≪研究ノート≫

貨幣供給増加率の下限について

藤　原　秀　夫

I

G. K. Yarrow は，Cagan の Hyperinflation Model と同様に，Keynesian model においても安定性が成立するためには，外生的に決定される貨幣供給増加率がある一定の下限 (under limit) よりも大きな値をとらなければならないことを示した。[1] この条件は，貨幣供給増加率が与えられたもとで，貨幣需要の予想インフレ率や利子率についての弾力性が，ある一定の値よりも小さくなければならないということと同じである。彼が主張するように，この条件はインフレ率を目標インフレ率に収束させようとする貨幣政策の限界を示していることになり，その意味で重要な問題であると言える。本稿では，このような貨幣供給増加率についての下限が存在する論理構造を明確にするとともに，Keynesian model において予想インフレ率についての短期予想と長期予想を区別して，予想形成プロセスをより特定化したモデルについても，本質的には同様の条件が成立することを示す。

II

周知のように Cagan のモデル[2]は次のような方程式から成り立っている。

(1)　$\log\left(\frac{M}{p}\right)=\varepsilon-\alpha\pi$　　　$\varepsilon>0,\quad \alpha>0$

1　G. K Yarrow, The Demand for Money Function and the Stability of Monetary Equilibrium, *The Economic Journal*, Vol. 87, 1977. 以下の Yarrow のモデルについてはこの論文を参照。

2　P. Cagan, The Monetary Dynamics of Hyperinflation in *Studies in the Quantity Theory of Money* ed., by M. Friedman, 1956.

(2)　$\dot{\pi}=\lambda(\hat{p}-\pi)$　　　$\lambda>0$

(3)　$\hat{M}=m(\text{const.})$

ただし，p：価格，M：貨幣供給，π：予想インフレ率，$\hat{}$：変化率，とする。

(1)式は貨幣需要関数の特定化で，所望実数残高が対数表示になっており，予想インフレ率に負の関係で依存している。ただし，linear の形式になっている。このことは本質的ではない。(2)式は適応的予想仮説である。(3)式は貨幣供給が外生的に一定値に決定されることを示している。また，貨幣需要は瞬時的に貨幣供給に調整されるものと仮定する。このモデルの安定性のための必十条件は

(4)　$1-\alpha\lambda>0$[3]

である。この条件は,貨幣需要の予想インフレ率に対する反応が小さければ小さい程,また,予想の調整スピードが小さければ小さい程,均衡$(m=\hat{p}^*=\pi^*)$は安定であることを示している。この条件を貨幣需要の予想インフレ率に対する弾力性,$\eta_\pi\left(=\frac{\alpha\pi^*}{\varepsilon-\alpha\pi^*}>0\right)$をつかって変形すると(5)式が得られる。

(5)　$m>\frac{\alpha\eta_\pi\varepsilon}{1+\alpha\lambda\eta_\pi}>0$

(5)式は，貨幣需要の予想インフレ率に対する弾力性 η_π が所与であるとすれば，貨幣供給増加率 (m) について，均衡が安定であるためには，下限 (under limit) が存在することを意味している。これはインフレーションを貨幣政策によってコントロールしようとする場合の限界を示している。(4)または(5)式が安定条件として成立する理由を確認しておこう。この Cagan のモデルでは，ただちにわかるように(1)式によって外生的に決定される貨幣量と予想インフレ率が与えられれば，価格が決定される。この意味で(1)式は価格の決定式とみることができる。(2)式より，予想と現実が相違すれば予想の修正が開始される。したがって，この調整スピードの値（λ）と予想インフレ率に貨幣需要がどのように，そしてどの程度反応するか（$\alpha>0$）すなわち，貨幣需要の弾力性（η_π）の値が安定性にかかわり合いをもつことは容易にわかる。均衡から出発して貨幣供給増加率mが上昇したとしよう。そのインパクト効果は，インフレ率（$\hat{p}$）の同率的上昇である。そこで予想が上方に修正を開始し，αの値に応じて貨幣需要が減少し，再びインフレ率を上昇させる。貨幣供給増加率の上昇→インフレ率の上昇→予想インフレ率の上昇→インフレ率の上昇というこの循環が持続するかど

3　$\left.\frac{\partial\dot{\pi}}{\partial\pi}\right|_{\pi=\pi^*}=-\frac{\lambda}{1-\alpha\lambda}<0$　となるためには　$1-\alpha\lambda>0$

うかは上に述べたような諸条件に依存している。ただ，当然のことであるが，貨幣需要により価格が決定されるという論理が前提となっていることに注意すべきである。Hyperinflation の安定性，同じことであるが累積的運動を問題とする場合に行動態度として貨幣需要態度だけを問題として，実物的な諸条件を問題としないで本質的に原因把握ができるかどうかは大いに疑問である。モデルの基礎的なフレームワークが変更されれば安定条件の経済的意味も当然相違してくることになる。

III

すでに述べたように Cagan Model と同様に Keynesian Model においても同様の条件が得られる。Yarrow の示した Keynesian model とは次のようなものである。

(6) $sy=I(i-\pi),\qquad I'<0$

(7) $\hat{p}=f(y)+\beta\pi,\qquad f'>0,\quad \beta=1$

(8) $\dfrac{M}{p}=yL(i,\ \pi),\qquad L_i<0,\quad L_\pi<0$

(2) $\dot{\pi}=\lambda(\hat{p}-\pi),\qquad \lambda>0$

(3) $\hat{M}=m(\text{const.})$

あらたにつけ加えられる記号は，y：実質所得，s：貯蓄率，i：利子率，I：実質投資である。(6)式は商品市場の均衡条件であり，(7)式は修正フィリップス曲線である。(8)(6)の均衡条件はそれぞれ実質所得と名目利子率の調整により瞬時的に成立していると仮定する。このモデルでは(8)(3)式の貨幣セクターをはずして利子率を所与とすれば，価格の変動はモデルの実物的側面である商品市場の均衡条件や予想形成プロセスに組み込まれている諸パラメーターにより規定されている。価格の決定式が異なるという意味で，これは Cagan model とは違って，Keynesian model としての性格をもっている。周知のように貨幣需給が実物的変数に影響をおよぼすのは名目利子率を通じてである。このモデルの均衡値（$m=\hat{p}^*=\pi^*$）の安定性のための必十条件は次のようになる。

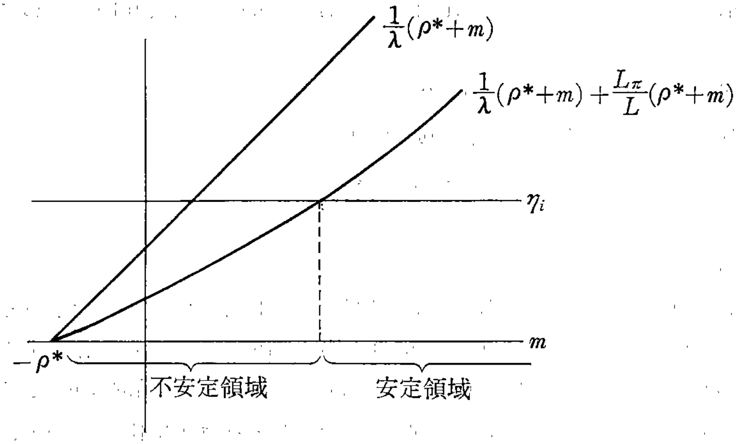
(9) $1+\lambda\left(\dfrac{L_i}{L}+\dfrac{L_\pi}{L}\right)>0$ [4]

4　この条件の導出については，拙稿「価格予想と貨幣政策」『同志社商学』第32巻，第4号参照。

(9)式は貨幣需要の利子率や予想インフレ率に対する反応が小さければ小さい程，また予想の調整スピードが小さければ小さい程，均衡は安定であることを示している。(9)式を利子率に着目して，貨幣需要の利子率に対する弾力性（利子弾力性）$\eta_i\left(=-\dfrac{i^*}{L}L_i\right)$をつかって変形すると，次のようになる。

(10) $\dfrac{1}{\lambda}(\rho^*+m)+\dfrac{L_\pi}{L}(\rho^*+m)>\eta_i$

ここで $\rho^*=i^*-\pi^*=i^*-m^*$ で，ρ^* は体系によって決定される均衡実質利子率をあらわしている。また，貨幣需要の利子率や予想インフレ率に対する弾力性が与えられているものとする。(10)式は Cagan model と同様に外生的に決定される貨幣供給増加率(m)が下限をもつことを意味している。これを Yarrow にしたがい図示しておこう。



η_i や $\dfrac{L_\pi}{L}$ が与えられれば，この図に示されているような安定領域内に貨幣供給増加率(m)がなければ安定性は保証されない。すなわち，貨幣供給増加率は，貨幣需要関数の形状が与えられていれば，モデルが安定な場合には下限をもつことになる。この点では Cagan model とまったく同一である。この条件の経済的意味をモデルに即して検討しておこう。このモデルで(8)・(3)式の貨幣セクターをはずした利子率一定のモデルを考えよう。そうしたモデルの均衡（$\pi^*=\hat{p}^*$）はあきらかに不安定である[5]。その理由は次のようである。予想インフレ率が現実のインフレ率よりも大きけれ

5 $\left.\dfrac{\partial\dot{\pi}}{\partial\pi}\right|_{\pi=\pi^*}=-\lambda f'y'>0\quad(\beta=1)$

ば予想インフレ率は上方に修正される。予想インフレ率の上昇は，一方ではインフレ率の上昇に正確に反映され（$\beta=1$），他方では投資を増加させ所得を増加させることによりインフレ率を上昇させるため，予想インフレ率以上にインフレ率を上昇させることになる。この過程は累積的に持続する。この利子率一定のモデルが不安定である key factor は投資態度とフィリップスカーブの「予想インフレ率」係数βが1ということである。もし $1>\beta\geq0$ であるような場合を考えるならば，安定な場合も存在することになり，βの値が小さければ小さい程，モデルは安定となる。しかしながら $\beta=0$ であっても不安定な場合は排除できない。投資が予想インフレ率に過剰に反応するという投資態度の想定だけで不安定な場合が出現することは明らかであろう[6]。いずれにしても，この Keynesian model は，$\beta=1$ の場合，貨幣需給均衡条件をふくまないで実物的側面と予想だけを考慮するならば，インフレ率の上昇→予想インフレ率の上昇→インフレ率の一層の上昇という不安定な性格を本質的にもっている。そこで貨幣セクターをつけ加えることにより，すなわち利子率の変動により，この不安定性をとりのぞくことができるかどうか，そしてその条件とはどのようなものであろうか，ということが次の問題となる。予想インフレ率と現実のインフレ率が相違しているとしよう。予想は上方に修正され，予想インフレ率は上昇を開始する。この上昇のインフレ率や投資所得への効果は利子率一定の場合と同じである。問題はインフレ率や予想インフレ率の上昇が貨幣需給に与える影響であり，それによって名目利子率の変動が決定される。予想インフレ率の上昇は2つの方向から貨幣需要を変動させる。1つは所得効果であり，これは正の効果をもっている。もう1つは予想インフレ率自体が貨幣需要を減少させる効果である。したがってこのかぎりでは貨幣需要の変動は不確定である。一方，予想インフレ率の上昇は現実のインフレ率に正確に反映するから，実質残高はそれだけ低下する。したがって，貨幣需要が実質残高の低下を上回る程減少して名目利子率を下落させるならば，投資が増加しさらにインフレ率が上昇し，この貨幣的側面からも不安定性が増強されることになる。安定性のためには，名目利子率は少くとも予想インフレ率の上昇の実物面への不安定効果の一部分を相殺するように上昇しなければならない。このことは貨幣需要の予想インフレ率や利子率に対する弾力性がある程度小さくなければならないことを意味している。また初期の予想インフ

6　拙稿「価格予想と短期的安定性――貨幣供給変化率との関連で」『同志社商学』第32巻第2号，1980年，参照。

レ率の上昇の程度は予想の調整スピード（λ）の大きさに関係しているのであるから，またこの値も安定性にかかわりをもっているし，他の条件が一定であればこの値が小さい程安定であることは容易にわかる。(9)(10)の安定条件が成立する論理構造は以上のようである。ところで，$0\leq\beta<1$ の範囲であれば β の値が小さい程(9)(10)の条件をゆるめることは以前と同様の論理である。その場合の安定条件を示せば

$$(9)' \quad \frac{\gamma}{\phi\lambda}\left\{1+\lambda\left(\frac{L_i}{L}+\frac{L_\pi}{L}\right)\right\}+1>\beta$$

ただし，$\phi=\dfrac{L_i}{L}+\dfrac{y'}{y}<0,\quad \gamma=f'y'<0,\quad y'=\dfrac{I'}{s}<0$

$$(10)' \quad \frac{1}{\lambda}(\rho^*+m)+(1-\beta)\frac{\phi}{\gamma}(\rho^*+m)+\frac{L_\pi}{L}(\rho^*+m)>\eta_i$$

(10)と(10)$'$を比較すればわかるように β の値が小さい程，貨幣供給増加率（m）についての制約がゆるめられる。すなわち貨幣供給増加率の下限が小さくなる。しかしながら，$\beta=0$ であっても，λ, ϕ, γ などのパラメーターが有限の値をとるかぎり，この制約がなくなるわけではない。実物面の不安定要因である投資の予想インフレ率に対する関係がなくならない限りこうした制約がかならず存在する。

IV

Yarrow と Cagan のモデルではインフレ率の予想についての短期予想のみで長期（平均）予想がない。そこで経済主体が価格水準の変動についての径路を予想するものと想定し，この2つを区別し，短期予想にこの長期予想が影響するものと仮定した場合，安定条件はどのように変化するであろうかを検討する。J. A Frenkel にしたがい次のように予想形成プロセスを特定化しよう。[7]

$$(11) \quad \dot{\pi}=\gamma(\tilde{\pi}-\hat{p})+\lambda(\hat{p}-\pi),\qquad \gamma>\lambda>0$$

$$(12) \quad \dot{\tilde{\pi}}=\alpha(\hat{p}-\tilde{\pi}),\qquad \alpha>0$$

$\tilde{\pi}$：長期平均予想インフレ率，π：短期予想インフレ率，ただしここでとり扱うのは予想形成プロセスの変更だけであって，長期予想インフレ率が投資や貨幣需要に影響を与えることは単純化のために無視する。Yarrow のモデルの(2)式をこの(11)(12)式

7　J. A. Frenkel, Inflation and the Formation of Expectations, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 1, No. 4, 1975.

でおきかえたモデルを考えることにする。(12)式は長期予想インフレ率が現実のインフレ率と異なれば，適応的予想仮説にしたがって予想が修正されることを意味している。(11)式の第1項は，現実のインフレ率が長期予想インフレ率と異なれば現実のインフレ率が長期予想インフレ率を維持するように変化すると予想し，短期予想インフレ率を修正すると想定している。第2項は短期予想と現実値の相違が短期予想に影響を与えることを意味しており，(2)式と同様の想定である。ここでは長期予想の短期予想への影響が強く出るように2つの調整パラメーターについて $\gamma>\lambda$ を想定している。この想定は安定性に重要な影響をもたらす。モデルは(6)(7)(8)(3)(11)(12)の各式から成り立っている。ただし(7)式のフィリップスカーブのパラメーター β については $\beta\leq 1$ とする。(6)式より

(6)′　$y=y(i-\pi)$　　$y'<0$

(6)′(8)より

(8)′　$i=i(\mu,\ \pi),$　　$i_\mu<0,\ i_\pi\gtreqless 0$

ただし，$\mu=\dfrac{M}{p},\ i_\mu=\dfrac{1}{y'L+yL_i}<0,\ i_\pi=\dfrac{y'L-yL_\pi}{y'L+yL_i}\gtreqless 0$[8]

(6)′(8)′をつかって体系を整理すれば

(11)′　$\dot{\pi}=\gamma[\tilde{\pi}-\{f(y(i-\pi))+\beta\pi\}]+\lambda[f\{y(i-\pi)\}+(\beta-1)\pi]$

(12)′　$\dot{\tilde{\pi}}=\alpha\{f(y(i-\pi))+\beta\pi-\tilde{\pi}\}$

(13)　$\hat{\mu}=m-\{f(y(i-\pi))+\beta\pi\}$

(8)′(11)′(12)′(13)からなるシステムの均衡状態は

(14)　$m=\hat{p}^*=\pi^*=\tilde{\pi}^*$

が成立している。(11)′(12)′(13)に(8)′を代入して体系を次のように単純化して示しておこう。ただし，$\pi-\pi^*=X,\ \tilde{\pi}-\tilde{\pi}^*=Y,\ \mu-\mu^*=Z$ とする。

(11)″　$\dot{X}=H(\pi,\ \tilde{\pi},\ \mu)$

(12)″　$\dot{Y}=F(\pi,\ \tilde{\pi},\ \mu)$

(13)′　$\dot{Z}=Q(\pi,\ \mu\,;\,m)$

(11)″(12)″(13)′の均衡近傍における関数形は次のように与えられる。

8　$i_\pi-1=\dfrac{-yL_\pi-yL_i}{y'L+yL_i}<0$　であることに注意。

$$(15)\quad \begin{cases} H_\pi=(\lambda-\gamma)f'y'(i_\pi-1)+(\lambda-\gamma)\beta-\lambda<0 \\ H_{\hat\pi}=\gamma>0 \\ H_\mu=(\lambda-\gamma)f'y'i_\mu<0 \\ F_\pi=\alpha\{f'y'(i_\pi-1)+\beta\}>0 \\ F_{\hat\pi}=-\alpha<0 \\ F_\mu=\alpha f'y'i_\mu \\ Q_\pi=-\mu^*\{f'y'(i_\pi-1)+\beta\}<0 \\ Q_\mu=-\mu^*f'y'i_\mu<0 \end{cases}$$

(11)″ (12)″ (13)′ の一次近似系より特性方程式を求めると,

$$(16)\quad \Delta(\tilde{\rho})=\begin{vmatrix} H_\pi-\rho & H_{\hat\pi} & H_\mu \\ F_\pi & F_{\hat\pi}-\rho & F_\mu \\ Q_\pi & 0 & Q_\mu-\rho \end{vmatrix}=0$$

局所的安定性の必十条件は次の式によって与えられる。

$$(17)\quad \begin{cases} -(Q_\mu+H_\pi+F_{\hat\pi})>0 \\ -(F_\pi H_{\hat\pi}-H_\pi F_{\hat\pi}+Q_\pi H_\mu-H_\pi Q_\mu-F_{\hat\pi}Q_\mu)=\Omega>0 \\ -\Delta(0)=-H_\pi F_{\hat\pi}Q_\mu+F_\pi H_{\hat\pi}Q_\mu-Q_\pi H_{\hat\pi}F_\mu+Q_\pi H_\mu F_{\hat\pi}>0 \\ -(Q_\mu+H_\pi+F_{\hat\pi})\times\Omega+\Delta(0)>0 \end{cases}$$

(15)を(17)に代入して整理すれば

$$(17)'\quad \begin{cases} -(Q_\mu+H_\pi+F_{\hat\pi})>0 \\ -\Delta(0)=\mu^*\alpha\lambda f'y'i_\mu>0 \\ \Omega=\{\mu^*f'y'i_\mu(\lambda+\alpha)-\alpha\lambda f'y'(i_\pi-1)\}-\alpha\lambda(\beta-1)\gtreqless 0 \\ -(Q_\mu+H_\pi+F_{\hat\pi})\times\Omega+\Delta(0) \\ \quad=\{-(\lambda-\gamma)f'y'(i_\pi-1)-(\lambda-\gamma)\beta+\mu^*f'y'i_\mu\}\,\Omega \\ -\alpha\lambda(\lambda+\alpha)f'y'(i_\pi-1)+\mu^*f'y'i_\mu(\lambda^2+\alpha^2+\alpha\lambda)-\alpha\lambda\cdot(\beta-1)\cdot(\lambda+\alpha)\gtreqless 0 \end{cases}$$

(17)′ よりわかるようにこの体系はかならずしも安定ではない。(17)′ の後半の2つの式を(8)′ をつかって変形することにより依存している諸条件を明確にしておこう。

$$
(18)\quad
\begin{cases}
\Omega=\dfrac{f'y'yL}{y'L+yL_i}\alpha\left\{\left(1+\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)+\lambda\left(\dfrac{L_\pi}{L}+\dfrac{L_i}{L}\right)\right\}-\alpha\lambda(\beta-1)\gtreqless 0 \\
-(Q_\mu+H_\pi+F_\pi)\times\Omega+\Delta(0) \\
\quad =A+\dfrac{\alpha}{\lambda+\alpha}\cdot\dfrac{yLy'f'}{y'L+yL_i}\left\{\dfrac{\lambda^2+\alpha\lambda+\alpha^2}{\lambda+\alpha}+\lambda\left(\dfrac{L_\pi}{L}+\dfrac{L_i}{L}\right)\right\} \\
\qquad -\alpha\lambda(\beta-1)(\lambda+\alpha)\gtreqless 0 \\
A=\{-(\lambda-\gamma)f'y'(i_\pi-1)-(\lambda-\gamma)\beta+\mu^*f'y'i_\mu\}\,\Omega\gtreqless 0
\end{cases}
$$

(18) より，これらの符号は $\left(1+\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)+\lambda\left(\dfrac{L_\pi}{L}+\dfrac{L_i}{L}\right)$, $\dfrac{\lambda^2+\alpha\lambda+\alpha^2}{\lambda+\alpha}+\lambda\left(\dfrac{L_\pi}{L}+\dfrac{L_i}{L}\right)$ の符号に依存していることがわかる。これらの符が正であれば (18) は正となり，このモデルの均衡は局所的安定となる。これらの符号が正となるためには，貨幣需要の予想インフレ率や利子率に対する反応，すなわちそれらの弾力性が小さくされなければならないことを意味する。この条件は Yarrow のモデルと本質的には同じものである。したがって長期予想インフレ率を考慮したモデルでも貨幣供給量の下限は存在することになる。また β の役割についても Yarrow のモデルと全く同様である。$\beta=1$ の場合の安定条件は

$$
(19)\quad \left(1+\frac{\lambda}{\alpha}\right)+\lambda\left(\frac{L_\pi}{L}+\frac{L_i}{L}\right)>0 \quad \text{かまたは}
$$

$$
\frac{\lambda^2+\alpha\lambda+\alpha^2}{\lambda+\alpha}+\lambda\left(\frac{L_\pi}{L}+\frac{L_i}{L}\right)>0
$$

α，λ の値いかんで(19)のいずれか一方の条件が成立すればよいことは明らかである。このモデルでこのような(19)の安定条件が成立し貨幣供給増加率の下限が存在する理由をモデルに即して検討しておこう。すでに Yarrow モデルにおいて (9) の条件が成立する理由を検討しておいた。このモデルにあらたにつけ加えられたのは長期予想インフレ率の短期予想への効果である。そこで現実のインフレ率と長期予想インフレ率だけが一致しない場合で，前者の方が大きい場合を考えよう。長期予想インフレ率は上昇を開始し，短期予想インフレ率は下落する。投資の減少により所得は減少し貨幣需要を減少させる。また短期予想インフレ率の下落は貨幣需要を直接増加させる。貨幣需要への効果は不確定である。一方，短期予想インフレ率は $\beta=1$ の場合正確に現実のインフレ率に反映されるので実質残高が減少する。貨幣需要が直接的に利子率や予想インフレ率に強く反応するならば（すなわち弾力性が大きければ）名目利子率が短期予想インフレ率以上に下落し（実質利子率は下落し）投資の増加を促進し所得を増

加させインフレ率をさらに上昇させることになる。したがって長期予想インフレ率の短期予想への効果もまた短期予想のみの場合と同様に貨幣需要の利子率や予想インフレ率についての弾力性が小さくなければ安定性をもたないことになる。これが⒆の条件の意味するところである。