200	0.047	0.051	200	200
4	Plain	0.12	100	0.108	0.117	99.6	100
5	Plain	0.053	200	0.051	0.050	200	201
6	Twilled	0.04	300	0.039	0.038	301	300
7	Twilled	0.03	400	0.030	0.031	399	405
8	Twilled	0.025	500	0.025	0.025	503	483
9	Twilled	0.12	100	0.116	0.118	100	102
10	Twilled	0.053	200	0.053	0.053	200	199

Table 2.6 Calculated woven mesh properties in experiments

Sample No.	δ [mm]	ζ [-]	t_m [m]	ε [-]	a [m^2/m^3]	$4d_c$ [m]
1	0.157	0.381	1.94×10^{-4}	0.678	1.33×10^{4}	9.71×10^{-5}
2	0.109	0.422	1.18×10^{-4}	0.708	1.98×10^{4}	5.90×10^{-5}
3	0.0779	0.377	9.80×10^{-5}	0.674	2.65×10^{4}	4.91×10^{-5}
4	0.142	0.310	2.25×10^{-4}	0.619	1.35×10^{4}	1.13×10^{-4}
5	0.0761	0.361	1.01×10^{-4}	0.663	2.67×10^{4}	5.05×10^{-5}
6	0.0460	0.296	7.70×10^{-4}	0.624	3.90×10^{4}	3.85×10^{-5}
7	0.0327	0.268	6.10×10^{-5}	0.600	5.24×10^{5}	3.05×10^{-5}
8	0.0266	0.265	5.00×10^{-5}	0.598	6.43×10^{4}	2.50×10^{-5}
9	0.134	0.286	2.34×10^{-4}	0.616	1.31×10^{4}	1.17×10^{-4}
10	0.0744	0.341	1.06×10^{-4}	0.660	2.57×10^{4}	5.30×10^{-5}

ン結果と同様，$m_1 = 2$ のときに $C_D/(1-\varepsilon)^2$ と Re_m の関係は 1 本の曲線で表すことができた．抗力係数と金網の体積率，Re_m の関係を近似曲線で表すと，次のようになる．

平織金網：

$$C_D = 1170(1-\varepsilon)^2 Re_m^{-0.935}, 0.5 < Re_m \leq 3.5 \tag{2.29}$$

$$C_D = 634(1-\varepsilon)^2 Re_m^{-0.531}, 3.5 < Re_m \leq 40 \tag{2.30}$$

綾織金網：

$$C_D = 1070(1-\varepsilon)^2 Re_m^{-0.968}, 0.5 < Re_m \leq 3.5 \tag{2.31}$$

$$C_D = 644(1-\varepsilon)^2 Re_m^{-0.626}, 3.5 < Re_m \leq 40 \tag{2.32}$$

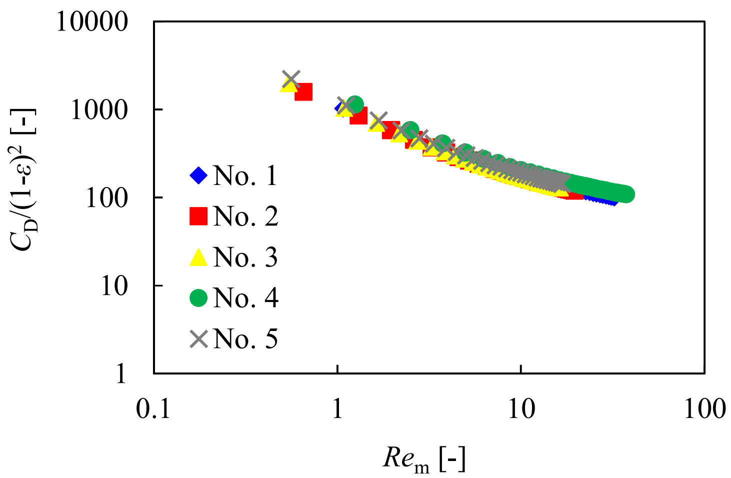


Fig. 2.15 Relationship between drag coefficient, volume fraction and Re_m for plain weave mesh (experiment)

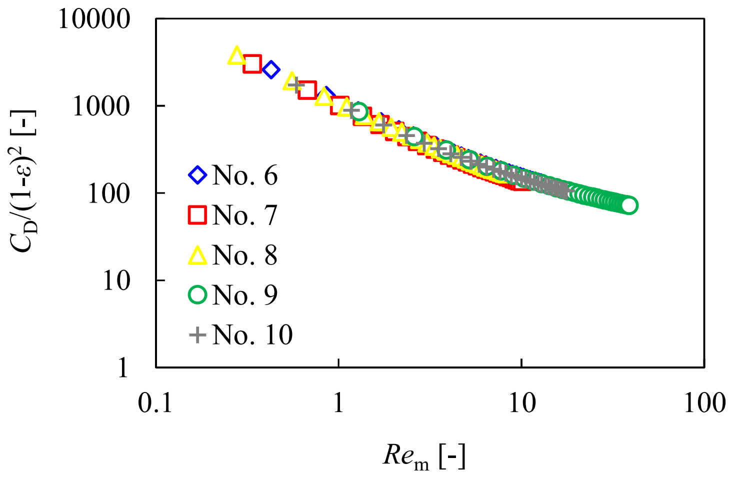


Fig. 2.16 Relationship between drag coefficient, volume fraction and Re_m for twilled weave mesh (experiment)

実験結果より得られた k，m_1，m_2 はシミュレーションと同じ傾向であったが，シミュレーションの方が実験よりも抗力係数が大きくなった．これは，シミュレーションと実験における金網の立体形状の違いによるものと考えられる．シミュレーションでは水平の円柱と傾いた円柱の組み合わせであるのに対し，実際の金網は円柱が滑らかにつながっている．以上より， Eq. (2.22)と実験から得られた抗力係数 Eqs. (2.29)–(2.32)が実用的な平織，綾織金網の圧力損失推算式と言える．

2.5　結言

金網の幾何学特性（織り方，線径，メッシュ数）が流体抵抗に及ぼす影響を調べるために，格子ボルツマン法と埋め込み境界法を組み合わせて織金網を通過する流体の透過挙動シミュレーションを構築した．シミュレーション結果から，同じ目開きであれば線径が大きくなるほど金網の体積率は大きくなり，金網の抗力も大きくなることがわかった．平織と綾織では，平織金網の方が体積率が大きく，抗力は大きくなった．ただし，体積率の差以上に抗力の差は大きかった．これはワイヤー姿勢の影響と考えられる．また，綾織金網の体積率は厚み方向に 2 つのピークを持ち，特に高 Re 数において 2 つ目のピーク（金網下部）における抗力は 1 つ目のピーク（金網上部）における抗力よりも小さくなった．

以上より，織金網の抗力係数は金網の体積率と金網 Re 数 Re_{m} から決定できると考え，圧力損失推算式を提案した．平織金網，綾織金網の圧力損失測定結果をこれらの式で整理すると，それぞれ 1 本の曲線上にプロットされ，圧力損失推算式の妥当性が確認された．本式から，ろ過プロセスにおける織金網ろ材の設計，開発に必要となる圧力損失を合理的かつ高精度に予測することができる．

Nomenclature

a	= surface area of woven mesh per unit volume	[m^2/m^3]
A	= permeation area in simulation	[-]
c	= characteristic velocity of ideal particles	[-]
$\boldsymbol{c}_i$	= advection velocity of ideal particles	[-]
c_s	= sonic velocity	[-]
d	= wire diameter	[mm]
d_c	= characteristic length of woven mesh	[m]
E_i	= weight coefficient	[-]
$\boldsymbol{F}_{ext}$	= external force vector	[-]
f_D	= drag force	[-]
g_i	= distribution function of ideal particles	[-]
$g_i^{(0)}$	= equilibrium distribution function	[-]
k	= constant	[-]
m_1	= constant	[-]
m_2	= constant	[-]
n	= number of apertures per inch	[in^{-1}]
n_L	= number of lattices	[-]
p	= wire pitch in simulation or experiment	[-] or [mm]
P	= pressure	[-]
ΔP	= pressure drop across woven mesh	[Pa]
Re_{cy}	= Reynolds number of cylinder	[-]
Re_m	= Reynolds number of woven mesh	[-]
Re_t	= tentative Reynolds number	[-]
t	= time	[-]
t_m	= thickness of woven mesh	[m]
Δt	= time step	[-] or [s]
$\boldsymbol{u}$	= fluid velocity vector	[-]
$\boldsymbol{u}_s$	= solid velocity vector	[-]
u	= flow velocity	[-]
U_0	= flow velocity at outlet in simulation	[-]

U_f	= flow velocity at outlet in experiment	[m/s]
$\boldsymbol{x}$	= position vector of lattice point	[-]
z	= z position	[-]
α	= volume fraction of woven mesh	[-]
δ	= aperture size	[mm]
Δ	= grid step	[-] or [m]
ε	= porosity of woven mesh	[-]
ζ	= open area ratio of woven mesh	[-]
μ_f	= fluid viscosity	[Pa·s]
ν	= fluid kinematic viscosity	[-] or [m^2/s]
ρ	= density of ideal particles	[-]
ρ_0	= density of ideal particles at inlet	[-]
ρ_f	= fluid density	[kg/m^3]
τ	= single time relaxation parameter	[-]
ω	= vorticity	[-]

<Subscript>

cy	= cylinder
i	= advection direction of ideal particles
r	= physical amount
s	= weft
w	= warp
wire	= wire
x	= x direction
y	= y direction
z	= z direction

Literature cited

1) 蔦原 道久, 高田 尚樹, 片岡 武; 格子気体法・格子ボルツマン法ー新しい数値流体力学の手法ー, pp. 56–99, コロナ社 (1999)
2) 稲室 隆二; "格子ボルツマン法：新しい流体シミュレーション法," *物性研究*, **77**, 2, 197–232 (2001)
3) 蔦原 道久, 渡利 實, 棚橋 隆彦, 矢部 孝; CFD 最前線, pp. 10–29, 日本機械学会, 共立出版 (2007)
4) Kajishima, T., S. Takiguchi, H. Hamasaki and Y. Miyake; "Turbulence structure of particle-laden flow in a vertical plane channel due to vortex shedding," *JSME Int. J. Ser. B*, **44**, 4, 526–535 (2001)
5) Yuki, Y., S. Takeuchi and T. Kajishima; "Efficient Immersed Boundary Method for Strong Interaction Problem of Arbitrary Shape Object with the Self-Induced Flow," *Journal of Fluid Science and Technology*, **2**, 1, 1–11 (2007)
6) Takami, H. and H. B. Keller; "Steady Two-Dimensional Viscous Flow of an Incompressible Fluid past a Circular Cylinder," *Phys. Fluids*, **12**, Ⅱ-51 (1969)
7) Armour, J. C. and J. N. Cannon; "Fluid Flow Through Woven Screens," *AIChE J.*, **14**, 3, 415–420 (1968)

第 3 章　網目構造を考慮した畳織金網の流体抵抗の推算

3.1　緒言

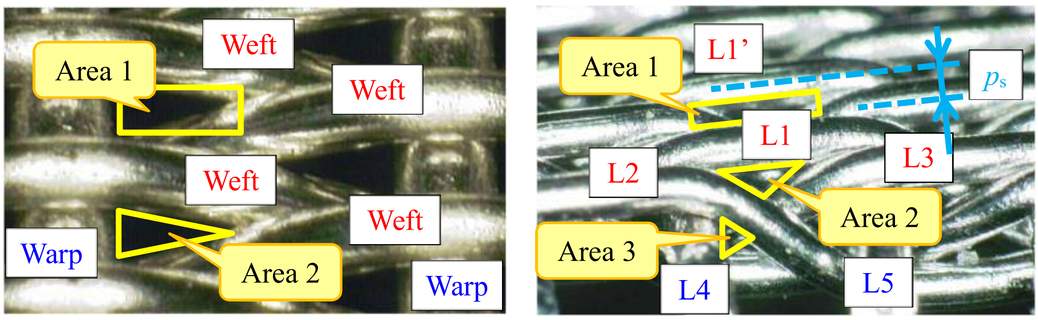
畳織金網はワイヤーの密度が高く，高強度かつ小さな目開きを作ることができる優れたろ材である．しかしながら，畳織金網は他の織り方に比べて，ろ過に必要な圧力やろ過寿命の推定に関わる圧力損失が高くなる．したがって前章で述べた通り，ろ過プロセスの設計にあたってその圧力損失を高精度に推算可能にし，できるだけ小さい圧力損失となるように畳織金網の構造を決定しなければならない．

そこで，前章の平織，綾織金網の場合と同じく，平畳織，綾畳織金網の流体抵抗を明らかにするために，数値流体力学（CFD）による微視的解析を試みた．また，平畳織金網の網目構造に関しては Yamamoto *et al.*により詳細な幾何学モデルが提案されているが [1]，綾畳織金網はより複雑な網目構造であるため，十分に理解されていない．したがって，まずは綾畳織金網の網目構造の幾何学モデルを考案し，目開き推算式を導出した．つづいて，これら幾何学モデルから作成した畳織金網を通過する流体の透過挙動シミュレーションにより畳織金網の網目構造が流体抵抗に及ぼす影響を調べることで，畳織金網の流体抵抗を可能な限り小さくする構造を求めることができる圧力損失推算式を導出した．

3.2　綾畳織金網の目開き推算式の導出

典型的な平畳織金網，綾畳織金網の拡大写真を **Fig. 3.1** に示す．平畳織金網は，縦線と横線が 1 本ずつ交互に交わり，かつ横線が隣接するように並んだ構造であり，綾畳織金網は，縦線と横線を 2 本以上ずつ乗り越えて交わり，かつ横線が隣接するように並んだ構造である．ほとんどの綾畳織金網が 2 本ずつ乗り越えて交わった構造をしているため，ここでもその構造を取る金網を扱う．

平畳織金網における粒子通過可能な空間である網目は，横線-横線間（以降第 1 網目）と横線-縦線-横線間（以降第 2 網目）に形成される 2 種類がある．Yamamoto *et al.*は平畳織金網の幾何学モデルを作成し，第 1 および第 2 網目を通過可能な最大球形粒子の大きさをそれぞれの目開き（第 1 目開き δ_{A1}，第 2 目開き δ_{A2}）とし，小さい方を代表目開き δ_{sub} とした [1]. 綾畳織金網の網目は, 1) 横線 L1 と横線 L1’で形成される長方形の空間, 2) 横線 L1，横線 L2，横線 L3 で形成される三角形の空間，3) 縦線 L4，横線 L2，横線 L3 で形成される三角形の空間の 3 種類の網目がある．これらを第 1，2 および第 3 網目とし，各網目を通過可能な最大球形粒子の大きさをそれぞれの目開きとした．



(a) Plain Dutch weave mesh　　(b) Twilled Dutch weave mesh

Fig. 3.1　Apertures of plain Dutch weave and twilled Dutch weave meshes

3.2.1　第 1 網目の目開き

第 1 網目において，横線 L1 と L1’はあるピッチで平行に並んでいる．この横線のピッチ p_s は横線のメッシュ n_s から，

$$p_s = \frac{25.4}{n_s} \times 2 \qquad (3.1)$$

で表される．横線が線径を維持したまま織り込まれるとすると，横線のピッチは横線径と等しくなるが，実際には横線同士が接触しているところでわずかに横線が潰れるため，横

線径より小さくなることが多い．一方，横線が接触しないところでは線径が維持されているとすると，横線 L1 と L1'の間の空間を通過することができる最大の粒子径 δ_{A1} は,

$$\delta_{\mathrm{A1}} = 2p_{\mathrm{s}} - d_{\mathrm{s}} \tag{3.2}$$

となる．この粒子径 δ_{A1} を第 1 網目の目開きとした．

3.2.2　第 2 網目の目開き

縦線 L4 から L5 にかけて，横線 L1，L2 の間で作られる網目を通過できる粒子は次第に大きくなり，横線 L1，L3 の間で作られる網目を通過できる粒子の大きさは，逆に徐々に小さくなる．そこで，それぞれの網目を通過する粒子の大きさが等しくなる時の粒子径を第 2 網目の目開き δ_{A2} とした．

第 2 網目の形状を幾何学的に表現するために，**Fig. 3.2** のように横線 L1，L2，L3 の中心線 l_1，l_2，l_3 と縦線 L4，L5 の中心線 l_4，l_5 を配置した．各中心線は直線とし，l_1，l_2，l_3 の始点と終点はそれぞれ l_4，l_5 の真上，または真下に配置した．金網の厚み方向を y 方向とし，それと垂直に交わる xz 面において横線 L2 の進行方向を z 方向，それと垂直に交わる方向を x 方向とすると，l_1，l_2，l_3 の始点と終点の座標は次のように記述できる．

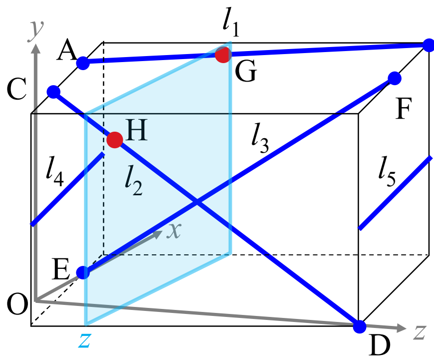
$$\begin{aligned}
\vec{A} &= (p_{\mathrm{s}}\cos\theta_{\mathrm{t}}, d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}}, 0)\\
\vec{B} &= (2p_{\mathrm{s}}\cos\theta_{\mathrm{t}}, d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}}, p_{\mathrm{w}}\sec\theta_{\mathrm{t}} - p_{\mathrm{s}}\sin\theta_{\mathrm{t}})\\
\vec{C} &= (0, d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}}, p_{\mathrm{s}}\sin\theta_{\mathrm{t}})\\
\vec{D} &= (0, 0, p_{\mathrm{w}}\sec\theta_{\mathrm{t}} + p_{\mathrm{s}}\sin\theta_{\mathrm{t}})\\
\vec{E} &= (p_{\mathrm{s}}\cos\theta_{\mathrm{t}}, 0, 0)\\
\vec{F} &= (p_{\mathrm{s}}\cos\theta_{\mathrm{t}}, d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}}, p_{\mathrm{w}}\sec\theta_{\mathrm{t}})
\end{aligned} \tag{3.3}$$

ここで，d_{w} は縦線の線径，p_{w} は縦線のピッチ，θ_{t} は xz 面で l_4 の垂線と z 軸のなす角，θ_{s} は yz 面で z 軸と l_2 のなす角である．

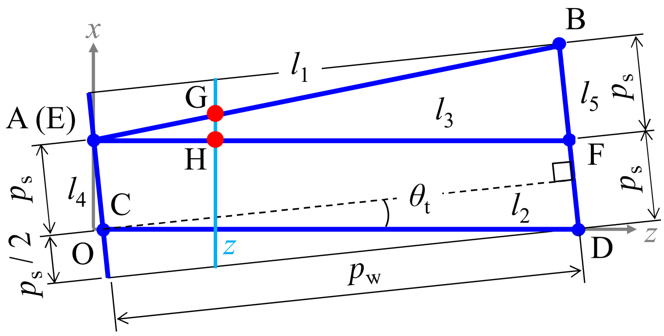
$$\begin{cases}
\theta_{\mathrm{t}} = \tan^{-1}\left(\dfrac{p_{\mathrm{s}}/2}{p_{\mathrm{w}}}\right)\\[2ex]
\theta_{\mathrm{s}} = \tan^{-1}\left(\dfrac{d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}}}{p_{\mathrm{w}}\sec\theta_{\mathrm{t}}}\right)
\end{cases} \tag{3.4}$$

いま，位置 z にある球形粒子 j(粒子径 $\delta_{\mathrm{j,z}}$)が横線 L1 と接しているとすると，粒子の中心(x, y, z)と中心線 l_1 との関係は次の楕円の方程式で与えられる．

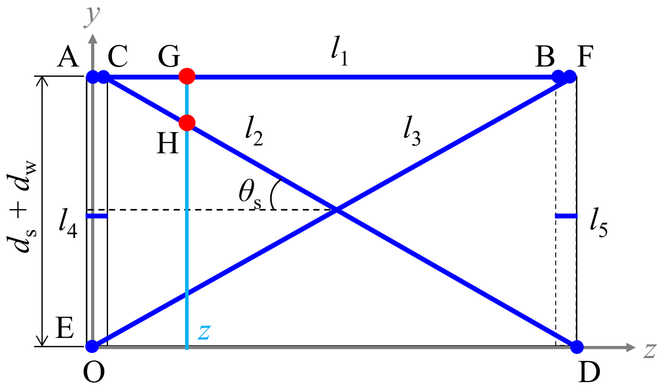
$$\frac{(x - x_{\mathrm{G}})^2}{(d_{\mathrm{s}}/2 + \delta_{\mathrm{j,z}}/2)^2\sec^2 2\theta_{\mathrm{t}}} + \frac{(y - y_{\mathrm{G}})^2}{(d_{\mathrm{s}}/2 + \delta_{\mathrm{j,z}}/2)^2} = 1 \tag{3.5}$$



(a) Perspective view



(b) *xz* plane view



(c) *yz* plane view

Fig. 3.2 Geometrical model for calculating aperture size in area 2 of twilled Dutch weave mesh

ここで，楕円の中心 G(x_G, y_G, z)は l_1 上の点であるので， $\vec{G}=\vec{A}+k_G\cdot\overrightarrow{AB}$から，

$$x_G = p_s(1+k_G)\cos\theta_t \tag{3.6}$$

$$y_{\mathrm{G}} = d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}} \tag{3.7}$$

であり，ある z における k_{G} は，次式で与えられる．

$$k_{\mathrm{G}} = \frac{z}{p_{\mathrm{w}} \sec\theta_{\mathrm{t}} - p_{\mathrm{s}} \sin\theta_{\mathrm{t}}} \tag{3.8}$$

この粒子 j が横線 L2 とも接しているとすると, 粒子の中心(x, y, z)と中心線 l_2 との関係は次の楕円の方程式で与えられる．

$$\frac{(x - x_{\mathrm{H}})^2}{(d_{\mathrm{s}}/2 + \delta_{\mathrm{j,z}}/2)^2} + \frac{(y - y_{\mathrm{H}})^2}{(d_{\mathrm{s}}/2 + \delta_{\mathrm{j,z}}/2)^2 \sec^2\theta_{\mathrm{s}}} = 1 \tag{3.9}$$

楕円の中心 H$(x_{\mathrm{H}}, y_{\mathrm{H}}, z)$は，$\vec{H} = \vec{C} + k_{\mathrm{H}} \cdot \overrightarrow{CD}$から，

$$x_{\mathrm{H}} = 0 \tag{3.10}$$

$$y_{\mathrm{H}} = (d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}})(1 - k_{\mathrm{H}}) \tag{3.11}$$

$$k_{\mathrm{H}} = \frac{z - p_{\mathrm{s}} \sin\theta_{\mathrm{t}}}{p_{\mathrm{w}} \sec\theta_{\mathrm{t}}} \tag{3.12}$$

となる．Eqs. (3.5)と(3.9)から，L1 と L2 両方に接する粒子の中心座標 x と y の関係は Eq. (3.13)となり，そのときの粒子径 $\delta_{\mathrm{j,z}}$ は Eq. (3.14)となる．

$$x = \frac{x_{\mathrm{G}} \pm \sqrt{x_{\mathrm{G}}{}^2 - (1 - \sec^2 2\theta_{\mathrm{t}})\left[x_{\mathrm{G}}{}^2 + \sec^2 2\theta_{\mathrm{t}}\left\{(y - y_{\mathrm{G}})^2 - \frac{(y - y_{\mathrm{H}})^2}{\sec^2\theta_{\mathrm{s}}}\right\}\right]}}{1 - \sec^2 2\theta_{\mathrm{t}}} \tag{3.13}$$

$$\delta_{\mathrm{j,z}} = -d_{\mathrm{s}} + 2\sqrt{\frac{(x - x_{\mathrm{G}})^2}{\sec^2 2\theta_{\mathrm{t}}} + (y - y_{\mathrm{G}})^2} \tag{3.14}$$

したがって, 位置 z において横線 L1 と L2 の間を通過できる球形粒子 j の最大粒子径は, Eqs. (3.13)と(3.14)から最小となる $\delta_{\mathrm{j,z}}$ を求めることで得られる．計算が複雑であるため，ここでは y 座標が取りうる範囲内の数値を逐次代入することにより最小の $\delta_{\mathrm{j,z}}$ を求めた. すなわち，粒子の中心座標は少なくとも y について 0 から $d_{\mathrm{s}} + d_{\mathrm{w}}$ の間にあるため，この領域を y 方向に 10000 分割し，各 y 座標における $\delta_{\mathrm{j,z}}$ を計算した．得られた最小の $\delta_{\mathrm{j,z}}$ を，ある z における横線 L1 と L2 の間を通過できる最大の粒子径 $\delta_{12,\mathrm{max}}$ とする．

同様にして, 位置 z において横線 L1 と L3 の間を通過できる最大の粒子径 $\delta_{13,\mathrm{max}}$ を求め, 縦線 L4 と L5 の区間で，z 方向に対する $\delta_{12,\mathrm{max}}$ と $\delta_{13,\mathrm{max}}$ の変化を求めると **Fig. 3.3** のようになる．$\delta_{12,\mathrm{max}}$ と $\delta_{13,\mathrm{max}}$ の交点が第 2 網目の目開き δ_{A2} となる．

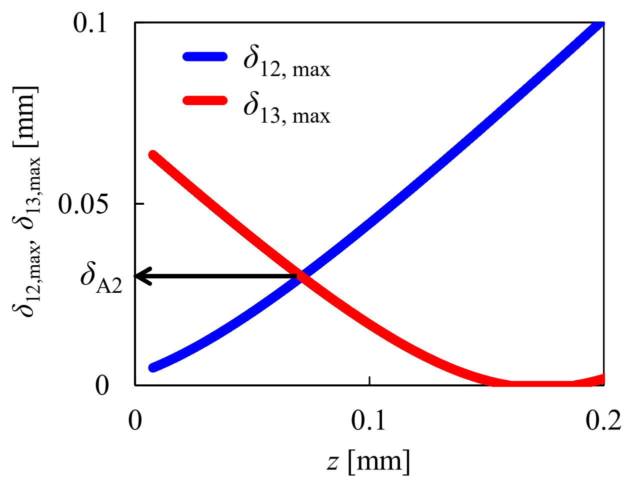


Fig. 3.3 Typical variations in $\delta_{12,max}$ and $\delta_{13,max}$ in z direction

3.2.3 第 3 網目の目開き

縦線 L4，横線 L2，L3 で形成される空間で作られる第 3 網目は平畳織金網にも見られるものであり [3)]，この空間を通過できる最大の球形粒子を考える．まず，計算を容易にするため，Fig. 3.2 における原点 O を移動させる．yz 面に投影したときの l_2 と l_3 の交点は，

$$(y,z)=\left(\frac{d_s+d_w}{2}\cdot\left(1+\frac{p_s}{p_w}\sin(2\theta_t)\right),\frac{p_w\sec\theta_t+p_s\sin\theta_t}{2}\right) \tag{3.15}$$

となる．ここで，$(p_s/p_w)\sin(2\theta_t)$は構造上非常に小さい値となるため，これを次のように近似する．

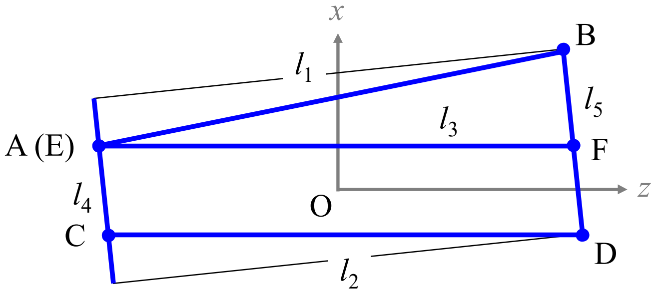
$$(y,z)=\left(\frac{d_s+d_w}{2},\frac{p_w\sec\theta_t+p_s\sin\theta_t}{2}\right) \tag{3.16}$$

原点 O の y 座標，z 座標をこの Eq. (3.16)で近似された l_2 と l_3 の交点に移動し，つづいて x 方向に$(d_s/2)\cos\theta$ 移動させる(**Fig. 3.4**)．Fig. 3.4 において，横線 L2 と L3 に接する球形粒子が最小となるとき，その粒子の中心は x = 0，y = 0 に位置する．さらに，この粒子が縦線 L4 に接するとき，粒子径を δ_{A3} とすると粒子の中心座標は

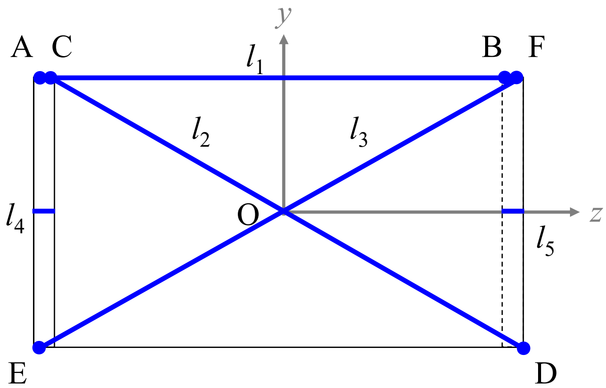
$$\left(0,0,-\left(\frac{p_w-d_w-\delta_{A3}}{2}\right)\sec\theta_t\right) \tag{3.17}$$

となる．このとき，粒子の中心座標と中心線 l_2 の関係は Eq. (3.18)の楕円の方程式で与えられ，粒子径 δ_{A3} は Eq. (3.19)から求められる．

$$\frac{(0+(p_s/2)\cos\theta_t)^2}{(d_s/2+\delta_t/2)^2}+\frac{(0-\{(p_w-d_w-\delta_{A3})/2\}\sec\theta_t\tan\theta_s)^2}{(d_s/2+\delta_{A3}/2)^2\sec^2\theta_s}=1 \tag{3.18}$$



(a) *xz* plane view



(b) *yz* plane view

Fig. 3.4 Geometrical model for calculating aperture size in area 3 of twilled Dutch weave mesh

$$\delta_{\mathrm{A3}} = \frac{-B-\sqrt{B^2-AC}}{A}$$
$$\begin{cases} A = \sec^2\theta_{\mathrm{t}}\tan^2\theta_{\mathrm{s}} - \sec^2\theta_{\mathrm{s}} \\ B = \left(d_{\mathrm{w}} - p_{\mathrm{w}}\right)\sec^2\theta_{\mathrm{t}}\tan^2\theta_{\mathrm{s}} - d_{\mathrm{s}}\sec^2\theta_{\mathrm{s}} \\ C = \left(p_{\mathrm{w}} - d_{\mathrm{w}}\right)^2\sec^2\theta_{\mathrm{t}}\tan^2\theta_{\mathrm{s}} + \left(p_{\mathrm{s}}{}^2\cos^2\theta_{\mathrm{t}} - d_{\mathrm{s}}{}^2\right)\sec^2\theta_{\mathrm{s}} \end{cases} \tag{3.19}$$

この δ_{A3} が，第 3 網目の目開きとなる．

3.2.4　代表目開き

ろ過においては，目開きより大きい粒子が金網を通過できずに網上に残る．そこで第 1 網目から第 3 網目の中で最も小さい目開きを代表目開き δ_{sub} とする．

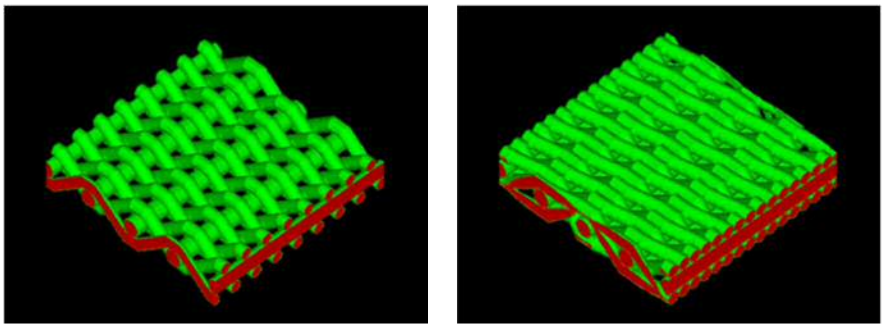
3.3　流体透過挙動シミュレーション

計算手法，シミュレーション系，計算条件は第 2 章と同様である（Fig. 2.1，Table 2.1）．シミュレーション系内の畳織金網は，x 方向に縦線が 4 本入るようにし（縦線ピッチ $p_w = n_{L,x}/4$），$z = 3n_{L,z}/4$ に網厚の中心がくるように設置した．流れは暫定的に縦線ピッチ p_w を代表長さとしたレイノルズ数 Re_t と出口流速 U_0 によって制御した．

$$Re_t = \frac{U_0 \cdot p_w}{\nu} \tag{3.20}$$

ここで，ν は動粘度である．

シミュレーションに用いた畳織金網のモデルも，第 2 章と同様に水平の円柱と傾いた円柱の組み合わせ（Fig. 2.2）により作成した．作成した平畳織金網，綾畳織金網のモデルを **Fig. 3.5** に示す．



(a) Plain Dutch weave mesh　　(b) Twilled Dutch weave mesh

Fig. 3.5　Dutch weave mesh models in simulation

3.4　実験方法

3.4.1　目開き測定実験

綾畳織金網の目開き推算法の妥当性を確認するために, Rideal and Storey によって提案された Challenge test 法 [2)] を採用した．この測定は専門的技術を要するために英国の Whitehouse Scientific 社に依頼し，綾畳織金網の 50%分離粒子径，97%分離粒子径を測定した．Rideal and Storey のテスト法のうち，dry 法では整粒した球形ガラスビーズを綾畳織金網をセットした音波ふるいによりふるい分けすることでカットポイントを測定した．この

方法で得られたカットポイントは 97%分離粒子径とよく一致するということが実験的に知られている．wet 法では超音波によりよく分散させた希薄な球形ガラスビーズスラリーを真空ろ過することにより綾畳織金網の 50%分離粒子径，97%分離粒子径を測定した．

3.4.2　空気透過試験

第 2 章と同じく，Fig. 2.4 に示した空気透過試験機を用いて畳織金網（材質：ステンレス）の圧力損失を測定した．**Table 3.1** に実験条件を示した．また，畳織金網の縦線径 d_w，横線径 d_s，縦メッシュ数 n_w，横メッシュ数 n_s を投影機（ニコン製 V-12B）を用いて 10 箇所測定し，それぞれの平均値を求めた．

Table 3.1　Experimental conditions

Fluid	Air
Temperature [℃]	20
Density, ρ_f [kg/m^3]	1.21
Viscosity, μ_f [Pa･s]	18.1×10^{-6}
Velocity, U_f [m/s]	0.0833–0.833
Permeation area [m^2]	1.00×10^{-3}

3.5　結果および考察

3.5.1　綾畳織金網の目開き推算法の妥当性

綾畳織金網の目開き推算結果と目開き測定実験結果を比較し，目開き推算法の妥当性を検証した．検証に用いた綾畳織金網の特性を **Table 3.2** に示す．Table 3.2 には，測定した縦線径 d_w，横線径 d_s，縦メッシュ数 n_w，横メッシュ数 n_s の平均値も示し，これらの値を用いて綾畳織金網の目開きを求めた．

目開き推算結果と実験結果を **Table 3.3** に示す．推算目開きは 50%分離粒子径とよく一致し，本推算方法の妥当性が確認された．一方，推算結果は 97%分離粒子径よりも小さい値を示した．実際の綾畳織金網は線径やメッシュ数のばらつきにより目開き分布を有しているが，計算ではそれらに平均値を用いているため，50%分離粒子径に近い値を示したと考えられる．

Table 3.2 Twilled Dutch weave mesh specifications for experiments

Sample No.	Weave type	Wire diameter warp [mm]	Wire diameter weft [mm]	Number of meshes warp dir. [in^{-1}]	Number of meshes weft dir. [in^{-1}]	Measurement d_w [mm]	Measurement d_s [mm]	Measurement n_w [in^{-1}]	Measurement n_s [in^{-1}]
TD-1	Twilled Dutch	0.15	0.12	32	450	0.143	0.119	32.0	421
TD-2	Twilled Dutch	0.08	0.055	120	1000	0.078	0.052	120	902
TD-3	Twilled Dutch	0.07	0.04	165	1400	0.068	0.038	167	1331
TD-4	Twilled Dutch	0.038	0.025	325	2300	0.035	0.024	326	2040
TD-5	Twilled Dutch	0.025	0.015	508	3600	0.025	0.014	504	3613

Table 3.3 Comparison of calculated aperture sizes with challenge test results for twilled Dutch weave meshes

Sample No.	Calculated aperture size δ_{A1} [μm]	δ_{A2} [μm]	δ_{A3} [μm]	δ_{sub} [μm]	Challenge test: Dry method Cut point [μm]	Wet method D_{50} [μm]	Wet method D_{97} [μm]
TD-1	123	58.4	93.3	58.4	75	-	-
TD-2	60.6	29.9	26.9	26.9	30	23.0	29.7
TD-3	38.3	23.3	16.2	16.2	19	16.6	20.6
TD-4	25.8	11.8	8.34	8.34	-	8.5	9.9
TD-5	14.1	8.21	4.81	4.81	-	4.7	6.0

No value: outside the applicable range of the test

3.5.2　シミュレーションの信頼性

畳織金網の空気透過試験結果とシミュレーション結果を比較することにより，シミュレーションの信頼性を検証した．検証に用いた金網は**Table 3.4**の通りである．Table 3.4には，試験に用いた金網の平均縦線径 d_w，横線径 d_s，縦メッシュ数 n_w，横メッシュ数 n_s も示した．

Table 3.4 Dutch weave mesh specifications for simulation and experiment

	Weave type	Wire diameter warp [mm]	Wire diameter weft [mm]	Number of meshes warp dir. [in^{-1}]	Number of meshes weft dir. [in^{-1}]	Measurement (Experiment) d_w [mm]	d_s [mm]	n_w [in^{-1}]	n_s [in^{-1}]
PD97.7	Plain Dutch	0.38	0.26	24	97.7	0.359	0.239	23.9	109
TD923.6	Twilled Dutch	0.08	0.055	120	923.6	0.078	0.052	120	902

シミュレーション結果より得られた金網の抗力から，次式を用いて抗力係数を求めた．

$$C_{\mathrm{D}} = \frac{2f_{\mathrm{D}}}{\rho U_0^{\,2} A} \tag{3.21}$$

ここで，C_{D}は抗力係数，f_{D}は金網の抗力， A は流体透過面積である．抗力 f_{D} は Eq. (2.12) より求められる．実験結果からは，次式を用いて抗力係数を求めた．

$$C_{\mathrm{D}} = \frac{2\Delta P}{\rho U_{\mathrm{f}}^{\,2}} \tag{3.22}$$

ここで，ΔP は圧力損失である．

得られた抗力係数と Re 数 Re_{t}の関係を **Fig. 3.6** に示す．Fig. 3.6 から，平畳織金網，綾畳織金網ともにシミュレーション結果と実験結果がよく一致しており，本シミュレーションは妥当と言える．平畳織金網について，シミュレーション結果より実験結果の方が抗力係数が少し大きくなっている．これは，実験に用いた畳織金網の横メッシュ数がシミュレーションで作成したモデルよりも大きいためである．シミュレーションでは設定した横線径が維持され，理想的にワイヤーが配列されるが，実際には横線は少し細くなったり，部分的につぶれたりするため，理想的な配列よりも詰まって並ぶことがある．この変形をシミュレーションに考慮することは難しいが，今回のように数値モデルと実モデルの差異は，横メッシュ数や横線径の差として表れるため，解析上大きな問題にならないと考えられる．

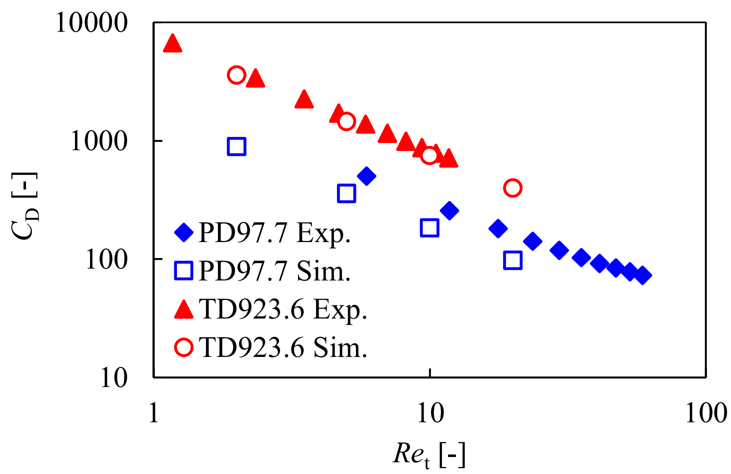


Fig. 3.6 Comparison of simulation and experimental results for drag coefficient, C_{D}

3.5.3　畳織金網の網目構造が流体抵抗に及ぼす影響

シミュレーションを用いて網目構造が流体抵抗に及ぼす影響を調べた．**Table 3.5** にシミュレーションに用いた畳織金網の仕様と目開きを示す．平畳織金網については Yamamoto *et al.*の目開き計算式 [1]を，綾畳織金網については提案した目開き推算式を用いて，それぞれの織り方について同じ目開きで線径，メッシュ数が異なるようにした．畳織金網を用いたろ過は比較的低 Re 数で行われるため，$Re_t = 5$ でシミュレーションを実施した．

Figs. 3.7 と **3.8** に平畳織，綾畳織金網の流れの様子を示す．流体はワイヤーにより流れ

Table 3.5　Dutch weave mesh specifications for simulations

	Weave type	Wire diameter warp [mm]	Wire diameter weft [mm]	Number of meshes warp dir. [in^{-1}]	Number of meshes weft dir. [in^{-1}]	Aperture size δ_{A1} [μm]	Aperture size δ_{A2} [μm]	Aperture size δ_{A3} [μm]
PD70.6	Plain Dutch	0.38	0.36	24.4	70.6	360	151	
PD97.7	Plain Dutch	0.38	0.26	24	97.7	260	151	
PD158.8	Plain Dutch	0.38	0.16	24.2	158.8	160	151	
TD725.7	Twilled Dutch	0.08	0.07	116.7	725.7	70.0	26.1	24.5
TD923.6	Twilled Dutch	0.08	0.055	120	923.6	55.0	27.7	24.5
TD1270	Twilled Dutch	0.08	0.04	124	1270	40.0	29.2	24.5

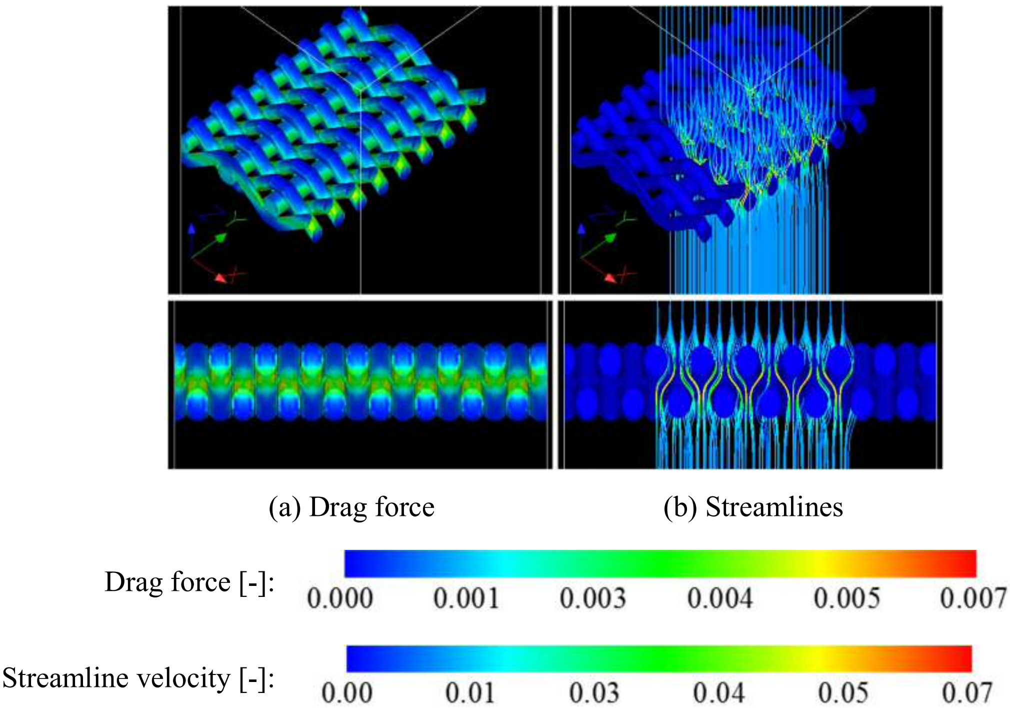


Fig. 3.7　Flow state around a plain Dutch weave mesh (PD97.7, $Re_t = 5$)

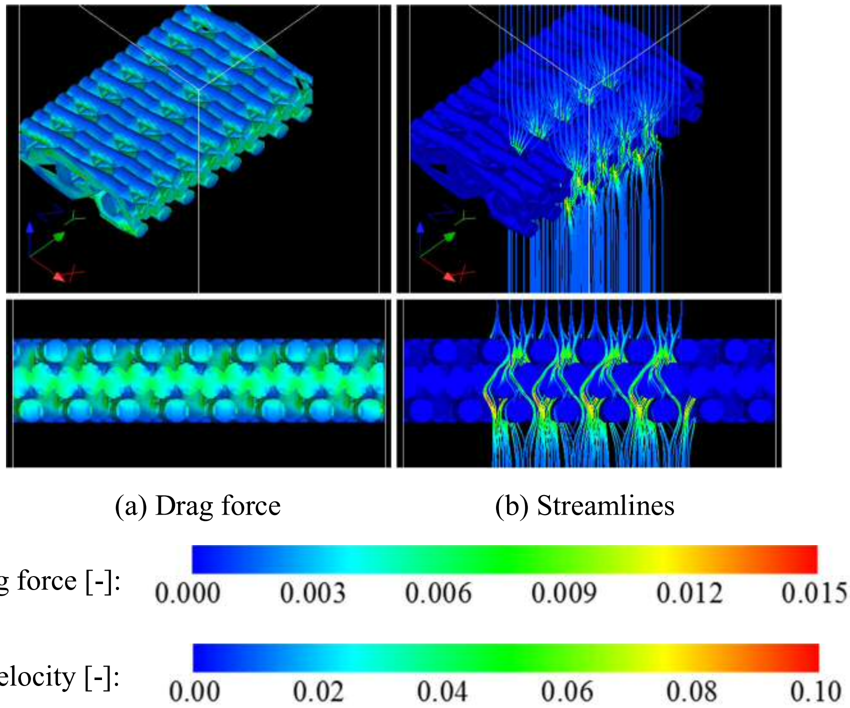


Fig. 3.8 Flow state around a twilled Dutch weave mesh (TD923.6, $Re_t = 5$)

を分断されながら立体網目を透過している．平畳織金網では中央付近で高い抗力を示し，綾畳織金網では中央だけでなくその前後でも抗力が高くなっている．平畳織金網の網目は2つあり（Fig. 3.1(a)の Area 1 の表面目開きと Area 2 の内部目開き），流れは Area 1 → 2 → 1（金網裏面）を通る．一方，綾畳織金網の網目は3つあり（Fig. 3.1(b)の Area 1 の表面目開きと Area 2，3 の内部目開き），流れは Area 1 → 2 → 3 → 2 → 1 を通る．平畳織金網，綾畳織金網ともに内部目開きのところで織金網の抗力が大きくなっていることがわかる．

Figs. 3.9 と **3.10** に，平畳織金網，綾畳織金網それぞれの金網厚み方向に対する *xy* 面平均抗力の変化を示す．流れの観察結果と同様，平畳織金網は金網厚み方向の中央でピークを示しており，綾畳織金網は金網中央とその前後で3つのピークを示している．畳織金網の体積率変化を調べると（**Figs. 3.11** と **3.12**），抗力が高くなるところと体積率のピークが一致しており，金網の内部目開きを流体が通過するとき，体積率も大きくなるため抗力が大きくなっていることがわかった．内部目開きは畳織金網の流路が狭まる（粒子が捕捉される可能性がある）ところで与えられるため，ワイヤーが密になっており，体積率が大きくなったと考えられる．3 種類の平畳織金網のシミュレーション結果において，体積率のピークの差よりも抗力のピークの差の方が大きくなっている．抗力の分布の裾はいずれも同じくらいであるのに対し，体積率の分布の裾は異なっており，この体積率分布の裾が大きい分，抗力もさらに大きくなったと考えられる．

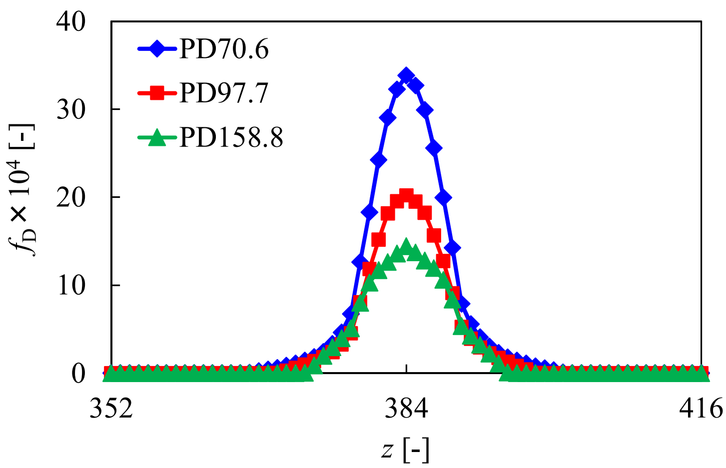


Fig. 3.9 Variation of xy-sectional averaged drag force in z direction for plain Dutch weave mesh

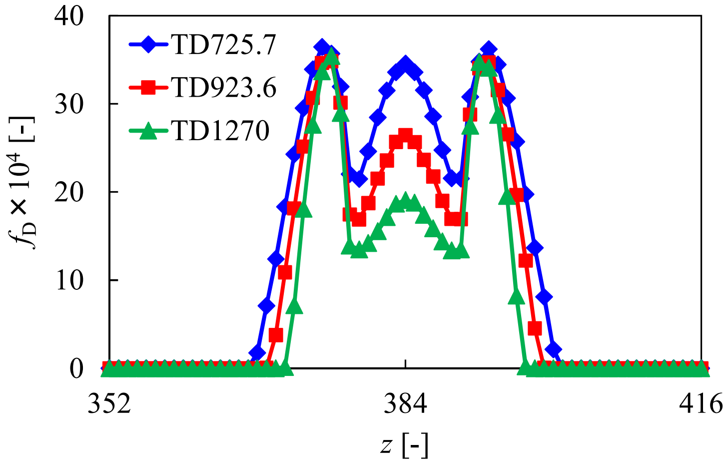


Fig. 3.10 Variation of xy-sectional averaged drag force in z direction for twilled Dutch weave mesh

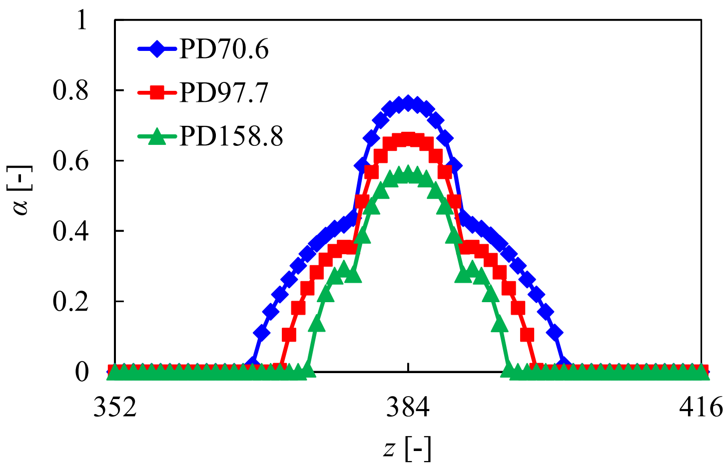


Fig. 3.11 Variation of xy-sectional averaged volume fraction in z direction for plain Dutch weave mesh

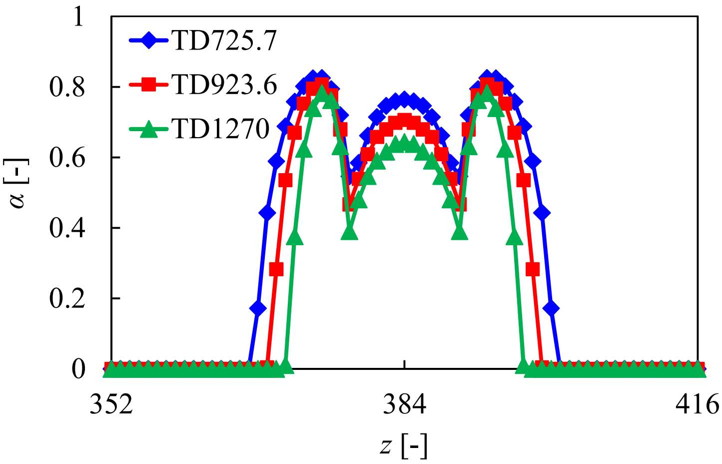
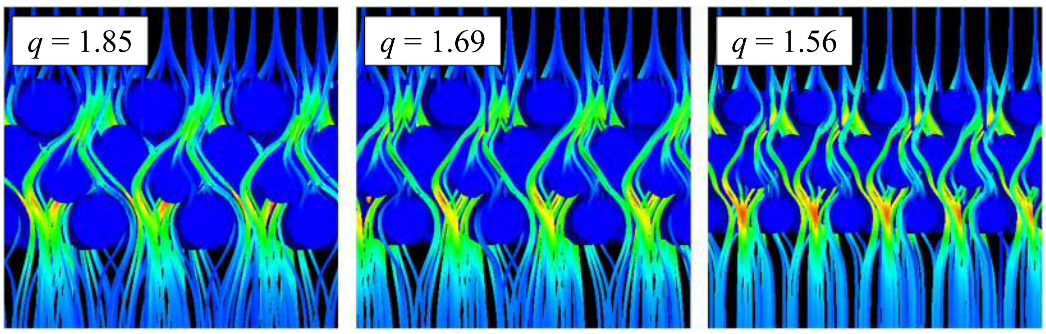


Fig. 3.12 Variation of *xy*-sectional averaged volume fraction in *z* direction for twilled Dutch weave mesh

一方，3 種類の綾畳織金網のシミュレーション結果では，抗力分布の裾と体積率分布の裾はいずれも同程度であるにもかかわらず，金網中央の抗力ピークの差は金網中央の体積率ピークの差よりも大きくなった．それぞれの流れの様子を観察すると（**Fig. 3.13**），中央の抗力が大きいほど，中央での流路が長くなっていることがわかる．これを定量的に評価するために，綾畳織金網の目開き推算法を応用して，第 2 網目の目開きを通過する粒子の中心座標($x_{p,2}$，$y_{p,2}$，$z_{p,2}$)と第 3 網目の目開きを通過する粒子の中心座標($x_{p,3}$，$y_{p,3}$，$z_{p,3}$)の直線距離を金網中央での流路長さ l_q として，局所的な流路のねじれ率 q を計算した．

$$l_q = \sqrt{(x_{p,2} - x_{p,3})^2 + (y_{p,2} - y_{p,3})^2 + (z_{p,2} - z_{p,3})^2} \tag{3.23}$$

$$q = \frac{l_q}{|y_{p,2} - y_{p,3}|} \tag{3.24}$$



(a) TD725.7　(b) TD923.6　(c) TD1270

Fig. 3.13 Flow state inside twilled weave mesh (Re_t = 5)

第 2 網目の目開きを通過する粒子の中心座標は 2 つ存在するが（Fig. 3.1(b)において L1-L2 間を通過する粒子と L1-L3 間を通過する粒子），第 3 網目に近い方の粒子の中心座標を採用した．計算したねじれ率 q を Fig. 3.13 に併記した．計算したねじれ率は綾畳織金網中央の抗力ピークの差と相関を持っており，提案したねじれ率は綾畳織金網の流体抵抗を予測するのに有用であることがわかった．

3.5.4　畳織金網の圧力損失推算式の導出

シミュレーション結果から畳織金網は立体的な網目により複雑な流路を形成していることがわかり，畳織金網の圧力損失推算式として，同じく複雑な流路を持つ粒子充填層の流体抵抗を表した Kozeny-Carman 式 [3)]の応用を試みた．

Eq. (3.25)は円管内流れの流速と圧力損失の関係を表した Hagen-Poiseuille の式である．

$$U_{\mathrm{f}} = \frac{{d_{\mathrm{pipe}}}^{2}}{32} \cdot \frac{\mathit{\Delta} P}{\mu_{\mathrm{f}} L_{\mathrm{pipe}}} \tag{3.25}$$

ここで，d_{pipe} は円管径，L_{pipe} は管長さである．これに畳織金網内部の実流速として Eq. (3.26)を，円管径 d_{pipe} の代わりに畳織金網の動水半径 $4m$ として Eq. (3.27)を，管長さ L_{pipe} は網厚 t_{m} になることを考慮し，

$$U_{\mathrm{f,e}} = \frac{U_{\mathrm{f}}}{\varepsilon} \tag{3.26}$$

$$4m = 4 \cdot \frac{\varepsilon}{a} \tag{3.27}$$

流路の形状に関するパラメータである Kozeny 定数 k を導入すると，畳織金網の圧力損失推算式が得られる．

$$\mathit{\Delta} P = \frac{k a^{2} \mu_{\mathrm{f}} t_{\mathrm{m}}}{\varepsilon^{2}} \cdot \frac{U_{\mathrm{f}}}{\varepsilon} \tag{3.28}$$

ここで，ε は畳織金網の空隙率，a は単位体積当たりの表面積であり，Armour and Cannon により提案された金網の幾何学モデル [4)]を用いて，線径，メッシュ数から計算できる．さらに，畳織金網の Re 数 Re_{f} を次のように定義し，

$$Re_{\mathrm{f}} = \frac{\rho_{\mathrm{f}} \left(U_{\mathrm{f}} / \varepsilon \right) 4m}{\mu_{\mathrm{f}}} = \frac{4 \rho_{\mathrm{f}} U_{\mathrm{f}}}{\mu_{\mathrm{f}} a} \tag{3.29}$$

Eq. (3.28)を無次元化すると次のようになる．

$$f = \frac{\mathit{\Delta} P \varepsilon^{3}}{4 \rho_{\mathrm{f}} {U_{\mathrm{f}}}^{2} t_{\mathrm{m}} a} = k {Re_{\mathrm{f}}}^{-1} \tag{3.30}$$

ここで，f は無次元化された畳織金網の抵抗損失である．

提案した圧力損失推算式の妥当性を検証するために，様々な仕様の畳織金網の空気透過試験を実施した．平畳織金網の仕様は **Table 3.6**，綾畳織金網の仕様は Table 3.2 の通りである．**Table 3.7** には計算より求めた網厚 t_m，空隙率 ε，単位体積当たりの表面積 a，動水半径 $4m$ を示した．

Table 3.6 Plain Dutch weave mesh specifications for experiments

Sample No.	Weave type	Wire diameter warp [mm]	Wire diameter weft [mm]	Number of meshes warp dir. [in^{-1}]	Number of meshes weft dir. [in^{-1}]	Measurement d_w [mm]	Measurement d_s [mm]	Measurement n_w [in^{-1}]	Measurement n_s [in^{-1}]
PD-1	Plain Dutch	0.6	0.42	12	64	0.559	0.410	12.0	66.7
PD-2	Plain Dutch	0.38	0.26	24	110	0.359	0.239	23.9	109
PD-3	Plain Dutch	0.23	0.18	30	150	0.211	0.169	29.9	154
PD-4	Plain Dutch	0.18	0.14	40	200	0.163	0.133	40.3	197
PD-5	Plain Dutch	0.14	0.11	50	250	0.130	0.099	50.1	247

Table 3.7 Dutch weave mesh properties calculated from experimental results

Sample No.	t_m [m]	ε [-]	a [m^2/m^3]	$4m$ [m]
PD-1	1.38×10^{-3}	0.639	3.30×10^{3}	7.75×10^{-4}
PD-2	8.37×10^{-4}	0.623	5.68×10^{3}	4.38×10^{-4}
PD-3	5.49×10^{-4}	0.654	7.83×10^{3}	3.34×10^{-4}
PD-4	4.29×10^{-4}	0.645	1.02×10^{4}	2.52×10^{-4}
PD-5	3.28×10^{-4}	0.670	1.26×10^{4}	2.13×10^{-4}
TD-1	3.81×10^{-4}	0.451	1.82×10^{4}	9.93×10^{-5}
TD-2	1.81×10^{-4}	0.430	4.10×10^{4}	4.19×10^{-5}
TD-3	1.44×10^{-4}	0.376	5.80×10^{4}	2.59×10^{-5}
TD-4	8.29×10^{-5}	0.361	9.90×10^{4}	1.46×10^{-5}
TD-5	5.26×10^{-5}	0.350	1.64×10^{5}	8.57×10^{-6}

Figs. 3.14 と **3.15** に，実験結果から Eq. (3.30)を使って求めた平畳織金網，綾畳織金網それぞれの f と Re_f の関係を示す．f と Re_f の関係を両対数プロットしたとき，平畳織金網は $Re_f \leqq 15$ で，綾畳織金網は $Re_f \leqq 7$ で直線を示し，その傾きがおよそ-1 を示していることから，提案した圧力損失推算式がこれら Re_f 範囲内で妥当であることがわかった．平畳織金網において $Re_f > 15$，綾畳織金網において $Re_f > 7$ になると流れが乱流となり，提案した式の修正が必要になる．乱流域を考慮した圧力損失推算式に関しては今後の課題であるが，前述した通り畳織金網を使用したろ過の Re 数は低いことがほとんどであるので，提

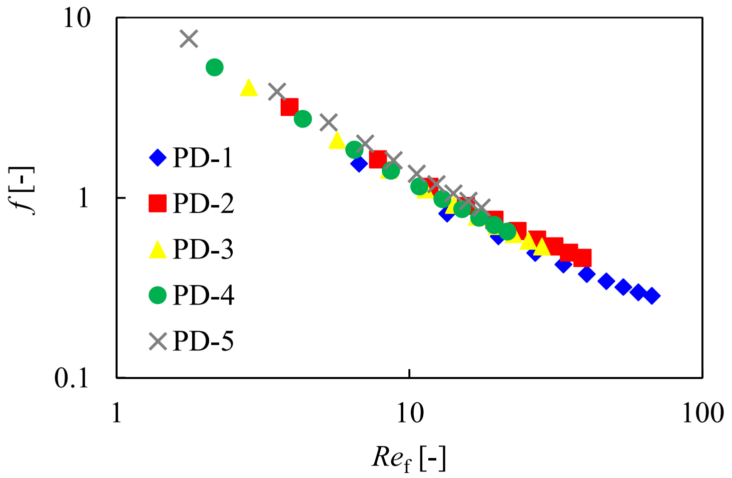


Fig. 3.14 Relationship between Re_f and f for plain Dutch weave mesh

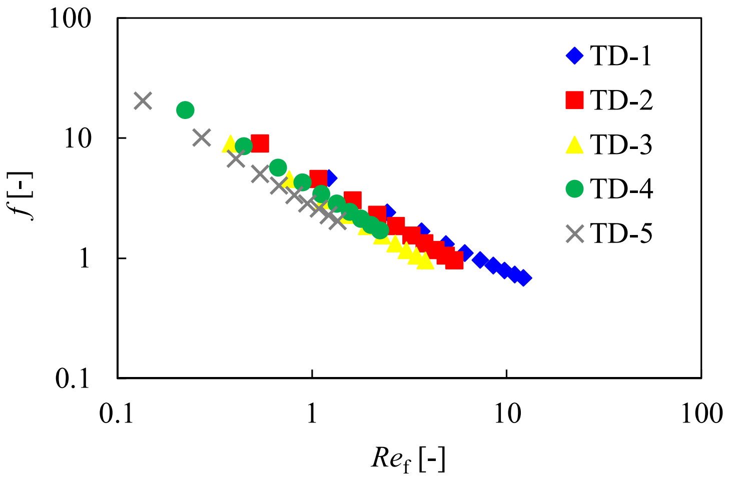


Fig. 3.15 Relationship between Re_f and f for twilled Dutch weave mesh

案した式はろ材やろ過の設計において有用である．提案した式から，同じ流体条件において畳織金網の圧力損失を小さくするには，Re_f を大きくする，すなわち畳織金網の単位体積当たりの表面積 a を小さくすることや，空隙率 ε を大きくする，網厚 t_m を小さくすることが有効であると言える．

平畳織金網における f と Re_f の関係はほとんど一本の曲線で表すことができ，Kozeny 定数は平畳織金網の特性によって大きく変わらないと考えられる．一方，綾畳織金網における f と Re_f の関係は金網の仕様によって異なる曲線を示し，Kozeny 定数が綾畳織金網の特性によって異なることがわかった．シミュレーション結果にて綾畳織金網内部の局所的なねじれによって流体抵抗が異なっていたことから，Kozeny 定数はこのねじれ率と関係があると考え，Eq. (3.24)を使って試験に用いた綾畳織金網のねじれ率を計算した．**Fig. 3.16** に計算したねじれ率と試験から得られた Kozeny 定数の関係を示す．ねじれ率が高くなるほ

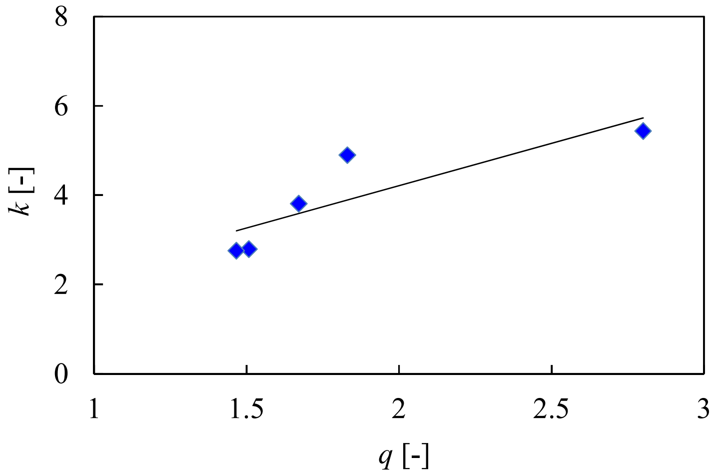


Fig. 3.16 Relationship between tortuosity, q and Kozeny constant, k for twilled Dutch weave mesh

ど Kozeny 定数は大きくなっており，流体抵抗が大きくなることがわかった．これはシミュレーション結果の傾向と一致する．

以上から，平畳織金網と綾畳織金網の Kozeny 定数は，それぞれ Eqs. (3.31)と(3.32)で近似される．

$$k = 12.6 \tag{3.31}$$

$$k = 1.90q + 0.412 \tag{3.32}$$

Eqs. (3.28)，(3.31)，(3.32)が実質的な畳織金網の圧力損失推算式となる．Eq. (3.32)から，綾畳織金網はねじれ率を小さくすることでも圧力損失を低くすることができると言える．

綾畳織金網の Kozeny 定数は平畳織金網に対して比較的小さな値を取っている（ねじれ率にもよる）．これは，同じ Re 数ならば綾畳織金網の方が流体抵抗は小さくなることを示している．Eq. (3.29)から，同じ Re 数，流体条件のとき金網の単位体積当たりの表面積が同じということになるが，綾畳織金網は平畳織金網よりも横線が密に配置されており，綾畳織金網の方が流れに対するデッドスペースが大きく，流路の実質的な表面積が小さくなっていると考えられる．このため，綾畳織金網の方が流体抵抗が小さく，すなわち Kozeny 定数が小さくなると考えられる．

3.6 結言

畳織金網の網目構造が流体抵抗に及ぼす影響を調べるにあたり，まず綾畳織金網の目開き推算法を提案した．綾畳織金網は 3 種類の目開きを持っていることがわかり，それぞれの目開き推算式を導出し，そのうち最も小さい目開きを代表目開きとした．つづいて，畳織金網の流体透過挙動シミュレーションを行った．シミュレーション結果から，畳織金網の抗力は体積率が大きくなる内部目開きにおいて大きくなり，金網の厚み方向に対して平畳織金網の抗力は 1 つのピークを，綾畳織金網の抗力は 3 つのピークを示した．さらに，綾畳織金網の中央における抗力のピークは体積率だけでなく，内部の流路のねじれによっても変化した．この局所的なねじれ率は，提案した目開き推算法を応用して求めることができた．

以上のように畳織金網の流路は複雑であり，同じく複雑な流路を持つ粒子充填層の流体抵抗を表す Kozeny-Carman の式を応用することで，畳織金網の圧力損失推算式を導出した．流路の形状に関するパラメータである Kozeny 定数は，平畳織金網ではほとんど一定値であり，綾畳織金網では仕様によって異なった．綾畳織金網の Kozeny 定数は金網内部の局所的なねじれ率と相関があった．提案した目開き推算式と圧力損失推算式から，畳織金網ろ材の設計，開発において重要となる所定の目開き（ろ過精度）で可能な限り小さい流体抵抗となる網目構造を求めることができる．

Nomenclature

a	= surface area of Dutch weave mesh per unit volume	[m^2/m^3]
A	= permeation area in simulation	[-]
C_D	= drag coefficient	[-]
d	= wire diameter	[mm]
d_{pipe}	= internal diameter of pipe	[m]
D_{50}	= 50 % separation size	[μm]
D_{97}	= 97 % separation size	[μm]
f_D	= drag force of Dutch weave mesh	[-]
k	= Kozeny constant	[-]
k_G	= factor to determine center of ellipse given in Eq. (3.5)	[-]
k_H	= factor to determine center of ellipse given in Eq. (3.9)	[-]
L_{pipe}	= length of pipe	[m]
l_q	= length of local flow path in twilled Dutch weave mesh	[mm]
m	= hydraulic radius of Dutch weave mesh	[m]
n	= number of apertures per inch	[in^{-1}]
n_L	= number of lattices	[-]
p	= wire pitch in simulation or experiment	[-] or [mm]
q	= local tortuosity in twilled Dutch weave mesh	[-]
Re_t	= tentative Reynolds number	[-]
Re_f	= Reynolds number of Dutch weave mesh	[-]
t	= time	[-]
t_m	= thickness of Dutch weave mesh	[m]
U_0	= flow velocity at outlet in simulation	[-]
U_f	= flow velocity at outlet in experiment	[m/s]
x	= x position in calculation model for estimating aperture size	[mm]
y	= y position in calculation model for estimating aperture size	[mm]
z	= z position in calculation model for estimating aperture size or simulation	[mm] or [-]
δ	= aperture size	[mm]
$\delta_{j,z}$	= diameter of particle which is in contact with wefts L1 and L2 or L3	[mm]

δ_{12}	= diameter of particle passing between wefts L1 and L2	[mm]
δ_{13}	= diameter of particle passing between wefts L1 and L3	[mm]
ε	= porosity of woven mesh	[-]
ΔP	= pressure drop across Dutch weave mesh	[Pa]
θ_t	= angle between perpendicular of center line l_4 and z axis in xz plane in Fig. 3.2	[rad]
θ_s	= angle between center line l_2 and z axis in yz plane in Fig. 3.2	[rad]
μ_f	= fluid viscosity	[Pa·s]
v	= fluid kinematic viscosity in simulation	[-]
ρ_0	= density of ideal particles at inlet	[-]
ρ_f	= fluid density	[kg/m^3]

<Subscript>

A1	= first aperture
A2	= second aperture
A3	= third aperture
e	= effective
G	= center of ellipse given in Eq. (3.5)
H	= center of ellipse given in Eq. (3.9)
max	= maximum
p	= particle
s	= weft
sub	= substantive
w	= warp
x	= x direction
y	= y direction
z	= z direction

Literature cited

1) Yamamoto, H., R. Utsumi and A. Kushida; "Aperture Size in a Screen of Plain Dutch Weaves," *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **12**, 6, 635–639 (1986)
2) Rideal, G. and J. Storey; "Filter Media Pore Size Comparison between Porometry and Challenge Testing Using Spherical Standards," *Filtration*, **11**, 2, 99–104 (2011)
3) 三輪 茂雄; 粉体工学通論, pp. 75–77, 日刊工業新聞社 (1981)
4) Armour, J. C. and J. N. Cannon; "Fluid Flow Through Woven Screens," *AIChE J.*, **14**, 3, 415–420 (1968)

第 4 章　微粒子スラリーの凝集構造とスラリー粘度の関係

4.1　緒言

粒子の大きさや濃度，凝集・分散状態といったスラリー性状によって異なるスラリー挙動は，様々な工業プロセスにおいて粉体ハンドリング性や中間製品，最終製品の性能にまで幅広く影響を与え，ろ過においてもろ材の細孔閉塞やケーク形成に深く関与している．第 1 章で述べた通り，スラリー粘度はスラリー挙動を決定するスラリー性状を定量的に表現する重要な物性であり，スラリー性状とスラリー粘度の関係を明らかにすることで，ろ過プロセスの設計においてスラリー粘度を利用したろ過挙動（スラリー挙動）の予測・制御が可能となる．

微粒子スラリーは静電気力や van der Waals 力，あるいは添加剤の影響により様々な凝集構造を取り，非常に複雑な流動挙動を示すため，スラリー性状と粘度の関係を実験的手法により解明することは困難である．そこで本研究では，せん断流れ場におけるスラリー挙動を表現できるシミュレーションを構築し，粒子ー流体挙動の微視的観測を行った．ζ電位により粒子凝集・分散状態を制御したスラリーや，仮想的に作成した凝集構造を持つスラリーについてシミュレーションを行い，これらの凝集構造がスラリー粘度に及ぼす影響を明らかにした．

4.2　せん断流れ場におけるスラリー挙動シミュレーション

Cundall and Strack により提案された粒子個々の運動を扱う離散要素法（DEM）による粒子計算[1), 2)]と，数値流体力学において流体挙動を厳密に計算することができる直接数値シミュレーション（DNS）による流体計算[3)]を組み合わせた DEM-DNS 連成シミュレーション法により，せん断流れ場におけるスラリー挙動を表現するシミュレーションを構築した．粒子ー流体間の相互作用力は，粒子の大きさに対して流体計算格子の大きさを十分小さくとることで，Kajishima *et al.*により提案された体積平均速度強制法から求めた[3)]. 本手法は，経験則にもとづくモデル式を使用しておらず，非常に厳密な数値シミュレーションが可能である．粘度のようなスラリーの物性を調べるためには粒子ー流体挙動を極めて正確に再現する必要があり，本手法を採用した．

粒子計算において，個々の粒子の並進方向，回転方向の運動方程式は次式で与えられる．

$$\frac{\partial(m_{\mathrm{p}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}})}{\partial t} = \boldsymbol{T}_{\mathrm{p}} - V_{\mathrm{p}}\rho_{\mathrm{f}}\boldsymbol{g} + m_{\mathrm{p}}\boldsymbol{g} - \rho_{\mathrm{p}}\int_{V_{\mathrm{p}}} \boldsymbol{f}_{\mathrm{p}} dV + \boldsymbol{F}_{\mathrm{van}} + \boldsymbol{F}_{\mathrm{ele}} \tag{4.1}$$

$$\frac{\partial(I_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}})}{\partial t} = \boldsymbol{R}_{\mathrm{p}} - \rho_{\mathrm{p}}\int_{V_{\mathrm{p}}} \boldsymbol{R}\times\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}} dV \tag{4.2}$$

ここで，t は時間，m_{p} は粒子質量，$\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}$ は粒子速度，ρ_{p} は粒子密度，ρ_{f} は流体密度，$\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}}$ は粒子の並進力，V_{p} は粒子体積，$\boldsymbol{g}$ は重力加速度，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}}$ は粒子の回転力，I_{p} は粒子回転モーメント，$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}}$ は粒子の角速度である．粒子間接触力である並進力 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}}$，回転力 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}}$ は Voigt Model により計算した．$\boldsymbol{F}_{\mathrm{van}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{ele}}$ はそれぞれ van der Waals 力，電気二重層斥力であり，特に微粒子になると液体中でこれらの作用力が粒子挙動に強く影響を及ぼすため，運動方程式に考慮した．ブラウン揺動力も働くが，本シミュレーションでは高速せん断流れ場を与えるため，無視できるものとした．

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{van}} = \frac{A_{\mathrm{H}} r_{\mathrm{p}}}{12(L-2r_{\mathrm{p}})^2 \boldsymbol{a}_{ij}} \tag{4.3}$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{ele}} = \frac{64\pi k T r_{\mathrm{p}} \rho_{\infty} \left\{\tanh\left(\dfrac{z_{\mathrm{e}} c \varsigma_0}{4kT}\right)\right\}^2 \exp\{-\kappa_{\mathrm{e}}(L-2r_{\mathrm{p}})\}}{\kappa_{\mathrm{e}} \boldsymbol{a}_{ij}} \tag{4.4}$$

ここで，A_{H} はハマーカー定数，L は粒子中心間距離，r_{p} は粒子半径，ζ_0 は温度 T でのゼータ電位，ρ_{∞} はバルクにおける価数 z_{e} のイオン数密度，κ_{e} はデバイ長さの逆数，k はボルツマン定数，c は電気素量である．van der Waals 引力は粒子同士が接触すると無限大に発散

するため，粒子表面間距離に閾値を設け，閾値を超えて接近した場合は閾値における力を与えるものとした（閾値 ＝1.5 nm）．$\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}}$ は粒子－流体間相互作用力，$\boldsymbol{R}$ は粒子中心から流体計算格子点への位置ベクトルである．

流体計算では，次に示す連続の式と Navier-Stokes 式を基礎方程式として解いた．計算格子にはスタガード格子を採用した．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} = 0 \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}) = -\frac{1}{\rho_{\mathrm{f}}} \nabla p + \frac{\mu_{\mathrm{f}}}{\rho_{\mathrm{f}}} \nabla^2 \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{g} + \boldsymbol{f}_{\mathrm{p}} \tag{4.6}$$

ここで，p は圧力，μ_{f}は流体粘度である．Navier-Stokes 式のうち，空間に関する項は 2 次精度の中心差分で，時間に関する項は 2 次精度の Adams-Bashforth 法によって解き，圧力は Poisson 方程式に残差切除法とガウス・ザイデル法を適用して解いた [4]．

本シミュレーションでは粒子の大きさに対し，流体計算格子を十分小さくしており，流体計算格子中の固体領域（粒子）の体積率を α，粒子内部の格子点における粒子速度を $\boldsymbol{u}_{\mathrm{p,in}}$ として次に定義される体積平均流体速度 $\boldsymbol{u}$ から，粒子－流体間相互作用力 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}}$ を求めた [3]．

$$\boldsymbol{u} = (1-\alpha)\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} + \alpha \boldsymbol{u}_{\mathrm{p,in}} \tag{4.7}$$

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}} = \alpha\left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{p,in}} - \hat{\boldsymbol{u}}\right)/\Delta t \tag{4.8}$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{u}}$ は計算格子中で流体運動をするものとして予測される速度である．

せん断流れ場におけるスラリー挙動シミュレーションの計算系を **Fig. 4.1** に示す．

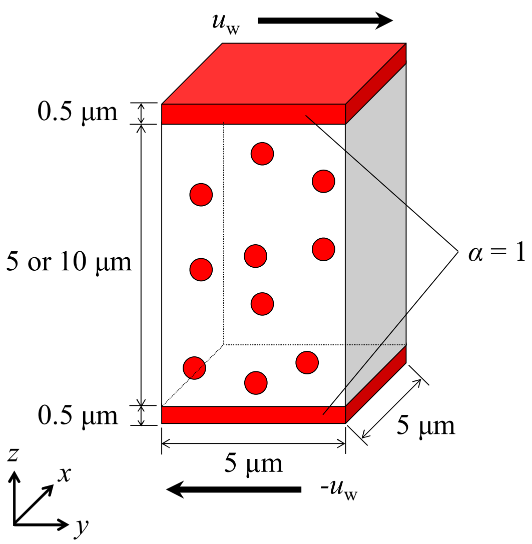


Fig. 4.1　Simulation system in shear field

Table 4.1 Simulation conditions

System size [µm]	5×5×10 (Aggregation)	5×5×5 (Dispersion)
Discrete time [s]	1.0×10^{-10}	
No. of fluid cells [-]	40×40×80 (Aggregation)	40×40×40 (Dispersion)
Ratio of fluid cell to particle [-]	4	
Particle	Silica	
-Diameter [µm]	0.5	
-Density [kg/m^3]	2000	
-Restitute coefficient [-]	0.1	
Fluid	Ethylene glycol	Water
-Density [kg/m^3]	1113	997
-Viscosity [Pa・s]	21×10^{-3}	0.89×10^{-3}
-Hamaker constant [J]	1.19×10^{-22}	1.42×10^{-20}
Slurry under complete dispersion condition		
-Solid concentration [vol%]	0–50	
-Zeta potential [mV]	-100	
-Strain rate [s^{-1}]	700	
Slurry under aggregation/dispersion condition		
-Solid concentration [vol%]	25	
-Zeta potential [mV]	-10 (Aggregation)	-100 (Dispersion)
-Strain rate [s^{-1}]	4000–40000	
Slurry dispersed chain/block structure aggregate		
-Solid concentration [vol%]	25	
-Zeta potential [mV]	-10	
-Cohesion force [nN]	0.262–2.62	
-Strain rate [s^{-1}]	4000–40000	

計算領域の z 方向上下部分に固体体積率が 1($\alpha = 1$)の領域を設けて固体壁を作成し, 上下の壁をそれぞれ y 軸の正方向，負方向に速度 u_{w} で移動させることでせん断流れ場とした．x 方向および y 方向には周期境界条件を与えた．壁－流体間の相互作用力は粒子－流体間と同様に Eq. (4.8)により与えた．シミュレーション条件は **Table 4.1** の通りである．粒子，流体条件は後述するスラリー粘度測定実験に合わせ，粒子には球形シリカ粒子を，流体にはエチレングリコール，水を想定した．

スラリーの見かけ粘度 η_{a} は，壁－流体間の相互作用 f_{w} のせん断方向成分 $f_{x,y}$ を壁の面積

S_w で除して応力 τ_w を求め，ニュートンの粘性法則 [5]より算出した．

$$\tau_w = \left| \frac{\rho_f \int_{V_w} f_{x,y} dV}{S_w} \right| \tag{4.9}$$

$$\eta_a = \frac{\tau_w \delta_w}{2u_w} \tag{4.10}$$

ここで，V_w は壁の体積，δ_w は上下の壁間距離である．

粒子の凝集・分散状態は，ζ 電位により制御する方法と，予め決められた凝集構造を配置する方法により与えた．ζ 電位による制御では，凝集条件は-10 mV，分散条件は-100 mV とした．予め凝集構造を決めておく方法では，凝集体を構成する粒子同士のみに凝集力を働かせることとした．凝集体の構造は，**Fig. 4.2** に示す鎖状構造，塊状構造とした．凝集力は 0.262–2.62 nN とし，粒子表面間距離が 1.5 nm 以下の場合に働かせた．なお，この方法における ζ 電位は-10 mV（凝集条件）とした．したがって，異なる凝集体間にも van der Waals 力と電気二重層斥力の合力による凝集作用は働く．

(a) chain structure (3 particles)　　(b) block structure (4 particles)

Fig. 4.2　Structures of aggregate models

4.3　スラリー粘度測定実験

スラリー粘度に及ぼす粒子濃度の影響を調べるため，公称粒子径 0.5 μm の単分散球形シリカ粒子（日本触媒，シーホスター）とエチレングリコール（ナカライテスク，純度: 99 %）を用いて，粒子濃度が 0–50 vol%の完全分散スラリーを調製した．ここで，エチレングリコール単独またはグリセリンとの混合液はシリカ粒子との van der Waals 相互作用がほとんど無く，完全分散系のスラリーを調製できると報告されている [6]．また，粒子凝集・分散状態の影響を調べるため，同シリカ粒子と蒸留水を用いて，粒子濃度が 25 vol%のスラリーを作製し，スラリーの pH を調整することで凝集・分散状態を制御した．塩酸および水酸化カリウム水溶液を用いて，ζ 電位が 1 mV（凝集条件），-60 mV（分散条件）となるよ

うに pH を調整した．実験条件を **Table 4.2** にまとめた．

共軸二重円筒方式レオメータ（レオストレス RS75，HAAKE 社）を用いて，調製したスラリーの見かけ粘度を測定した．一定のせん断力を長時間加えてせん断履歴の影響を無くした条件下で，せん断速度を変化させて測定を行った．なお，スラリー温度は 25 ℃とした．レオメータの概略図を **Fig. 4.3** に示す．

Table 4.2 Experimental conditions

Particle	Silica	
-Nominal diameter [μm]	0.5	
-Average diameter (50% dia.) [μm]	0.53	
-Geometric standard deviation [-]	1.03	
-Density [kg/m^3]	2000	
Fluid	Ethylene glycol	Water
-Density [kg/m^3]	1113	997
-Viscosity [Pa･s]	21×10^{-3}	0.89×10^{-3}
Slurry under complete dispersion condition		
-Solid concentration [vol%]	0–45	
-Strain rate [s^{-1}]	700	
Slurry under aggregation/dispersion condition		
-Solid concentration [vol%]	25	
-Zeta potential [mV]	1 (Aggregation)	-60 (Dispersion)
-Strain rate [s^{-1}]	300–6000	

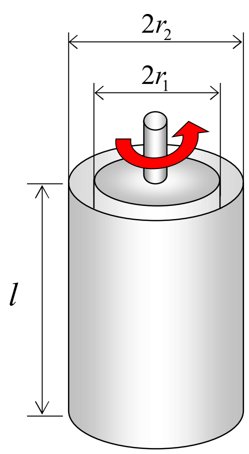


Fig. 4.3 Schematic illustration of coaxial double rotational rheometer

4.4　結果および考察

4.4.1　シミュレーションの信頼性

シリカ粒子をエチレングリコールに分散させた完全分散スラリーについて，せん断速度 700 s^{-1} にて粒子濃度を変化させて粘度測定を行った結果を **Fig. 4.4** に示す．粒子濃度とともにスラリー粘度は増大し，Mori & Ototake の式[7]（Eq. 4.11）による計算結果とよく一致した．

$$\eta_{\mathrm{r}} = 1 + \frac{3\phi}{1 - \dfrac{\phi}{0.52}} \tag{4.11}$$

ここで，η_{r} はスラリーの相対粘度，φ は粒子濃度を表す．Fig. 4.4 に，シミュレーション結果からスラリー粘度を算出した結果も併記した．スラリー粘度のシミュレーション結果は実験結果とよく一致している．なお，高濃度になると Mori & Ototake の式とシミュレーション結果，実験結果に若干の乖離が見られた．この Mori & Ototake の式は，単分散球形粒子について最疎充填（単純立方構造）の状態にある粒子群が等方的に均一に広がった状態で流動することを仮定して導出されている．しかし，実際には粒子群は不規則に分布しており，高濃度では最疎充填よりも密な状態に配置されていると考えられる．そこで Mori & Ototake の式中にある最疎充填時の粒子体積分率 0.52 を，より密になるよう 0.57 に修正したところ，シミュレーション結果，実験結果と良好に一致した．以上から，本シミュレーションの妥当性が確認された．

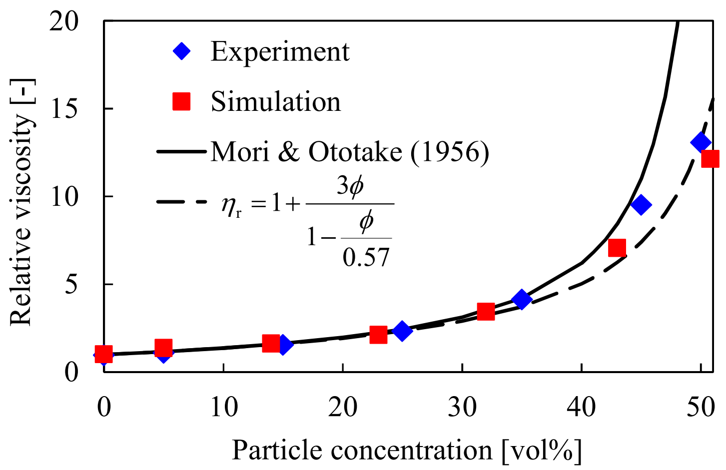


Fig. 4.4　Relationship between relative viscosity and particle concentration

4.4.2　ζ電位制御によるスラリー凝集・分散状態がスラリー粘度に及ぼす影響

粒子凝集・分散状態がスラリー粘度に及ぼす影響を調べるために，シリカ粒子を水に分散させたスラリーについて，ζ 電位により凝集・分散状態を制御して粘度を測定した．実験により得られたせん断速度とスラリー粘度の関係を **Fig. 4.5** に示す．分散条件におけるスラリーでは，スラリー粘度が一定となるニュートン挙動を示した．一方，凝集条件では，せん断速度の増加にともないスラリー粘度は減少し，非ニュートン挙動を示した（Shear-thinning）．本結果より，凝集・分散状態によってスラリー挙動が大きく異なることが確認できた．このスラリー挙動が異なる原因を詳しく検討するために，同じくζ電位により凝集・分散状態を制御したスラリーのせん断流れ場（せん断速度：4000–40000 s^{-1}）における挙動をシミュレーションにより調べた．シミュレーションにより得られたせん断速

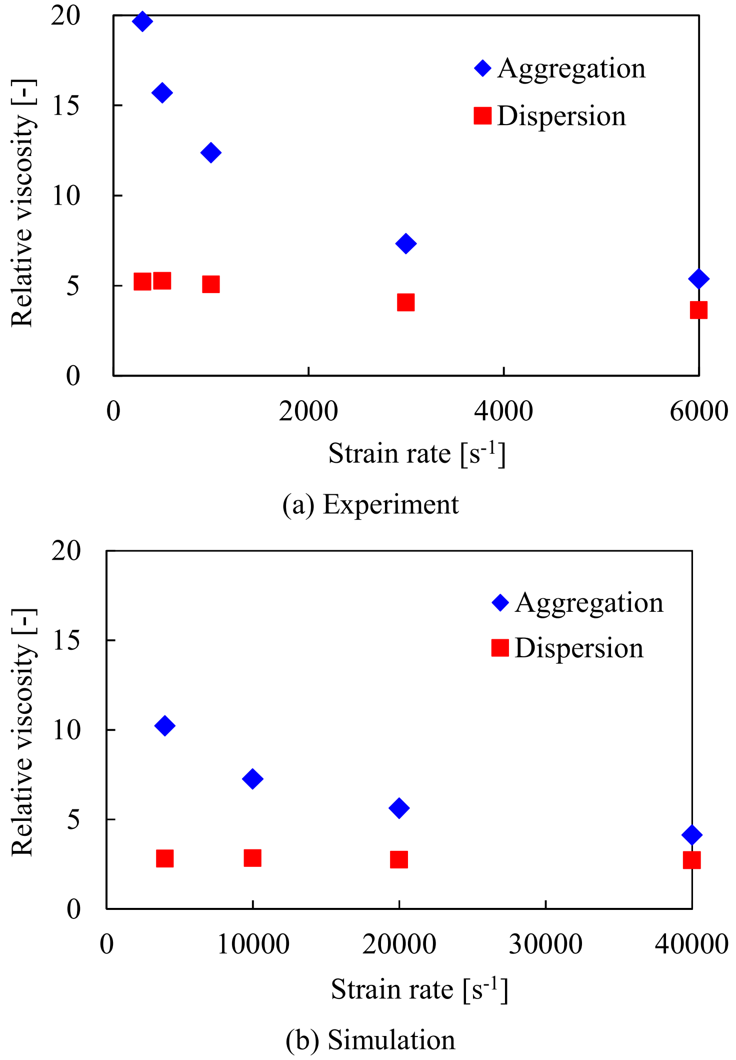


Fig. 4.5　Relationship between relative viscosity and strain rate

度とスラリー粘度の関係を Fig. 4.5 に併記した．分散条件ではニュートン挙動，凝集条件では非ニュートン挙動を示しており，実験結果と同様の傾向が得られた．

せん断流れ場における分散条件，凝集条件それぞれのスラリーの粒子挙動を **Figs. 4.6** と **Fig. 4.7** に示す．分散条件では，粒子間に強い斥力が働くために粒子同士がほとんど接触せずに流動している．一方，凝集条件では，せん断速度が小さいときは凝集作用により多くの粒子が接触し合っているのに対し，せん断速度が大きくなると粒子に働くせん断力も大きくなるため，接触した粒子同士が引き離されていることがわかる．これらを定量的に評価するために，シミュレーション結果から粒子配位数を算出した．**Fig. 4.8** に粒子配位数とせん断速度の関係を示す．分散条件では，せん断速度が大きくなると粒子配位数は多少増加するものの，配位数はほとんどゼロであった．凝集条件では，低せん断速度において粒子配位数が多く，せん断速度が高くなると配位数は少なくなる方向にシフトした．これは，凝集体を構成する粒子が大きなせん断力によって引き離されていることを示しており，Figs. 4.6 と 4.7 で観察された粒子挙動の違いを粒子配位数によって評価できることがわかった．以上より，分散条件のスラリーではせん断速度によって粒子の接触状態がほとんど

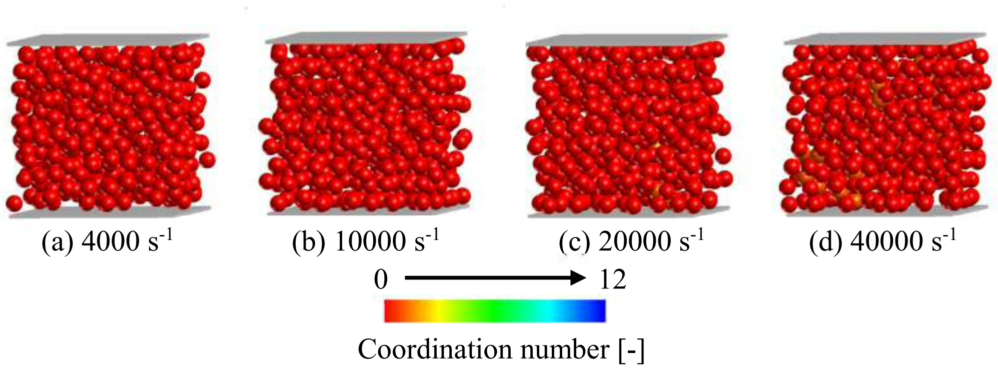


Fig. 4.6 Behavior of particles under dispersion condition in shear field

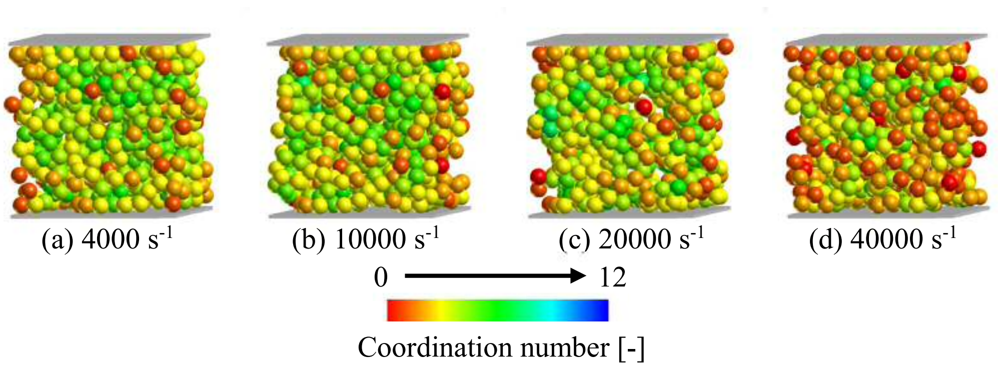
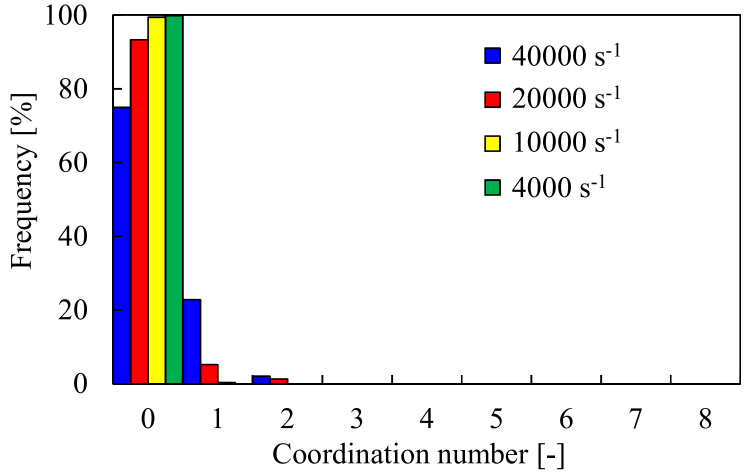
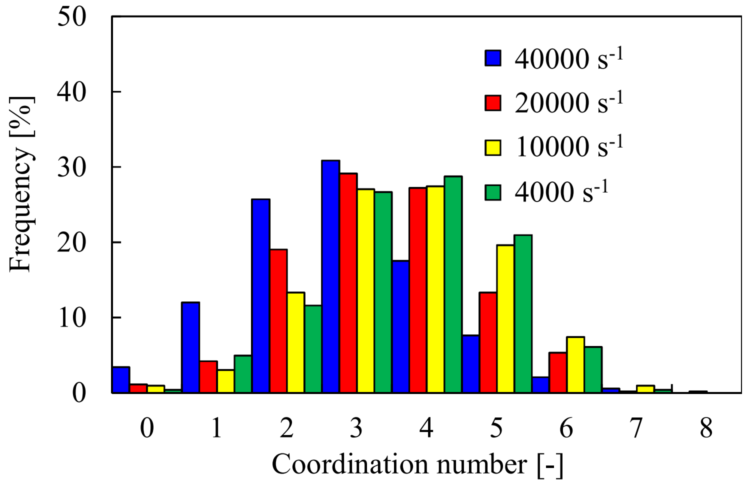


Fig. 4.7 Behavior of particles under aggregation condition in shear field



(a) Dispersion condition



(b) Aggregation condition

Fig. 4.8 Effect of strain rate on distribution of coordination number

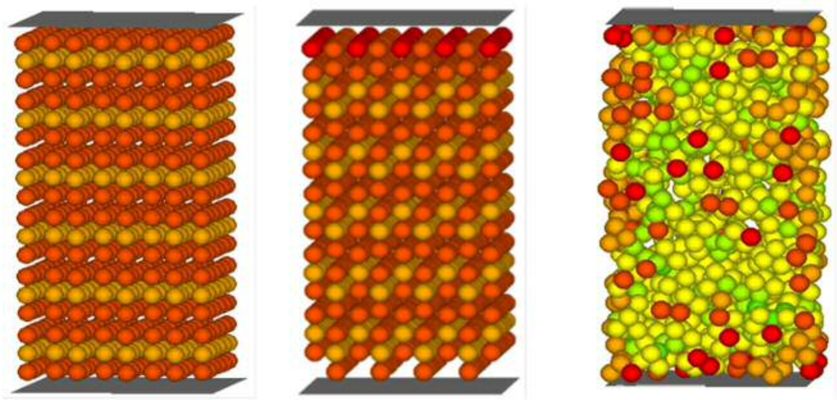
変化しないため，スラリー粘度もほとんど変化しないのに対し，凝集条件のスラリーではせん断速度によってスラリー中の凝集構造が変化するため，スラリー粘度も変化することがわかった．

4.4.3 凝集構造がスラリー粘度に及ぼす影響

凝集構造がスラリー粘度に及ぼす影響をさらに検討するために，予め凝集構造を与えたスラリーについてシミュレーションを実施した．鎖状，塊状凝集体モデル（Fig. 4.2）の初期配置は **Fig. 4.9** の通りである．Fig. 4.9(a)の Regular 配置の鎖状構造について，凝集力を変化させたときのせん断速度と相対粘度の関係を **Fig. 4.10** に示す．せん断速度 4000 s^{-1} で

は凝集力による相対粘度の違いはほとんど見られなかった．低せん断速度では小さい凝集力でも凝集構造を維持できているためと考えられる．一方，せん断速度 40000 s^{-1} では凝集力が小さくなると相対粘度は低下した．凝集力が小さい場合，せん断速度が大きくなると凝集体が破壊され，分散状態に近づくためと考えられる．

そこで．各凝集力におけるスラリー中の粒子挙動を観察した（**Figs. 4.11** と **4.12**）．せん断速度 4000 s^{-1} では流動挙動や粒子配位数に変化は見られなかった．このことから，前述した通り，せん断速度に対してどの凝集力においても凝集構造を維持していることがわかった．せん断速度 40000 s^{-1} では，凝集力が小さいほど凝集体を構成する粒子同士は引き離



Regular　　Irregular

(a) Chain structure　　(b) Block structure

Fig. 4.9　Initial particle locations of aggregate models

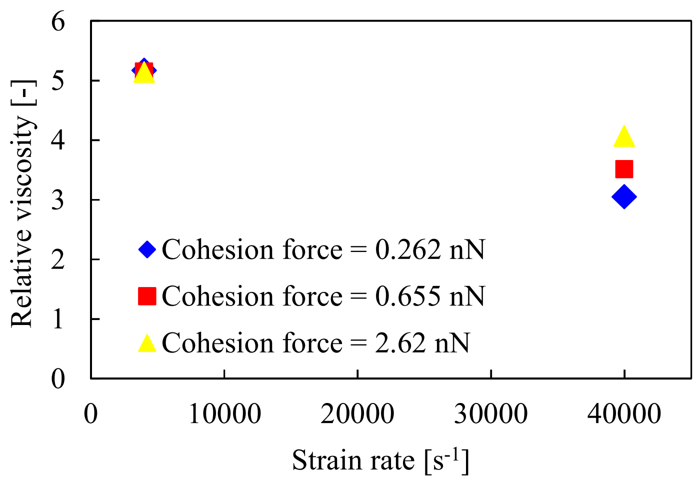


Fig. 4.10　Relationship between relative viscosity and strain rate for chain structure aggregate (regular location in Fig. 4.9(a))

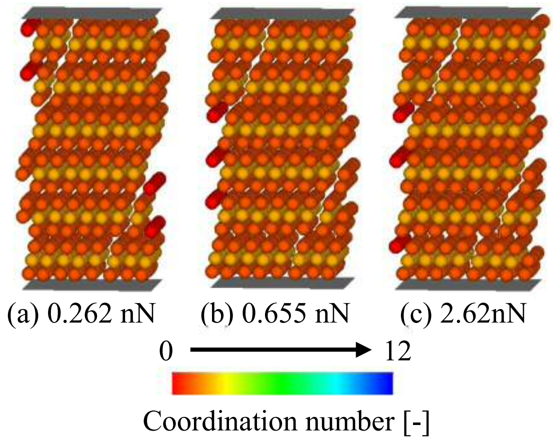


Fig. 4.11 Particle behavior of chain structure aggregate at shear rate 4000 s^{-1}

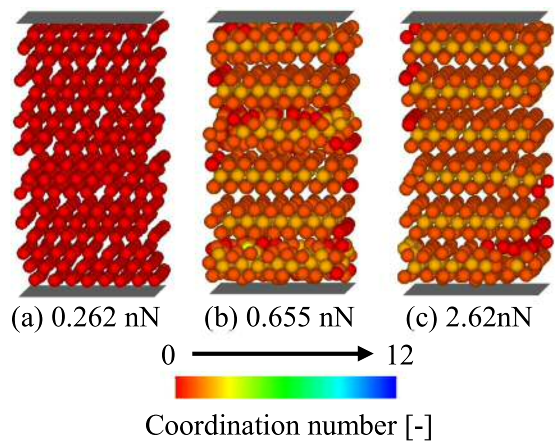


Fig. 4.12 Particle behavior of chain structure aggregate at strain rate 40000 s^{-1}

され，粒子配位数は減少し（ほとんどゼロ），分散状態であるかのように流動していた．以上から，せん断力と凝集力のバランスが粘度に大きく影響を与えることがわかった．

次に，鎖状構造凝集体の初期配置が粘度に及ぼす影響を確認するため，Fig. 4.9(a)の irregular に示した個々の配置を 1 列おきにずらした状態でシミュレーションを行った．凝集力は，Regular 配置のときに粘度に最も変化が見られた 0.262 nN とした．シミュレーション結果より得られたせん断速度と相対粘度の関係を **Fig. 4.13** に，そのときのスラリーの流動挙動を **Fig. 4.14** に示す．Fig. 4.13 には，Regular 配置のときの結果も併記した．Regular 配置のときの傾向とは異なり，せん断速度の増加にともない粘度も増加した．粒子挙動を観察すると，せん断速度 4000 s^{-1} ではせん断力に対して凝集力が十分大きく凝集体は破壊されずにせん断流れに合わせて傾くだけであった．せん断速度 40000 s^{-1} では，鎖状構造は

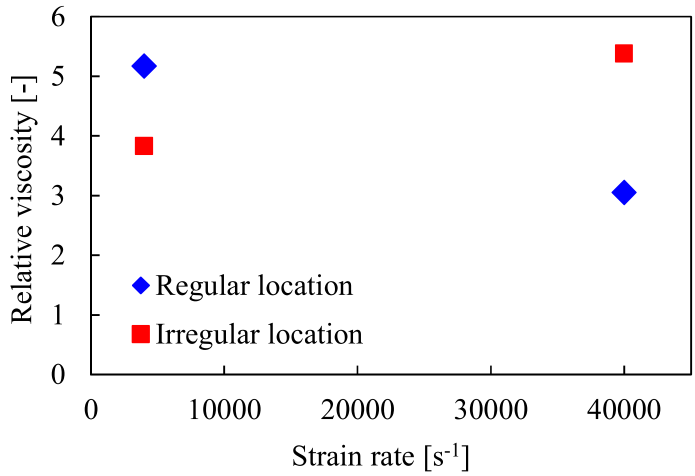


Fig. 4.13 Effect of the initial location of chain structure on the relationship between relative viscosity and strain rate (cohesion force = 0.262 nN)

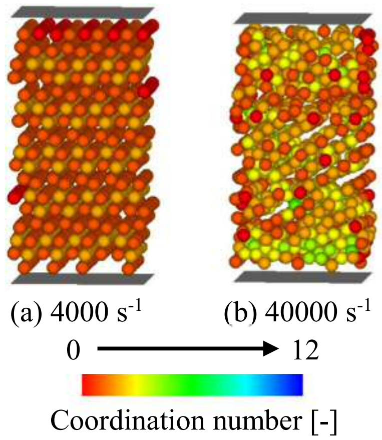


Fig. 4.14 Particle behavior of chain structure aggregate in irregular location

破壊されたが，代わりに塊状の凝集体を形成していることがわかる．このため，せん断速度が大きいにも関わらず流動性は低下し，スラリーの相対粘度は増加したと考えられる．

次に，Fig. 4.9(b)に示す 4 個の粒子から形成される塊状の凝集体について，凝集力を変化させてシミュレーションを行った．シミュレーション結果より得られたせん断速度と相対粘度の関係を **Fig. 4.15** に示す．せん断速度の増加にともない，凝集力 0.262，0.655nN では相対粘度は減少したが，凝集力 2.62 nN になると相対粘度は増加した．これは irregular 配置の鎖状構造のときと同様で，凝集体の再編成により流動性が低下したためと考えられる．そこで，凝集力 2.62 nN のときの各せん断速度における粒子配位数を **Fig. 4.16** に示す．せん断速度が大きくなると配位数のピークが配位数の多い方へシフトした．このことからも，せん断速度が大きくなると，より大きな凝集体を形成していることがわかる．

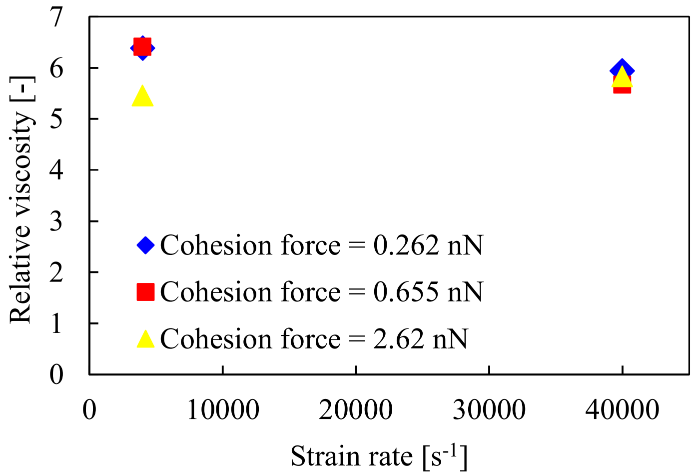


Fig. 4.15 Relationship between relative viscosity and strain rate for block structure aggregate

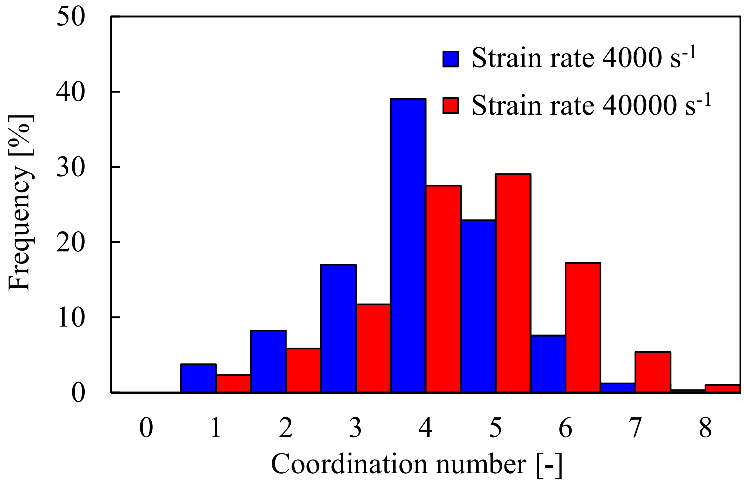
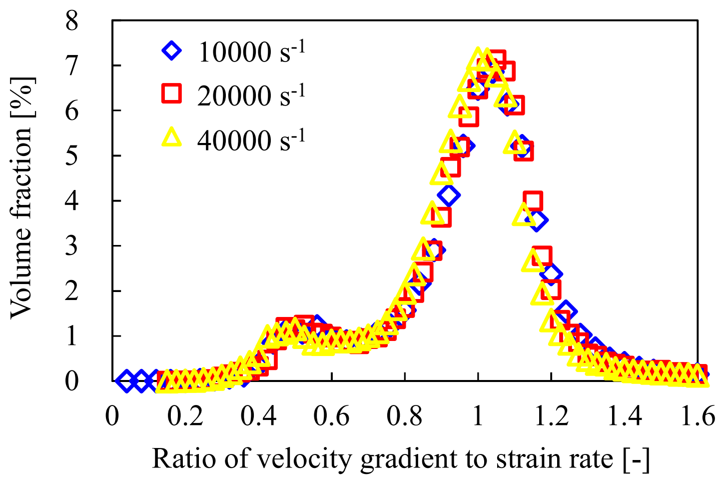


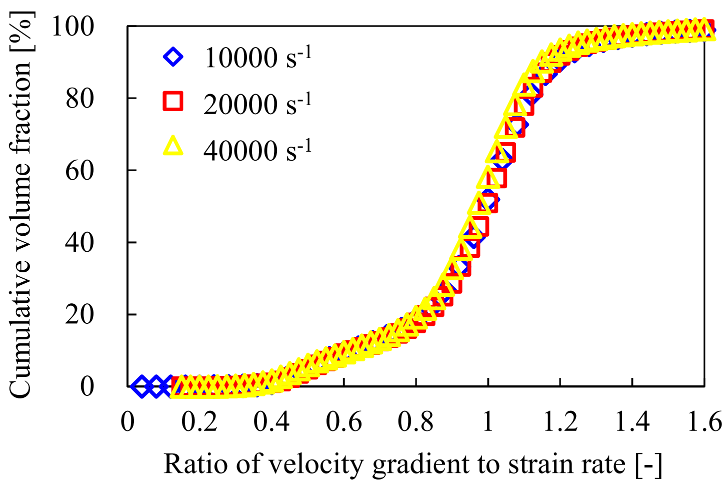
Fig. 4.16 Effect of strain rate on distribution of coordination number in block structure aggregate (cohesion force = 2.62 nN)

粒子凝集・分散状態とスラリー粘度の関係を振り返ると，Figs. 4.5, 4.10, 4.15 から，ζ電位により制御された分散状態 ＜ 鎖状構造の凝集状態 ＜ 塊状構造の凝集状態 ＜ ζ 電位により制御された凝集状態の順に相対粘度は大きくなっており，粘度が大きくなる原因として，凝集体による流動の妨げが確認された．流動の妨げは，凝集体内部もしくは近傍に存在する不動水によるものと考えられる．この不動水が流動性に及ぼす影響を明らかにするために，不動水を見かけ上の固体とみなし，見かけの固体濃度と流動性の関係を調べた．固体領域では速度勾配（$\partial \boldsymbol{u}/\partial z$）が小さくなることに着目し，流体においても速度勾配がある閾値より小さくなる領域を見かけ上の固体と考えた．

速度勾配の閾値を決定するために，粒子が分散状態にあるスラリーについて検討した．低濃度で粒子が分散状態にある場合，粒子同士の接触がほとんど起こらず，不動水は生じないため，粒子濃度と見かけの固体濃度は等しくなると考えられる．そこで，粒子濃度 5 vol%，分散条件のスラリーについてシミュレーションを実施した．せん断速度は 4000–40000 s^{-1} とした．各せん断速度において算出した速度勾配の分布を **Fig. 4.17** に示す．横軸はせん断速度に対する速度勾配の比（速度勾配比）で，Fig. 4.17(a)は各速度勾配を持つ領域が系全体に占める割合を，Fig. 4.17(b)はその領域割合を積算したものを示している．すべてのせん断速度において同じ位置に 2 つのピークが確認できる．速度勾配比 ＝1 の位置にあるピークは粒子の影響を受けずに流動する流体領域の割合を，速度勾配比 ＝0.5 の位置にあるピークは粒子の影響を最も受ける領域の割合を表していると考えられ，ここでは



(a) Distribution



(b) Cumulative fraction

Fig. 4.17 Distribution of ratio of fluid velocity gradient to strain rate

分散スラリーであるので粒子内部領域の割合を表している．このことは，Fig. 4.17(b)において，速度勾配比が 0.5 以下の領域割合が粒子濃度 5 vol%と一致することからもわかる．

そこで，速度勾配がせん断速度の 2 分の 1 となる領域を見かけ上の固体とみなし，各凝集構造（凝集力 = 2.62 nN）における見かけの固体濃度を算出し，**Table 4.3** にまとめた．Table 4.3 と Figs. 4.5, 4.10, 4.15 から, 見かけの固体濃度と相対粘度に相関があることが認められ，見かけの固体濃度により凝集構造とスラリー粘度の関係を定量的に評価できることがわかった．

Table 4.3 Apparent solid concentration

Shear rate [s^{-1}]	4000	40000
Particle concentration [vol%]	25	
Apparent solid concentration		
-Aggregation condition controlled by zeta potential [vol%]	56.1	40.2
-Chain structure aggregate [vol%]	31.6	31.1
-Block structure aggregate [vol%]	36.3	35.0

4.5　結言

微粒子スラリーの凝集構造とスラリー粘度の関係を明らかにするため，せん断流れ場におけるスラリー挙動シミュレーションを構築した．完全分散スラリーにおいて，シミュレーションから得られたスラリー粘度は実験結果および過去に提案された粘度式の推算値とよく一致した．

凝集条件のスラリーでは，分散条件に比べて粘度は高くなったが，せん断速度の増加にともない凝集体が崩壊するため，粘度は低下した（Shear-thinning）．この凝集構造の変化にともなう粘度変化は，粒子により流動が妨げられる流体領域，すなわち不動水の存在によるものと考えられ，この不動水を固体とみなした見かけの固体濃度を定量的に算出した．低濃度の完全分散スラリーにおいて，見かけの固体濃度は粒子濃度と等しくなると考え，これらが一致した速度勾配がせん断速度の 2 分の 1 以下となる領域を見かけの固体と定義した．ζ 電位により制御した凝集体や，予め初期配置した鎖状，塊状の凝集体をもつスラリーのシミュレーション結果について見かけの固体濃度を算出すると，それぞれの凝集構造は同じ粒子濃度でも異なる見かけの固体濃度を示し，かつスラリー粘度との間に相関が見られた．以上より，スラリー粒子濃度に対する見かけの固体濃度の違いから凝集構造とスラリー粘度の関係を定量的に評価することが可能であり，スラリー粘度からろ過プロセスの設計において重要となる凝集構造やろ過挙動を予測する有用な知見を得ることができる．

Nomenclature

A_H	= Hamaker constant	[J]
$\boldsymbol{a}_{ij}$	= unit normal vector from i to j particle center	[-]
c	= elementary electric charge	[C]
d_p	= particle diameter	[m]
$\boldsymbol{F}_{ele}$	= electrostatic force	[N]
$\boldsymbol{F}_{van}$	= van der Waals force	[N]
$\boldsymbol{f}_p$	= interaction between particle and fluid	[m/s^2]
$\boldsymbol{g}$	= gravity acceleration	[m/s^2]
I_p	= moment of inertia for particle	[kg·m^2]
k	= Boltzmann constant	[-]
L	= center distance between two particles	[m]
m_p	= mass of particle	[mm]
p	= pressure	[-]
$\boldsymbol{R}_p$	= torque derived from contact between particles	[N·m]
r_p	= radius of particle	[m]
S_w	= surface area of wall	[m^2]
T	= temperature	[K]
$\boldsymbol{T}_p$	= translational force derived from contact between particles	[N]
t	= time	[s]
$\boldsymbol{u}$	= fluid velocity defined by Eq. (4.7)	[m/s]
$\boldsymbol{u}_f$	= fluid velocity	[m/s]
$\boldsymbol{u}_p$	= particle velocity	[m/s]
$\boldsymbol{u}_{p,in}$	= particle velocity inside the fluid cell	[m/s]
V_p	= volume of wall	[m^3]
V_p	= volume of a particle	[m^3]
z_e	= valence of electrolyte ion	[-]
α	= volume fraction in fluid cell	[-]
Δt	= discrete time	[s]
δ_w	= distance between upper wall and bottom wall	[m]
ε_f	= porosity	[-]

φ	= volume fraction in slurry	[-]
η_a	= apparent viscosity	[Pa·s]
η_r	= relative viscosity	[-]
κ_e	= inverse of Debye length	[1/m]
μ_f	= fluid viscosity	[Pa·s]
ρ_∞	= number density of electrolyte ions	[1/m^3]
ρ_f	= fluid density	[kg/m^3]
ρ_p	= particle density	[kg/m^3]
τ_w	= shear stress at wall	[Pa]
$\boldsymbol{\omega}_p$	= angular velocity	[rad/s]
ζ_0	= zeta potential	[mV]

Literature cited

1) 粉体工学会; 粉体シミュレーション入門, 産業図書. pp. 29–44 (1998)
2) Cundall, P.A. and O. D. L. Strack; "A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies," *Geotechnique*, **29**, 1, 47–65 (1979)
3) Kajishima, T., S. Takiguchi, H. Hamasaki and Y. Miyake; "Turbulence Structure of Particle-Laden Flow in a Vertical Plane Channel Due to Vortex Shedding," *JSME. Int. J.*, Ser. B, **44**, 4, 526–535 (2001)
4) 梶島 岳夫; 乱流の数値シミュレーション, pp. 52–70, 149, 養賢堂 (1999)
5) 松本孝芳; 分散系のレオロジー, 高分子刊行会, pp. 112–120 (2000)
6) Russel, W. B.; "Review of the Role of Colloidal Forces in the Rheology of Suspension," *J. Reology*, **24**, 287–317 (1980)
7) 森芳朗, 乙竹直; "懸濁液の粘度について," *化学工学*, **20**, 488–493 (1956)

第 5 章　DEM-CFD 連成シミュレーションによるケークろ過特性の予測

5.1　緒言

第 1 章で述べた通り，微粒子スラリーのろ過はろ過抵抗が飛躍的に大きくなってしまうため，如何にろ過抵抗を低減し，優れた処理能力を引き出すことができるかがこれまで以上に重要になる．特にケークろ過においては，ろ過抵抗のうちケーク抵抗の占める割合が大きく，抵抗の小さいケークを作製するためにはケーク形成挙動を明らかにし，ケーク構造からケーク抵抗を高精度に予測する必要がある．しかしながら，微粒子スラリーのろ過では静電気力や van der Waals 力といった粒子間相互作用力により粒子の凝集・分散状態が複雑に変化し，そのろ過挙動を実験により調べることは非常に困難である．

そこで本研究では，ケークろ過シミュレーションを構築することで，微粒子スラリーのろ過挙動を微視的に観測した．ζ 電位により粒子の凝集・分散状態を制御した微粒子のケークろ過シミュレーションを実施し，ケーク形成挙動やケーク内部の流れを調べることで，粒子の凝集・分散状態がケークろ過特性に及ぼす影響を明らかにした．

5.2　ケークろ過シミュレーション

本シミュレーションでは，Tsuji *et al.*によって提案され[1]，混相流解析に広く用いられるようになった離散要素法（DEM）による粒子計算と数値流体力学（CFD）の格子法において局所平均化された連続の式と Navier-Stokes 方程式を解く流体計算を連成させたシミュレーション法を基本とした[2]．本手法では粒子に対して流体セルを十分大きく取り，粒子ー流体間相互作用にモデル式を用いることで，第 4 章の DEM-DNS 連成法に比べて計算コストを削減することができる．粒子ー流体挙動を正確にシミュレートする点ではモデル式を用いない DEM-DNS 連成法の方が望ましいが，微粒子スラリーのケークろ過を解析するためにはろ過時間や粒子数を十分に取らなければならず，DEM-DNS 連成法では計算コストが莫大になってしまう．また，低 Re 数下におけるろ過ケークの形成挙動やケーク内部流れを見る上では，粒子一つ一つの挙動の正確さをそこまで追求する必要は無く，ケークろ過を解析するための十分な時間，粒子数を取り扱える本手法を採用した．

粒子計算において，個々の粒子の並進方向，回転方向の運動方程式は次式で与えられる．

$$\frac{\partial\left(m_{\mathrm{p}}\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}\right)}{\partial t}=\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}}-V_{\mathrm{p}}\rho_{\mathrm{f}}\boldsymbol{g}+m_{\mathrm{p}}\boldsymbol{g}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{D},i}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{van}}+\boldsymbol{F}_{\mathrm{ele}}+F_{\mathrm{B}} \tag{5.1}$$

$$\frac{\partial\left(I_{\mathrm{p}}\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}}\right)}{\partial t}=\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}} \tag{5.2}$$

ここで，t は時間，m_{p} は粒子質量，$\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}$ は粒子速度，ρ_{p} は粒子密度，ρ_{f} は流体密度，$\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}}$ は粒子の並進力，V_{p} は粒子体積，$\boldsymbol{g}$ は重力加速度，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}}$ は粒子の回転力，I_{p} は粒子回転モーメント，$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{p}}$ は粒子の角速度である．粒子間接触力である並進力 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}}$，回転力 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}}$ は Voigt Model により計算した．$\boldsymbol{F}_{\mathrm{D},i}$ は流体から受ける抵抗力であり，Kawaguchi *et al.*の提案した流体抵抗モデルを採用した[3]．すなわち，流体セル中の空隙率に応じて Ergun の式と Wen-Yu の式を使い分けた．

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{D},i}=\frac{\beta V_{\mathrm{p},i}}{1-\varepsilon_{\mathrm{f}}}\left(\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{u}_{\mathrm{p},i}\right) \tag{5.3}$$

$$\beta=\begin{cases}\dfrac{\left(1-\varepsilon_{\mathrm{f}}\right)}{d_{\mathrm{p}}\varepsilon_{\mathrm{f}}^{2}}\left[150\dfrac{\left(1-\varepsilon_{\mathrm{f}}\right)\mu_{\mathrm{f}}}{d_{\mathrm{p}}}+1.75\rho_{\mathrm{f}}\varepsilon_{\mathrm{f}}\left|\overline{\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}}-\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}\right|\right] & \left(\varepsilon_{\mathrm{f}}\le 0.8\right)\\[2ex] \dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{\rho_{\mathrm{f}}\left|\overline{\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}}-\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}\right|\left(1-\varepsilon_{\mathrm{f}}\right)}{d_{\mathrm{p}}}C_{\mathrm{D}}\varepsilon_{\mathrm{f}}^{-2.7} & \left(\varepsilon_{\mathrm{f}}>0.8\right)\end{cases} \tag{5.4}$$

ここで，ε_{f} は空隙率，$\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}$ は流体速度，μ_{f} は流体粘度，d_{p} は粒子径である．C_{D} は抗力係数であり，レイノルズ数 Re を用いて次式で与えられる．

$$C_{\mathrm{D}} = \begin{cases} 24\left(1+0.15Re^{0.687}\right)\big/Re & \left(Re \le 1000\right) \\ 0.44 & \left(Re > 1000\right) \end{cases} \tag{5.5}$$

$$Re = \frac{\left|\overline{\boldsymbol{u}_{\mathrm{p}}} - \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}\right| \varepsilon_{\mathrm{f}} \rho_{\mathrm{f}} d_{\mathrm{p}}}{\mu_{\mathrm{f}}} \tag{5.6}$$

$\boldsymbol{F}_{\mathrm{van}}$，$\boldsymbol{F}_{\mathrm{ele}}$，$F_{\mathrm{B}}$ はそれぞれ van der Waals 力，電気二重層斥力，ブラウン揺動力であり，特に微粒子になると液体中でこれらの作用力が粒子挙動に強く影響を及ぼすため，運動方程式に考慮した．

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{van}} = \frac{A_{\mathrm{H}} r_{\mathrm{p}}}{12\left(L - 2r_{\mathrm{p}}\right)^2} \boldsymbol{a}_{ij} \tag{5.7}$$

$$\boldsymbol{F}_{\mathrm{ele}} = \frac{64\pi k T r_{\mathrm{p}} \rho_{\infty} \left\{\tanh\left(\dfrac{z_{\mathrm{e}} c \varsigma_0}{4kT}\right)\right\}^2 \exp\left\{-\kappa_{\mathrm{e}}\left(L - 2r_{\mathrm{p}}\right)\right\}}{\kappa_{\mathrm{e}} \boldsymbol{a}_{ij}} \tag{5.8}$$

$$F_{\mathrm{B}} = \sqrt{\frac{12\pi r_{\mathrm{p}} k T}{\Delta t}} \tag{5.9}$$

ここで，A_{H} はハマーカー定数，L は粒子中心間距離，r_{p} は粒子半径，ζ_0 は温度 T でのゼータ電位，ρ_{∞}はバルクにおける価数 z_{e} のイオン数密度，κ_{e} はデバイ長さの逆数，k はボルツマン定数，c は電気素量である．van der Waals 引力は粒子同士が接触すると無限大に発散するため，粒子表面間距離に閾値を設け，閾値を超えて接近した場合は閾値における力を与えるものとした（閾値 = 0.3 nm）．

流体計算では，次に示す局所平均化された連続の式と Navier-Stokes 式を基礎方程式として解いた．計算格子にはスタガード格子を採用した．

$$\frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{f}}}{\partial t} + \nabla \cdot \varepsilon_{\mathrm{f}} \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} = 0 \tag{5.10}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{\mathrm{f}} \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\varepsilon_{\mathrm{f}} \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}\right) = \varepsilon_{\mathrm{f}} \left(-\frac{1}{\rho_{\mathrm{f}}} \nabla p + \frac{\mu_{\mathrm{f}}}{\rho_{\mathrm{f}}} \nabla^2 \boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{g} + \boldsymbol{f}_{\mathrm{p}}\right) \tag{5.11}$$

ここで，p は圧力，$\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}}$ は粒子－流体間相互作用である．粒子－流体間相互作用 $\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}}$ は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}} = -\frac{1}{\rho_{\mathrm{f}} V_{\mathrm{cell}}} \sum_i \boldsymbol{F}_{\mathrm{D},i} \tag{5.12}$$

Navier-Stokes 式のうち，空間に関する項は 2 次精度の中心差分で，時間に関する項は 2 次精度の Adams-Bashforth 法によって解いた．圧力は Poisson 方程式にマルチグリッド法を適用した Red-Black SOR 法を用いて解いた [4), 5)]．

Fig. 5.1 にろ過シミュレーションの計算系を示す．直方体の計算領域の中に，所定量の粒子を配置し，計算領域上部に一定のろ過圧力を与え，定圧ろ過をシミュレートした．z 方向を主流方向とし，上面を入口，下面を出口とした．x, y 方向側面は周期境界とした．ろ材には粒子は通過させず，流体は通過させる仮想ろ材領域（厚み = 流体セルサイズ Δ，設置位置 $z = 3\Delta$）を設置した．仮想ろ材の流体抵抗は後述する実験により求め，次のように与えた．

$$\Delta P_{\mathrm{m}} = 2210.5 u_{\mathrm{out}}^{2} + 27.962 u_{\mathrm{out}} \tag{5.13}$$

ここで，ΔP_{m} は流体が仮想ろ材を通過するときの圧力損失，u_{out} は出口流速（=ろ過速度）である．シミュレーション条件詳細を **Table 5.1** に示す．粒子，流体条件は後述する実験に合わせた．

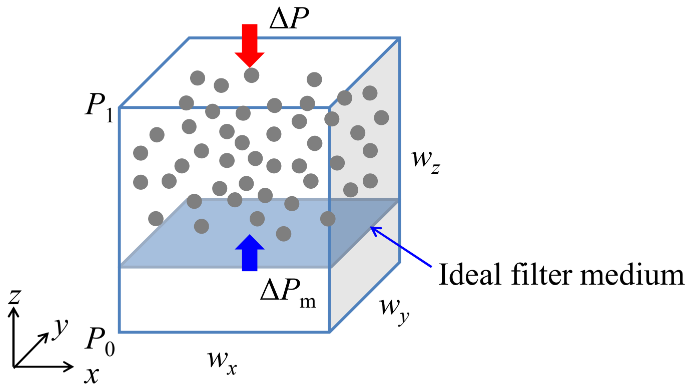


Fig. 5.1　Filtration simulation system

定圧ろ過シミュレーションの計算手順は次の通りである．また，凝集条件，分散条件それぞれのろ過シミュレーションの進行の様子を **Figs. 5.2** と **5.3** に示した．

1) 流体計算，粒子計算をそれぞれ独立に行い，流体計算では粒子が無い状態での流れの安定化，粒子計算ではろ過をする前の粒子の凝集・分散状態の制御を行う（Figs. 5.2(b) と 5.3(b)）．
2) 流体計算では，まずろ過圧力 ΔP と内圧 P_1(入口圧力 P_1－出口圧力 P_0)がバランスするように入口流速 u_{in} を決定する．

Table 5.1 Simulation and experimental conditions

	Mono-disp. silica slurry		Poly-disp. silica slurry	
Discrete time [s] (for simulation)	0.5×10^{-9}			
Filtration pressure [Pa]	0.2×10^{6}			
Temperature [℃]	20			
Fluid	Water			
-Density [kg/m^3]	1000			
-Viscosity [Pa・s]	0.001			
Particle	Mono-dispersed silica		Poly-dispersed silica	
-Diameter [μm] (for simulation)	0.5, 0.6, 0.7		0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0	
-Average diameter (50% dia.) [μm]	0.513		0.462	
-Geometric standard deviation [-]	1.09		1.56	
-Density [kg/m^3]	2000		2200	
-Young's modulus [Pa] (for simulation)	1×10^{8}		1×10^{8}	
-Poisson ratio [-] (for simulation)	0.2		0.2	
Slurry condition				
-Solid concentration [vol%]	5			
-Weight [kg] (for experiment)	0.2			
-Restitution coeff. [-] (for simulation)	0.01			
-Hamaker constant [J] (for simulation)	1.42×10^{-20}			
-Dispersion state	Aggregation	Dispersion	Aggregation	Dispersion
-Zeta potential [mV]	-1	-30	-1	-30
-pH [-]	2	8	2	11
System size, $w_x \times w_y \times w_z$ [μm] (for simulation)	15×15×120			
Number of fluid cells, $n_x \times n_y \times n_z$ [-] (for simulation)	8×8×64 (Fluid cell size, Δ=1.875 μm)			

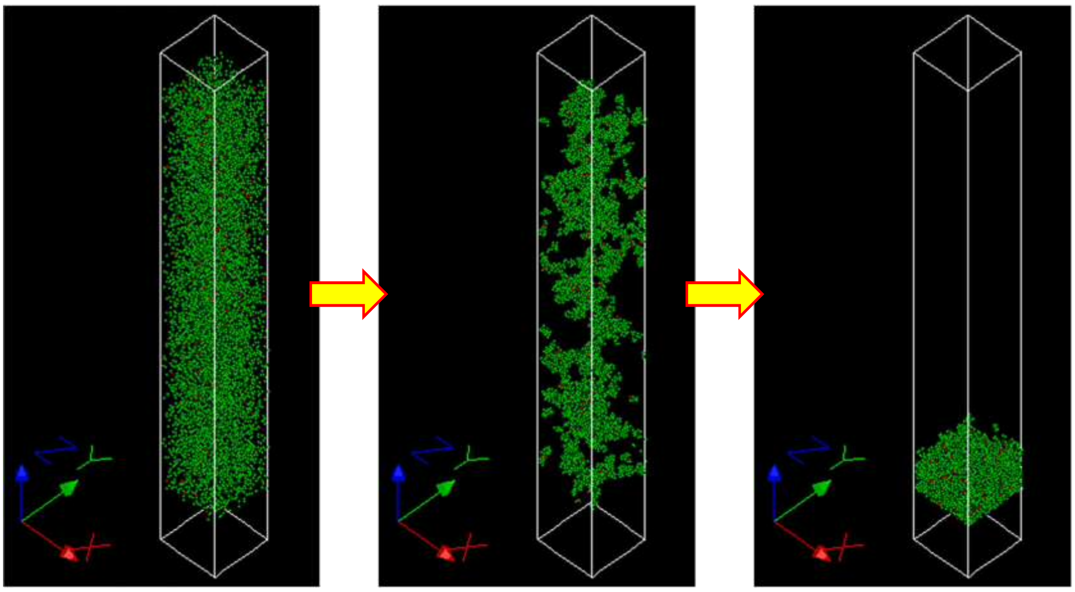
$$u_{\mathrm{p}}^{\;t+1} = u_{\mathrm{p}}^{\;t} + \left(\frac{P_{\mathrm{I}}}{\Delta P} - 1 \right) g_{\mathrm{a}} \Delta t \tag{5.14}$$

ここで，g_{a} は収束に関する係数である．

3) 出口流速 u_{out}＝入口流速 u_{in} を境界条件とし，Eq. (5.13)で求めた仮想ろ材の抵抗力を考慮して流体計算を実施する．仮想ろ材の抵抗力により Eq. (5.14)における内圧や流速が更新されるので，流速が収束するまで更新を繰り返す．
4) 流れの安定化，粒子の初期配置が終了後，それらを初期条件としてろ過を開始する．
5) まず，粒子計算を実施する．
6) 次に，手順 2)と 3)に粒子の抗力も考慮して流体計算を実施する．仮想ろ材の抵抗力や粒子の抗力による境界条件の更新を繰り返し，計算を収束させる．

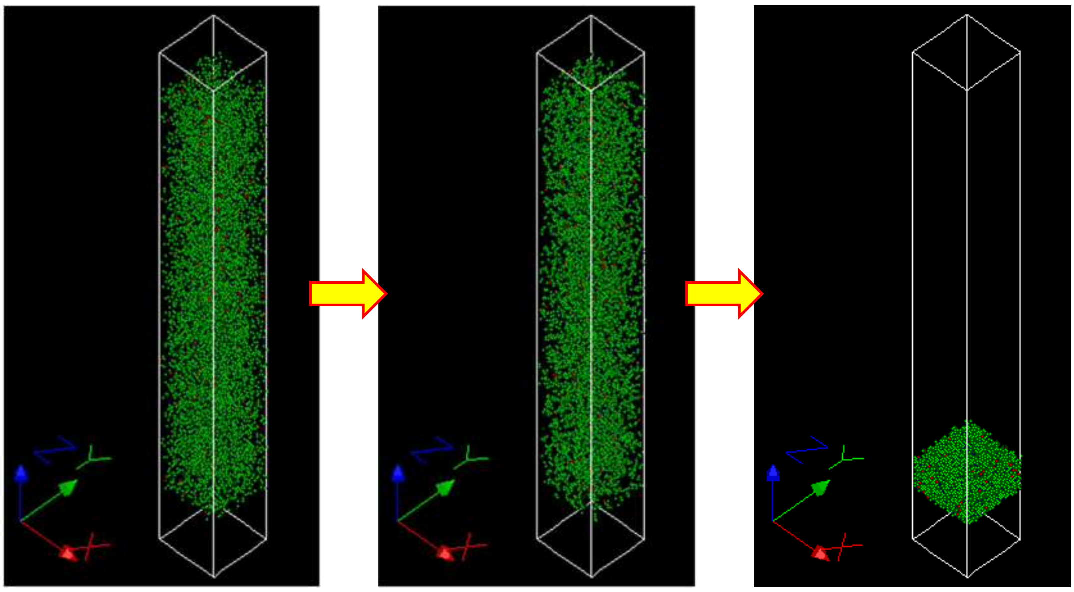
7) 計算が収束すれば，ろ過時間を進行させ，手順 5)と 6)を繰り返すことでろ過を進行させる．

8) ケーク層の形成が終わり，出口流速も変化しなくなったところで計算を終了する（Figs. 5.2(c)と 5.3(c)）.



(a) Initial arrangement (b) Aggregation process (c) Filtration process

Fig. 5.2 Procedure of cake filtration simulation (aggregation condition)



(a) Initial arrangement (b) Dispersion process (c) Filtration process

Fig. 5.3 Procedure of cake filtration simulation (dispersion condition)

5.3　定圧ろ過実験

シミュレーションの妥当性を検証するため，ろ過実験を行なった．**Fig. 5.4** に実験装置の概略を示す．公称粒子径 0.5 μm の単分散シリカ粒子（日本触媒，シーホスター），または多分散シリカ（アドマテックス，アドマファイン）を蒸留水に分散させ，5 vol%微粒子スラリー200 g を作製した．単分散シリカ，多分散シリカの粒子径分布は **Fig. 5.5** の通りであり，FE-SEM（HITACHI 製，S-4300）を用いて SEM 画像を撮影し，画像処理によって粒子径を測定した．Fig. 5.5 には，ケークろ過シミュレーションに用いた粒子の粒子径分布も示した．スラリーの凝集・分散状態を制御するために，水酸化カリウム水溶液または塩酸を用いて ζ 電位を調整した（凝集条件：-1 mV，分散条件：-30 mV）．作製したスラリーを加圧ろ過装置（アドバンテック東洋，TSU-90B）を用いて定圧ろ過し，ろ液量の経時変化を測定した．ろ材にはメンブレンフィルター（公称孔径：0.2 μm，アドバンテック東洋）を用いた．ろ過圧力は 0.2 MPa とした．ろ過実験の条件を Table 5.1 に併記した．

ろ過により得られたケークの湿潤質量と乾燥質量を測定し，ケークの湿乾比 m と空隙率 ε_f を求めた．また，同装置を用いてろ材に蒸留水のみを透過させ，シミュレーションに用いる仮想ろ材の圧力損失と流速の関係を調べた（**Fig. 5.6**）．圧力損失と流速の近似式は，前述の Eq. (5.13)の通りである．Fig. 5.6 には，粒子が無い状態でのろ過シミュレーション結果も示した．シミュレーション結果と実験結果はよく一致した．

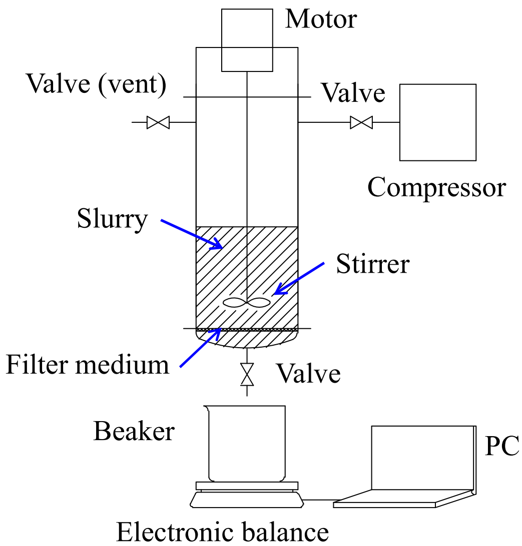
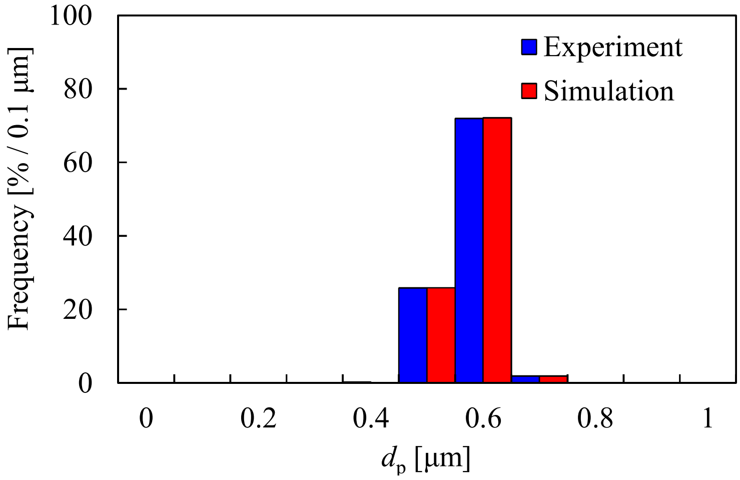
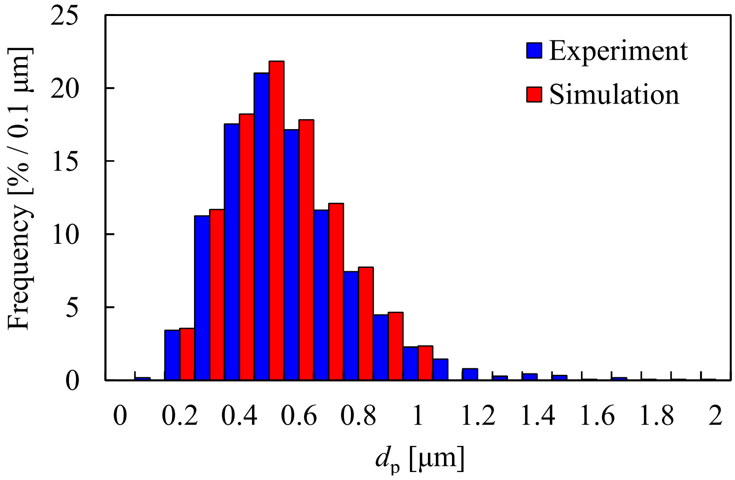


Fig. 5.4　Schematic of the experimental equipment



(a) Mono-dispersed silica



(b) Poly-dispersed silica

Fig. 5.5 Particle size distribution in the simulation and experiment

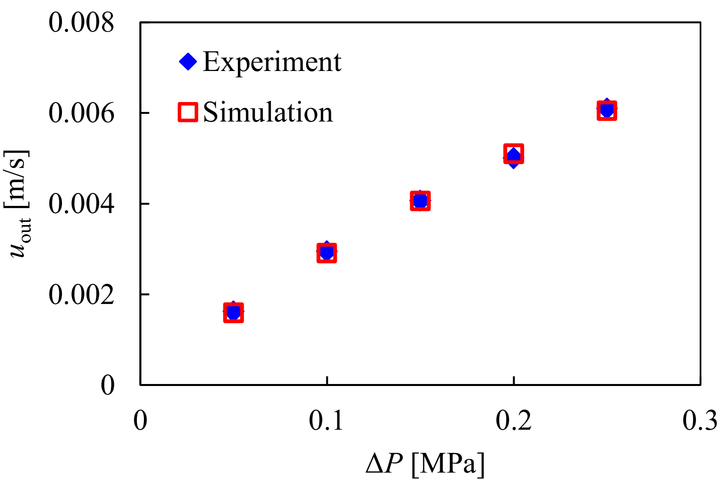


Fig. 5.6 Relationship between filtration pressure and outlet flow velocity for the case of only water passing through filter medium

5.4　結果および考察

5.4.1　シミュレーションの信頼性

シミュレーション結果と実験結果を比較し，本シミュレーションの妥当性を検証した．**Table 5.2** に，シミュレーション，実験それぞれから得られた平均ケーク比抵抗とケークの空隙率を示す．平均ケーク比抵抗は，シミュレーション結果については次式により，実験結果については Ruth プロット 6)によりそれぞれ求めた．

$$u_{\mathrm{out}} = \frac{\Delta P_{\mathrm{c}}}{\mu_{\mathrm{f}} \alpha_{\mathrm{av}} w_{\mathrm{c}}} \tag{5.15}$$

ここで，ΔP_{c} はケークにおける圧力損失，α_{av} は平均ケーク比抵抗，w_{c} は単位ろ過面積あたりのケーク質量である．また，シミュレーション結果において，流体セル中の粒子があまりに少ないとケーク抵抗としてほとんど作用しないと考えられるため，空隙率が 0.75 以下の流体セルをケークとみなし，平均空隙率を算出した．

各粒子条件における平均ケーク比抵抗や平均空隙率について，シミュレーション結果と実験結果はよく一致しており，本シミュレーションの妥当性が確認された．ただし，特に多分散シリカの平均ケーク比抵抗について，シミュレーション結果と実験結果に少し乖離が見られた．これは，シミュレーションにおいて粒子が流体から受ける力を Ergun の式や Wen-Yu の式により計算したが，これらは様々な粒子，流体条件から得られた平均的な流体抵抗力であり，粒子径や粒子径分布によっては抵抗を再現しきれないためと考えられる．シミュレーションの精度をより高くするためには，ろ過に特化した流体抵抗力計算モデルが必要となり，今後の課題である．

Table 5.2　Comparison of simulation and experimental results for the average specific resistance of cake and porosity in the cake

		α_{av} [m/kg]		$\varepsilon_{\mathrm{av}}$ [-]	
		Simulation	Experiment	Simulation	Experiment
Mono-disp. silica	Aggregation	2.18×10^{12}	3.41×10^{12}	0.415	0.569
	Dispersion	2.58×10^{12}	5.24×10^{12}	0.363	0.388
Poly-disp. silica	Aggregation	2.93×10^{12}	8.88×10^{12}	0.397	0.403
	Dispersion	3.20×10^{12}	10.1×10^{12}	0.367	0.375

5.4.2 ケーク形成過程におけるろ過特性の変化

Fig. 5.7 に，各粒子条件におけるろ過速度の経時変化を示す．粒子が分散状態の場合は，単分散シリカスラリー，多分散シリカスラリーどちらの場合もある程度ケークが形成されたと思われる段階（$t \simeq 0.004$ s）から，ろ過速度はなだらかに低下した．一方，粒子が凝集状態の場合は，分散状態のときと比べてろ過速度が低下し始める時点が遅く（$t \simeq 0.008$ s），ろ過速度は階段状に低下した．

ろ過の初期段階において，分散条件では粒子はろ材上を全体的に覆うように積層されていくが，塊状である粒子凝集体はろ材上を部分的に覆うように積層される．流体は粒子が積層されていない，もしくは積層の薄い箇所を選択的に透過するため，凝集条件ではある程度粒子が積層されないとろ過速度を低下させる抵抗体にはならないと考えられる．また，単分散シリカスラリーよりも多分散シリカスラリーの方がろ過速度が低い．これは，多分散シリカの方が微小な粒子が存在しており，粒子間隙を埋めることで単分散シリカよりも密なケークを形成しているためと考えられる．Table 5.2 のろ過終了時のケークの空隙率も多分散シリカの方が低くなっている．

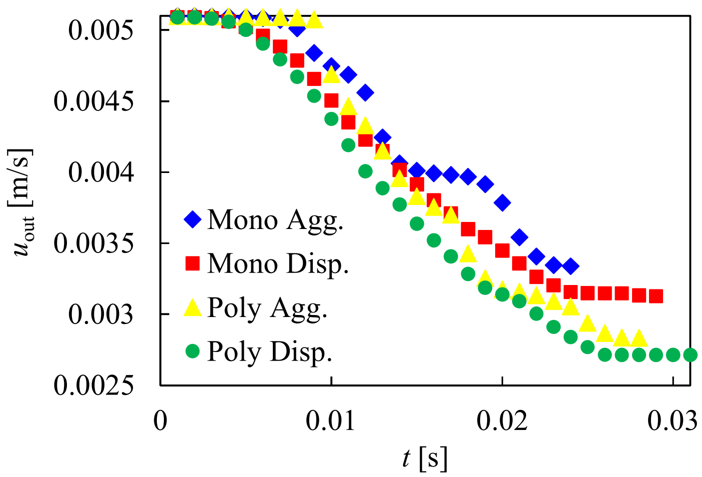
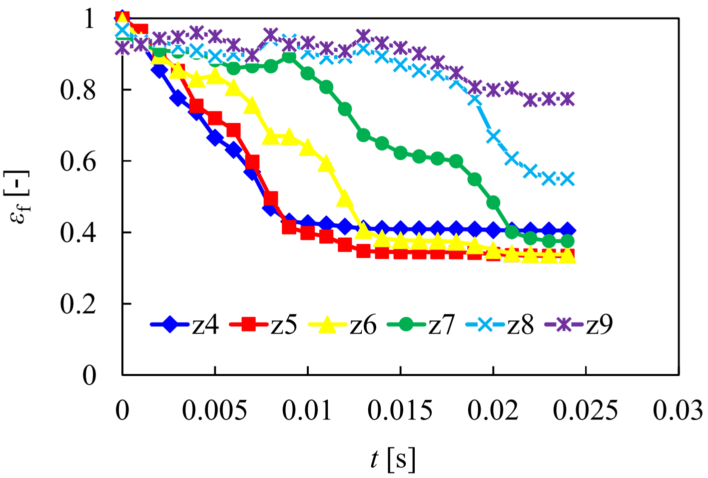
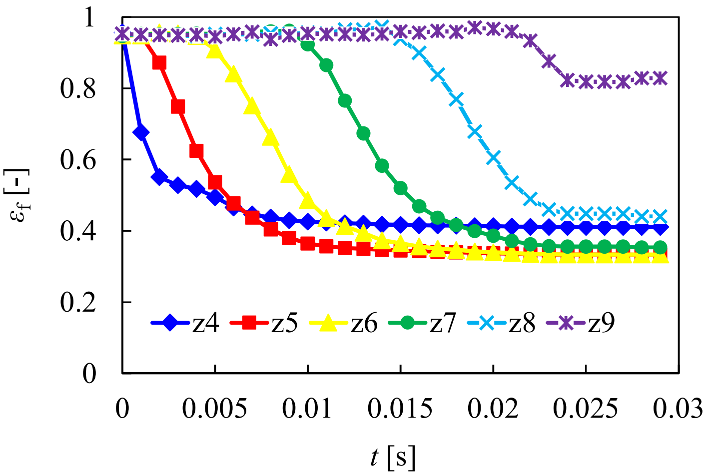


Fig. 5.7 Outlet flow velocity (filtration rate) variation with time (Mono: Mono-dispersed silica slurry, Poly: Poly-dispersed silica slurry, Agg.: Aggregation condition, Disp.: Dispersion condition)

次に，ろ過の進行にともなうケーク形成挙動を調べるため，ろ材上の空隙率の経時変化を調べた．シミュレーション領域の高さ方向について，流体セル 1 つ分を 1 層分として，下から z1 層，z2 層，z3 層，…とし，各層における空隙率を求めた．なお，z4 層以上がろ材より上の領域である．単分散シリカスラリーの凝集・分散条件における空隙率の経時変



(a) Aggregation

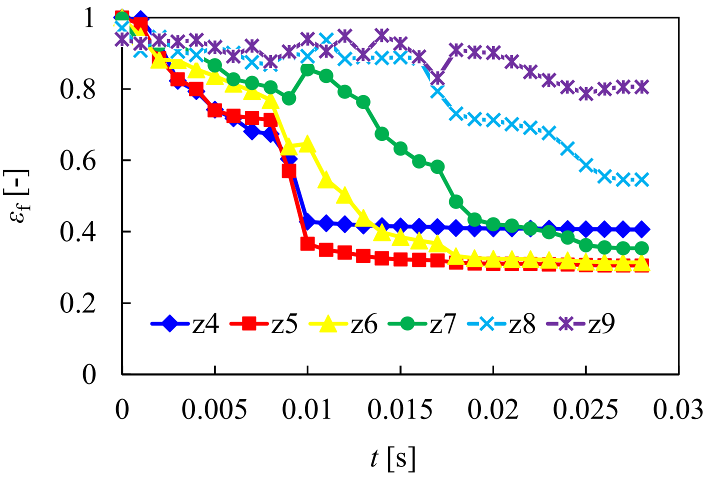


(b) Dispersion

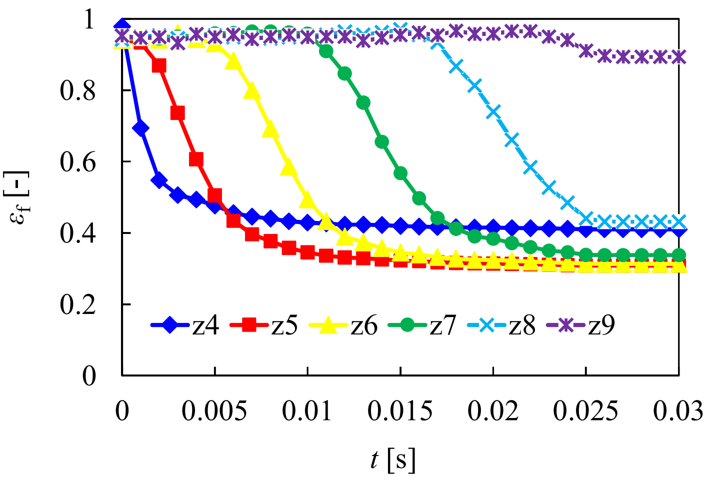
Fig. 5.8 Porosity variation above the filter medium with time in mono-dispersed silica slurry

化を **Fig. 5.8** に示す．Fig. 5.8(b)から，分散条件では下の層から逐次的に空隙率が小さくなっており，また各層で変化の傾きもほとんど同じであることから，ケーク形成が単調であることがわかる．一方，Fig. 5.8(a)から，凝集条件では複数層をまたいで空隙率の低下が起きている．これは，凝集体のサイズが 1 層分よりも大きいためである．また，各層の空隙率がステップ状に変化したり，急に小さくなったりしていることから，凝集体の破壊や粒子の再配列が起きていることがわかる．単分散シリカスラリーの凝集条件において，t = 0.015–0.017 s あたりでろ過速度の変化があまり見られなかったが（Fig. 5.7），Fig. 5.8(a)において，ちょうどすべての層で空隙率の変化もあまりないことがわかる．

ろ過終了後の空隙率を見ると，単分散シリカ，多分散シリカどちらのスラリーともケーク最下層である z4 層の空隙率は比較的高く，その上のケーク中腹に当たる z5–z7 層はそれよりも低くなっている．z4 層の空隙率が比較的高くなっているのは，仮想ろ材表面は平板となっており，粒子－平板間では粒子同士が作る隙間よりも大きな隙間ができるためである．凝集条件と分散条件で比較すると，ケーク上層に行くほど凝集条件の方が空隙率は高くなっている．凝集条件でも下層の方では圧縮されて比較的密なケークとなるが，上層ほど圧縮力は弱くなるため，凝集条件の方が疎なケークになったと考えられる．多分散シリカスラリーの凝集・分散条件におけるろ材上の空隙率の経時変化は，単分散シリカスラリーとほとんど同じ傾向であった（**Fig. 5.9**）.



(a) Aggregation



(b) Dispersion

Fig. 5.9 Porosity variation above the filter medium with time in poly-dispersed silica slurry

ここで，Fig. 5.7 で得られたろ過速度の低下開始点における空隙率を Figs. 5.8 と 5.9 にて確認すると，ろ材真上ではすでに空隙率が 0.5，0.6 程度まで下がっていることがわかる．すなわち，ろ材真上を 4，5 割程度粒子が覆っても，前述したように流体は粒子が積層していないところを選択的に透過するため，ケークとしてはほとんど抵抗にならないということが示唆される（現実には少なからず細孔閉塞が起こり，それによる抵抗は生じるので，まったくろ過速度が低下しないわけではない）．これを確かめるため，単分散シリカスラリーの凝集条件において，t = 0.001，0.004，0.008 s におけるろ材真上の空隙率と流れの様子を調べた（**Fig. 5.10**）．空隙率はカラーコンター図で，流れの様子はベクトルで表した．

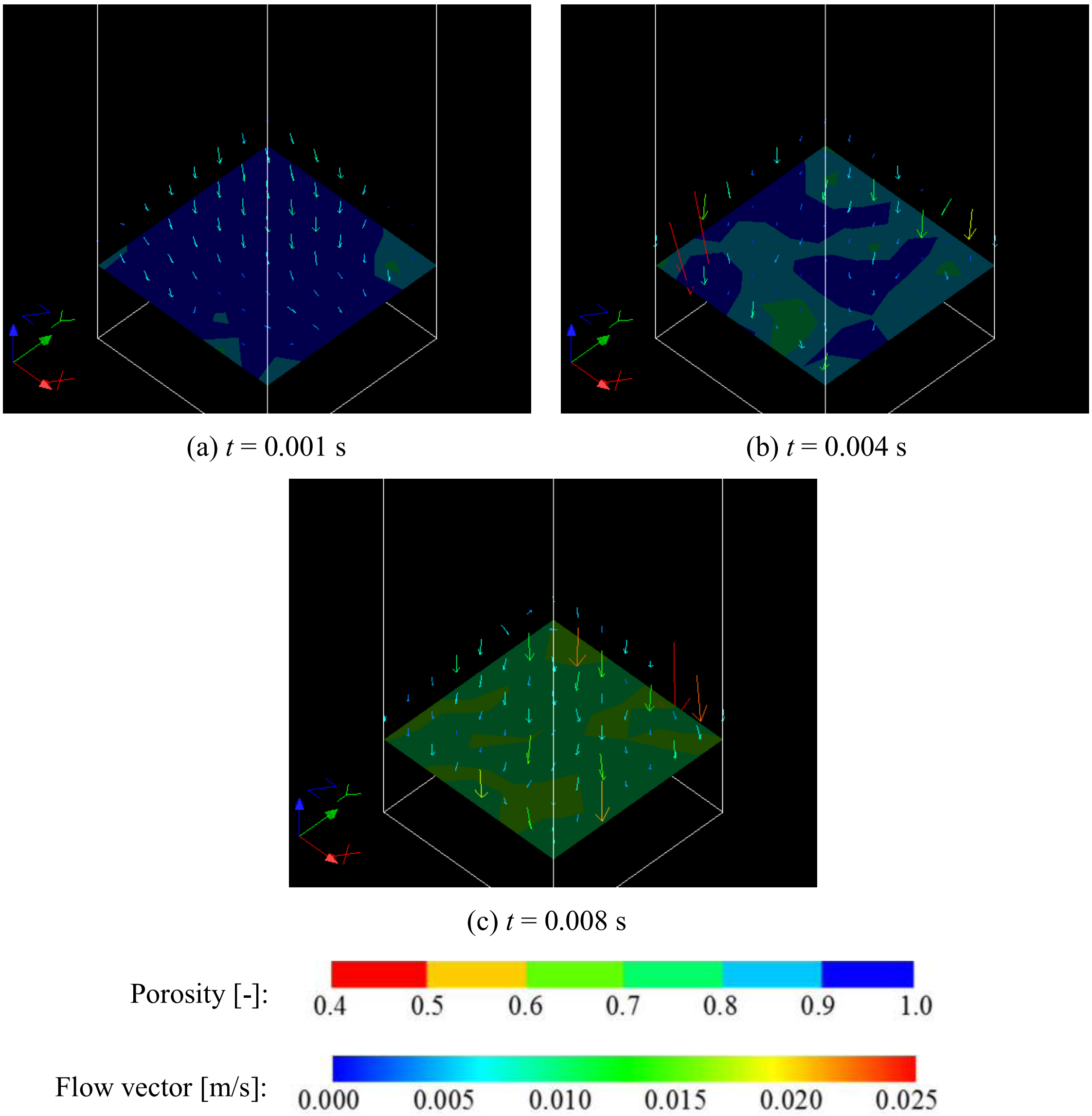
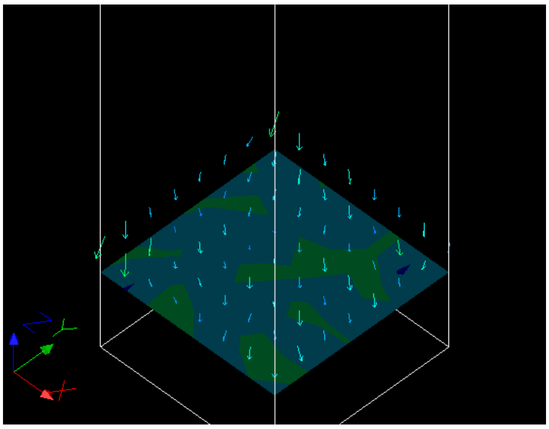
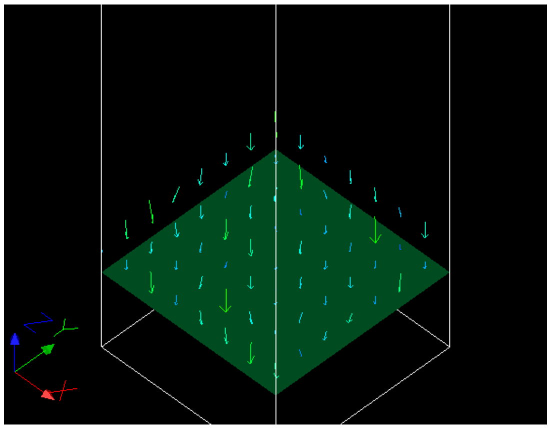


Fig. 5.10 Porosity distribution above the filter medium and flow velocity vector of the flow into the filter medium under aggregation condition

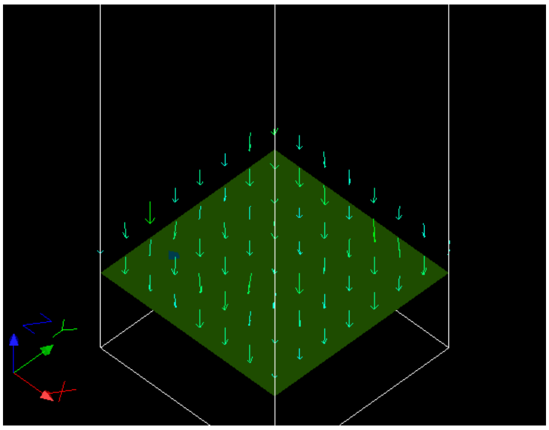
0.004 s までは，塊状の凝集粒子によりろ材真上は部分的に覆われており，それを避けるように流体が透過していることがわかる．ろ過速度の低下が始まった 0.008 s では，ろ材真上の空隙率分布は均され，流れの偏りも小さくなっていることがわかる．次に，単分散シリカスラリーの分散条件について，同じく t = 0.001，0.004，0.008 s におけるろ材真上の空隙率と流れの様子を **Fig. 5.11** に示す．0.001 s では，ろ材真上は粒子によって部分的に覆われており，それを避けるように流体が透過していたが，ろ過速度の低下が始まった 0.004 s 以降では，ろ材真上の空隙率分布は均され，流れの偏りもなくなっていた．



(a) t = 0.001 s



(b) t = 0.004 s



(c) t = 0.008 s

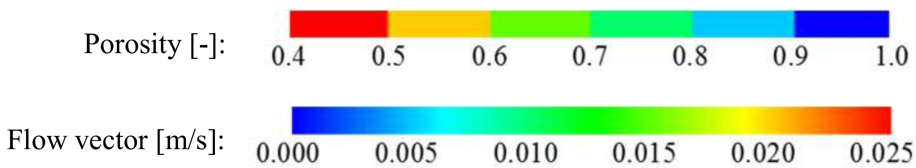


Fig. 5.11 Porosity distribution above the filter medium and flow velocity vector of the flow into the filter medium under dispersion condition

5.4.3　ケーク構造と流体抵抗の関係

シミュレーションでは各流体セルにおいて流体抵抗を計算しているが，シミュレーション結果で得られたケーク全体を一つの粒子充填体と考え，流体抵抗を計算してみた．次式で与えられる Ergun の式[6]によりケークにおける圧力損失 $\Delta P_{\mathrm{c,Ergun}}$ を求め, Eq. (5.15)から平均ケーク比抵抗を算出した．

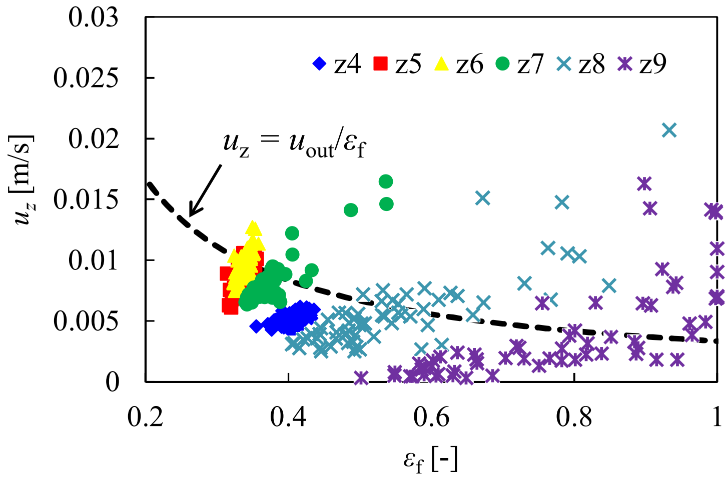
$$\begin{aligned}\frac{\Delta P_{\mathrm{c,Ergun}}}{L_{\mathrm{c}}} &= 150\frac{(1-\varepsilon_{\mathrm{f}})^2}{\varepsilon_{\mathrm{f}}^{3}}\frac{\mu_{\mathrm{f}}u_{\mathrm{out}}}{d_{\mathrm{p}}^{2}} + 1.75\frac{1-\varepsilon_{\mathrm{f}}}{\varepsilon_{\mathrm{f}}^{3}}\frac{\rho_{\mathrm{f}}u_{\mathrm{out}}^{2}}{d_{\mathrm{p}}} \\ &= 150\frac{(1-\varepsilon_{\mathrm{f}})^2}{\varepsilon_{\mathrm{f}}^{3}}\frac{\mu_{\mathrm{f}}u_{\mathrm{out}}}{(6/S_{\mathrm{V}})^2} + 1.75\frac{1-\varepsilon_{\mathrm{f}}}{\varepsilon_{\mathrm{f}}^{3}}\frac{\rho_{\mathrm{f}}u_{\mathrm{out}}^{2}}{6/S_{\mathrm{V}}}\end{aligned} \tag{5.16}$$

ここで，L_{c} はケーク厚み，S_{v} は粒子の比表面積である．L_{c} は単位ろ過面積あたりの粒子の全体積を空隙率で除すことにより求めた．Eqs. (5.16)と(5.15)から計算した平均ケーク比抵抗を **Table 5.3** に示す．Tables 5.2 と 5.3 の平均ケーク比抵抗を比較すると，本計算結果，シミュレーション結果ともにベースとなる流体抵抗計算式は Ergun の式であるにも関わらず，シミュレーション結果に比べ，ケークを一つの粒子充填体とみなした計算の方が平均ケーク比抵抗は小さくなり，実験結果からさらに乖離する結果となった．特に，実験結果やシミュレーション結果では，単分散シリカより多分散シリカの方が平均ケーク比抵抗は大きくなったのに対し，本計算結果では多分散シリカの方が小さくなってしまった．このことから，ケーク内部の微視的な構造の差異がケーク抵抗に強く影響することがわかる．

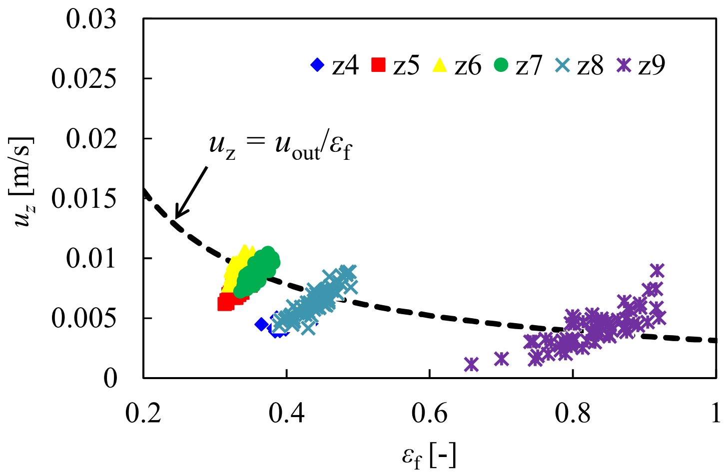
Table 5.3　Average specific resistance of cake calculated from Eqs. (5.16) and (5.15)

	ε_{f} [-]	L_{c} [m]	S_{v} [m^2/m^3]	u_{out} [m/s]	$\Delta P_{\mathrm{c,Ergun}}$ [Pa]	α_{av} [m/kg]
Mono Agg.	0.415	9.64×10^{-6}	9.50×10^{6}	0.00334	5.79×10^{4}	1.54×10^{12}
Mono Disp.	0.363	8.85×10^{-6}	9.50×10^{6}	0.00313	8.83×10^{4}	2.50×10^{12}
Poly Agg.	0.397	9.35×10^{-6}	9.01×10^{6}	0.00283	5.21×10^{4}	1.48×10^{12}
Poly Disp.	0.367	8.91×10^{-6}	9.01×10^{6}	0.00271	6.63×10^{4}	1.97×10^{12}

そこで，まずはケーク内部の流れの差異を確認した．ろ過終了後の単分散シリカの凝集･分散条件における各流体セルの空隙率 ε_{f} と主流方向（z 方向）の流速 u_z の関係を **Fig. 5.12** に示す．単純に流体セルを占める粒子体積の影響のみで流速が決定される場合，図中の黒色点線のようになるが（$u_z = u_{\mathrm{out}}/\varepsilon_{\mathrm{f}}$），いずれの結果も空隙率と z 方向の流速の関係は 1 対 1 にならず，ケーク内部で同程度の空隙率であっても流速にばらつきがあることがわかった．空隙率だけで流速が決まらないのは，Kozeny-Carman の式からもわかる立体的な流路形状



(a) Aggregation

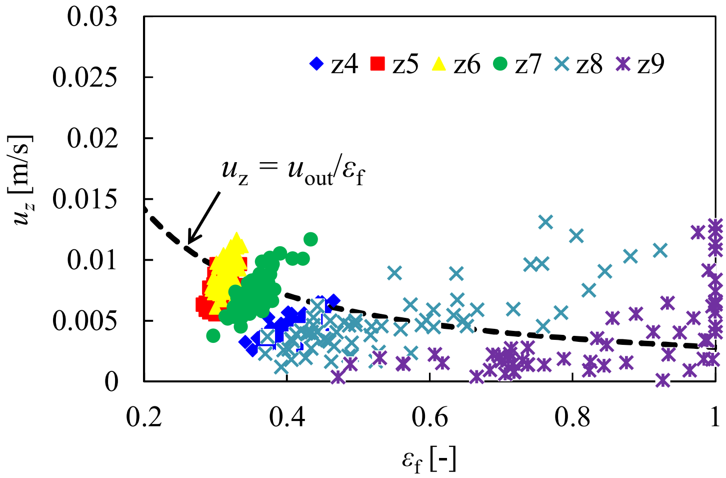


(b) Dispersion

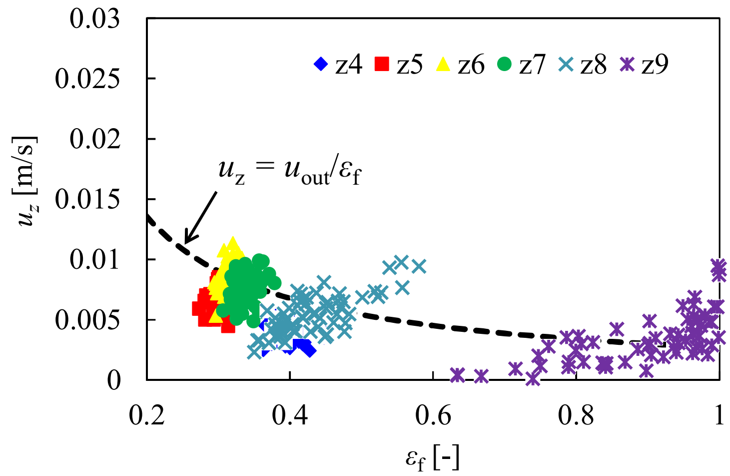
Fig. 5.12 Relationship between the porosity in the cake and flow velocity for mono-dispersed silica cake after filtration

の違い（流路のねじれ）[6]によることや，ケーク上層で偏った流れが下層に引き継がれることが影響していると考えられる．これは，ケーク内部の流体抵抗のばらつきにより，流れに偏りができることを示唆している．流速のばらつきはケーク上層の方が大きくなっている．ケーク上層部は空隙率分布も広く，流路形状の差異が大きいためと考えられる．また，分散条件よりも凝集条件の方が空隙率分布は広く，流速のばらつきも大きかった．

Fig. 5.13 に，ろ過終了後の多分散シリカの凝集・分散条件における空隙率と z 方向の流速の関係を示す．分散条件において，単分散シリカに比べて多分散シリカの方が空隙率や流速のばらつきが大きかった．多分散シリカの場合，大きい粒子によってできる間隙が小さい粒子によって埋められているか埋められていないかによって，空隙率や流れの偏りに



(a) Aggregation

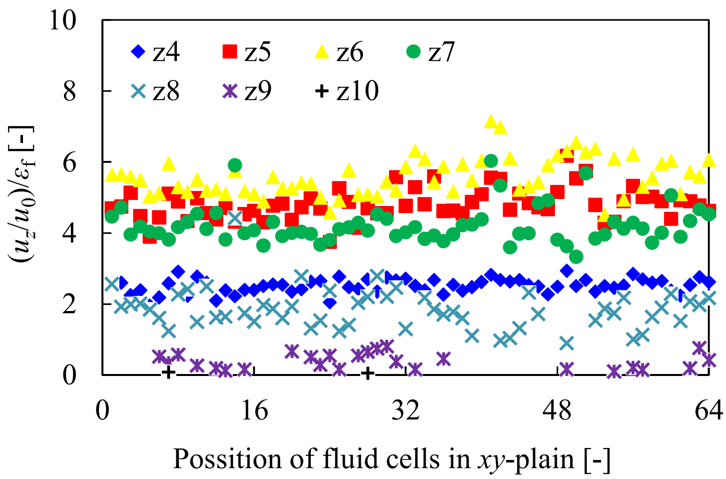


(b) Dispersion

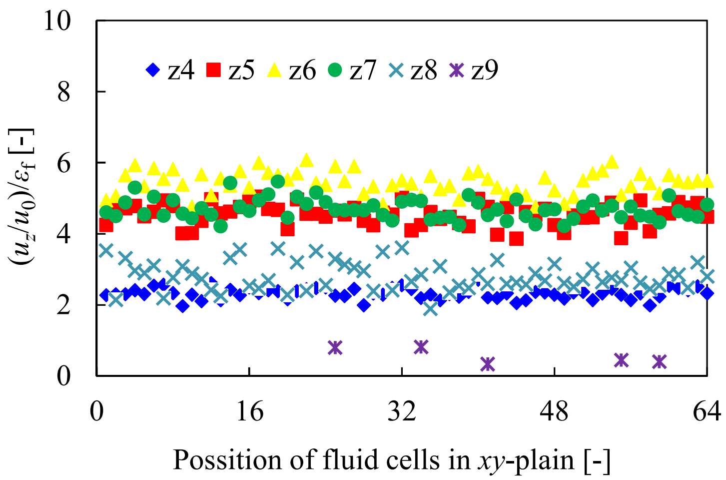
Fig. 5.13 Relationship between the porosity in the cake and flow velocity for poly-dispersed silica cake after filtration

差ができるためと考えられる．

次に，流速が低いほど，また空隙率が高いほどケークの流体抵抗は小さくなることから，ケーク内部の流体抵抗の指標として$(u_z/u_0)/\varepsilon_f$を調べた．ここで，u_0 はろ過シミュレーションにおける初期（$t = 0$ s）の出口速度である．**Fig. 5.14** に，ろ過終了後の単分散シリカケークにおける xy 面の各流体セル位置（$n_x \times n_y = 64$ 面）と$(u_z/u_0)/\varepsilon_f$の関係を示す．ケーク中腹にあたる z5–z7 層において流体抵抗が大きくなっていることがわかる．ケーク最下層にあたる z4 層では流体抵抗が小さくなっている．これは，前述した通り z4 層は空隙率が高いためである．凝集条件と分散条件を比較すると，凝集条件の方が xy 面内位置やケーク厚み方向（z 方向）に対してばらつきが大きい．



(a) Aggregation



(b) Dispersion

Fig. 5.14 Relationship between the position of fluid cells in the *xy*-plane and $(u_z/u_0)/\varepsilon_f$ for mono-dispersed silica cake after filtration

このばらつきを整理するために, Fig. 5.14 に示した$(u_z/u_0)/\varepsilon_f$のケーク厚み方向の平均値と標準偏差を **Figs. 5.15** と **5.16** に示した．Fig. 5.15 から，ほとんどの *xy* 面内位置において，平均値は凝集条件の方が分散条件よりも小さくなっており，総じて凝集条件の方が流体抵抗は小さいことがわかった．Fig. 5.16 から，標準偏差は凝集条件の方が分散条件よりも大きく，ケーク内部の高さ方向における流体抵抗のばらつきが大きいことがわかった．凝集条件において，ばらつきは大きいが，平均値が小さくなっているのは，流体抵抗が小さくなるように選択的に流体がケークを透過しているためと考えられる．

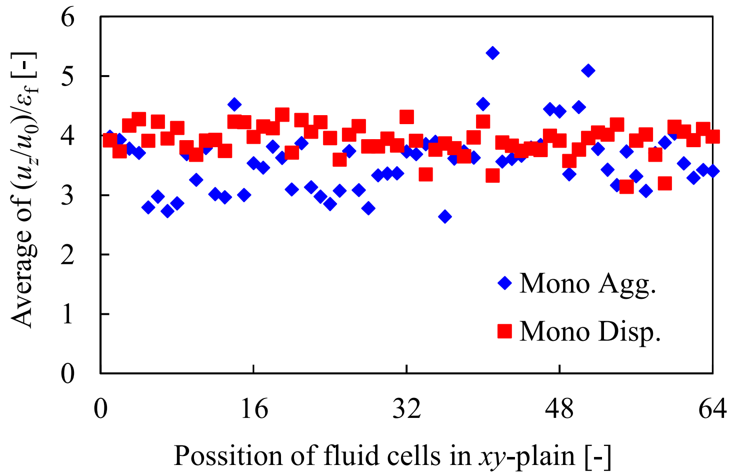


Fig. 5.15 Average value of $(u_z/u_0)/\varepsilon_f$ in the cake thickness direction at each position in the *xy*-plane for mono-dispersed silica cake

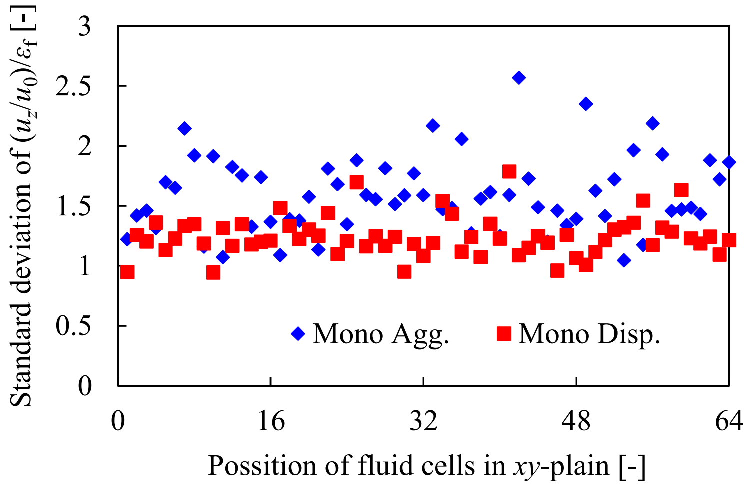


Fig. 5.16 Standard deviation of $(u_z/u_0)/\varepsilon_f$ in the cake thickness direction at each position in the *xy*-plane for mono-dispersed silica cake

Figs. 5.17 と **5.18** に，多分散シリカの場合の *xy* 面内位置における$(u_z/u_0)/\varepsilon_f$のケーク厚み方向の平均値と標準偏差を示す．多分散シリカも単分散シリカと同じ傾向を示したが，凝集・分散条件の差異はわずかであった．多分散シリカは，平均ケーク比抵抗の凝集・分散条件による差も小さく，本指標でも差異が現れにくかったものと考えられる．また単分散シリカ・分散条件の場合，*xy* 面内位置における平均値や標準偏差のばらつきはあまり見られなかったが，多分散シリカ・分散条件ではばらつきが見られた．これは，前述したように，大きい粒子によってできる間隙が小さい粒子によって埋められているかどうかによって流れの偏りに大きな差ができたためと考えられる．

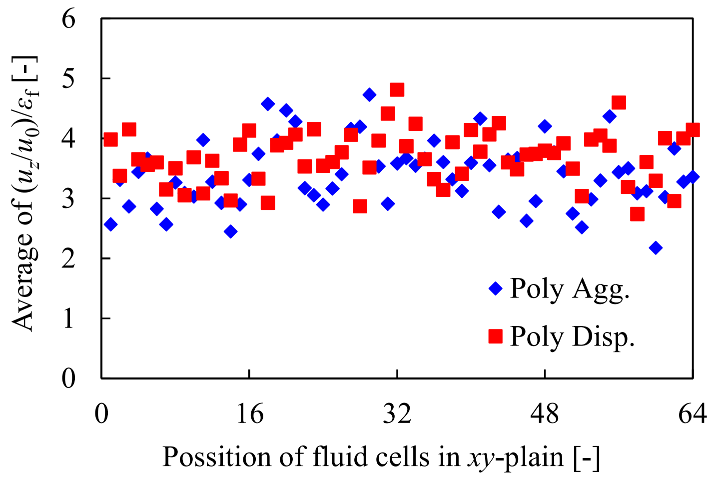


Fig. 5.17 Average value of $(u_z/u_0)/\varepsilon_f$ in the cake thickness direction at each position in the *xy*-plane for poly-dispersed silica cake

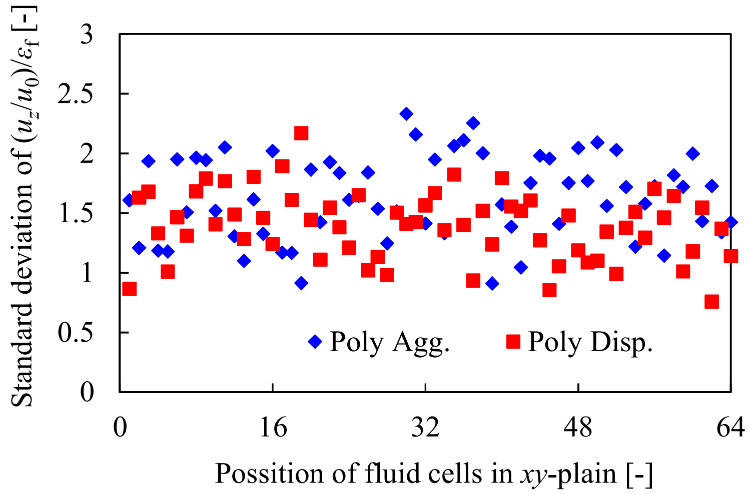


Fig. 5.18 Standard deviation of $(u_z/u_0)/\varepsilon_f$ in the cake thickness direction at each position in the *xy*-plane for poly-dispersed silica cake

今回のろ過条件では，凝集条件の方がケーク抵抗は小さくなったが，ケーク内部における流れの偏りも大きく，この偏りを無くすことでさらにケーク抵抗を小さくすることができると考えられる．すなわち，抵抗の低い理想的なケークは空隙率が高く，かつろ材面内方向の構造的なばらつきが小さい（流れの貫通性が高い）ものであるが，本手法はそれを定量的に評価することができる．どのような粒子配置からどのような粒子配置へ流れが優先的に透過するかを明らかにすることで，流れの偏りを最小化するケーク構造を求めることが可能となる．このためには，さらなる粒子ー流体挙動の観察が必要であり，今後の課題である．

5.5　結言

粒子間相互作用力による粒子凝集・分散状態が微粒子スラリーのケークろ過特性に及ぼす影響を明らかにするため，DEM-CFD 連成によるケークろ過シミュレーションを構築した．ζ 電位により凝集・分散状態を調整した単分散シリカ，多分散シリカスラリーのろ過シミュレーションを行い，平均ケーク比抵抗とケークの空隙率を求めたところ，同じ条件で実施したろ過実験結果とよく一致し，本シミュレーションの妥当性が確認された．

シミュレーションより得られたケーク形成挙動から，ろ材真上の空隙率が 0.5，0.6 程度まで低下しないとろ過速度の低下が起きていないことがわかった．実際にはろ材の細孔閉塞等による抵抗でろ過速度は低下すると思われるが，本結果は粒子がろ材表面を 4，5 割程度覆っても，ケークとしてはほとんど抵抗にならないということを示唆している．また，ケーク内の局所的な流速と空隙率から定義した流体抵抗の指標から，凝集条件は分散条件に比べてケーク内の流体抵抗のばらつきは大きいが，平均的には流体抵抗は小さくなっていることがわかった．これは，凝集条件の方がケークの空隙率が高いことと，ケーク内部で抵抗が小さいところを流体が選択的に透過しているためと考えられる．一方で，この流れの偏りも小さい方が抵抗はより小さくなると考えられる．抵抗の低い理想的なケークは空隙率が高く，かつろ材面内方向の構造的なばらつきが小さいものであるが，本手法によりそれを定量的に評価することができる．

Nomenclature

A_{H}	= Hamaker constant	[J]
$\boldsymbol{a}_{ij}$	= unit normal vector between identified particles	[-]
C_{D}	= drag coefficient	[-]
c	= elementary electric charge	[C]
d_{p}	= particle diameter	[m]
F_{B}	= Brownian fluctuation force	[N]
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{D},i}$	= drag force of identified particle	[N]
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{ele}}$	= electrostatic force	[N]
$\boldsymbol{F}_{\mathrm{van}}$	= van der Waals force	[N]
$\boldsymbol{f}_{\mathrm{p}}$	= interaction between particle and fluid	[m/s^2]
$\boldsymbol{g}$	= gravity acceleration	[m/s^2]
$g_{\mathbf{a}}$	= coefficient for calculation convergence	[m/s^2]
I_{p}	= moment of inertia for particle	[kg·m^2]
k	= Boltzmann constant	[-]
L	= center distance between two particles	[m]
L_{c}	= cake thickness	[m]
m	= mass ratio of wet cake to dry cake	[-]
m_{p}	= mass of particle	[mm]
p	= pressure	[-]
R_{c}	= flow resistivity of cake	[1/m]
Re	= Reynolds number	[-]
R_{m}	= flow resistivity of filter medium	[1/m]
$\boldsymbol{R}_{\mathrm{p}}$	= torque derived from contact between particles	[N·m]
r_{p}	= radius of particle	[m]
S_{v}	= specific surface area	[m^2]
T	= temperature	[K]
$\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}}$	= translational force derived from contact between particles	[N]
t	= time (filtration time)	[s]
$\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}$	= fluid velocity	[m/s]
u_{out}	= flow velocity at outlet (filtration rate)	[m/s]

$\boldsymbol{u}_p$	= particle velocity	[m/s]
u_z	= flow velocity in z-direction	[m/s]
V_{cell}	= volume of a fluid cell	[m^3]
V_p	= volume of a particle	[m^3]
w_c	= unit mass of cake	[kg/m^2]
z_e	= valence of electrolyte ion	[-]
α_{av}	= average specific resistance of cake	[m/kg]
β	= coefficient of interaction between fluid and particle	[kg/m^{3}s]
$\mathit{\Delta}$	= fluid cell size	[m]
Δp	= pressure of filtration	[Pa]
Δp_c	= pressure drop across cake	[Pa]
Δp_m	= pressure drop across filter medium	[Pa]
Δt	= discrete time	[s]
ε_f	= porosity	[-]
κ_e	= inverse of Debye length	[1/m]
μ_f	= fluid viscosity	[Pa·s]
ρ_∞	= number density of electrolyte ions	[1/m^3]
ρ_f	= fluid density	[kg/m^3]
ρ_p	= particle density	[kg/m^3]
$\boldsymbol{\omega}_p$	= angular velocity	[rad/s]
ζ_0	= zeta potential	[mV]

<Subscript>

i	= identified particle
Ergun	= calculated from Ergun equation

Literature cited

1) Tsuji, Y., T. Kawaguchi and T. Tanaka; "Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed," *Powder Technol.*, **77**, 79–87 (1993)
2) Ohta, M., M. Sakai, N. Shimada, S. Honma and Y. Matsukuma; Numerical simulation of multi-phase flows, pp. 101–123, Maruzen Publishing, Tokyo, Japan (2015)
3) Kawaguchi, T., A. Doi, T. Tanaka and Y. Tsuji; "Drag Force Model for Fluidized Beds with Poly-Dispersed Particles," *Prog. Multiph. Flow Res.*, **1**, 87–94 (2006)
4) Yavneh, I.; "On Red-Black SOR Smoothing in Multigrid," *SIAM J. Sci. Comput.*, **17**, 1, 180–192 (1996)
5) Nishiura, D., H. Sakaguchi and A. Shimosaka; "Wet Dispersion Mechanism of Fine Aggregates in Multiphase Flow with Solid Beads under Simple Shear," *AIChE J.*, **60**, 12, 4076–4085 (2014)
6) 三輪 茂雄; 粉体工学通論, pp. 73–79, 219–223, 日刊工業新聞社 (1981)

第 6 章　結論

本研究では，微粒子スラリーのろ過抵抗を低減し，高い処理能力を実現することができるろ過プロセス設計法を確立するため，ろ過プロセスの設計：ろ材選定，スラリー調整，ろ過操作それぞれにおいて課題となっているろ材抵抗，スラリー凝集・分散状態，ケークろ過抵抗の予測に関する検討を行った．ろ過において，粒子や流体は複雑な挙動を示すため，実験によりこれらの影響を詳細に把握することは困難である．そこで，粒子－流体挙動を微視的に観測できる数値シミュレーションによる解析を試みた．

第 1 章では，産業界におけるろ過操作の重要性や微粒子スラリーのろ過プロセスの設計に関する技術的課題，それに対する既往の研究ならびに本研究の位置付けを述べた．

第 2 章では，ろ材として広く用いられている織金網の幾何学特性（織り方，線径，メッシュ数）が流体抵抗に及ぼす影響を明らかにするため，格子ボルツマン法と埋め込み境界法を組み合わせて織金網を通過する流体の透過挙動シミュレーションを構築した．シミュレーション結果から，平織金網，綾織金網ともに同じ目開きであっても金網の体積率が大きいほど, 金網の抗力も大きくなった. 平織と綾織では, 平織金網の方が体積率は大きく，抗力も大きくなった．また，綾織金網の体積率は厚み方向に 2 つピークを持ち，抗力も同様に 2 つのピークを有した．特に高 Re 数において，2 つ目のピーク（金網下部）における抗力は 1 つ目のピーク（金網上部）における抗力よりも小さくなった. これらの結果から，平織金網，綾織金網の抗力係数は体積率と Re 数の関数になると考え，圧力損失推算式を提案した．Re 数の算出に用いた金網の代表長さは，金網の体積率と単位体積あたりの表面より定義した．織金網の空気透過試験を行い，圧力損失測定結果を提案した式で整理すると，平織金網，綾織金網の抗力係数と体積率，Re 数の関係は，それぞれ 1 本の曲線上にプロットされ，圧力損失推算式の妥当性が確認された．

つづいて第 3 章では，織金網の中でもワイヤーの密度が高く，高強度かつ小さな目開き

を作ることができる畳織金網の網目構造が流体抵抗に及ぼす影響を明らかにした．まず，網目構造が十分に解明されていない綾畳織金網について幾何学モデルを提案し，目開き推算式を導出した．綾畳織金網は 3 種類の目開きを持っていることがわかり，それぞれの目開き推算法を提案し，そのうち最も小さい目開きを代表目開きとした．次に，平畳織金網，綾畳織金網の目開き推算式を使い，同じ目開きで線径，メッシュ数が異なる組合せの畳織金網を設計し，第 2 章で構築した数値シミュレーションを用いて網目構造と流体抵抗の関係を調べた．シミュレーション結果より，畳織金網の抗力は体積率が大きくなる内部目開きにおいて大きくなり，金網の厚み方向に対して平畳織金網の抗力は 1 つのピークを，綾畳織金網の抗力は 3 つのピークを示した．さらに，綾畳織金網の中央における抗力のピークは，体積率だけでなく内部の流路のねじれによっても変化することがわかった．この綾畳織金網の内部の局所的なねじれ率は，提案した目開き推算法を応用して求めることができた．畳織金網の流路は複雑であり，同じく複雑な流路を持つ粒子充填層の流体抵抗を表す Kozeny-Carman の式を応用し，畳織金網の圧力損失推算式を導出した．流路の形状に関するパラメータである Kozeny 定数は，平畳織金網ではほとんど一定であった．綾畳織金網では仕様によって異なり，Kozeny 定数は金網内部の局所的なねじれ率と相関があった．導出した畳織金網の圧力損失推算式，ならびに第 2 章で導出した平織，綾織金網の圧力損失推算式を用いることで，所定の目開き（ろ過精度）で可能な限り小さい流体抵抗となる織金網ろ材を設計・開発することができる．

第 4 章では，スラリー粘度を利用した微粒子スラリーの凝集構造の評価を試みた．様々な凝集構造を持つスラリーの挙動を微視的に観測するため，離散要素法による粒子計算と直接数値シミュレーションによる流体計算を連成したせん断流れ場におけるスラリー挙動シミュレーションを構築した．シミュレーション結果から，凝集条件のスラリー粘度は分散条件に比べて高くなったが，せん断速度が高くなると凝集体が崩壊するため，粘度は低下した．この凝集構造の変化にともなう粘度変化は，粒子により流動が妨げられる流体領域すなわち不動水の存在によるものと考えられ，この不動水を固体とみなした見かけの固体濃度を算出した．低濃度の完全分散スラリーにおいて，見かけの固体濃度は粒子濃度と等しくなると考え，これらが一致した速度勾配がせん断速度の 2 分の 1 以下となる領域を見かけの固体と定義した．ζ 電位により制御した凝集体や，予め初期配置した鎖状，塊状の凝集体をもつスラリーのシミュレーション結果について見かけの固体濃度を算出すると，それぞれの凝集構造は同じ粒子濃度でも異なる見かけの固体濃度を示し，かつスラリー粘度との間に相関が見られた．このようにして，スラリーの粒子濃度に対する見かけの固体濃度の違いから凝集構造とスラリー粘度の関係を定量的に評価することができ，ス

ラリー粘度からろ過プロセスの設計において重要となる凝集構造やろ過挙動を予測する有用な知見を得ることができる.

第5章では，粒子間相互作用力による粒子凝集・分散状態が微粒子スラリーのケークろ過特性に及ぼす影響を明らかにするため，離散要素法（DEM）による粒子計算と数値流体力学（CFD）において局所平均化された連続の式と Navier-Stokes 方程式を解く DEM-CFD 連成によるケークろ過シミュレーションを構築した．ζ 電位により凝集・分散状態を調整した単分散シリカ，多分散シリカスラリーのろ過シミュレーションを行った．シミュレーション結果より得られたケーク形成挙動から，ろ材真上の空隙率が 0.5–0.6 程度まで下がらないとろ過速度の低下が起きていないことがわかった．実際にはろ材の細孔閉塞等による抵抗でろ過速度は低下すると考えられるが，粒子がろ材表面を 4，5 割程度覆っても，ケークとしてはほとんど抵抗にならないということを示唆している．また，ケーク内の局所的な流速と空隙率から定義した流体抵抗の指標から，凝集条件は分散条件に比べてケーク内の流体抵抗のばらつきは大きいが，平均すると流体抵抗は小さくなっていることがわかった．これは，凝集条件の方がケークの空隙率が高いことと，ケーク内部で抵抗が小さいところを流体が選択的に透過しているためと考えられる．本手法によりさらに流れの選択性について明らかにすることで，流体抵抗を最小にするケーク構造の提案が可能となる．

以上，本論文ではろ材への流体透過挙動，せん断流れ場におけるスラリー流動挙動，定圧ろ過におけるケークろ過挙動について数値シミュレーションによる微視的な解析を行い，ろ材抵抗，スラリー凝集・分散状態，ケークろ過抵抗の予測に関して検討することで，微粒子スラリーのろ過抵抗の低減に資する知見を得ることができた．

また，ろ材抵抗では織金網を対象に流体抵抗の推算式を導出したが，ここで得られたろ材レイノルズ数の考え方や，流体抵抗の支配因子を解明するアプローチは，織金網以外のろ材，たとえば不織布やろ過膜へも十分応用が可能である．せん断流れ場におけるスラリー挙動シミュレーションでは，凝集構造とスラリー粘度の関係を明らかにし，またせん断速度の増加による凝集体の破壊，それによるスラリー粘度の低下（Shear-thinning）も再現できた．この Shear-thinning 現象を，ろ材周りの複雑な流れやろ過圧力に対する凝集体の破壊強度と関連付けすることができれば，スラリー粘度を利用したより精緻なろ過特性の予測が可能となる．ケークろ過シミュレーションは，ケーク内部の局所的な流体抵抗を定量的に評価することができ，前述した凝集体の強度評価と組み合わせることで，高い空隙率で流れの偏りが小さい理想的なケークを与えるスラリー設計が期待される．このように本研究で得られた情報は，微粒子スラリーのろ過抵抗を低減し，優れた処理能力を実現するろ過プロセスの設計法の確立にさらなる有用な知見を与えるものと信じている．

Acknowledgements

本研究は，多くの方々のご協力により成し遂げられました．ここに，深く感謝の意を表します.

同志社大学の白川善幸教授には, 長きにわたる期間, 研究全般に関して懇篤なるご指導, ご鞭撻を賜りました．心より感謝申し上げます．日高重助名誉教授，土屋活美教授には，本論文をまとめるに当たり，多大なるご助言を賜りました．両教授に対し，厚く御礼申し上げます. また, 学位論文の審査において, 貴重なご助言をいただきました加藤将樹教授, 塩井章久教授に深く感謝いたします.

同志社大学の下坂厚子実験講師には，日頃より多くのご支援，ご協力をいただきました．同志社大学粉体工学研究室の学生の皆様には，研究室生活を通じて私の社会人ドクター生活を非常に有意義なものにしていただきました．特に当時学生であった谷口俊氏，葛本泰地氏，高木研治氏，中前学氏，村中絵美氏，川上拓也氏，森井啓文氏には実験やシミュレーションにおいて多大なご協力をいただきました．この場を借りして厚く御礼申し上げます.

電気通信大学の井上洋平准教授には，格子ボルツマン法を使った数値シミュレーションの構築において多くのご助力をいただきました．国立研究開発法人海洋研究開発機構の阪口秀氏，西浦泰介氏には，DEM-CFD 連成法や DEM-DNS 連成法による数値シミュレーションの構築に関して多大なご助力を賜りました．皆様には深く感謝申し上げます.

関西金網株式会社の谷川英昭社長，松木義夫取締役，大塚正樹取締役総務部長，石川敏取締役技術部長には，数々のご声援とご配慮を，また技術部の諸氏には業務を通じて種々のご協力をいただきました．他部署の皆様からも日頃より多くのご声援をいただきました．改めて御礼を申し上げます.

最後に，私の長きにわたる研究活動を最も近くで支えてくれた妻の由紀子，息子の悠之介に感謝いたします.