

# 博士論文

ヒステリシス特性を考慮した  
有限要素磁界解析の実用化に関する研究

Finite Element Magnetic Field Analysis  
Taking Account of Hysteretic Property  
for Practical Electric Machine Design

2017年3月

同志社大学大学院 理工学研究科  
電気電子工学専攻

北尾 純士



# 目次

## 第1章 緒論

1.1 研究背景・目的	1
1.2 本論文の構成	1
参考文献	4

## 第2章 プレイモデルの原理

2.1 緒言	7
2.2 スカラプレイモデル	7
2.2.1 スカラプレイヒステロン	7
2.2.2 形状関数	9
2.2.3 分布関数	10
2.2.4 離散化	14
2.2.5 同定方法	16
2.2.6 各種磁気特性の表現方法	24
2.2.7 スカラプレイモデルの特徴	25
2.3 ベクトルプレイモデル	28
2.3.1 ベクトルプレイヒステロン	28
2.3.2 ヤコビ行列	30
2.3.3 回転ヒステリシス損の磁気飽和を考慮したベクトルプレイヒステロン	30
2.3.4 3次元ベクトルプレイモデル	33
参考文献	35

## 第3章 プレイモデルのモデリング性能向上に関する検討

3.1 緒言	36
3.2 直流ヒステリシス特性の推定手法	37
3.2.1 多周波法を適用した推定手法	37
3.2.2 ロバストプレイモデル	40
3.3 準磁気飽和領域の磁気特性を考慮したプレイモデル	47
3.3.1 準磁気飽和領域における磁気特性の推定手法	47
3.3.2 準磁気飽和領域における形状関数の推定手法	49
3.3.3 有限要素磁界解析への適用	51
3.4 不等間隔分布関数を用いたプレイモデル	52
3.4.1 不等間隔分布関数の定式化	52
3.4.2 提案手法の有効性検証	54
3.5 3次元ベクトルプレイモデルの有限要素磁界解析への適用	56
3.6 まとめ	57
参考文献	58

## 第4章 ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の高速化

4.1 緒言	60
4.2 プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した簡易 TP-EEC 法	60
4.2.1 プレイモデルを用いた有限要素磁界解析の問題点	60
4.2.2 プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した簡易 TP-EEC 法の定式化	66
4.2.3 数値解析による検証	67

4.3	同定データに用いる対称ループの最大値・最小値補正が収束特性に与える影響	69
4.4	まとめ	71
	参考文献	72

## 第5章 ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の高精度化

5.1	緒言	73
5.2	ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心のモデル化	73
5.2.1	ヒステリシス特性を考慮した均質化法	73
5.2.2	数値解析による検証 1	79
5.2.3	数値解析による検証 2	84
5.3	ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響	87
5.3.1	磁路中にギャップの無い磁気回路	87
5.3.2	磁路中にギャップを有する磁気回路	94
5.4	ヒステリシス特性を考慮したモータ特性解析	96
5.4.1	解析モデル	96
5.4.2	ヒステリシス特性の考慮の有無が無負荷特性に与える影響	97
5.4.3	3相モータの電力収支	102
5.5	まとめ	108
	参考文献	109

## 第6章 結論

付録	A. 1
----	------

## 謝辞

研究業績	I
------	---

## 記号表

項目	内容	単位
$a_2, a_1, a_0$	初磁化曲線の準磁気飽和領域における 2 次近似関数の係数	–
$\mathbf{B}$	磁束密度 (ベクトル)	T
$\mathbf{b}_a$	空気部の磁束密度 (ベクトル)	T
$\mathbf{b}_s$	鉄心部の磁束密度 (ベクトル)	T
$B, b$	磁束密度 (スカラ)	T
$B_m$	交番または回転磁束励磁下の磁束密度波形の最大値	T
$\Delta B_m$	同定データの磁束密度の刻み幅	T
$B_m^i$	交番または回転磁束励磁下の $i$ 番目の磁束密度波形の最大値	T
$B_{\max}$	同定データの最大磁束密度	T
$B_s$	飽和磁束密度	T
$b_a$	空気部の磁束密度 (スカラ)	T
$b_s$	鉄心部の磁束密度 (スカラ)	T
$b_\theta$	コアバック部の周方向磁束密度	T
$C$	係数行列	–
$\mathbf{e}_\parallel$	$\mathbf{B}$ に平行な単位ベクトル	–
$\mathbf{e}_\perp$	$\mathbf{B}$ に垂直な単位ベクトル	–
$\mathbf{f}$	右辺ベクトル	–
$f$	周波数	Hz
$f_\zeta$	ヒステロン幅が $\zeta$ の形状関数	A/m
$g_{\text{opt}}^i$	ロバストプレイモデルの目的関数	–
$\mathbf{H}$	磁界の強さ (ベクトル)	A/m
$\mathbf{H}^*$	回転ヒステリシス損の同定処理後の磁界の強さ (ベクトル)	A/m
$\mathbf{h}_a$	空気部の磁界の強さ (ベクトル)	A/m
$\mathbf{h}_s$	鉄心部の磁界の強さ (ベクトル)	A/m
$H, h$	磁界の強さ (スカラ)	A/m
$\Delta H$	マイナーループの磁界の強さの変動幅	A/m
$H_b$	初磁化曲線上の磁界の強さ	A/m
$\Delta H_b$	初磁化曲線上の磁界の強さの増分	A/m
$H_c$	保磁力	A/m

項目	内容	単位
$\Delta H_c$	保磁力の増分	A/m
$h_a$	空気部の磁界の強さ (スカラ)	A/m
$h_{B_m^i}^- (B_m^k)$	磁束密度振幅が $B_m^i$ であるヒステリシスループの下降曲線上の磁束密度が $B_m^k$ の時の磁界の強さ	A/m
$h_{B_m^i}^+ (B_m^k)$	磁束密度振幅が $B_m^i$ であるヒステリシスループの上昇曲線上の磁束密度が $B_m^k$ の時の磁界の強さ	A/m
$h_s$	鉄心部の磁界の強さ (スカラ)	A/m
$h_2, h_1, h_0$	ヒステリシス損の準磁気飽和領域における 2 次近似関数の係数	-
$I$	単位行列	-
$I_h$	ギャップの無い磁気回路のヒステリシス特性を考慮した等価回路の電流	A
$I_{hg}$	ギャップを有する磁気回路のヒステリシス特性を考慮した等価回路の電流	A
$I_m$	ギャップの無い磁気回路の初磁化曲線を用いた等価回路の電流	A
$I_{mg}$	ギャップを有する磁気回路の初磁化曲線を用いた等価回路の電流	A
$i_U$	U 相電流	A
$i_V$	V 相電流	A
$i_W$	W 相電流	A
$k_d$	直流ヒステリシス特性の 1 周期あたりの交番ヒステリシス損	J/kg
$k_h$	ヒステリシス損係数	J/kg
$L$	鉄心部のインダクタンス	H
$L_g$	ギャップ部のインダクタンス	H
$M_s$	飽和磁化	T
$N_c$	$N_c \geq B_m / \Delta B_m$ を満たす最小の整数	-
$N_{iron}$	鉄心部の要素数	-
$N_{noniron}$	非鉄心部の要素数	-
$N_p$	プレイヒステロンの個数	-
$P_{in}$	平均入力電力	W
$P_{out}$	平均出力電力	W
$p_{in}$	瞬時入力電力	W
$p_{out}$	瞬時出力電力	W

項目	内容	単位
$p_{\zeta}$	プレイヒステロン幅が $\zeta$ のベクトルプレイヒステロン	T
$p_{\zeta}^*$	プレイヒステロン幅が $\zeta$ の前計算時点のベクトルプレイヒステロンの補正ベクトル	T
$p_{\zeta}^0$	プレイヒステロン幅が $\zeta$ の前計算時点のベクトルプレイヒステロン	T
$p_{\zeta}$	プレイヒステロン幅が $\zeta$ のスカラプレイヒステロン	T
$p_{\zeta}^0$	プレイヒステロン幅が $\zeta$ の前計算時点のスカラプレイヒステロン	T
$q$	簡易 TP-EEC 法による解ベクトルの補正ベクトル	-
$R$	巻線抵抗	$\Omega$
$R_h$	ヒステリシス損抵抗	$\Omega$
$r_{\zeta_n}$	簡易 TP-EEC 法によるベクトルプレイヒステロンの補正ベクトル	T
$r$	回転ヒステリシス損同定パラメータ	-
$S$	係数行列	-
$s$	$n = 0$ の形状関数の傾き	T
$T$	トルク	Nm
$t$	時刻	s
$\Delta t$	時間刻み	s
$V$	入力電圧	V
$V_h$	ギャップの無い磁気回路のヒステリシス特性を考慮した等価回路の FEM 領域の端子電圧	V
$V_{hg}$	ギャップを有する磁気回路のヒステリシス特性を考慮した等価回路の FEM 領域の端子電圧	V
$V_{iron}$	鉄心部の領域	$m^3$
$V_m$	ギャップの無い磁気回路の初磁化曲線を用いた等価回路の FEM 領域の端子電圧	V
$V_{mg}$	ギャップを有する磁気回路の初磁化曲線を用いた等価回路の FEM 領域の端子電圧	V
$V_{noniron}$	非鉄心部の領域	$m^3$
$v_U$	U 相電圧	V
$v_V$	V 相電圧	V
$v_W$	W 相電圧	V
$W_{alt}, W_h$	1 周期あたりの交番ヒステリシス損	J/kg

項目	内容	単位
$W_{cu}$	平均銅損	W
$W_{hys}$	ヒステリシス損	W
$W_{iron}$	鉄損	W
$W_{rot}$	1周期あたりの回転ヒステリシス損	J/kg
$\Delta W_{alt}, \Delta W_h$	1周期あたりの交番ヒステリシス損の増分	J/kg
$w_{cu}$	瞬時銅損	W
$w_{iron}$	鉄心部の磁気エネルギー	W
$w_{mag}$	非鉄心部の磁気エネルギー	W
$w_{rot}^{\zeta_n}$	プレイヒステロン幅が $\zeta_n$ のベクトルプレイヒステロンの回転ヒステリシス損	J/kg
$\mathbf{x}$	磁気ベクトルポテンシャル・電気スカラポテンシャル等からなる解ベクトル	-
$Z$	簡易 TP-EEC 法の補助行列	-
$Z_h$	ギャップの無い磁気回路のヒステリシス特性を考慮した等価回路の FEM 領域のインピーダンス	$\Omega$
$Z_{hg}$	ギャップを有する磁気回路のヒステリシス特性を考慮した等価回路の FEM 領域のインピーダンス	$\Omega$
$Z_m$	ギャップの無い磁気回路の初磁化曲線を用いた等価回路の FEM 領域のインピーダンス	$\Omega$
$Z_{mg}$	ギャップを有する磁気回路の初磁化曲線を用いた等価回路の FEM 領域のインピーダンス	$\Omega$
$\alpha$	占積率	-
$\mu_{n,j}$	$n$ 番目の形状関数における $j$ 番目の傾き	A/m
$\mu_0$	真空の透磁率	H/m
$\nu_0$	真空の磁気抵抗	m/H
$\nu_s$	磁気抵抗	m/H
$\rho$	試料密度	kg/m <sup>3</sup>
$\omega$	角速度	rad/s
$\zeta$	プレイヒステロン幅	T
$\Delta\zeta$	プレイヒステロン幅の間隔 (= $\zeta_n - \zeta_{n-1}$ )	T

# 第 1 章 緒論

## 1.1 研究背景・目的

計算機の性能向上とシミュレーション技術の発展により、モータや変圧器等の電気機器の磁気設計に有限要素法を用いた磁界解析が広く活用されている。しかし、近年の環境問題を背景として、電気機器の更なる省エネルギー化が望まれており、高効率な電気機器の設計を行うためには磁界解析における鉄損算出精度の向上が必要不可欠である [1], [2]。

現状の磁界解析では、磁性材料の初磁化曲線のみを考慮し、鉄損は後処理で評価する手法 [1] が一般的に用いられているが、鉄損評価の高精度化のためには磁性材料のヒステリシス特性を直接考慮することが望ましい。そこで、ヒステリシス特性のモデル化に関して、プライザハモデル [3], [4], Chua モデル [5], [6], Jiles-Atherton モデル [7], [8], プレイモデル [9] - [11], ストップモデル [9] - [11], E&S モデル [12], ASP モデル [13], [14], マイクロマグネティクスによる手法 [15] 等、様々なヒステリシスモデルが提案されている。ヒステリシスモデルは古くから研究されているが、ヒステリシス特性の再現精度、同定の容易さ、計算コスト等に一長一短があり、近年においても盛んに研究されている。また、これらヒステリシスモデルを磁界解析に適用した研究も行われているが、ヒステリシス特性が解析精度に与える影響は明らかにされておらず、計算時間の増加等も問題となっている [16], [17]。また、現在提案されている解析手法の多くは初磁化曲線をベースとして研究されており、これまでに提案されている解析手法がヒステリシス特性を考慮した磁界解析にそのまま適用できるとは限らない。このように、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析は実用化に至っていないのが現状である。

これまでに提案されているヒステリシスモデルの中で、ヒステリシス特性の再現精度が良好で計算コストも低いプライザハモデルと同等以上のモデリング性能を有し、かつ記述がより簡単であるという特徴を持つプレイモデルに着目し、本論文では、プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した磁界解析の実用化に向けて研究を行った。実用化の課題として、プレイモデルのモデリング精度・記憶容量、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析の計算時間、種々の初磁化曲線を考慮した解析手法のヒステリシス特性の適用等が挙げられるため、これらの解決手法を提案した。また、ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響について検討し、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析の有効性を明らかにした。

## 1.2 本論文の構成

本論文は 6 章で構成されており、以下に各章の要約を示す。

第 1 章では、本研究の背景と目的について述べる。

第 2 章では、本研究で用いるプレイモデルの原理・特徴について説明する。

第 3 章では、プレイモデルの同定データとして必要な直流ヒステリシス特性の推定手法を提案する。プレイモデルは時間変動に依存しないモデルであるため、渦電流の影響は分離して考える必要があるが [11]、直流ヒステリシス特性や渦電流の影響が無視できる非常に低い周波数領域の磁気特性を測定することは容易ではない。そこで、比較的測定が容易な商用

周波数以上の測定データから直流ヒステリシス特性を推定する手法を提案する。プレイモデルの形状関数の性質上、同定に用いる対称ループの微分値が単調に増加する曲線が望ましいが、測定または推定した直流ヒステリシス特性は必ずしもこのようなデータであるとは限らないため、ベクトルプレイモデルにより算出される回転ヒステリシス損が負の値を示す場合がある<sup>[18]</sup>。そこで、同定データの初磁化曲線、交番ヒステリシス損、保磁力、微分透磁率からプレイモデルに適した対称ループの生成方法を提案し、負の回転ヒステリシス損を示すという問題を回避することができることを示した。次に、文献[19]、[20]で提案されている初磁化曲線の推定手法を交番ヒステリシス損の推定に適用し、プレイモデルの準磁気飽和領域（鉄心材料の「測定可能領域」と「磁気飽和領域」の中間領域）における磁気特性の考慮方法を提案する。プレイモデルでは、同定データの範囲内でヒステリシス特性を再現することができるが、同定データより高い磁束密度で動作するとヒステリシス損は一定となるため、磁気飽和領域付近で動作する可能性があるモータ等の電気機器では解析精度の低下が懸念される。本提案手法を適用することで、準磁気飽和領域のヒステリシス損を算出することが可能となった。さらに、プレイヒステロンの個数を低減した不等間隔分布関数を有するプレイモデルを提案する。プレイモデルでは、同定データの刻み幅の半分以上の磁束密度の変動が生じてマイナーループを描くことができないため、特にインバータ駆動の電気機器における鉄損解析精度の低下が懸念される。そこで、測定する対称ループの間隔を狭くしたり（本数を増やしたり）、測定した対称ループの間を補間する方法も提案<sup>[21]</sup>、<sup>[22]</sup>されているが、これらを用いて同定を行うとプレイヒステロンの個数も増加するため、計算時間・記憶容量の増大が懸念される。そこで、プレイモデルの分布関数を不等分割し、マイナーループの算出精度を維持しつつ、プレイヒステロンの個数を低減することが可能となった。最後に、圧粉磁心を用いたリアクトルのような塊状鉄心を有する3次元モデルの磁界解析を行うために、3次元ベクトルプレイモデルを提案し、3次元場のヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析が可能となった。

第4章では、プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した簡易 TP-EEC (Time Periodic-Explicit Error Correction) 法<sup>[23]</sup>、<sup>[24]</sup>を提案する。プレイモデルは、入力波形の中で絶対値が最大となった場合、それ以前の極値は全て消去され、最大値はプレイヒステロンの履歴に残り続ける。例えば、電圧印加時の解析において、解析モデルの時定数により突入電流が流れる場合がある。突発的な大電流によって鉄心が磁化されても、初磁化曲線を用いた解析の場合では、定常状態の最終的に得られる結果に突入電流は影響を与えない。しかし、プレイモデルを用いた解析では、突入電流時の動作点の影響が最終的に得られる解析結果に影響を与える場合がある<sup>[25]</sup>。そこで、簡易 TP-EEC 法の補正方法をプレイヒステロンの履歴にも適用することで、突入電流により磁化されたプレイヒステロンの影響を回避することができ、プレイモデルを用いた過渡解析を実現した。次に、文献[26]で提案されている同定データに用いる対称ループの最大値・最小値補正が有限要素磁界解析の収束特性に与える影響を検討し、補正を行わない場合には有限要素磁界解析のニュートン・ラフソン法が収束しない場合があることを明らかにした。同定データに用いる対称ループの最大値・最小値補正がヒステリシス特性の再現精度向上だけでなく、有限要素磁界解析の収束特性改善にも寄与していることも明らかにした。

第5章では、ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法を提案した。積層鉄心に

よる結果とヒステリシス特性を考慮した均質化法を適用した塊状鉄心による結果は良好な一致を示し、本提案手法の妥当性を検証した。また、提案した均質化法では、マイクロモデルの磁界の強さをマイクロモデルの磁束密度から直接算出しているため、ヒステリシス特性だけでなく磁気異方性を考慮することも可能である。次に、ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響を明らかにした。磁路中にギャップの無いモデルに関しては、ヒステリシス特性の考慮の有無によって電流波形に差異が生じるため、鉄損だけでなく銅損にも差異が生じることを明らかにした。また、実機モデルとして埋込磁石同期モータ（電気学会ベンチマークモデル D1 モデル<sup>[27]</sup>）を用いて、ヒステリシス特性の考慮の有無がモータ特性に与える影響を検討した。ヒステリシス特性を考慮することで、初磁化曲線を用いた解析結果と比較して、ステータのコアバックのヒステリシス損に差異が生じることを明らかにした。さらに、ヒステリシス特性の考慮の有無が各種電力と損失に与える影響を検討した。ヒステリシス特性の考慮の有無によって、鉄心部の磁気エネルギーの高調波成分に与える影響は小さく、主に入力電力や出力電力の直流成分（平均電力）に差異が生じることを明らかにした。以上の検討により、積層鉄心を有する電気機器においてもヒステリシス特性を考慮した磁界解析を実現した。そして、ヒステリシス特性を考慮することで、初磁化曲線を用いた従来の解析と比較して電流波形やヒステリシス損分布に差異が生じることを明らかにし、高精度な解析が可能となった。

第 6 章では、本研究で得られた知見を総括し、各章ごとに成果の要約を示す。

## 参考文献

- [1] Investigating R&D Committee on Advanced Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines, “Advanced Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines,” *IEE Japan Technical Report*, no. 942 (2004) (in Japanese). 回転機の三次元電磁界解析高度化調査専門委員会：「回転機の電磁界解析高度化技術」，電気学会技術報告，第 942 号（2004）.
- [2] Investigating R&D Committee on advanced numerical techniques in practical electromagnetic field computation, “Advanced numerical techniques in practical electromagnetic field computation,” *IEE Japan Technical Report*, no. 1317 (2014) (in Japanese). 電磁界解析高度利用技術調査専門委員会：「電磁界解析高度利用技術」，電気学会技術報告，第 1317 号（2014）.
- [3] F. Preisach, “Über die Magnetische Nachwirkung,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 94, pp. 277-302 (1935).
- [4] I. D. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications*, Springer-Verlag, New York (2003).
- [5] L. O. Chua and K. A. Stromsmoe, “Lumped-Circuit Models for Nonlinear Inductors Exhibiting Hysteresis Loops,” *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. 17, no. 4, 564-574 (1970).
- [6] L. O. Chua and S. C. Bass, “A Generalized Hysteresis Model,” *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. 19, no. 1, pp. 36-48 (1972).
- [7] D. C. Jiles and D. L. Atherton, “Theory of Ferromagnetic Hysteresis,” *J. Appl. Phys.*, vol. 55, no. 6, pp. 2115-2120 (1984).
- [8] D. C. Jiles and D. L. Atherton, “Theory of Ferromagnetic Hysteresis,” *J. Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 61, pp. 48-60 (1986).
- [9] M. A. Krasnosel'skii and A. V. Pokrovskii, *Systems with Hysteresis*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1989).
- [10] S. Bobbio, G. Miano, C. Serpico, and C. Visone, “Models of magnetic hysteresis based on play and stop hysterons,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 6, pp. 4417-4426 (1997).
- [11] T. Matsuo, Y. Osaka, and M. Shimasaki, “Eddy-Current Analysis Using Vector Hysteresis Models with Play and Stop Hysterons,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, 1172-1177 (2000).
- [12] N. Soda and M. Enokizono, “Hysteresis Model of Two-dimensional Magnetic Properties Using an E&S Model,” *Journal of the Magnetics Society of Japan*, vol. 24, no. 4-2, pp. 827-830 (2000) (in Japanese). 祖田直也・榎園正人：「E&S モデルによる二次元磁気特性のヒステリシスモデリング」，日本応用磁気学会誌，vol. 24, no. 4-2, pp. 827-830 (2000).
- [13] C. Lee, K. Miyata, and Y. Wadayama, “Theoretical Base of New Hysteresis Model by Approach on Phenomenon,” *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-03-78, RM-03-80, pp. 47-51 (2003) (in Japanese). 李燦，宮田健治，和田山芳英：「現象論的アプローチによる新ヒステリシスモデルの理論的基礎」，電気学会静止器・回転機合同研究会資料，SA-03-78, RM-03-80, pp. 47-51 (2003).
- [14] K. Miyata, C. Lee, and Y. Wadayama, “Magnetic Field Analysis by the Finite Element

- Method using a New Hysteresis Model,” *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-03-80, RM-003-82, pp. 59-63 (2003) (in Japanese).
- 宮田健治, 李燦, 和田山芳英:「新ヒステリシスモデルを用いた有限要素法による磁界解析」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-03-80, RM-03-82, pp. 59-63 (2003).
- [15] Y. Uehara, K. Shimizu, J. Fujisaki, A. Furuya, H. Oshima, and J. Masuko, “Magnetic Hysteresis Modeling by Using Micromagnetics Incorporating Eddy Current Losses,” *The papers of Joint Technical Meeting on Magnetism, IEE Japan*, MAG-11-27, pp. 25-28 (2011) (in Japanese).
- 上原裕二, 清水香壺, 藤崎淳, 古屋篤史, 大島弘敬, 増子潤:「うず電流を考慮したマイクロマグネティックスの手法による磁気ヒステリシスモデリング」, 電気学会マグネティックス研究会資料, MAG-11-27, pp. 25-28 (2011).
- [16] N. Takahashi, S. Miyabara, and K. Fujiwara, “Problems in Practical Finite Element Analysis Using Preisach Hysteresis Model,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, pp. 1243-1246 (1999).
- [17] T. Matsuo and M. Shimasaki, “Time-Periodic Finite Element Method for Hysteretic Eddy-Current Analysis,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 549-552 (2002).
- [18] J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Improvement of Isotropic Vector Play Model under Rotational Flux Density Conditions,” *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-15-30, RM-15-22, pp. 61-66 (2015) (in Japanese).
- 北尾純士, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕:「回転磁束条件下における等方性ベクトルプレイモデルのモデリング性能向上に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-15-30, RM-15-22, pp. 61-66 (2015).
- [19] Y. Kagawa, *Practical Finite Element Method in Electric and Electronic Engineering*, Ohmsha (1982) (in Japanese).
- 加川幸雄:「電気・電子のための有限要素法の実際」, オーム社 (1982) .
- [20] K. Fujiwara, “A Proposal on Approximation Method for Magnetization Property,” *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-04-69, RM-04-93, pp. 57-62 (2004) (in Japanese).
- 藤原耕二:「磁化曲線の近似法に関する提案」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-04-69, RM-04-93, pp. 57-62 (2004).
- [21] N. Nakata, N. Takahashi, and Y. Kawase, “Finite element analysis of magnetic fields taking into account hysteresis characteristics,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 21, no. 5, pp. 1856-1858 (1985).
- [22] J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Fundamental Investigation for Improving Play Model,” *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-14-76, RM-14-92, pp. 61-66 (2014) (in Japanese).
- 北尾純士, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕:「プレイモデルのモデリング性能向上に向けた基礎的検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-14-76, RM-14-92, pp. 61-66 (2014).

- [23] T. Tokumasu, M. Fujita, and T. Ueda, “Problems remained in 2 dimensional electromagnetic analyses (3),” *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-08-62, RM-08-69, pp. 89-94 (2008) (in Japanese).  
徳増正, 藤田真史, 上田隆司: 「2次元電磁界解析の有効利用に残された課題 (その3)」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-08-62, RM-08-69, pp. 89-94 (2008).
- [24] Y. Takahashi, T. Tokumasu, M. Fujita, S. Wakao, T. Iwashita, and M. Kanazawa, “Improvement of Convergence Characteristic in Nonlinear Transient Eddy-Current Analyses using the Error Correction of Time Integration based on the Time-Periodic FEM and the EEC Method,” *IEE Japan Trans*, vol. 129-B, no. 6, pp. 791-798 (2009) (in Japanese).  
高橋康人, 徳増正, 藤田真史, 若尾真治, 岩下武史, 金澤正憲: 「時間周期有限要素法とEEC法に基づく非線形過渡電磁場解析における時間積分の収束性改善」, 電気学会論文誌, vol. 129-B, no. 6, pp. 791-798 (2009).
- [25] J. Kitao, K. Hashimoto, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Study on Magnetic Field Analysis Taking Account of Hysteretic Property Using Play Model,” *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-12-16, RM-12-16, pp. 89-94 (2012) (in Japanese).  
北尾純士, 橋本和茂, 高橋康人, 藤原耕二, 石原好之, 阿波根明, 松尾哲司: 「プレイモデルのヒステリシス磁界解析への適用に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-12-16, RM-12-16, pp. 89-94 (2012).
- [26] T. Matsuo and M. Shimasaki, “An Identification Method of Play Model with Input-Dependent Shape Function,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 10, pp. 3112-3114 (2005).
- [27] Investigating R&D Committee on Practical Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines, “Practical Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines,” *IEE Japan Technical Report*, no. 1296 (2013) (in Japanese).  
回転機の三次元電磁界解析実用化技術調査専門委員会: 「回転機の三次元電磁界解析実用化技術」, 電気学会技術報告, 第 1296 号 (2013).

## 第2章 プレイモデルの原理

### 2.1 緒言

本章では、ヒステリシス特性を表現することができるプレイモデルについて説明する。まず初めにプレイモデルの基本となるスカラプレイモデル<sup>[1], [2]</sup>について説明し、次にスカラプレイモデルを幾何学的に拡張したベクトルプレイモデル<sup>[3] - [5]</sup>について説明する。

### 2.2 スカラプレイモデル

#### 2.2.1 スカラプレイヒステロン

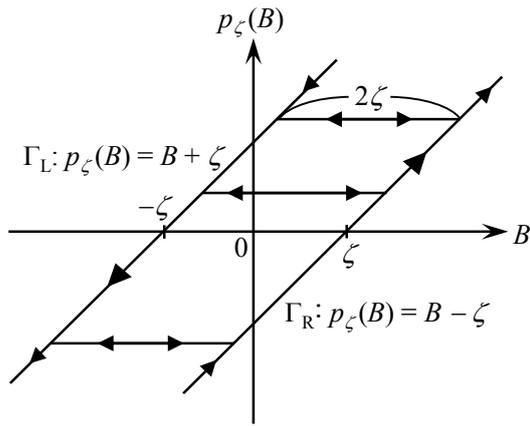
スカラプレイモデル<sup>[1], [2]</sup>では、(2.1) 式の特徴を持つスカラプレイヒステロンを用いてヒステリシス特性を表現する。

$$\begin{aligned}
 p_{\zeta}(B) &= B - \frac{B - p_{\zeta}^0}{\max(|B - p_{\zeta}^0|, \zeta)} \zeta \\
 &= \begin{cases} p_{\zeta}^0 & \because |B - p_{\zeta}^0| \leq \zeta \\ B - \frac{B - p_{\zeta}^0}{|B - p_{\zeta}^0|} \zeta & \because |B - p_{\zeta}^0| > \zeta \end{cases} \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

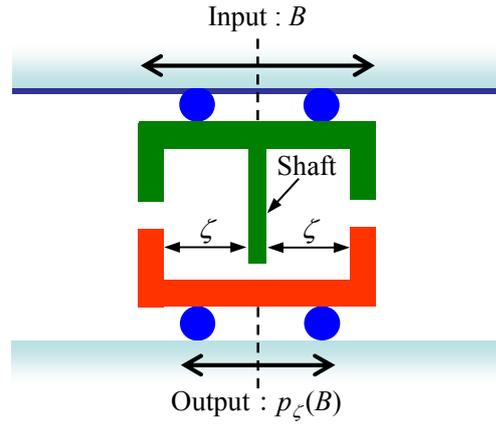
(2.1) 式の  $p_{\zeta}^0$  は前計算時点でのスカラプレイヒステロンの値を示し、入力  $B$  と  $p_{\zeta}^0$  の関係で出力  $p_{\zeta}$  が決定する。Fig. 2.1 (a) に、(2.1) 式の特徴を持つスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta}$  を示す。Fig. 2.1 (a) において、枝  $\Gamma_R$  ( $p_{\zeta} = B - \zeta$ ) は入力  $B$  の増加時のみ、枝  $\Gamma_L$  ( $p_{\zeta} = B + \zeta$ ) は入力  $B$  の減少時のみ用いられる。入力  $B$  が増加から減少または減少から増加に転じると、枝  $\Gamma_R$  と枝  $\Gamma_L$  の間を水平に移動し、水平な枝上では両方向に移動可能である。これらの動作は、Fig. 2.1 (b) に示す台車モデルで表現することができる。上の台車を動かすと、下の台車は上の台車のシャフトに引きずられて移動する。このとき、上の台車の位置が入力  $B$ 、下の台車の位置が出力  $p_{\zeta}$  を示し、下の台車は上の台車より遅れて移動するという特徴を有する。

Fig. 2.1 (c) ~ (f) に、スカラプレイヒステロンの動作特性を示す。まず初めに、 $B = B_1$  の時に枝  $\Gamma_R$  上を移動している場合を考える (Fig. 2.1 (c))。入力が  $B_1$  から  $B_2$  に増加すると、枝  $\Gamma_R$  上を右上に移動する (Fig. 2.1 (d))。ここで、入力が  $B_2$  から  $B_3$  に減少すると、 $B = B_2$  の点からそのまま左に移動する (Fig. 2.1 (e))。  $B_2$  から  $B_3$  の移動量が  $2\zeta$  よりも小さい場合、出力  $p_{\zeta}$  は変化しないため、 $B = B_2$  の時の出力と同一となる。さらに、入力が  $B_3$  から  $B_4$  に減少すると、 $B_2$  から  $B_4$  の移動量が  $2\zeta$  よりも大きくなるため、枝  $\Gamma_L$  上を左下に移動する (Fig. 2.1 (f))。

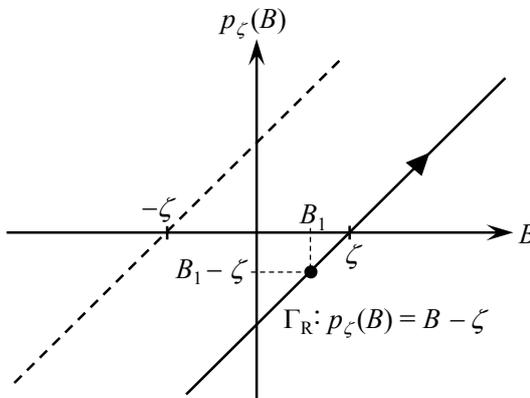
入力と出力の軌跡は左回りであることから、入力が磁界の強さ  $H$ 、出力が磁束密度  $B$  に対応するのが自然である。しかし、磁気ベクトルポテンシャルを未知変数とする有限要素磁界解析では、入力を磁束密度、出力を磁界の強さとする都合が良い。したがって、本論文では逆分布関数法<sup>[6]</sup>を適用した入力を磁束密度  $B$ 、出力を磁界の強さ  $H$  とするプレイモデルを適用する。



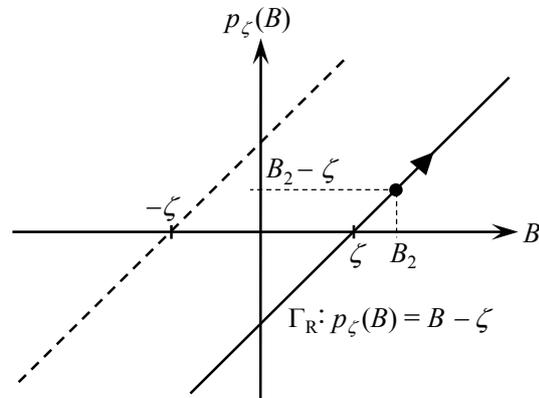
(a) Property of the scalar play hysteron



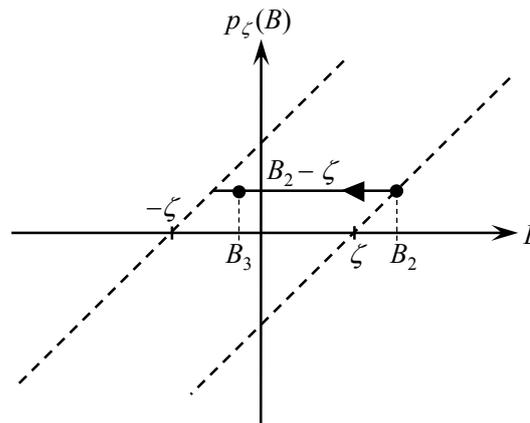
(b) Behavior model for the scalar play hysteron



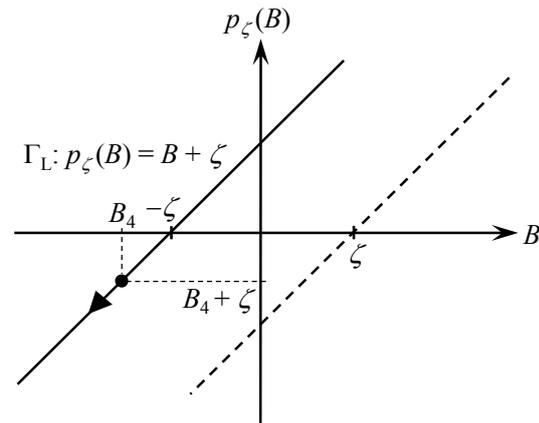
(c)  $B = B_1$



(d)  $B = B_2$



(e)  $B = B_3$



(f)  $B = B_4$

Fig. 2.1. Scalar play hysteron.

## 2.2.2 形状関数

スカラプレイモデルでは磁界の強さ  $H$  を, (2.2) 式に示すように, 形状関数の積分により表現する.

$$H(B) = \int_0^{\infty} f_{\zeta}(p_{\zeta}(B)) d\zeta \quad (2.2)$$

電気機器の鉄心として用いられる磁性材料には磁気飽和が生じるため, 飽和特性を考慮する必要がある. スカラプレイモデルにおける磁気飽和の考慮方法として, スカラプレイヒステロンで飽和特性を考慮する方法 (方法 1) と形状関数で飽和特性を考慮する方法 (方法 2) の 2 種類が考えられる. まず初めに, 方法 1 について説明する. スカラプレイヒステロンで飽和特性を考慮する場合, 入力  $B$  が同定に用いる磁束密度の最大値  $B_{\max}$  を超えると,  $\zeta > 0$  の非可逆特性を示すスカラプレイヒステロンの値  $p_{\zeta}$  を一価関数とすればよい. すなわち, スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta}$  は, (2.3) 式に示すように定義される.

$$-B_{\max} + \zeta \leq p_{\zeta} \leq B_{\max} - \zeta \quad (\zeta > 0) \quad (2.3)$$

Fig. 2.2 に, 飽和特性を考慮したスカラプレイヒステロンを示す. 入力の大きさが同定に用いる磁束密度の最大値  $B_{\max}$  より大きくなると, スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta}$  は一定となる. なお,  $\zeta = 0$  のスカラプレイヒステロン  $p_0$  はヒステリシス特性を持たないため, 入力  $B$  が  $B_{\max}$  以上になると  $\zeta = 0$  のスカラプレイヒステロン  $p_0$  のみで表現する. したがって,  $\zeta = 0$  のスカラプレイヒステロンの定義域は,  $-\infty < p_0 < \infty$  となる. プレイヒステロン幅  $\zeta$  が  $B_{\max}$  以上のスカラプレイヒステロンの形状関数は飽和以降に一定となるため, (2.2) 式は (2.4) 式のように書き直すことができる.

$$H(B) = \begin{cases} \int_0^{B_{\max}} f_{\zeta}(p_{\zeta}(B)) d\zeta & \therefore B \leq B_{\max} \\ \int_0^{B_{\max}} f_{\zeta}(p_{\zeta}(B_{\max})) d\zeta + \frac{B - B_{\max}}{\mu_0} & \therefore B > B_{\max} \end{cases} \quad (2.4)$$

方法 2 に関しては, 入力  $B$  が同定に用いる磁束密度の最大値  $B_{\max}$  を超えると磁界の強さ  $H$  は磁束密度  $B$  の一価関数になることから, スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta}$  では飽和特性を考慮せずに (2.1) 式をそのまま適用する. そして,  $\zeta > 0$  のスカラプレイヒステロン  $p_0$  の形状関数は飽和以降を一定とし,  $\zeta = 0$  のスカラプレイヒステロン  $p_0$  を用いて飽和以降の特性を考慮する. 本論文の 3 章以降の解析では方法 2 を適用しているが, 本章の以降の説明ではプレイモデルの動作特性が理解しやすい方法 1 を用いて説明する.

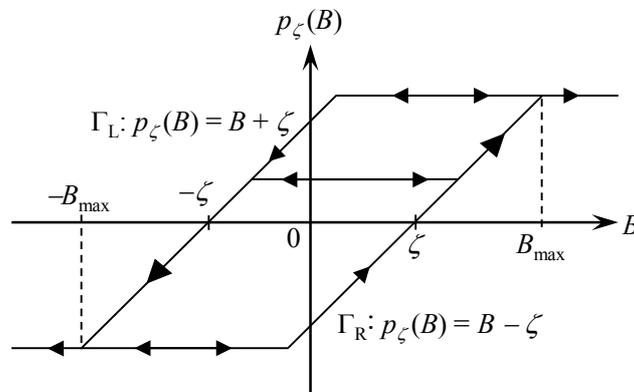


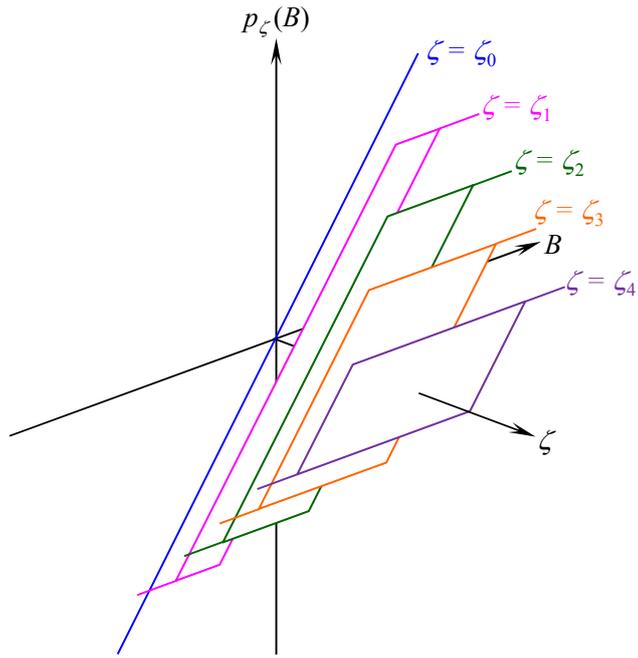
Fig. 2.2. Scalar play hysteron with saturation.

### 2.2.3 分布関数

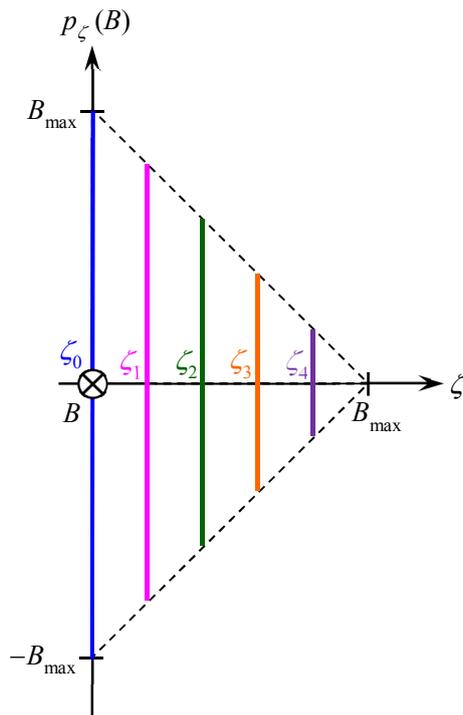
スカラプレイモデルは、各スカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の動作特性を Fig. 2.2 で表すことができる。しかし、全てのスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  を同一平面で表す必要があるため、スカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の個数が増えると、全てのスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の動作特性を定量的に把握することが困難となる。そこで、スカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の動作特性を1つの図上で統一的に表すことができる分布関数について説明する。

Fig. 2.2 のスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  にヒステロン幅  $\zeta$  を表す軸を追加すると、Fig. 2.3 (a) のように表される。さらに、Fig. 2.3 (a) を  $p_\zeta(B)-\zeta$  平面に投影すると Fig. 2.3 (b) となり、 $p_\zeta(B)-\zeta$  平面を分布関数と呼ぶ。分布関数上での各スカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の値は、ヒステロン幅  $\zeta$  の位置での枝  $\Gamma_L$  または枝  $\Gamma_R$  との交点となる。Fig. 2.4 (a) に示す磁束密度波形を入力とした場合のヒステリシスループを Fig. 2.4 (b) に示し、分布関数の動作特性を Fig. 2.4 (c) ~ (j) に示す。Fig. 2.4 (c) に示す消磁状態 ( $p_\zeta=0$ ) から始まり、赤線上の値がそれぞれスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の動作点を示す。Fig. 2.4 (d), (f), (h) および (j) は、入力  $B$  が同一の値を示すが、全て異なった履歴であるため分布関数の状態も異なる。

Fig. 2.5 に、分布関数とスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の動作特性の具体例を示す。Fig. 2.5 の左図は分布関数を、右図は  $\zeta = \zeta'$  のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta'}$  を示す。まず初めに、入力が  $B=B_1$  の時に枝  $\Gamma_R$  を移動しているとする (Fig. 2.5 (a))。入力が  $B_1$  から  $B_2$  に増加すると、スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta'}$  では枝  $\Gamma_R$  上を右上に移動し、分布関数上では枝  $\Gamma_R$  が上に移動して枝  $\Gamma_R$  上の  $\zeta = \zeta'$  との交点がスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta'}$  の値となる (Fig. 2.5 (b))。次に、入力が  $B_2$  から  $B_3$  に減少すると、スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta'}$  では  $B = B_2$  の点からそのまま左に移動し、分布関数上では枝  $\Gamma_R$  から枝  $\Gamma_L$  に切り替わり枝  $\Gamma_L$  が下に移動する (Fig. 2.5 (c))。このとき、枝  $\Gamma_L$  が元の点 ( $p_{\zeta'}(B_2) = B_2 - \zeta'$ ) より下回るまでは、スカラプレイヒステロンの動作点は変化しない。さらに、入力が  $B_3$  から  $B_4$  に減少すると、スカラプレイヒステロンでは枝  $\Gamma_L$  上を左下に移動し、分布関数上では枝  $\Gamma_L$  が下に移動して枝  $\Gamma_L$  上の  $\zeta = \zeta'$  との交点がスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta'}$  の動作点となる (Fig. 2.5 (d))。このように、分布関数では枝  $\Gamma_R$  は上に移動し、枝  $\Gamma_L$  は下に移動する。このとき、各スカラプレイヒステロンの幅  $\zeta$  の位置での枝  $\Gamma_R$  または枝  $\Gamma_L$  との交点がスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の動作点を示すため、分布関数を用いることで全てのスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  の動作特性を表すことができる。



(a) 3-dimensions



(b)  $p_\zeta(B) - \zeta$  plane

Fig. 2.3. Distribution function.

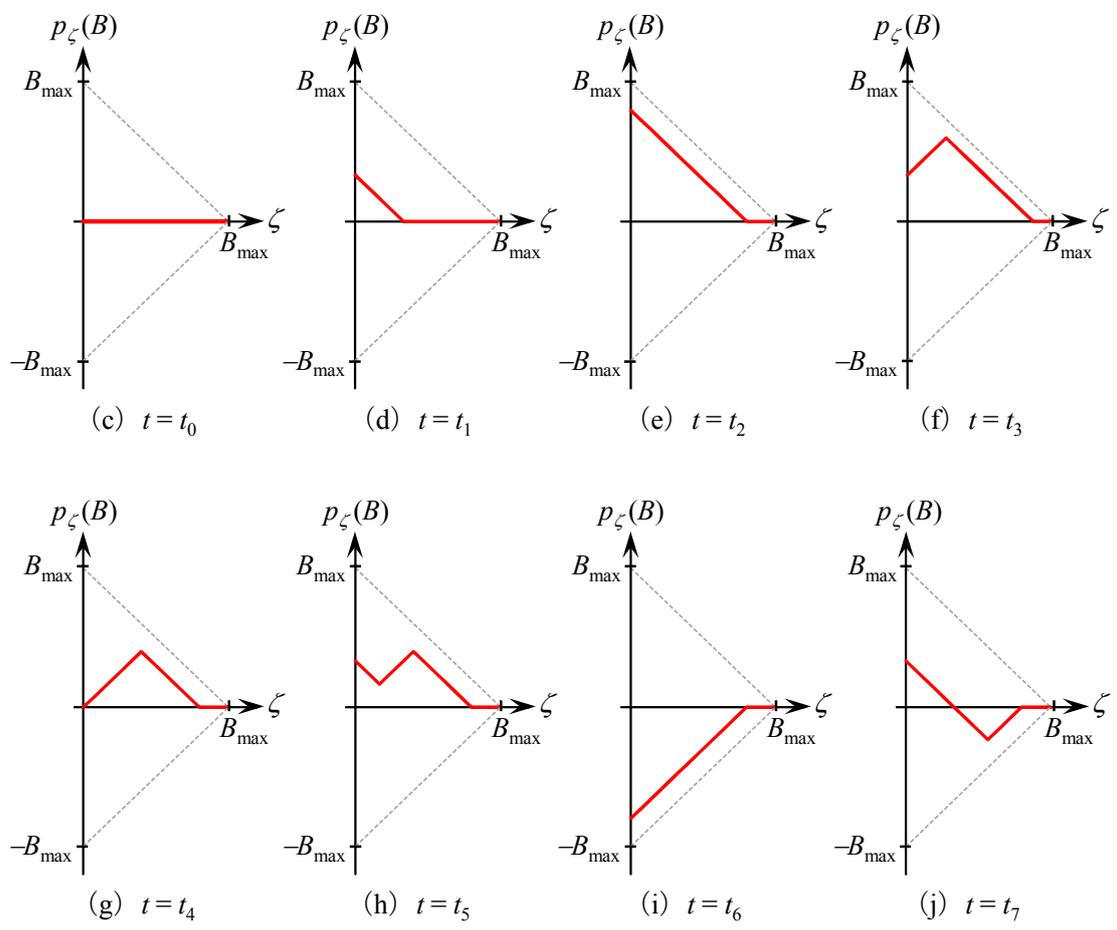
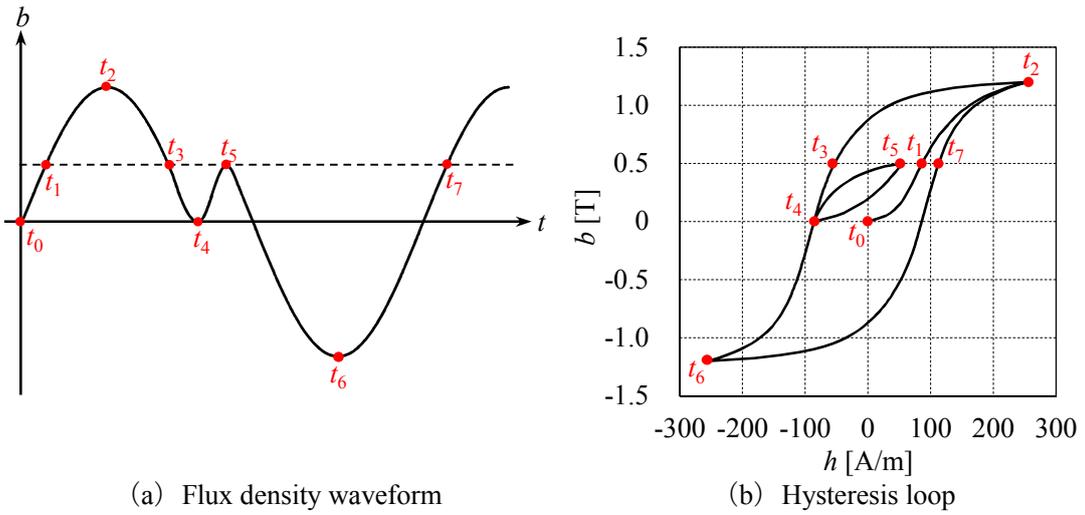


Fig. 2.4. Behavior of the distribution function.

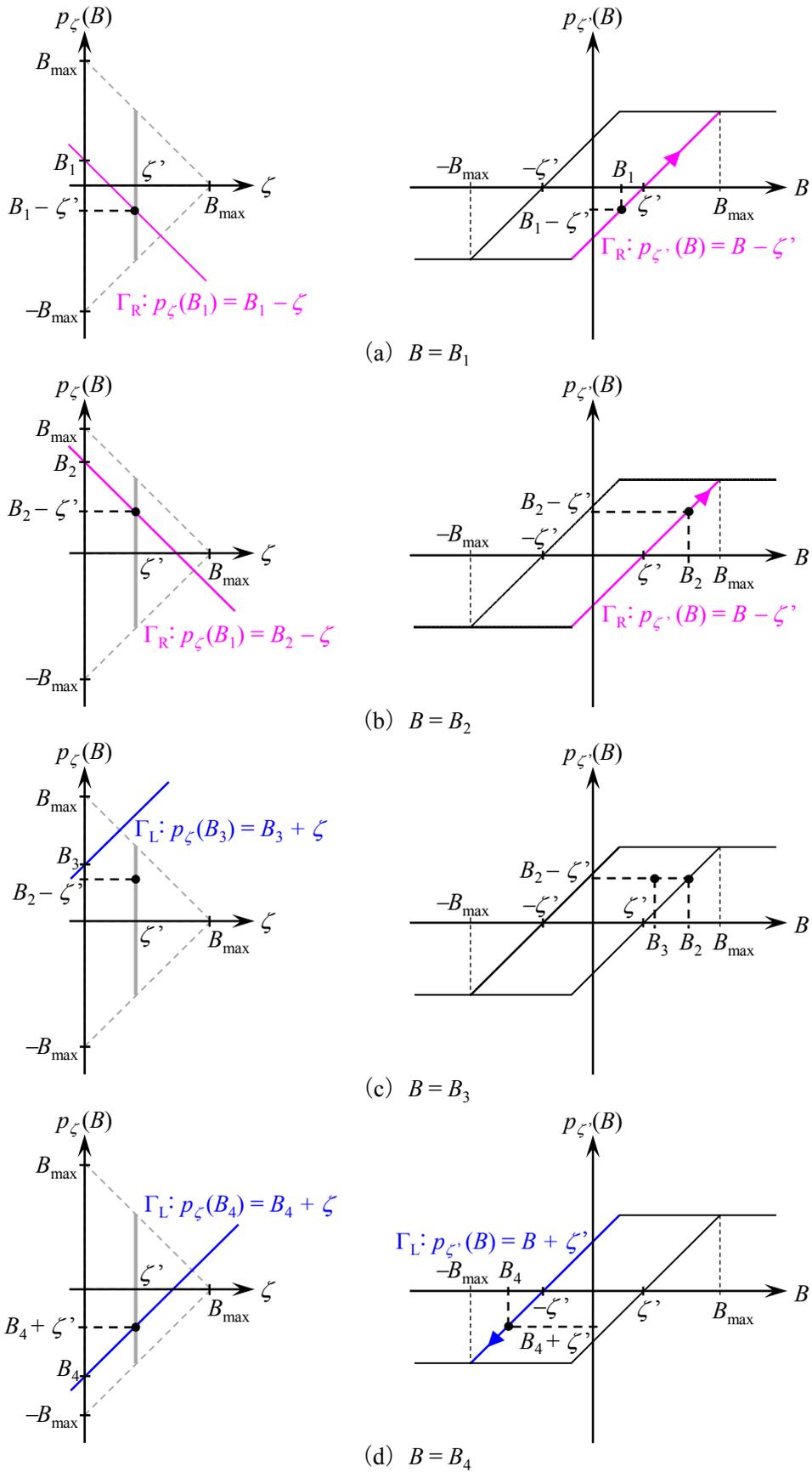


Fig. 2.5. Comparison of the distribution function and scalar play hysteron.

## 2.2.4 離散化

スカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  を連続系として定義すると同定が容易ではないため、Fig. 2.6 に示すように分布関数を等間隔の格子状に分割して離散化する。このとき、スカラプレイヒステロンの幅  $\zeta_n$  は (2.5) 式のように等間隔に分割し、(2.1) 式のスカラプレイヒステロン  $p_\zeta$  を離散化すると (2.6) 式のように表される。このように分布関数を離散化すると、スカラプレイヒステロンの個数  $N_p$  は、(2.7) 式に示すように同定に用いる対称ループの 2 倍の個数が必要となる。

$$\zeta_n = \frac{n}{N_p} B_{\max} \quad (n=0, 1, 2, \dots, N_p - 1) \quad (2.5)$$

$$p_{\zeta_n}(B) = B - \frac{B - p_{\zeta_n}^0}{\max(|B - p_{\zeta_n}^0|, \zeta_n)} \zeta_n \quad (2.6)$$

$$N_p = \frac{2B_{\max}}{\Delta B_m} \quad (2.7)$$

ここで、入力を磁束密度  $B$ 、出力を磁界の強さ  $H$  とするスカラプレイモデルでは、スカラプレイヒステロンの幅  $\zeta_n$  の単位は磁束密度と同一の次元である「T」となる。形状関数  $f_{\zeta_n}$  に関しては、等間隔の格子状に分割した分布関数の各スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  で用意し、各格子点に形状関数  $f_{\zeta_n}$  の値を設定する。このとき、各スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  における形状関数  $f_{\zeta_n}$  の各格子点間を区分線形として近似すると、形状関数  $f_{\zeta_n}$  は (2.8) ~ (2.10) 式のように表される [2]。

$$f_{\zeta_n}(p_{\zeta_n}(B)) = f_{\zeta_n}(p_{\zeta_n,j}) + \mu_{n,j}(p_{\zeta_n}(B) - p_{\zeta_n,j}) \quad (2.8)$$

$$p_{\zeta_n,j} \leq p_{\zeta_n}(B) < p_{\zeta_n,j+1} \quad (2.9)$$

$$p_{\zeta_n,j} = \frac{B_{\max}}{N_p} 2j - B_{\max} + \zeta_n \quad (j=0, 1, \dots, N_p - n) \quad (2.10)$$

ここで、形状関数  $f_{\zeta_n}$  の単位は磁界の強さ  $H$  と同一の次元である「A/m」となり、形状関数の傾き  $\mu_{n,j}$  の単位は「A/m/T」となる。Fig. 2.6 に、離散化されたスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  と形状関数の傾き  $\mu_{n,j}$  の定義を示す。そして、(2.11) 式に示すように、有限個 ( $N_p$  個) のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  を用いて形状関数  $f_{\zeta_n}$  の重ね合わせによってヒステリシス特性を再現する。

$$H(B) = \sum_{n=0}^{N_p-1} f_{\zeta_n}(p_{\zeta_n}(B)) \quad (2.11)$$

Fig. 2.7 に、離散化されたスカラプレイモデルの計算手順を示す。入力  $B$  を与えると、各スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  は (2.6) 式により計算される。そして、(2.8) 式により幅の異なる各スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  の形状関数  $f_{\zeta_n}$  の値が計算され、これら形状関数  $f_{\zeta_n}$  を積算すると出力  $H$  が計算される。

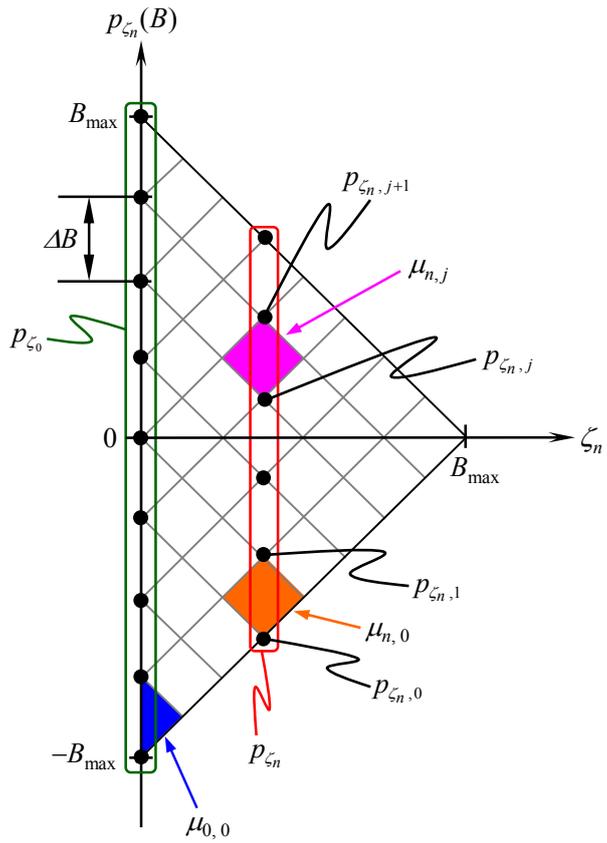


Fig. 2.6. Discretization of the distribution function.

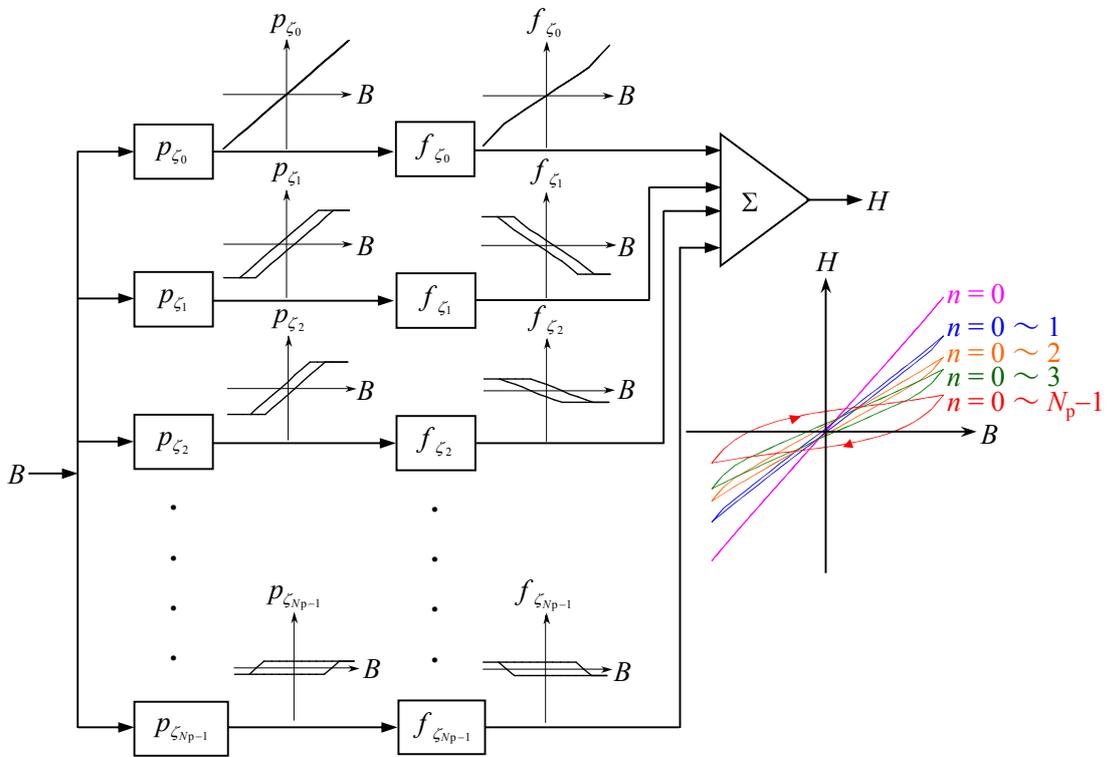


Fig. 2.7. Calculation procedure of the scalar play model.

## 2.2.5 同定方法

(i) スカラプレイモデルの同定 スカラプレイモデルはスカラプライザッハモデル<sup>[7]</sup>と等価であるため、同定方法も同様の手順で行う<sup>[2], [8]</sup>。Fig. 2.8 および Fig. 2.9 に、対称ループの下降曲線群を用いたスカラプレイモデルの同定方法の例を示す。形状関数の傾き $\mu$ は、 $n = 0$ では2点、 $n > 0$ では4点必要となり、(2.12)式のように表される。

$$\mu_{n,j} = \begin{cases} h_{B_m^i}^-(B_m^i) - h_{B_m^{i-1}}^-(B_m^{i-1}) & \therefore n = 0 \\ h_{B_m^i}^-(B_m^k) - h_{B_m^{i-1}}^-(B_m^{k-1}) - h_{B_m^{i-1}}^-(B_m^k) + h_{B_m^{i-1}}^-(B_m^{k-1}) & \therefore n > 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

$$B_m^i = i\Delta B_m \quad \left( i = 1, 2, \dots, \frac{N_p}{2} \right) \quad (2.13)$$

$$B_m^k = k\Delta B_m \quad \left( k = -\frac{N_p}{2}, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \frac{N_p}{2} \right) \quad (2.14)$$

$$n = i - k \quad (2.15)$$

$$j = \frac{N_p}{2} + k - 1 \quad (2.16)$$

(2.12)式を用いることで、分布関数の $p_{\zeta_n} \geq 0$ の領域の形状関数の傾き $\mu$ を算出することができ、 $p_{\zeta_n} < 0$ の領域に関しては対称ループを用いているため、 $p_{\zeta_n} = 0$ に対して上下対称になると仮定すると(2.17)式のように表される。

$$\mu_{n, N_p - n - j - 1} = \mu_{n, j} \quad (2.17)$$

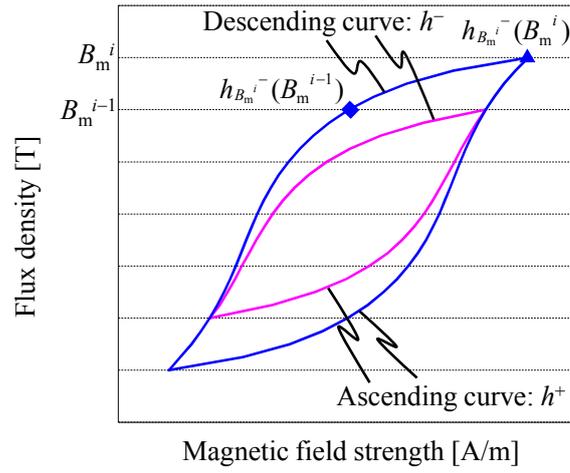
そして、形状関数 $f_{\zeta_n}$ に基準点を設定すると(例えば、 $p_{\zeta_n} = 0$ の時の形状関数 $f_{\zeta_n}$ の値を0に設定する)、全ての形状関数を決定することができる。

$B$ 入力 $H$ 出力の場合を考えると、(2.12)式より $n=0$ の形状関数の傾き $\mu$ は、下降曲線上における $B_m^i$ の時の磁界の強さと $B_m^{i-1}$ の時の磁界の強さの差により計算するため、正の値を示す。また、 $n > 0$ の形状関数の傾き $\mu$ は、(2.18)式に書き換えることができる。

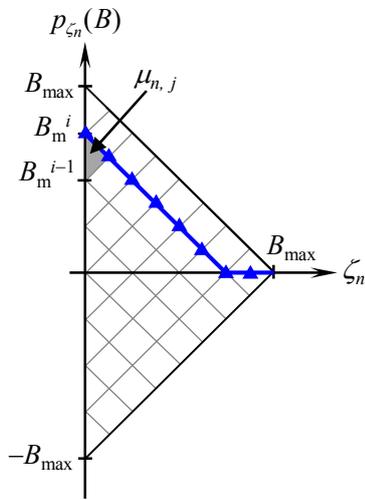
$$\mu_{n,j} = \left\{ h_{B_m^i}^-(B_m^k) - h_{B_m^{i-1}}^-(B_m^{k-1}) \right\} - \left\{ h_{B_m^{i-1}}^-(B_m^k) - h_{B_m^{i-1}}^-(B_m^{k-1}) \right\} \quad \therefore n > 0 \quad (2.18)$$

(2.18)式を $\Delta B_m$ で除すると、右辺中括弧第1項はある対称ループの傾きを示し、右辺中括弧第2項は内側の対称ループの傾きを示す。磁束密度の最大値が大きい対称ループは外に膨らみ傾きは小さくなる傾向を示すため、一般的に $n > 0$ の形状関数の傾き $\mu$ は負の値を示す。このように、逆分布関数法を適用したスカラプレイモデルでは、可逆部( $n=0$ )のスカラプレイヒステロン $p_{\zeta_0}$ のみ形状関数の傾き $\mu$ が正となる単調増加の関数となり、 $n=0$ のスカラプレイヒステロン $p_{\zeta_0}$ と $n=1$ のスカラプレイヒステロン $p_{\zeta_1}$ の境界で形状関数 $f_{\zeta_n}$ の分布が不連続になる。また、スカラプレイモデルの形状関数 $f_{\zeta_n}$ は、(2.12)式より一意に算出することができるため、パラメータの調整等は不要である。

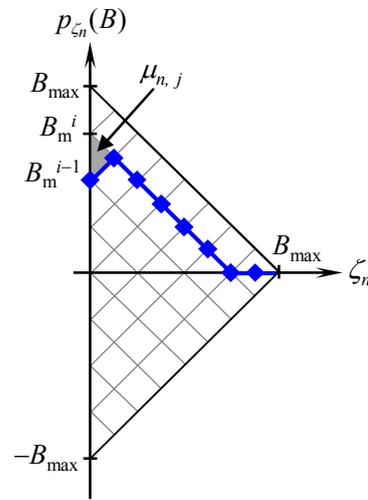
一例として、Fig. 2.10に示す無方向性電磁鋼板50A470の50 Hz、100 Hzおよび200 Hzの測定データから推定した直流ヒステリシス特性(推定方法の詳細は3.2節に示す)から同定を行った形状関数 $f_{\zeta_n}$ をFig. 2.11に示す。同定データの対称ループの刻み幅 $\Delta B_m$ を0.05 T、最大磁束密度 $B_{\max}$ を2 T、プレイヒステロン数 $N_p$ を80個とした。 $n=0$ の形状関数 $f_{\zeta_0}$ は単調増加な特性を示し、 $n > 0$ の形状関数 $f_{\zeta_n}$ は全体的に単調減少な特性を示しているが、形状関数の傾きが正となる点も有する。これは、測定データの一部で外側の対称ループの傾きが大きくなっており、原因として測定誤差や対称ループの交差等が考えられる。



(a) Symmetric loops

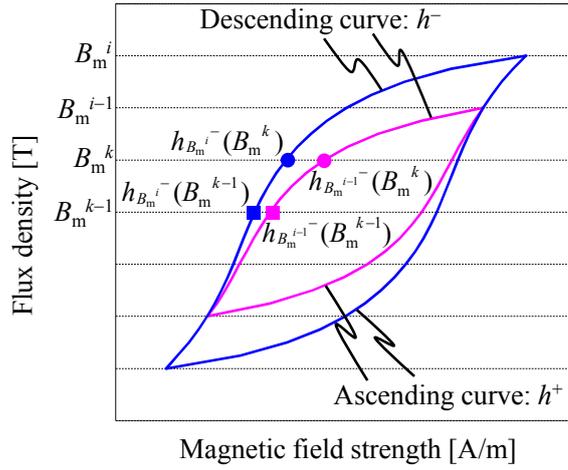


(b)  $h_{B_m^i}^-(B_m^i)$



(c)  $h_{B_m^i}^-(B_m^{i-1})$

Fig. 2.8. Identification method ( $n = 0$ ).



(a) Symmetric loops

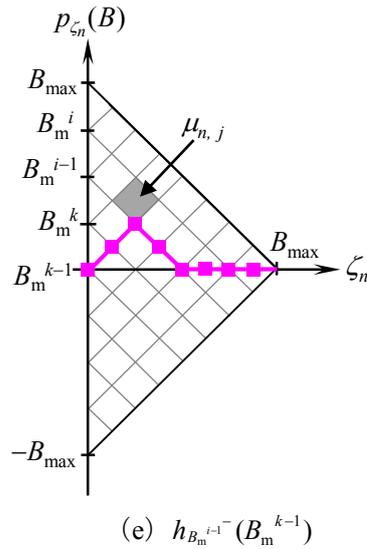
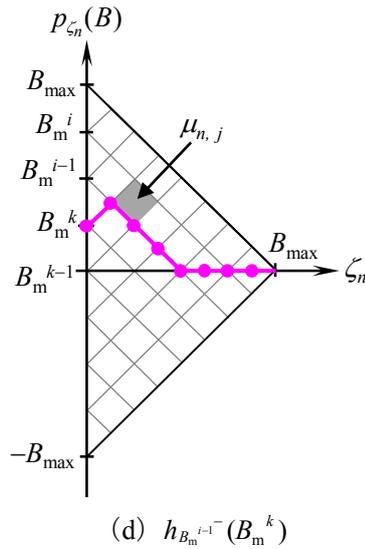
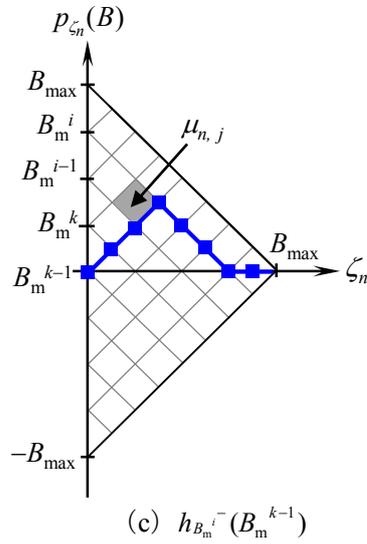
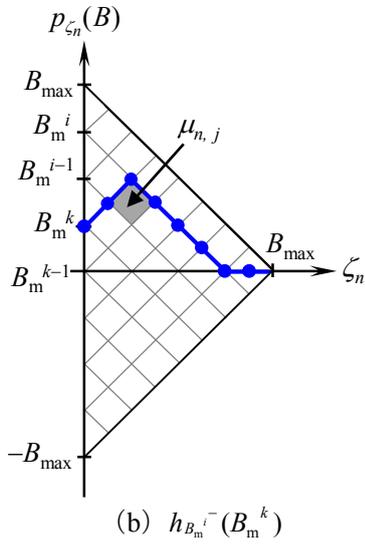


Fig. 2.9. Identification method ( $n > 0$ ).

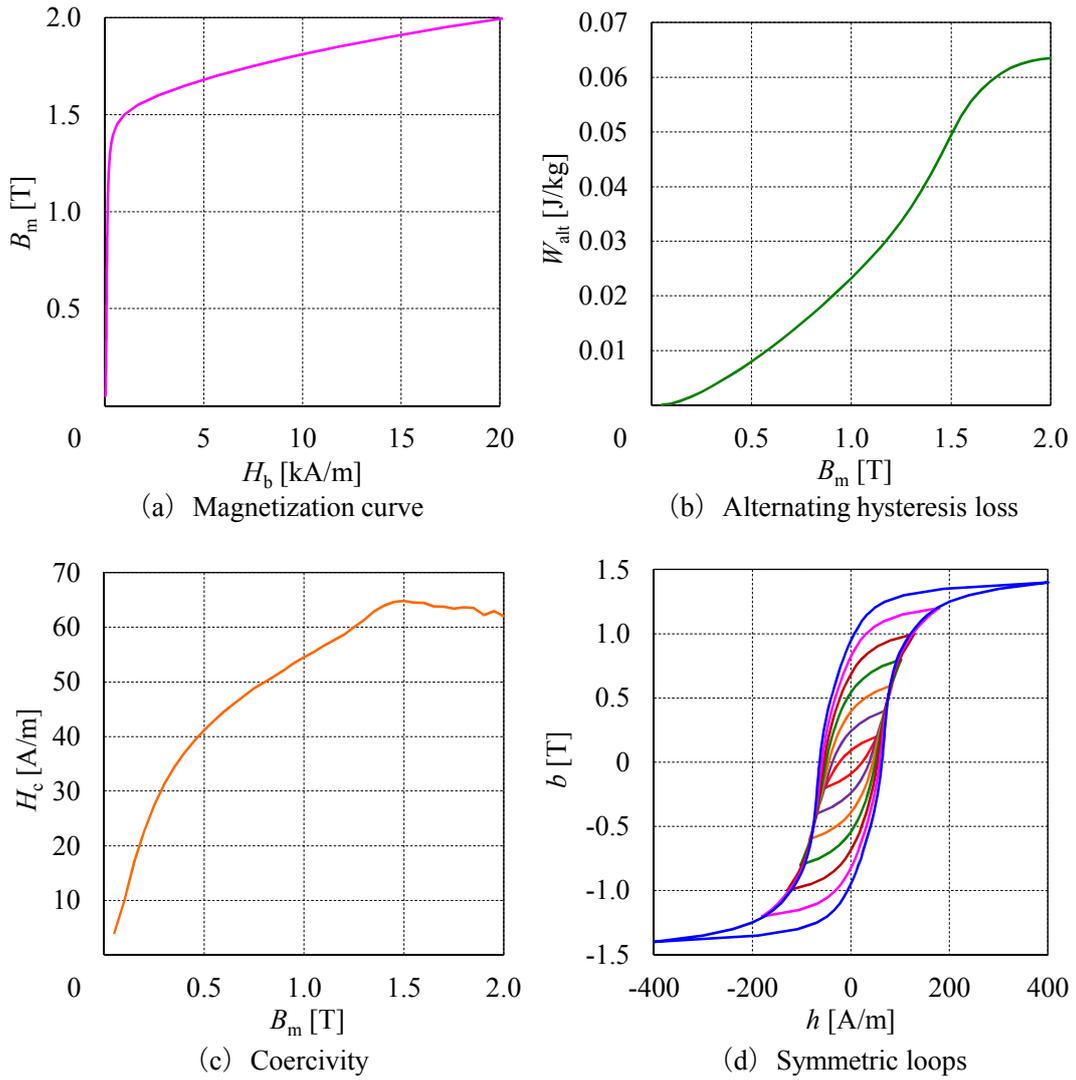


Fig. 2.10. Magnetic properties for JIS: 50A470.

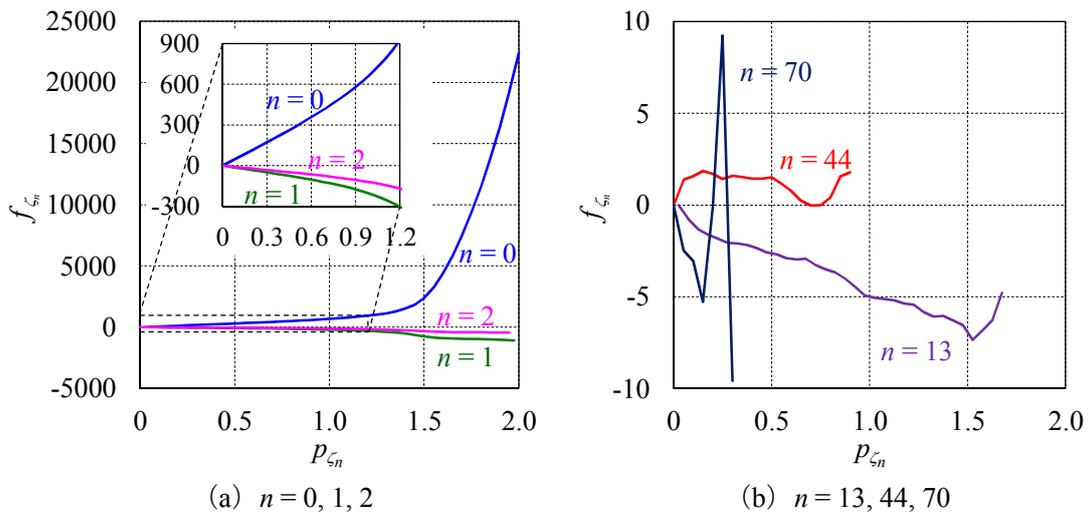


Fig. 2.11. Shape functions for JIS: 50A470.

(ii) 対称ループの最大値・最小値の補正がモデリング精度に与える影響 Fig. 2.12 (a) に、無方向性電磁鋼板 50A1300 の 50 Hz, 100 Hz および 200 Hz の測定データから推定した直流ヒステリシス特性（推定方法の詳細は 3.2 節に示す）を用いて同定（0.1 T 刻み,  $B_{\max} = 1.9$  T, プレイヒステロン数  $N_p$  は 38 個）を行ったプレイモデルによる初磁化曲線および交番ヒステリシス損の再現結果を示す。なお, Fig. 2.12 中の「raw data」は同定に用いた直流ヒステリシス特性を示す。Fig. 2.12 (a) に示すように, 直流ヒステリシス特性を用いてそのまま同定を行うと, 初磁化曲線および交番ヒステリシス損に振動が生じる場合がある。

ここで, Fig. 2.13 を用いて初磁化曲線に振動が生じた理由を説明する。Fig. 2.13 に, 入力  $B$  が同定データの振幅を示す  $B_m^{i-1}$  から  $B_m^i$  に増加した場合の分布関数の挙動を示す。また, Fig. 2.13 の変数は, (2.19) および (2.20) 式の関係を満たすとする。

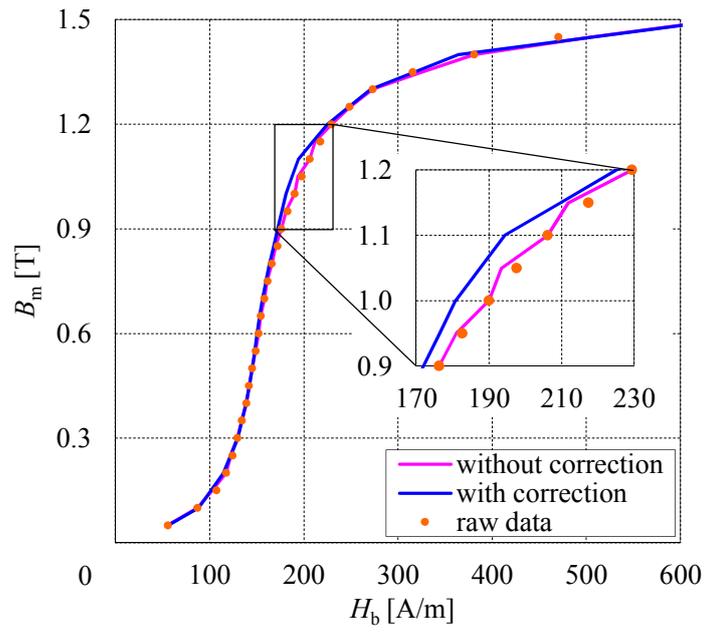
$$B_m^{i-1} < B_{m1} < \zeta_a < B_{m2} < B_m^i \quad (2.19)$$

$$a = 2i - 1 \quad (2.20)$$

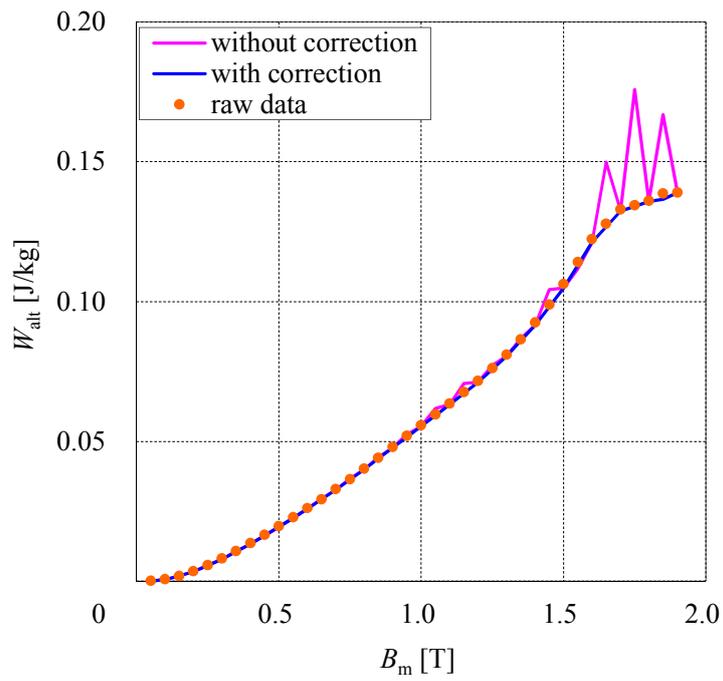
入力  $B$  が  $B_m^{i-1}$  (Fig. 2.13 (b)) から  $B_{m1}$  (Fig. 2.13 (c)) に増加すると,  $\zeta_n < \zeta_a$  のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  のみ変化する。さらに, 入力が  $B_{m2}$  (Fig. 2.13 (d)) に増加すると,  $\zeta_n = \zeta_a$  のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_a}$  (図中の ■ 印) も変化する。入力  $B$  が  $\zeta_a$  の前後で出力  $H$  が不連続に変化している。 $\zeta_a$  は同定に用いる各対称ループの振幅の中点を示し ( $\zeta_a = (2i - 1)\Delta B_m/2$ ), この影響で同定に用いる各対称ループの振幅の中点で不連続になっている。これは, スカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  を離散化した影響で生じている。したがって,  $B = 0$  のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_a}(0)$  における形状関数の傾き  $\mu$  を 0 に設定すれば上記の問題を解決することができると考えられる。文献 [2] では, 対称ループの振幅  $B_m^i$  における最大磁束密度  $B_m^i$  の磁界の強さ  $h_{B_m^i}(B_m^i)$  を (2.21) 式のように補正する方法が提案されている (Fig. 2.14)。なお, 最小磁束密度  $-B_m^i$  における磁界の強さ  $h_{B_m^i}(-B_m^i)$  においても同様の補正を行う。

$$\begin{cases} h_{B_m^i}(B_m^i) = h_{B_m^{i+1}}(B_m^i) \\ h_{B_m^i}(-B_m^i) = h_{B_m^{i+1}}(-B_m^i) \end{cases} \quad \therefore i = 1, 2, \dots, \frac{N_p}{2} - 1 \quad (2.21)$$

この方法を用いて対称ループの最大磁束密度と最小磁束密度における磁界の強さを補正すると,  $\zeta_a = (2i - 1)\Delta B_m/2$  のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_a}$ , すなわち,  $n$  が 3 以上の奇数におけるスカラプレイヒステロンの  $B = 0$  ( $p_{\zeta_a}(0)$ ) の形状関数の傾き  $\mu$  が 0 となる。Fig. 2.15 に, 対称ループの最大磁束密度と最小磁束密度における磁界の強さの補正の有無による形状関数の傾き  $\mu$  を示す。Fig. 2.15 (a) および (b) に示すように, 対称ループの最大磁束密度と最小磁束密度における磁界の強さを補正することで, 形状関数の傾き  $\mu$  が滑らかに変化していることがわかる。さらに, Fig. 2.12 に示すように, (2.21) 式の補正を行うことで, 初磁化曲線に関しては同定に用いた直流ヒステリシス特性と若干の差異が生じるが滑らかな曲線が得られており, 交番ヒステリシス損についても補正前と同等の結果が得られていることがわかる。なお, 対称ループの最大磁束密度および最小磁束密度における磁界の強さの補正量が小さい領域であれば, 同定データの初磁化曲線との差異も小さくなる。4.3 節では, 対称ループの最大値・最小値補正が有限要素磁界解析の収束特性に与える影響を検討する。



(a) Magnetization curves



(b) Alternating hysteresis losses

Fig. 2.12. Alternating magnetic characteristics for JIS: 50A1300.

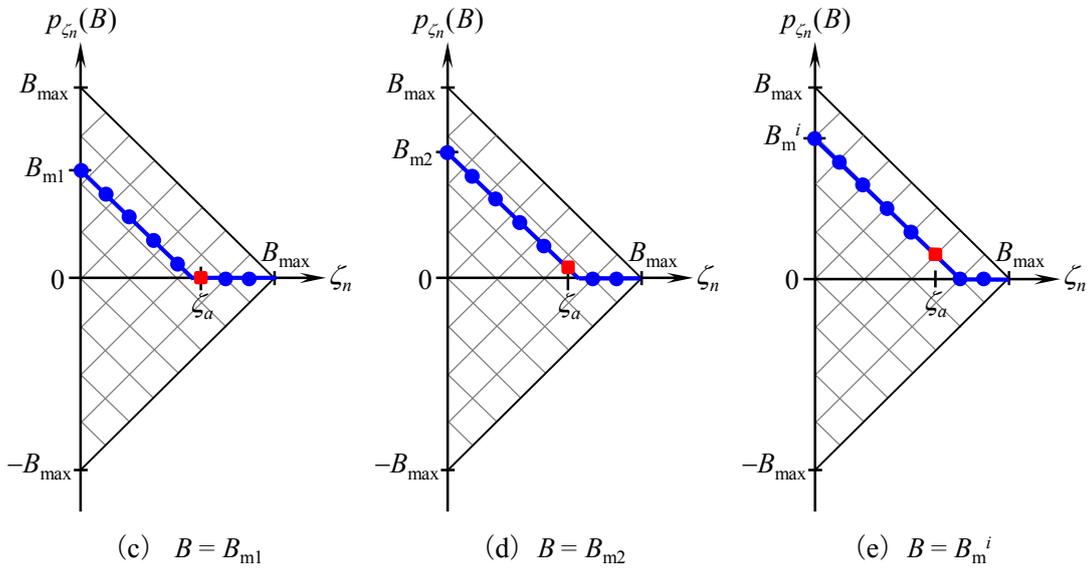
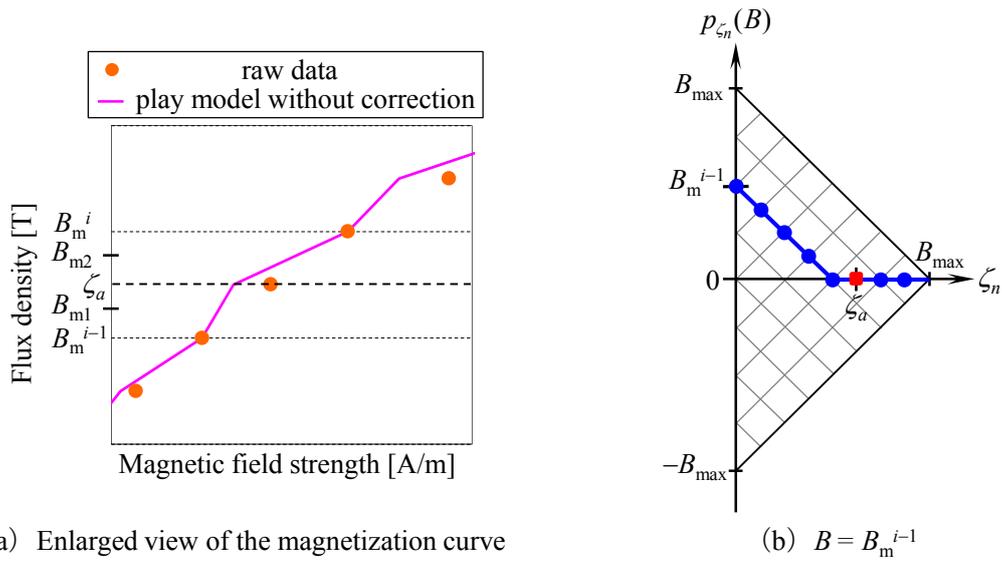


Fig. 2.13. Influence of the discretization for distribution function.

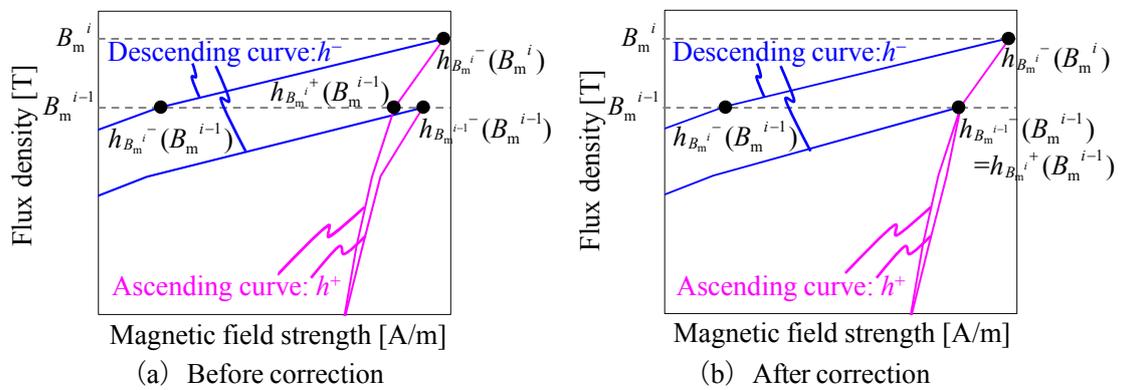


Fig. 2.14. Correction of symmetric loops.

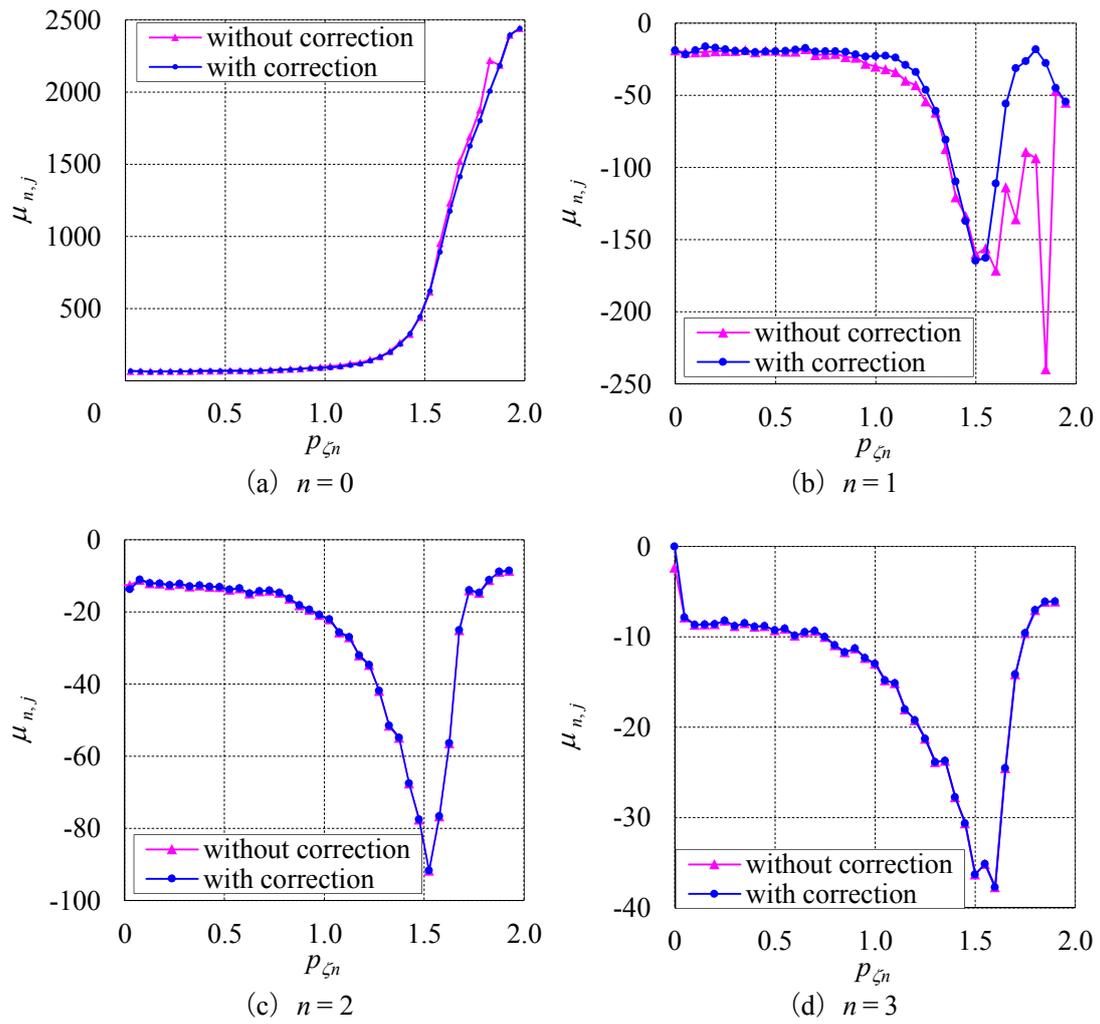


Fig. 2.15. Influence of the correction of symmetric loops for the slope of shape function  $\mu_{n,j}$  (JIS: 50A1300).

## 2.2.6 各種磁気特性の表現方法

交番磁束励磁下におけるスカラプレイモデルにより算出される各種磁気特性は、形状関数  $f_{\zeta_n}$  を用いて以下のように表現することができる。ここで、 $\zeta_N \leq B_m < \zeta_{N+1}$  とする。

(i) 初磁化曲線 初磁化曲線上の磁界の強さ  $H_b$  は、Fig. 2.16 (a) に示す●印の形状関数  $f_{\zeta_n}$  により表される。

$$H_b(B_m) = \sum_{n=0}^N f_{\zeta_n}(B_m - \zeta_n) \quad (2.22)$$

(ii) 交番ヒステリシス損 交番ヒステリシス損  $W_{alt}$  も同様に、Fig. 2.16 (a) に示す●印の形状関数  $f_{\zeta_n}$  により表される [5]。

$$W_{alt}(B_m) = -4 \sum_{n=1}^N f_{\zeta_n}(B_m - \zeta_n) \zeta_n \quad (2.23)$$

ここで、(2.23) 式の負号は逆分布関数法により磁束密度  $B$  を入力としたスカラプレイモデルを用いたために付けられるものである。

(iii) 保磁力 保磁力  $H_c$  は、Fig. 2.16 (b) に示す■印の形状関数  $f_{\zeta_n}$  により表される。

$$\begin{aligned} H_c(B_m) &= \sum_{n=0}^{N_c-1} f_{\zeta_n}(-\zeta_n) + \sum_{n=N_c}^N f_{\zeta_n}(-B_m + \zeta_n) \\ &= - \left\{ \sum_{n=0}^{N_c-1} f_{\zeta_n}(\zeta_n) + \sum_{n=N_c}^N f_{\zeta_n}(B_m - \zeta_n) \right\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

ここで、 $N_c$  は  $N_c \geq B_m / \Delta B_m$  を満たす最小の整数である。

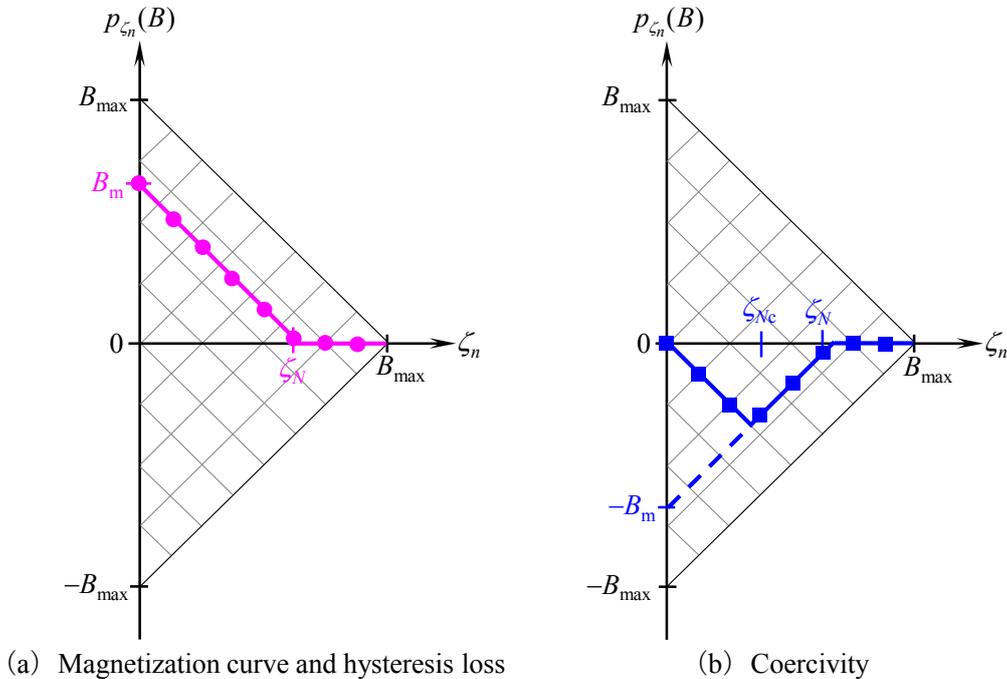
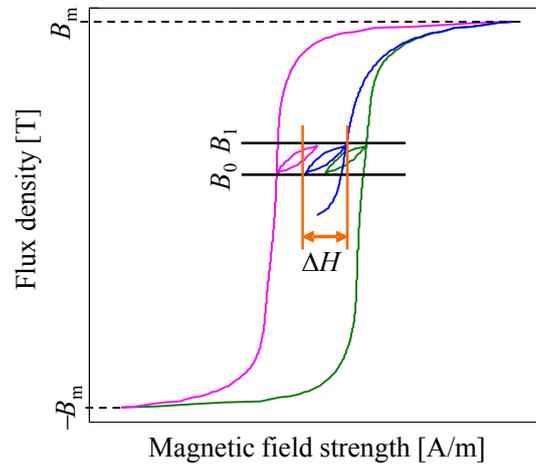


Fig. 2.16. States of the distribution function under alternating flux density condition.

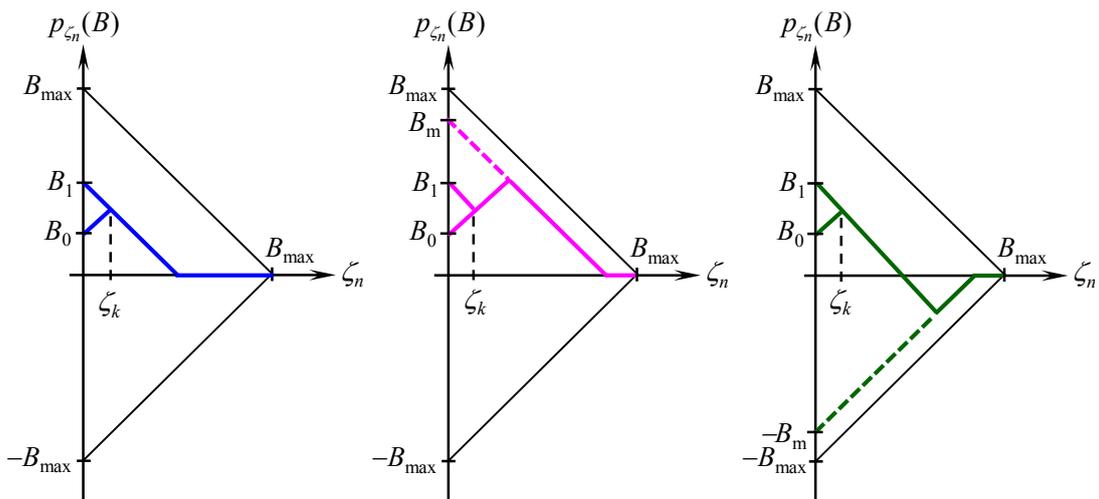
## 2.2.7 スカラブレイモデルの特徴

(i) 直流ヒステリシス特性 スカラブレイモデルは入力と出力の位相遅れを表すことができるモデルであるが，時間変動には依存しないため<sup>[9]</sup>，2.2.1～2.2.6項で説明したスカラブレイモデルでは渦電流を考慮することができない．したがって，スカラブレイモデルの同定には，時間変動に依存しない直流ヒステリシス特性を用いることが望ましい．

(ii) マイナーループの合同性 Fig. 2.17 (a) に入力  $B$  を同一の範囲 ( $B_0 \leq B \leq B_1$ ) で変化させた場合の初磁化曲線上，上昇曲線上および下降曲線上のマイナーループを示し，Fig. 2.17 (b) ～ (d) に分布関数の状態を示す．入力  $B$  が  $B_0$  の時は全ての条件で異なった分布関数の状態を示しているが，入力  $B$  が  $B_1$  まで変化した場合は  $k < 2(B_1 - B_0)/\Delta B_m$  のスカラブレイヒステロン  $p_{\zeta_k}$  のみ変化し，いずれの条件でも変化したスカラブレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  は同一の履歴を辿っている．したがって，マイナーループのできる位置に関係無く，入力  $B$  が同一の範囲で変化した場合の磁界の変動幅  $\Delta H$  は同一となる．



(a) Minor loops



(b) On the magnetization curve (c) On the descending curve (d) On the ascending curve

Fig. 2.17. Congruity of minor loops.

(iii) 消去性 スカラプレイモデルでは、入力波形の中で絶対値が最大となった場合、それ以前の極値は全て消去されるが、最大値はスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  の履歴に残り続ける。具体例として、Fig. 2.18 (a) の磁束密度波形で励磁した場合の分布関数の状態を Fig. 2.18 (b) ~ (d) に示す。Fig. 2.18 (a) の磁束密度波形では、 $t=t_1$  で絶対値が最大となる。 $t=t_0$  で最初の極値が現われ、分布関数は Fig. 2.18 (b) の状態となる。次に、 $t=t_1$  になると、Fig. 2.18 (c) に示すように  $t=t_0$  での履歴は全て更新される。それ以降、入力が  $|B_m|$  を超える条件が現れないため、Fig. 2.18 (d) に示すように、極値が現れても  $t=t_1$  の履歴が残り続ける。

プレイモデルを用いて解析を行う場合、この消去性が影響する解析例として突入電流が考えられる。変圧器等の電気機器に電圧を印加すると、瞬時的に大電流が流れて(突入電流)、徐々に電流値が下がって定常状態に落ち着く。したがって、大電流が流れると定常状態では変化しないスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  が 0 以外の値に磁化されてしまい、定常状態でも残留磁化が生じてしまう。特に、隣り合う極値の絶対値の差異が大きい場合(立ち上がりの最大値が大きく、すぐに定常状態に落ち着くような場合)に、この影響が顕著になる。第4章でこの問題の解決方法を説明する。

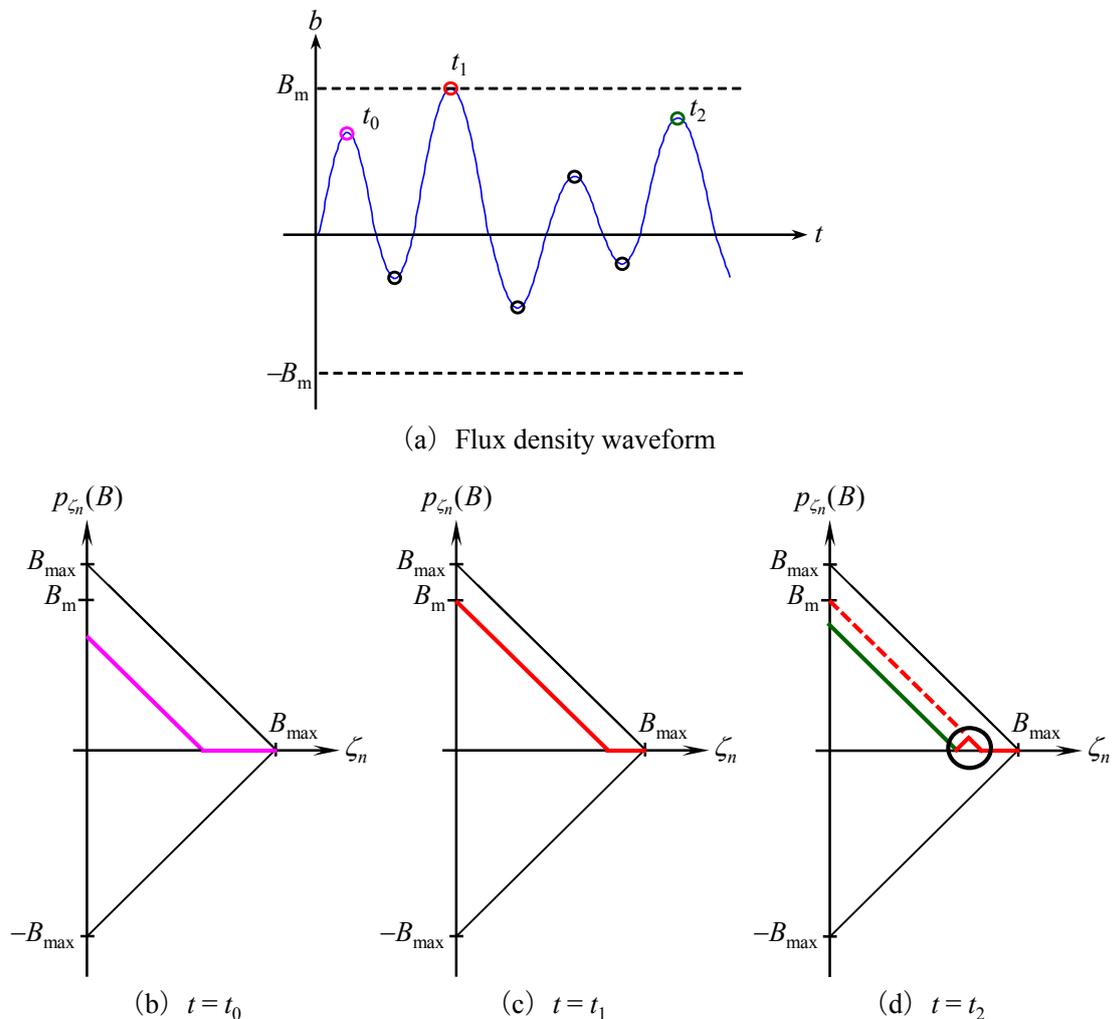


Fig. 2.18. Erasability of history for the distribution function.

(iv) マイナーループの再現性 スカラプレイモデルは、同定に用いる対称ループの個数の2倍のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  を用いてヒステリシス特性を再現する。スカラプレイモデルの性質上、同定に用いる対称ループの刻み幅  $\Delta B$  の半分以下の振幅で動作すると、非可逆部 ( $n > 0$ ) のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_n}$  は動作せず、可逆部 ( $n = 0$ ) のスカラプレイヒステロン  $p_{\zeta_0}$  のみ動作するため、損失が0のマイナーループとなる。Fig. 2.19 に、入力として与える磁束密度が同定に用いる対称ループの刻み幅  $\Delta B$  の半分以下の振幅で動作するマイナーループの例を示す。Fig. 2.19 (a) に示すように、初磁化曲線上を動作して  $t_0$  の点から  $t_1 \sim t_3$  に変化するとき、同定データの刻み幅が十分細かい場合 (図中の「Fine division」) には、損失が生じるマイナーループを描く。しかし、Fig. 2.19 (c) および (d) に示すように、可逆的 ( $n = 0$ ) なスカラプレイヒステロンのみ動作すると、マイナーループの下降曲線上または上昇曲線上でも磁束密度が同一であると磁界の強さも同一となる。したがって、マイナーループを描かず直線的に変化する (損失が0)。インバータ駆動等でマイナーループの振幅が小さい場合、ヒステリシス損を精度良く算出するためには同定に用いる対称ループの個数を増やして、プレイヒステロン幅の間隔  $\Delta \zeta$  を小さくする必要がある。

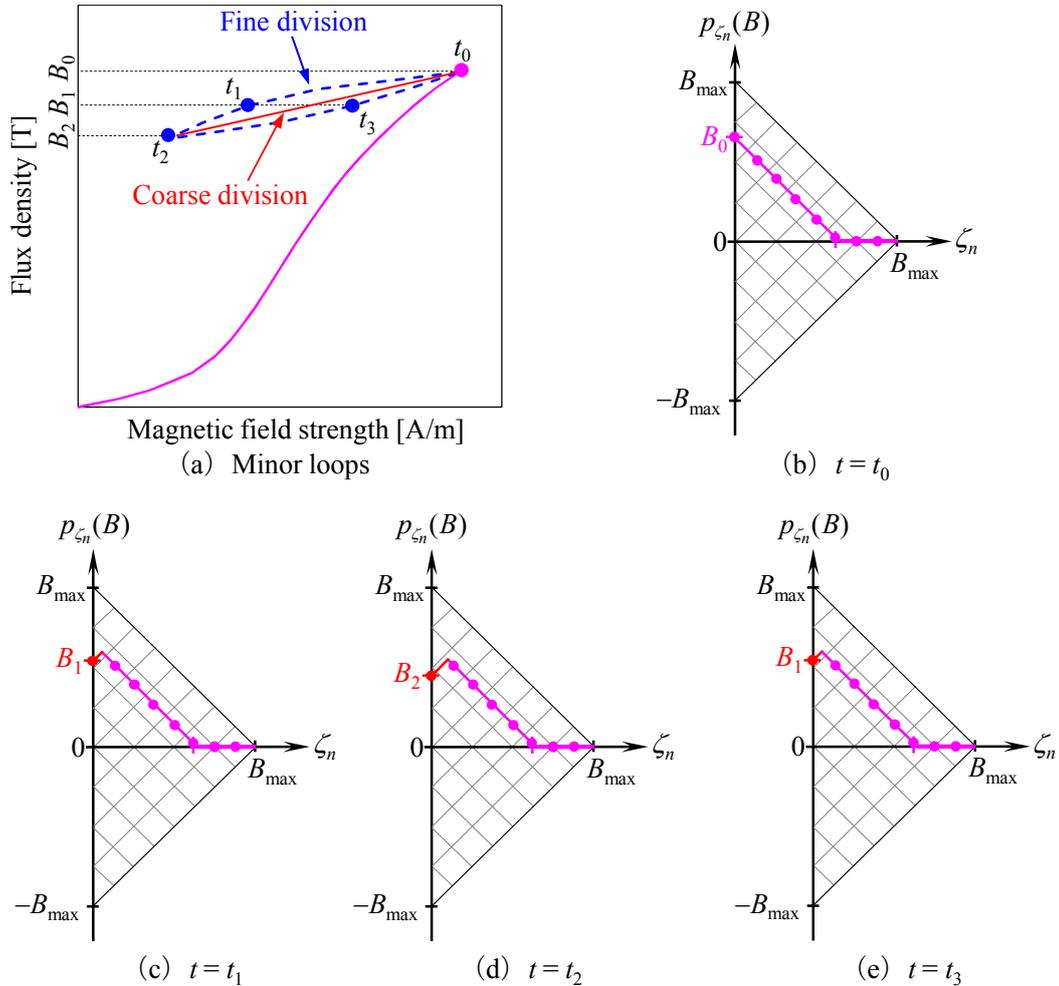


Fig. 2.19. Minor loops for the fine and coarse division of the distribution function.

## 2.3 ベクトルプレイモデル

### 2.3.1 ベクトルプレイヒステロン

スカラプレイモデルをベクトルモデルに拡張する方法として、角度方向にスカラプレイモデルを重ね合わせる方法<sup>[7], [9]</sup>とスカラプレイヒステロン $p_{\zeta_n}$ を幾何学的に拡張する方法<sup>[3] - [5]</sup>等が提案されているが、本論文では後者の方法を採用する。Fig. 2.1 (b) に示す台車モデルでは1方向のみに動作ができるモデルであったが、2方向に動作できるように拡張すると、Fig. 2.20 (a) に示すモデルが考えられる。このベクトルプレイヒステロン $p_{\zeta_n}$ は、(2.25) 式のように表される。

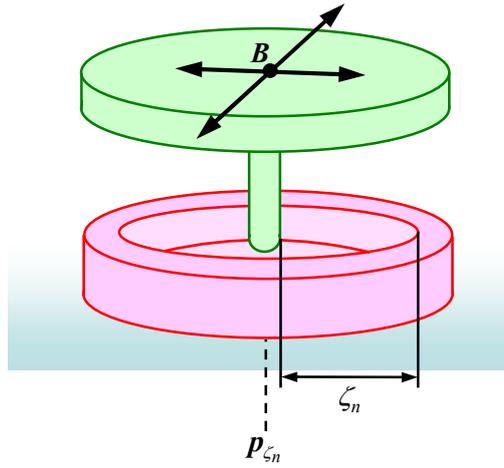
$$p_{\zeta_n}(\mathbf{B}) = \mathbf{B} - \frac{\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*}{\max(|\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*|, \zeta_n)} \zeta_n$$

$$= \begin{cases} \mathbf{p}_{\zeta_n}^* & \because |\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*| \leq \zeta_n \\ \mathbf{B} - \frac{\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*}{|\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*|} \zeta_n & \because |\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*| > \zeta_n \end{cases} \quad (2.25)$$

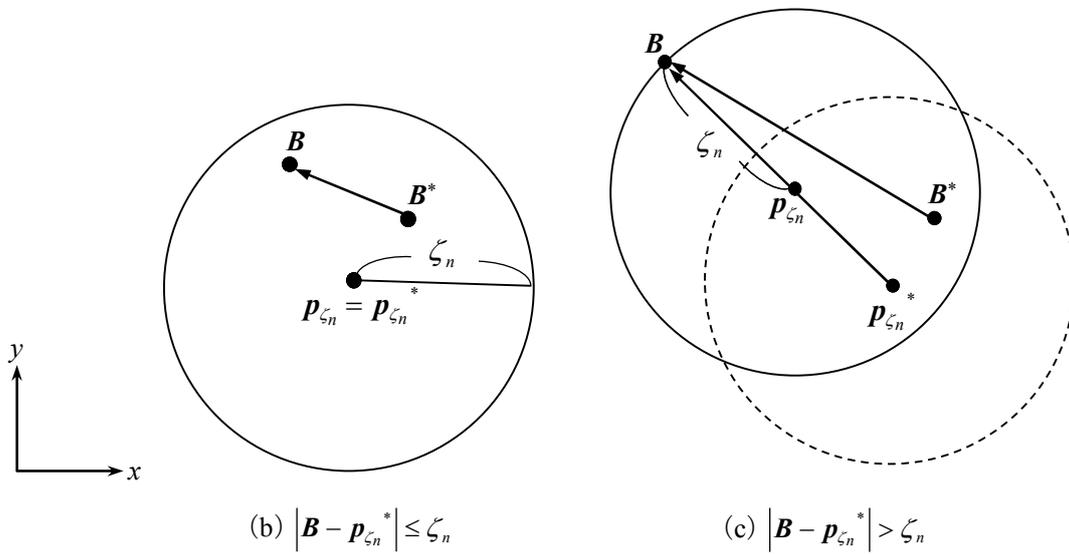
Fig. 2.20 (b) および (c) に、ベクトルプレイヒステロン $p_{\zeta_n}$ の動作特性を示す。各ベクトルを位置ベクトルと考え、 $\mathbf{p}_{\zeta_n}^*$ を前計算時点でのベクトルプレイヒステロンとすると、 $\mathbf{p}_{\zeta_n}^*$ を中心とする半径 $\zeta_n$ の円内で入力 $\mathbf{B}$ が移動する場合は、ベクトルプレイヒステロン $p_{\zeta_n}$ は移動しない (Fig. 2.20 (b))。それに対して、入力 $\mathbf{B}$ が $\mathbf{p}_{\zeta_n}^*$ を中心とする半径 $\zeta_n$ の円外に移動する場合は、ベクトルプレイヒステロン $p_{\zeta_n}$ は Fig. 2.20 (c) のように移動する。このような動作特性を示すベクトルプレイヒステロン $p_{\zeta_n}$ を用いて、磁界の強さ $\mathbf{H}$ は (2.26) 式のように表される。

$$\mathbf{H}(\mathbf{B}) = \sum_{n=0}^{N_p-1} f_{\zeta_n}(|p_{\zeta_n}(\mathbf{B})|) \frac{p_{\zeta_n}(\mathbf{B})}{|p_{\zeta_n}(\mathbf{B})|} \quad (2.26)$$

(2.25) 式および (2.26) 式の1方向の特性は、スカラプレイモデルと等価である。したがって、ベクトルプレイモデルの同定には、スカラプレイモデルと同一の手法<sup>[2], [8]</sup>を適用することができる。



(a) Behavior model of the vector play hysteron



(b)  $|B - p_{\zeta_n}^*| \leq \zeta_n$

(c)  $|B - p_{\zeta_n}^*| > \zeta_n$

Fig. 2.20. Vector play hysteron.

### 2.3.2 ヤコビ行列

ベクトルポテンシャルを未知変数とする有限要素磁界解析では、非線形方程式の求解法としてニュートン・ラフソン法を用いた場合、ヤコビ行列 $\partial\mathbf{H}/\partial\mathbf{B}$ が必要となる。そこで、ヤコビ行列 $\partial\mathbf{H}/\partial\mathbf{B}$ は (2.27) 式のように分解して計算する [8], [10]。

$$\begin{aligned} \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial\mathbf{B}} &= \frac{\partial\mathbf{H}}{\partial\mathbf{p}_{\zeta_n}} \frac{\partial\mathbf{p}_{\zeta_n}}{\partial\mathbf{B}} \\ &= \sum_{n=0}^{N_p-1} \left\{ \left( 1 - \frac{\zeta_n}{|\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*|} \right) \mathbf{I} + \frac{\zeta_n}{|\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*|^3} (\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*) (\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*)^T \right\} \\ &\quad \left\{ \frac{f_{\zeta_n}}{|\mathbf{p}_{\zeta_n}|} \mathbf{I} + \frac{1}{|\mathbf{p}_{\zeta_n}|^2} \left( \frac{\partial f_{\zeta_n}}{\partial |\mathbf{p}_{\zeta_n}|} - \frac{f_{\zeta_n}}{|\mathbf{p}_{\zeta_n}|} \right) \mathbf{p}_{\zeta_n} \mathbf{p}_{\zeta_n}^T \right\} \end{aligned} \quad (2.27)$$

(2.27) 式の $\partial\mathbf{H}/\partial\mathbf{p}_{\zeta_n}$ と $\partial\mathbf{p}_{\zeta_n}/\partial\mathbf{B}$ はそれぞれ対称行列であるが、これらの積は非対称行列となる。したがって、線形方程式の解法として非対称ソルバーが必要となる。

### 2.3.3 回転ヒステリシス損の磁気飽和を考慮したベクトルプレイヒステロン

スカラプレイヒステロン $p_{\zeta_n}$ を幾何学的に拡張したベクトルプレイモデルに回転磁束を与えた場合、飽和磁束密度 $B_s$ を超えても非零の値で一定となる。そこで、交番磁束励磁下の特性には影響を与えず、回転磁束の振幅が飽和磁束密度 $B_s$ を超えると回転ヒステリシス損が0となるように、(2.25) 式の $\mathbf{p}_{\zeta_n}^*$ を(2.28) 式のように補正する [11]。

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{\zeta_n}^* &= \frac{B_s - \zeta_n}{\max(B_s - \zeta_n, |\mathbf{p}_{\zeta_n}^0|)} \mathbf{p}_{\zeta_n}^0 \\ &= \begin{cases} \mathbf{p}_{\zeta_n}^0 & \because B_s - \zeta_n \geq |\mathbf{p}_{\zeta_n}^0| \\ \frac{B_s - \zeta_n}{|\mathbf{p}_{\zeta_n}^0|} \mathbf{p}_{\zeta_n}^0 & \because B_s - \zeta_n < |\mathbf{p}_{\zeta_n}^0| \end{cases} \end{aligned} \quad (2.28)$$

ここで、 $\mathbf{p}_{\zeta_n}^0$ は、前計算時点のベクトルプレイヒステロンを示す。なお、(2.28) 式の飽和磁束密度 $B_s$ は、ベクトルプレイモデルの同定に用いる最大磁束密度 $B_{\max}$ と異なる値を設定することも可能である。Fig. 2.21 に、回転磁束励磁下における磁気飽和を考慮したベクトルプレイヒステロン $\mathbf{p}_{\zeta_n}$ の挙動を示す。ここで、Fig. 2.21 中の $B_T$ は(2.29) 式のように表される。Fig. 2.21 (a) では磁気飽和の考慮の有無で変化しないが、磁気飽和に近づく Fig. 2.21 (b) では $\mathbf{p}_{\zeta_n}^0$ が補正されるため、Fig. 2.21 (a) とは挙動が異なる。そして、回転磁束の磁束密度振幅 $B_m$ が飽和磁束密度 $B_s$ を超えると、磁束密度 $\mathbf{B}$ とベクトルプレイヒステロン $\mathbf{p}_{\zeta_n}$ の空間位相が0 deg となり、回転ヒステリシス損が0となる。

$$B_T = \sqrt{(B_s - \zeta_n)^2 + \zeta_n^2} \quad (2.29)$$

回転ヒステリシス損 $W_{\text{rot}}$ は、回転磁束励磁下の振幅 $B_m$ を与えると、形状関数から(2.30) ~ (2.32) 式より算出することができる [11]。ここで、 $\zeta_N \leq B_m < \zeta_{N+1}$ とする。

$$\begin{aligned}
W_{\text{rot}}(B_m) &= \sum_{n=1}^N W_{\text{rot}}^{\zeta_n}(B_m) \\
&= -2\pi \sum_{n=1}^N f_{\zeta_n} \left( \sqrt{B_a^2 - \zeta_n^2} \right) B_a \sin \theta_p
\end{aligned} \tag{2.30}$$

$$\theta_p = \begin{cases} \cos^{-1} \frac{\sqrt{B_a^2 - \zeta_n^2}}{B_a} & (B_a \leq B_T) \\ \cos^{-1} \frac{B_a^2 + B_s^2 - 2B_s \zeta_n}{2B_a(B_s - \zeta_n)} & (B_a > B_T) \end{cases} \tag{2.31}$$

$$B_a = \min(B_m, B_s) \tag{2.32}$$

回転磁束励磁条件下の磁束密度振幅  $B_m$  が飽和磁束密度  $B_s$  を超えると、(2.31) 式の  $\theta_p$  は 0 となるため、(2.30) 式より回転ヒステリシス損は 0 になることがわかる。

このように、(2.28) 式を用いることで、入力  $\mathbf{B}$  の大きさが飽和磁束密度  $B_s$  を超えると回転ヒステリシス損が 0 になるように補正することが可能であるが、測定データと一致する保証は無い。そこで、(2.33) 式を用いて、回転ヒステリシス損の測定データと一致するようにベクトルプレイモデルにより算出される周方向の磁界の強さを補正する手法が提案されている [12], [13]。

$$\mathbf{H}^*(\mathbf{B}) = (\mathbf{H}(\mathbf{B}) \cdot \mathbf{e}_{//}) \mathbf{e}_{//} + r(|\mathbf{B}|) (\mathbf{H}(\mathbf{B}) \cdot \mathbf{e}_{\perp}) \mathbf{e}_{\perp} \tag{2.33}$$

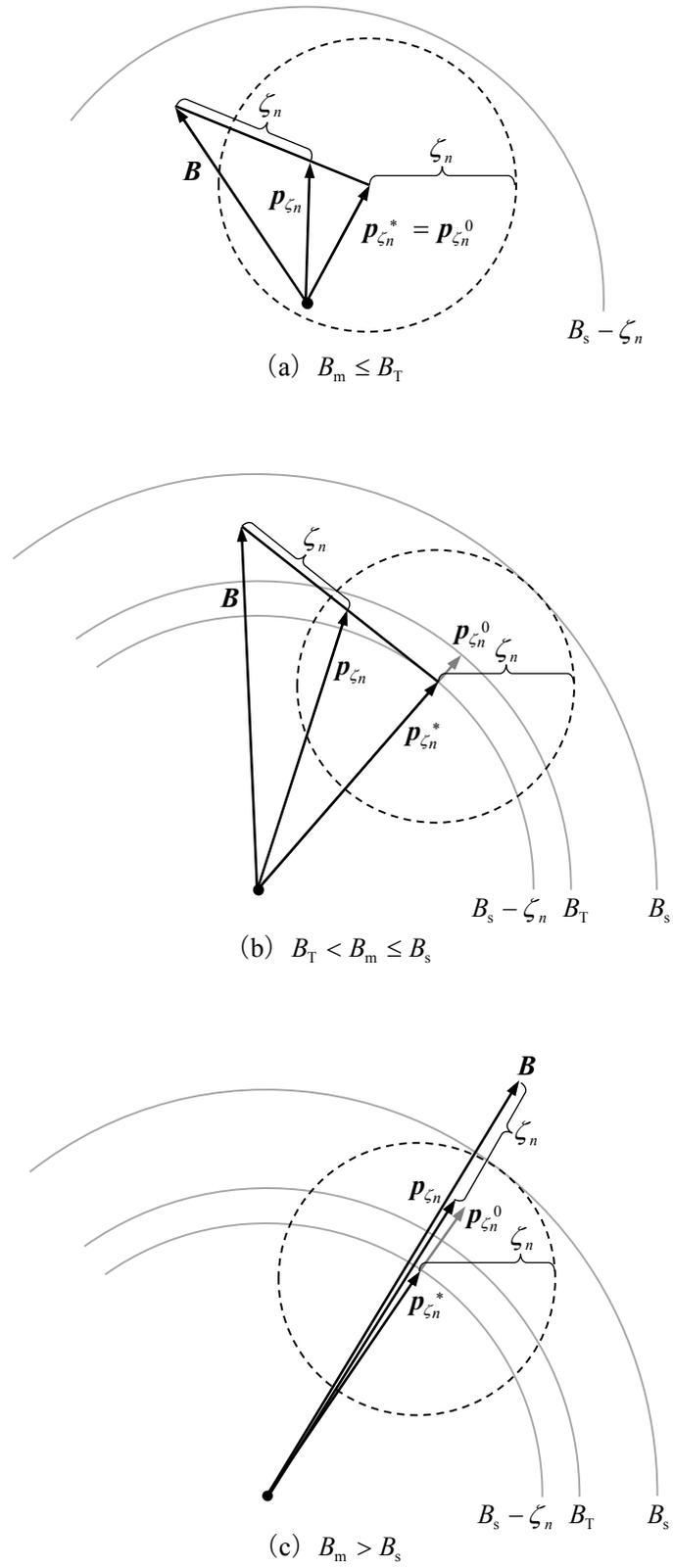


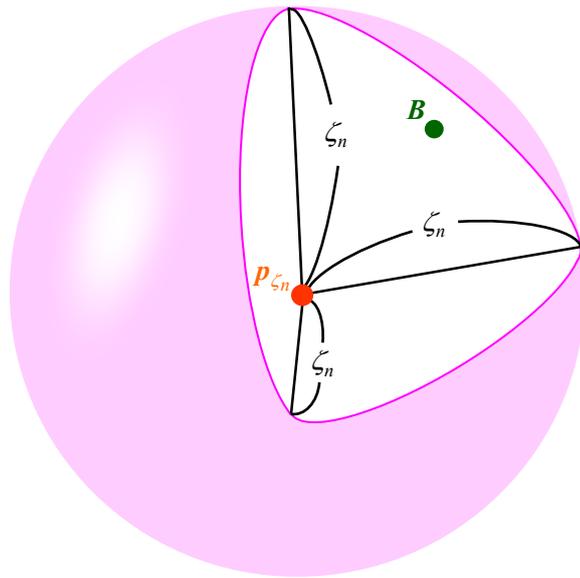
Fig. 2.21. Behavior of the vector play hysteron with saturation for rotational flux density input.

### 2.3.4 3次元ベクトルプレイモデル

ベクトルプレイモデルを3次元場の有限要素磁界解析に適用する場合、電磁鋼板が積層（積層方向を $z$ 軸）されたモータや変圧器等の電気機器では、例えば、各層の電磁鋼板の $xy$ 平面内における磁界の強さ $\mathbf{H}$ はベクトルプレイモデルから与え、 $z$ 軸方向の磁界の強さ $H$ は特定の磁気特性を与えることで解析することが可能である。しかしながら、圧粉磁心を用いたリアクトルのように塊状鉄心を有する3次元モデルでは、 $x$ 軸、 $y$ 軸および $z$ 軸の任意の方向に磁束が通るため、3次的に等方的なベクトルプレイモデルが必要となる。そこで、(2.34)式に示すように、スカラプレイモデルを幾何学的に3次元へ拡張する3次元ベクトルプレイモデルを提案する。

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{\zeta_n}(\mathbf{B}) &= \mathbf{B} - \frac{\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*}{\max\left(\left|\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*\right|, \zeta_n\right)} \zeta_n \\ &= (B_x, B_y, B_z) - \frac{\zeta_n}{\max\left(\left|\mathbf{B} - \mathbf{p}_{\zeta_n}^*\right|, \zeta_n\right)} (B_x - p_{\zeta_{nx}}^*, B_y - p_{\zeta_{ny}}^*, B_z - p_{\zeta_{nz}}^*) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Fig. 2.22 に、3次元ベクトルプレイヒステロン $\mathbf{p}_{\zeta_n}$ の動作特性を示す。各ベクトルを位置ベクトルと考え、 $\mathbf{p}_{\zeta_n}^*$ を中心とする半径 $\zeta_n$ の球内で入力 $\mathbf{B}$ が移動する場合は、3次元ベクトルプレイヒステロン $\mathbf{p}_{\zeta_n}$ は移動しない (Fig. 2.22 (b))。それに対して、入力 $\mathbf{B}$ が $\mathbf{p}_{\zeta_n}^*$ を中心とする半径 $\zeta_n$ の球外に移動する場合、3次元ベクトルプレイヒステロン $\mathbf{p}_{\zeta_n}$ は Fig. 2.22 (c) のように移動する。3次元ベクトルプレイモデルの1方向の特性は、スカラプレイモデルと同一である。そこで、3次元ベクトルプレイモデルの同定には、スカラプレイモデルと同一の手法 [2], [8] を適用することが可能である。したがって、3次元ベクトルプレイモデルは、3次的に等方性のヒステリシスモデルとなる。なお、3次元ベクトルプレイモデルを有限要素法に適用する際のヤコビ行列は、(2.27)式のベクトル表示されたヤコビ行列を3次元に拡張することで得られる。



(a) Behavior model for the 3D vector play hysteron

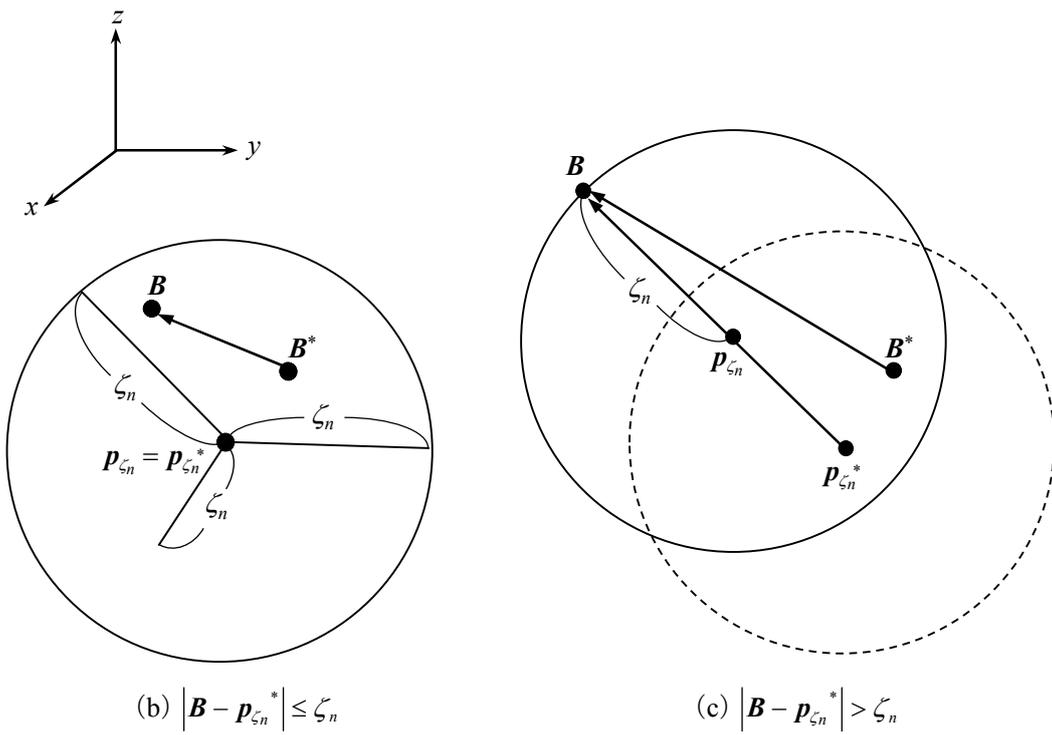


Fig. 2.22. 3D vector play hysteron.

## 参考文献

- [1] S. Bobbio, G. Miano, C. Serpico, and C. Visone, "Models of magnetic hysteresis based on play and stop hysterons," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 33, no. 6, pp. 4417-4426 (1997).
- [2] T. Matsuo and M. Shimasaki, "An Identification Method of Play Model with Input-Dependent Shape Function," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 10, pp. 3112-3114 (2005).
- [3] A. Bergqvist, "Magnetic vector hysteresis model with dry friction-like pinning," *Physica B*, vol. 233, pp. 342-347 (1997).
- [4] C. Serpico, M. d'Aquino, C. Visone, and D. Davino, "A new class of Preisach-type isotropic vector model of hysteresis," *Physica B*, vol. 343, pp. 117-120 (2004).
- [5] T. Matsuo and M. Shimasaki, "Two Types of Isotropic Vector Play Models and Their Rotational Hysteresis Losses," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 11, pp. 898-901 (2008).
- [6] N. Takahashi, S. Miyabara, and K. Fujiwara, "Problems in Practical Finite Element Analysis Using Preisach Hysteresis Model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, pp. 1243-1246 (1999).
- [7] I. D. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications*, Springer-Verlag, New York (2003).
- [8] A. Ahagon and A. Kameari, "An Investigation of Finite Element Hysteresis Analysis Using Isotropic Vector Play Models," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-09-67, RM-09-73, pp. 71-76 (2009) (in Japanese).  
阿波根明, 亀有昭久:「等方性ベクトルプレイモデルを用いた有限要素法によるヒステリシス解析の検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-09-67, RM-09-73, pp. 71-76 (2009).
- [9] T. Matsuo and M. Shimasaki, "Eddy-current analysis using vector hysteresis models with play and stop hysterons," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1172-1177 (2000).
- [10] R. Mitsuoka, T. Mifune, T. Matsuo, and C. Kaido, "A Vector Play Model for Finite-Element Eddy-Current Analysis Using the Newton-Raphson Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, pp. 1689-1692 (2013).
- [11] T. Matsuo, "Rotational Saturation Properties of Isotropic Vector Hysteresis Models Using Vectorized Stop and Play Hysterons," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 11, pp. 3185-3188 (2008).
- [12] M. Miyamoto and T. Matsuo, "A Study of Representation of Anisotropic AC Vector Hysteretic Property Using Isotropic Vector Play Model and Classical Eddy-Current Theory," *The papers of Joint Technical Meeting on Magnetism, IEE Japan*, MAG-10-98, pp. 39-44 (2010) (in Japanese).  
宮本政樹, 松尾哲司:「等方性ベクトルプレイモデルと古典的渦電流理論を用いた異方性交流ベクトルヒステリシス特性表現に関する検討」, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-10-98, pp. 39-44 (2010).
- [13] T. Matsuo, "Anisotropic Vector Hysteresis Model Using an Isotropic Vector Play Model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 8, pp. 3041-3044 (2010).

# 第 3 章 プレイモデルのモデリング性能向上に関する検討

## 3.1 緒言

プレイモデルは時間変動に依存しないモデルであるため、磁束密度の時間変動によって生じる渦電流の影響は分離して考える必要がある [1]。したがって、同定データには渦電流の影響が生じない直流ヒステリシス特性を用いるのが望ましい。しかし、直流ヒステリシス特性や渦電流の影響が無視できる非常に低い周波数領域の磁気特性を測定することは容易ではない。そこで、本論文では比較的測定が容易な商用周波数以上で測定した複数の周波数の測定データを用いて直流ヒステリシス特性を推定する手法を提案する。ただし、プレイモデルの形状関数の性質上、同定に用いる対称ループの微分値が単調に増加する曲線が望ましいが、測定または推定した直流ヒステリシス特性は必ずしもこのようなデータであるとは限らないため、このようなデータを用いて同定したベクトルプレイモデルにより算出される回転ヒステリシス損が負の値を示す場合がある [2]。そこで、同定データの初磁化曲線、交番ヒステリシス損、保磁力、微分透磁率からプレイモデルに適した対称ループの生成方法を提案する。

また、プレイモデルでは、同定データの範囲内で入力変動した場合はヒステリシス特性を再現することができるが、磁気飽和領域までの同定データが得られていない場合、同定データの範囲外で入力動作してもヒステリシス損は一定となる。そのため、磁気飽和領域付近で動作する可能性があるモータ等の電気機器では、鉄損解析精度の低下が懸念される。そこで、鉄心材料の比較的測定が容易な「測定可能領域」と「磁気飽和領域」の中間領域である「準磁気飽和領域」に関して、文献 [3]、[4] で提案されている初磁化曲線の推定手法を交番ヒステリシス損の推定に拡張し、プレイモデルの「準磁気飽和領域」における磁気特性の考慮方法を提案する。

プレイモデルでは、2.2.7 項で示したように、同定データに用いる対称ループの磁束密度の刻み幅の半分以下で磁束密度の変動が生じてマイナーループを描くことができないため（マイナーループ損が 0 となる）、特にインバータ駆動の電気機器に関しては、鉄損解析精度の低下が懸念される。マイナーループ損の算出精度向上のためには、プレイヒステロンの個数を増やす必要がある。すなわち、同定に用いる対称ループの個数を増やす必要があるため、測定する対称ループの間隔を狭くしたり（対称ループの本数を増やしたり）、測定した対称ループの間を補間する方法も提案されている [5]、[6]。しかし、プレイヒステロンの個数が増加すると、記憶容量や計算時間の増大が懸念される。そこで、本論文では、プレイモデルの分布関数を不等分割してマイナーループの再現精度を維持しつつ、プレイヒステロンの個数を低減する手法を提案する。

最後に、圧粉鉄心を用いたリアクトルのような塊状鉄心を有する 3 次元モデルの磁界解析を行うために提案した 2.3.4 項の 3 次元ベクトルプレイモデルを有限要素磁界解析へ適用し、その解析例を示す。

## 3.2 直流ヒステリシス特性の推定手法

### 3.2.1 多周波法を適用した推定手法

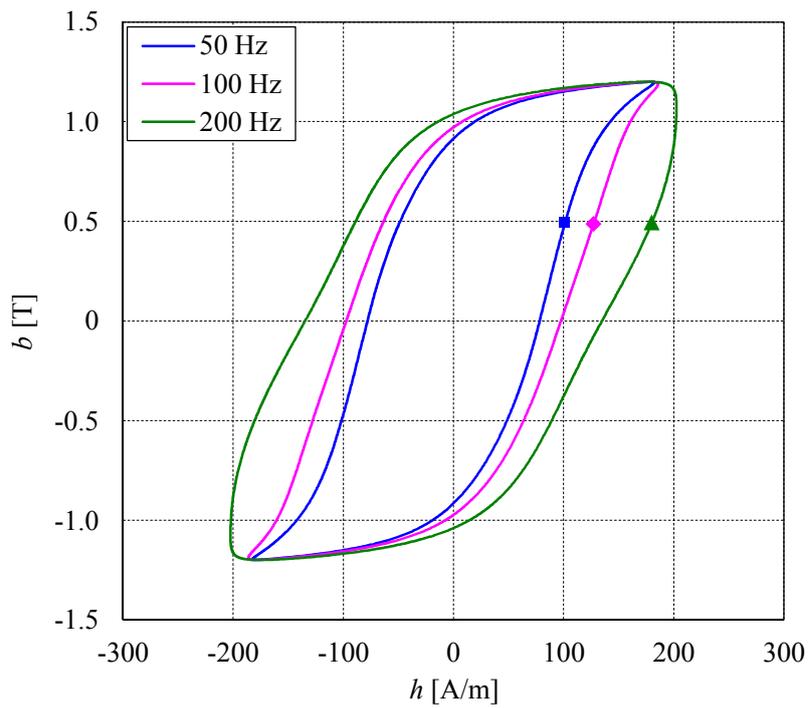
複数の周波数で測定した鉄損データからヒステリシス損と渦電流損を分離するために、多周波法<sup>[7]</sup>が用いられている。多周波法とは、複数の周波数で対称ループ（鉄損）を測定し、各磁束密度における鉄損を周波数 $f$ で除して、その値を周波数 $f$ の関数とみなして近似関数を生成し、その近似関数の周波数 $f$ が 0 Hz の時の鉄損をヒステリシス損、測定で得られた鉄損または近似関数とヒステリシス損との差分を渦電流損として計算する手法である。本論文では、多周波法の考え方を適用した直流ヒステリシス特性の推定方法を提案する。

Fig. 3.1 (a) に、無方向性電磁鋼板 50A470 の最大磁束密度  $B_m=1.2$  T における周波数  $f$  が 50 Hz, 100 Hz および 200 Hz の対称ループを示す。Fig. 3.1 (a) に示すように、周波数  $f$  が高くなるにつれて、渦電流の影響によりループが膨らんでいることがわかる。ここで、直流ヒステリシス特性を推定するために、ある最大磁束密度  $B_m$  の対称ループにおいて、同一の磁束密度  $b$  における磁界の強さ  $h$  を周波数  $f$  の関数として考える。例えば、Fig. 3.1 (a) 中の ■印、◆印および ▲印は、それぞれ 50 Hz, 100 Hz および 200 Hz の対称ループにおける  $b=0.5$  T 時の磁界の強さ  $h$  の値である。これら 3 点を、周波数  $f$  を横軸に、磁界の強さ  $h$  を縦軸にプロットすると、Fig. 3.1 (b) のように表される。ここで、これら 3 点を通る 2 次関数を生成し、この 2 次関数上の周波数が 0 Hz の点 (Fig. 3.1 (b) 中の ●印) を算出する。全ての磁束密度  $b$  で同様に計算すると、最大磁束密度  $B_m$  で周波数が 0 Hz の対称ループを生成することができる。そして、全ての対称ループで同様の算出手法を適用すると、直流ヒステリシス特性を算出することができる。

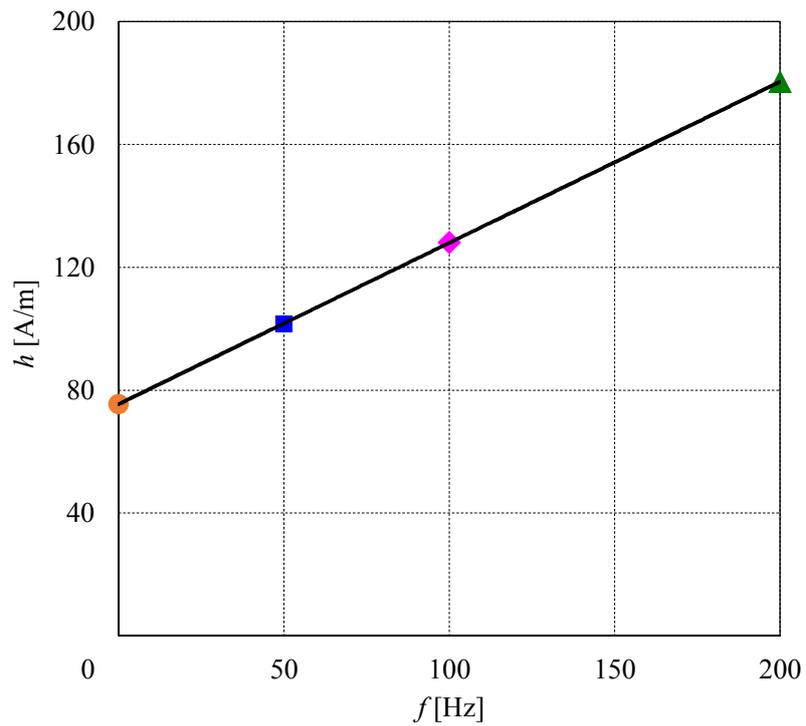
Fig. 3.2 (a) に、上記の提案手法により推定した直流ヒステリシス特性の対称ループを示す。Fig. 3.2 (a) に示すように、比較的滑らかな曲線の対称ループが得られていると考えられる。ここで、提案手法の妥当性を検証するために、50 Hz, 100 Hz および 200 Hz の測定データから多周波法（鉄損を周波数  $f$  で除した値と周波数  $f$  の関係を 2 次関数で近似）を用いて算出したヒステリシス損係数  $k_h$  と、(3.1) 式に示す直流ヒステリシス特性の 1 周期あたりのヒステリシス損  $k_d$  とを比較した結果を Fig. 3.2 (b) に示す。

$$k_d = \frac{1}{\rho} \oint h db \quad (3.1)$$

Fig. 3.2 (b) に示すように、ヒステリシス損係数  $k_h$  と直流ヒステリシス特性の 1 周期あたりのヒステリシス損  $k_d$  はほぼ一致していることがわかる。ヒステリシス損係数  $k_h$  は、各周波数の対称ループをそれぞれ積分して鉄損を算出し、その後周波数が 0 Hz の 1 周期あたりの鉄損を推定する。直流ヒステリシス特性の 1 周期あたりのヒステリシス損  $k_d$  は、各周波数の対称ループから周波数が 0 Hz の対称ループを算出し、そのループを積分して 1 周期あたりの鉄損を算出している。すなわち、積分と推定の順序が異なっているが同様の計算方法を適用しているため、両者はほぼ一致すると考えられる。すなわち、本提案手法では、通常の鉄損分離と同程度のヒステリシス損となる周波数が 0 Hz（直流）の対称ループが得られると考えられる。なお、本論文では、同一の磁束密度  $b$  における磁界の強さ  $h$  を周波数  $f$  の 2 次関数として定義したが、1 次関数として定義することも可能であり、また近似に用いる周波数のデータ数を増減させて推定することも可能である。

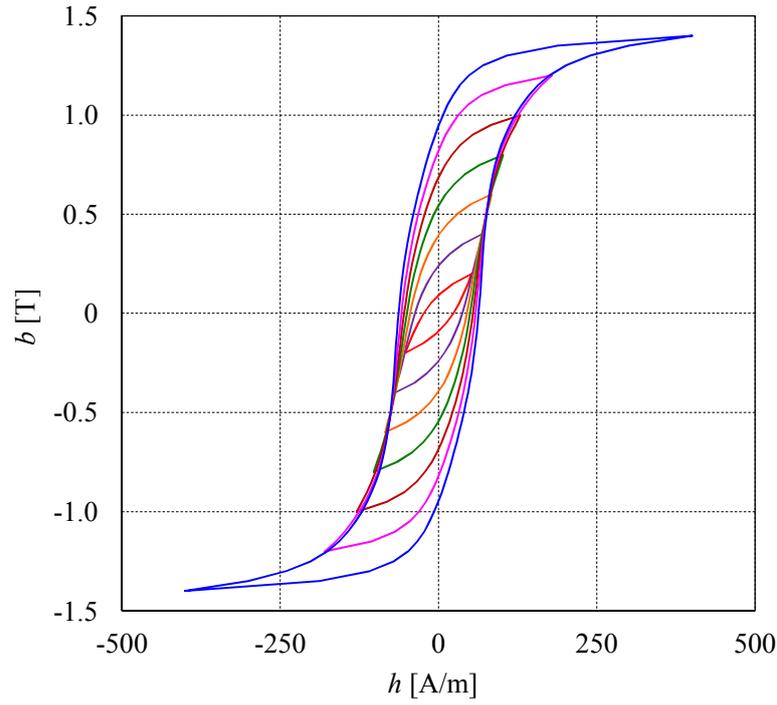


(a)  $b-h$  characteristics

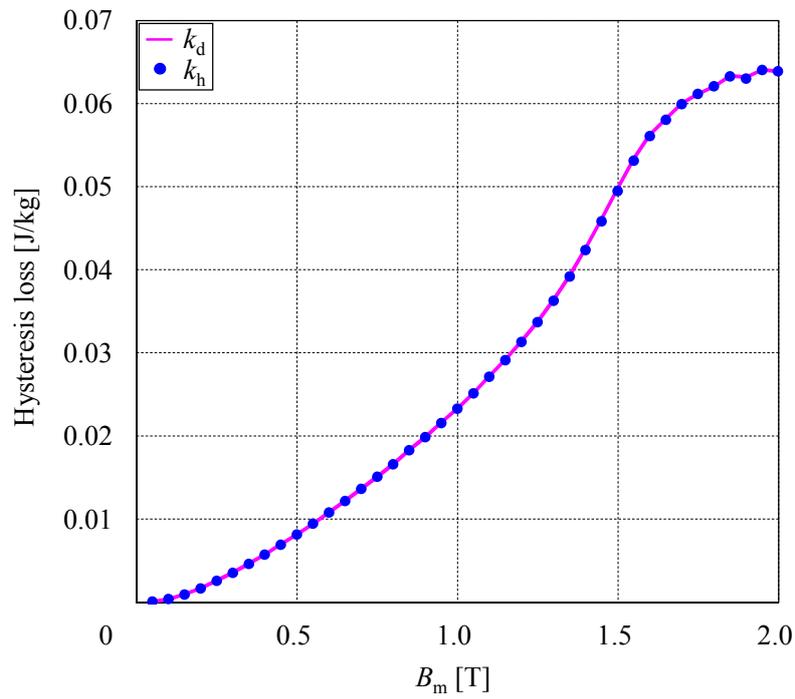


(b)  $h-f$  characteristics ( $b = 0.5$  T)

Fig. 3.1. Estimation method of the DC hysteretic property (JIS: 50A470,  $B_m = 1.2$  T).



(a) Symmetric loops ( $B_m = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4$  T)



(b) Hysteresis losses

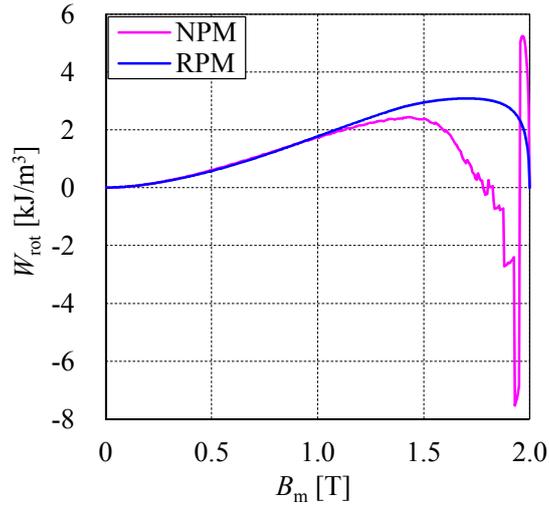
Fig. 3.2. Comparison of hysteresis losses of the DC hysteretic property obtained from the proposed method with hysteresis loss coefficients obtained from the multi-frequency method.

### 3.2.2 ロバストプレイモデル

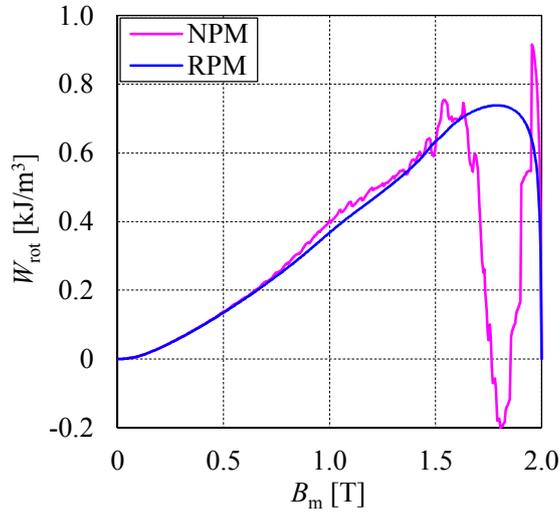
プレイモデルの形状関数の性質上、同定に用いる対称ループの微分値が単調に増加する曲線が望ましいが、測定または推定した直流ヒステリシス特性には測定または推定誤差等が含まれるため、必ずしも対称ループの微分値が単調に増加するとは限らない。このようなデータを用いて同定した等方性ベクトルプレイモデルを用いると、回転ヒステリシス損が負の値を示す場合がある<sup>[2]</sup>。そこで、同定データの初磁化曲線、交番ヒステリシス損、保磁力、微分透磁率から同定に用いる対称ループの微分値が単調に増加する同定方法を提案する。

Fig. 3.3 に、従来の同定手法<sup>[8], [9]</sup>を適用した等方性ベクトルプレイモデルを用いて算出した圧粉磁心および無方向性電磁鋼板 50A470 の回転ヒステリシス損を示す (図中の NPM: **N**ormal **P**lay **M**odel)。圧粉磁心は渦電流の影響が小さいため、50 Hz の測定データを用いて同定を行っている。無方向性電磁鋼板 50A470 の同定データは、50 Hz, 100 Hz および 200 Hz の測定データから 3.2.1 項の手法を用いて推定した直流ヒステリシス特性を適用している。同定データの対称ループの刻み幅 $\Delta B_m$ を 0.05 T,  $B_{max}$  および  $B_s$  を 2 T として、プレイヒステロン数  $N_p$  を 80 個とした。なお、Fig. 3.3 では回転磁束励磁下の磁束密度の振幅  $B_m$  を 0.01 T 刻みで回転ヒステリシス損を算出している。Fig. 3.3 に示すように、両材料共に 1.5 T 近辺までは比較的滑らかな曲線となっているが、それ以降急激に減少して損失が負の値を示す領域が存在する。

Fig. 3.4 に、無方向性電磁鋼板 50A470 における回転磁束励磁下の磁束密度振幅  $B_m$  が 0.49 T および 1.81 T における、(2.30) 式により表される各プレイヒステロンの損失を示す。なお、全プレイヒステロンの損失を加算すると Fig. 3.3 (b) に示す回転ヒステリシス損となる。Fig. 3.4 (a) の  $B_m=0.49$  T では、一部で負の損失を示すプレイヒステロンが存在するが、ほとんどのプレイヒステロンの損失は正の値を示している。一方、Fig. 3.4 (b) の  $B_m=1.81$  T では、 $\zeta_n$  が大きい領域で損失が負の値を示すプレイヒステロンが存在している。(2.30) 式より、非可逆部 ( $n > 0$ ) のプレイヒステロンの形状関数が正の値を示す領域で入力  $B$  が動作すると、プレイヒステロンの損失が負の値を示す。また、文献 [10], [11] で提案されている回転ヒステリシス損の補正を行った場合でも、補正を行う点は測定値と一致させることができるが、測定値間の任意の点の振動は完全には解消されない (付録 1 参照)。このように、測定または推定データから直接同定を行うと測定または推定誤差によって回転ヒステリシス損の急峻な増減や負の回転ヒステリシス損を示す場合があり、このような等方性ベクトルプレイモデルを磁界解析に適用すると収束特性の悪化や損失算出精度の低下を引き起こす可能性がある。

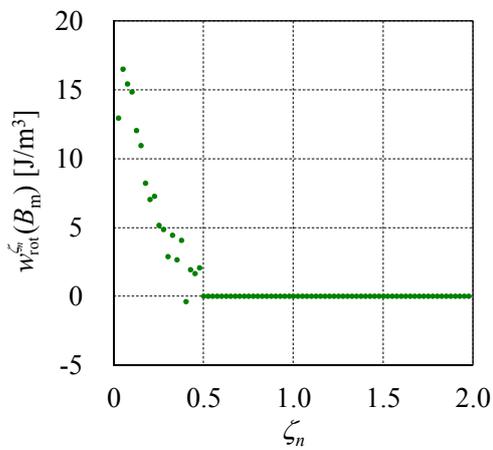


(a) Dust core

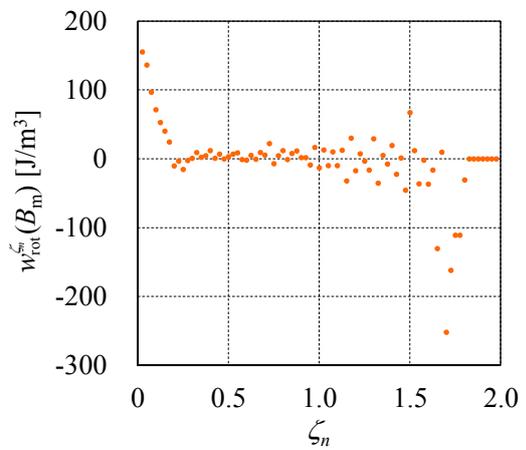


(b) JIS: 50A470

Fig. 3.3. Rotational hysteresis losses.



(a)  $B_m = 0.49$  T



(b)  $B_m = 1.81$  T

Fig. 3.4. Hysteresis loss related to the play hysteron under rotational flux density input (JIS: 50A470).

逆分布関数法<sup>[12]</sup>を適用した等方性ベクトルプレイモデルでは、非可逆部 ( $n > 0$ ) の形状関数の傾き  $\mu$  の値は非正の値を示すため<sup>[8]</sup>、形状関数の傾き  $\mu$  の重ね合わせにより表される形状関数  $f_{\zeta_n}$  も負の値を示す。しかし、Fig. 2.10 (b) に示すように、非可逆部 ( $n > 0$ ) の形状関数の傾き  $\mu$  が一部で正の値を示しており、その影響で形状関数  $f_{\zeta_n}$  が正の値を示している。そこで、本論文では、非可逆部 ( $n > 0$ ) の形状関数の傾き  $\mu$  が全て非正となる同定方法を提案する。

Fig. 3.5 (b) に、無方向性電磁鋼板 50A470 の  $B_m^i = 1.0 \text{ T}$  における  $\zeta_n$  に対する  $n > 0$  の形状関数の傾き  $\mu$  の特性 (Fig. 3.5 (a) に示す領域) を示す。Fig. 3.5 (b) の NPM では、形状関数の傾き  $\mu$  は基本的に負の値を示しているが、 $\zeta_n$  が大きい領域では正の値を示している形状関数の傾き  $\mu$  も存在する。また、 $\zeta_n$  が大きくなるにつれて、形状関数の傾き  $\mu$  は 0 に近付いていることがわかる。そこで、 $n > 0$  の領域の形状関数の傾き  $\mu$  が全て非正の値を示すように、 $n > 0$  の形状関数の傾き  $\mu$  が  $\zeta_n$  に対して指数関数的に変化すると仮定して、形状関数の傾き  $\mu$  の特性を (3.2) 式のように近似する。

$$\mu_{n,k} = -x^i e^{-y^i(\zeta_n^i - \zeta_i^i)} \left( n = 1, 2, \dots, 2i - 2, k = \frac{N_p}{2} + i - n - 1 \right) \quad (3.2)$$

$$B_m^i = i \Delta B_m \quad (3.3)$$

ここで、 $x^i$ 、 $y^i$  および  $z^i$  は  $B_m^i$  に依存する未知変数を示す。なお、文献 [8] で提案されている対称ループの最大値・最小値の修正方法を用いると、Fig. 3.5 (a) に示す  $n = 2i - 1$  における  $\mu$  の値は 0 となる。

次に、(3.2) 式に示す形状関数の傾き  $\mu$  の近似関数における未知変数  $x^i$ 、 $y^i$  および  $z^i$  の算出方法について説明する。プレイモデルでは、対称ループの最大磁束密度が  $B_m^{i-1}$  から  $B_m^i$  に増加した場合の初磁化曲線上の磁界の強さの増分  $\Delta H_b$ 、交番ヒステリシス損の増分  $\Delta W_{\text{alt}}$ 、保磁力の増分  $\Delta H_c$  は、(2.21) ~ (2.23) 式より形状関数の傾き  $\mu$  を用いて以下のように表される。ここで、 $\zeta_N \leq B_m^i < \zeta_{N+1}$  とする。

$$\begin{aligned} \Delta H_b(B_m^i) &= H_b(B_m^i) - H_b(B_m^{i-1}) \\ &= s(B_m^i) + \sum_{n=1}^N \mu_{n,k} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{alt}}(B_m^i) &= W_{\text{alt}}(B_m^i) - W_{\text{alt}}(B_m^{i-1}) \\ &= -4 \sum_{n=1}^N \zeta_n \mu_{n,k} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \Delta H_c(B_m^i) &= H_c(B_m^i) - H_c(B_m^{i-1}) \\ &= - \sum_{n=N_c}^N \mu_{n,k} \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、 $s$  は Fig. 3.5 (a) に示す領域の形状関数の傾きを示し、 $s$  を  $\Delta B_m$  で除すれば対称ループの最大値が  $B_m^i$  の時の微分透磁率に相当する。そして、未知変数  $x^i$ 、 $y^i$  および  $z^i$  は (3.7) 式の最小化により算出する。

$$g_{\text{opt}}^i(x^i, y^i, z^i) = w_1 |a^i| + w_2 |b^i| + w_3 |c^i| + w_4 |d^i| \quad (3.7)$$

$$a^i = \frac{\Delta H_b(B_m^i) - s(B_m^i) + \sum_{n=1}^N x^n e^{-y^n(\zeta_n^{z^i} - \zeta_1^{z^i})}}{\Delta H_b(B_m^i) - s(B_m^i)} \quad (3.8)$$

$$b^i = \frac{\Delta W_{\text{alt}}(B_m^i) - 4 \sum_{n=1}^N \zeta_n x^n e^{-y^n(\zeta_n^{z^i} - \zeta_1^{z^i})}}{\Delta W_{\text{alt}}(B_m^i)} \quad (3.9)$$

$$c^i = \frac{\Delta H_c(B_m^i) - \sum_{n=N_c}^N x^n e^{-y^n(\zeta_n^{z^i} - \zeta_1^{z^i})}}{\Delta H_c(B_m^i)} \quad (3.10)$$

$$d^i = \frac{\mu_{1,k} + x^i}{\mu_{1,k}} \quad (3.11)$$

ここで、 $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  および  $w_4$  は重み係数を示す。(3.8) ~ (3.10) 式は (3.4) ~ (3.6) 式から与えられ、(3.11) 式は Fig. 3.5 (b) の近似関数の初期値  $x^i$  の再現性を表す指標である。このように、本提案手法は、 $n > 0$  の形状関数の傾き  $\mu$  が必ず非正となるように、対称ループの磁界の強さの最大値および最小値、面積、保磁力、微分透磁率が元々の測定または推定データを再現するように対称ループを生成する手法である。

次に、Fig. 3.6 を用いて同定データの作成方法を説明する。まず初めに、直流ヒステリシス特性を用いて通常と同定手法 (NPM) から  $s(B_m^i)$  および  $\mu_{1,k}$  の特性のみ抽出する。さらに、直流ヒステリシス特性から、対称ループの磁束密度の最大値が  $B_m^{i-1}$  から  $B_m^i$  に増加した場合の各種磁気特性の増分  $\Delta H_b$ ,  $\Delta W_{\text{alt}}$  および  $\Delta H_c$  を求める。これらを (3.8) ~ (3.11) 式に代入し、重み係数  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  および  $w_4$  を設定して、(3.7) 式が最小となる  $x^i$ ,  $y^i$  および  $z^i$  を全ての  $B_m^i$  で算出する。なお、(3.7) 式の最小値を算出する際に最適化手法等を適用してもよい。そして、(3.2) 式に  $x^i$ ,  $y^i$  および  $z^i$  を代入して、形状関数  $f_m$  を生成する。本論文では、上記に示す同定データの生成手法を適用したプレイモデルを RPM (Robust Play Model) と呼ぶ。

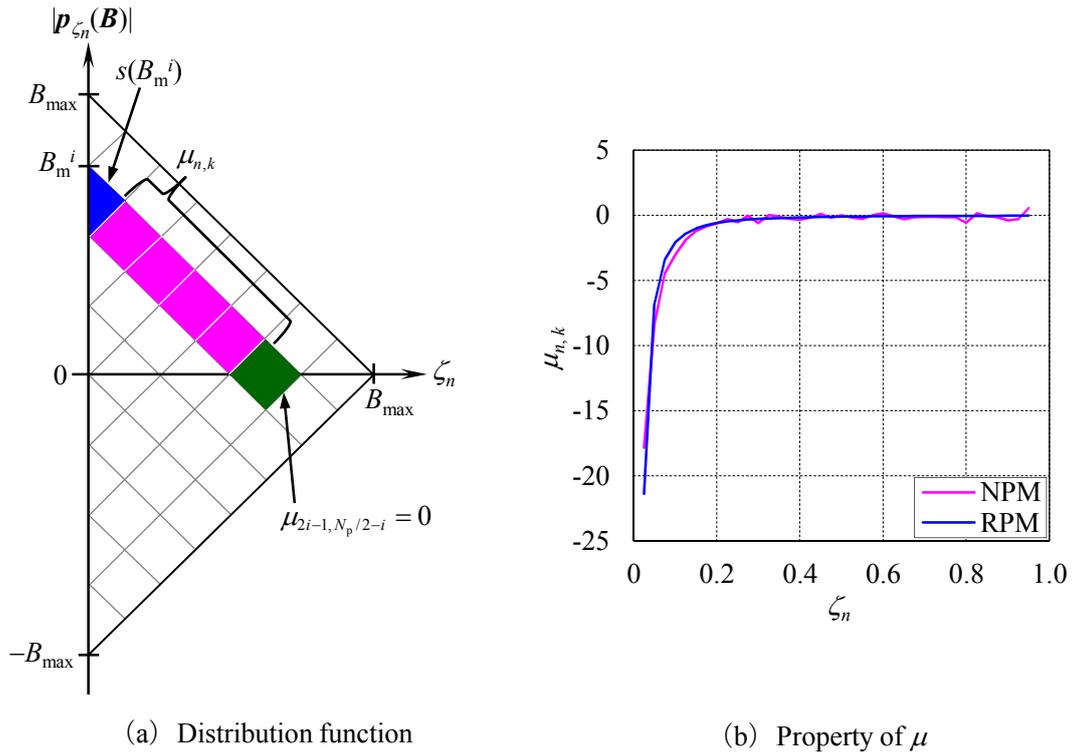


Fig. 3.5. Property of  $\mu$  at  $B_m^i = 1.0$  T.

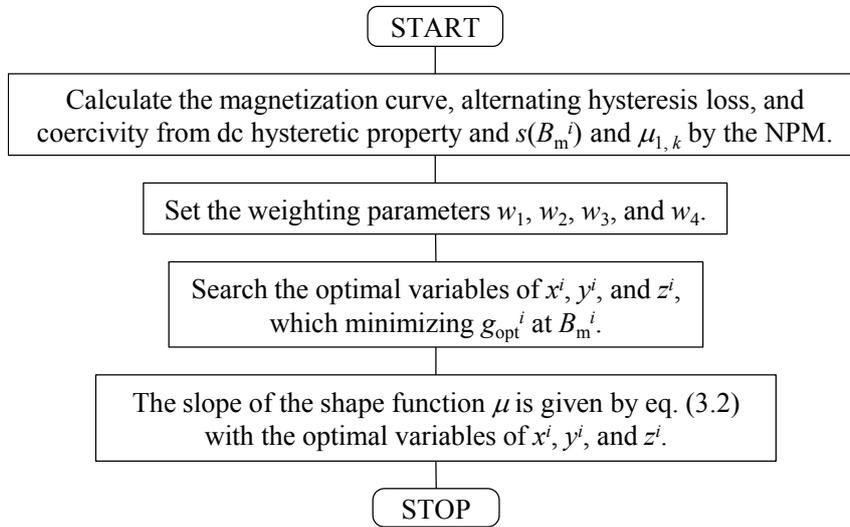


Fig. 3.6. Procedure of the RPM.

Table 3.1 に本論文で用いた RPM の重み係数を示し, Fig. 3.7 に圧粉磁心および無方向性電磁鋼板 50A470 における  $x^i$ ,  $y^i$  および  $z^i$  の最適値を示す. なお, 本論文で用いた各種材料の直流ヒステリシス特性では, Fig. 3.8 (d) に示すように  $B_m^i$  が 1.5 T 以降の対称ループにおいて保磁力が減少しているが, RPM では保磁力の減少を再現することができないため,  $B_m^i$  が 1.5 T 以降では評価関数  $g_{\text{opt}}^i$  から保磁力の指標  $c^i$  を除き, かつ,  $z^i$  に 1.0 を設定した. Fig. 3.8 に, Fig. 3.7 に示す  $x^i$ ,  $y^i$  および  $z^i$  の最適値を用いて算出した圧粉磁心および電磁鋼板 50A470 の各種磁気特性の再現結果を示す (Fig. 3.8 中の RPM). なお, Fig. 3.8 中の「DC property」は直流ヒステリシス特性を示し, 圧粉磁心は 50 Hz の測定結果を, 無方向性電磁鋼板 50A470 は 50 Hz, 100 Hz および 200 Hz の測定データから 3.2.1 項に示す手法により推定した直流ヒステリシス特性を示す. すなわち, 提案手法の結果 (RPM) と DC property との差異が小さいと, 良好な推定精度が得られていることを示す. Fig. 3.8 に示すように, RPM を用いて算出した初磁化曲線, 交番ヒステリシス損  $W_{\text{alt}}$ , 残留磁束密度  $B_r$ , 保磁力  $H_c$  および対称ループは, 直流ヒステリシス特性と同等の特性が得られている. さらに, Fig. 3.3 に示すように, 本提案手法により算出した回転ヒステリシス損 (RPM) は, 飽和磁束密度  $B_s$  以降に損失が 0 となる非負の滑らかな曲線となる.

このように, RPM を用いることで交番磁束励磁下においては測定または推定した直流ヒステリシス特性と同等の特性を示し, かつ, 回転ヒステリシス損に関しては非負の滑らかな曲線が得られる. したがって, RPM を用いることで有限要素磁界解析における収束特性の向上および損失算出精度の向上が期待できる.

Table 3.1. Specifications of the RPM

$\Delta B_m$ [T]	$B_{\text{max}}$ [T]	$w_1$	$w_2$	$w_3$	$w_4$
0.05	2.0	6.0	4.0	1.5	0.5

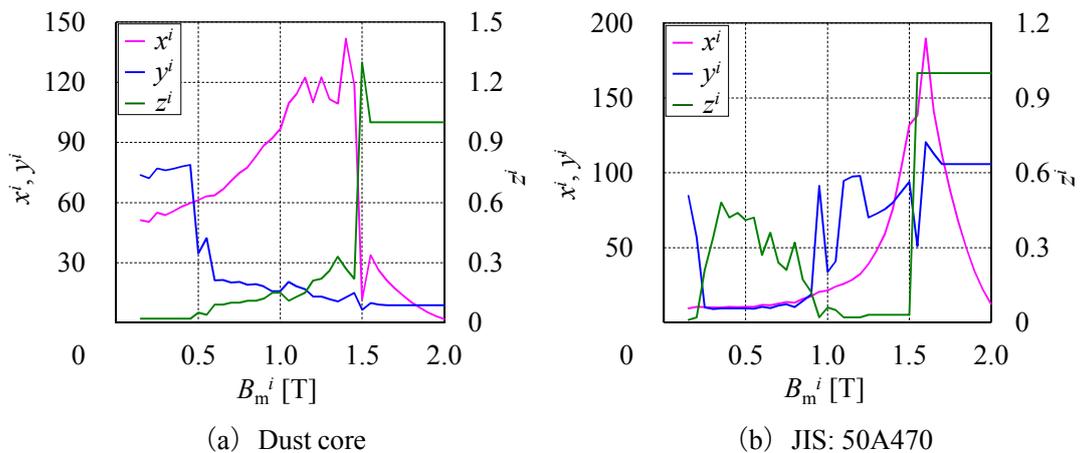


Fig. 3.7. Optimal variables of  $x^i$ ,  $y^i$ , and  $z^i$ .

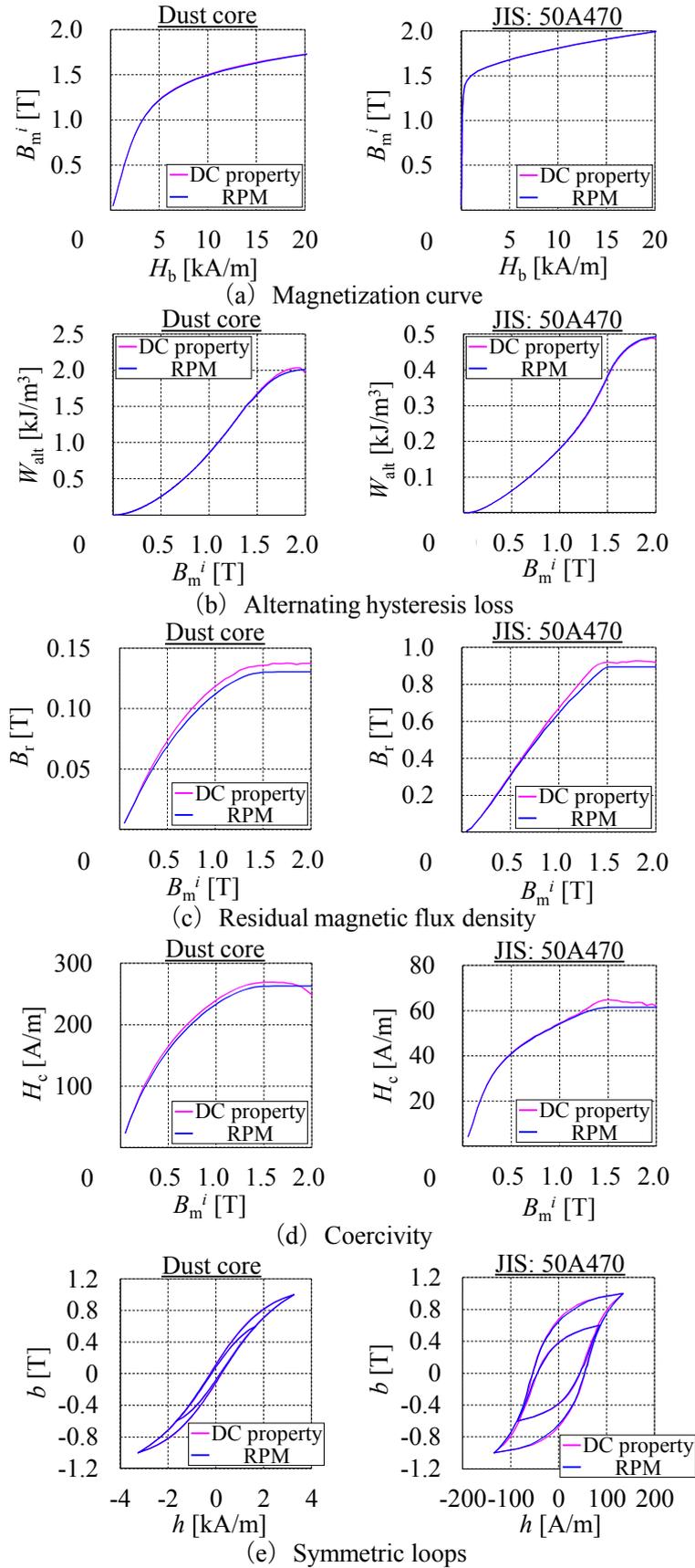


Fig. 3.8. Magnetic characteristics obtained from the DC property and the RPM.

### 3.3 準磁気飽和領域の磁気特性を考慮したプレイモデル

#### 3.3.1 準磁気飽和領域における磁気特性の推定手法

プレイモデルは、同定データの範囲内で入力  $B$  が変動した場合はヒステリシス特性を再現することができるが、磁気飽和領域までの同定データが得られていない場合、同定データの範囲外で入力  $B$  が動作してもヒステリシス損は一定となる。したがって、磁気飽和領域までの測定データがあれば、磁界解析を行う上では十分であるが、磁気飽和領域まで測定することは容易では無い。そこで、初磁化曲線に関しては測定可能領域（例えば 2 T 以下）から磁気飽和領域までを推定する手法が提案されている [3], [4]。本論文では、文献 [3], [4] の考え方をヒステリシス損の推定に適用して、準磁気飽和領域の初磁化曲線とヒステリシス損の推定結果から、プレイモデルの形状関数  $f_{\text{ch}}$  を算出する方法を提案する。

Fig. 3.9 (a) に示す (II) の領域（本論文では準磁気飽和領域と呼ぶ）の初磁化曲線を (3.12) 式のように 2 次曲線で近似する [3], [4]。

$$H_b^{(\text{II})}(B_m) = a_2 B_m^2 + a_1 B_m + a_0 \quad (3.12)$$

ここで、 $a_2$ ,  $a_1$  および  $a_0$  は、初磁化曲線の準磁気飽和領域 (II) における 2 次近似関数の係数を示す。また、磁気飽和領域 (III) の初磁化曲線は、飽和磁化  $M_s$  と真空の透磁率  $\mu_0$  を用いて (3.13) 式のように表される。

$$H_b^{(\text{III})}(B_m) = \frac{1}{\mu_0} (B_m - M_s) \quad (3.13)$$

ここで、Fig. 3.9 (a) の領域境界の整合性から、領域境界上の値と微分値は以下の条件を満足する必要がある。

$$H_b^{(\text{I})}(B_{\text{max}}) = H_b^{(\text{II})}(B_{\text{max}}) \quad (3.14)$$

$$\left. \frac{\partial H_b^{(\text{I})}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_{\text{max}}} = \left. \frac{\partial H_b^{(\text{II})}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_{\text{max}}} \quad (3.15)$$

$$H_b^{(\text{II})}(B_s) = H_b^{(\text{III})}(B_s) \quad (3.16)$$

$$\left. \frac{\partial H_b^{(\text{II})}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_s} = \left. \frac{\partial H_b^{(\text{III})}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_s} \quad (3.17)$$

準磁気飽和領域の初磁化曲線を算出するための未知変数は、飽和磁化  $M_s$  を既知とすると、(3.12) 式の係数  $a_2$ ,  $a_1$  および  $a_0$  と飽和磁束密度  $B_s$  の 4 個である。また、条件式である (3.14) ~ (3.17) 式の個数と一致するため、未知変数を一意に算出することができる。

ヒステリシス損  $W_h$  の準磁気飽和領域 (II) に関しても同様の考え方を適用して、(3.18) 式のように 2 次曲線で近似する。

$$W_h^{(\text{II})}(B_m) = h_2 B_m^2 + h_1 B_m + h_0 \quad (3.18)$$

ここで、 $h_2$ ,  $h_1$  および  $h_0$  は、ヒステリシス損  $W_h$  の準磁気飽和領域 (II) における 2 次近似関数の係数を示す。また、磁気飽和領域 (III) のヒステリシス損  $W_h$  に関しては、飽和磁束密度  $B_s$  以降は一定になると考えて (3.19) 式のように定義する。

$$W_h^{(\text{III})}(B_m) = W_h^{(\text{III})}(B_s) \quad (3.19)$$

Fig. 3.9 (b) の領域境界の整合性から、領域境界上の値と微分値は以下の条件を満足する必要がある。

$$W_h^{(I)}(B_{\max}) = W_h^{(II)}(B_{\max}) \quad (3.20)$$

$$\left. \frac{\partial W_h^{(I)}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_{\max}} = \left. \frac{\partial W_h^{(II)}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_{\max}} \quad (3.21)$$

$$\left. \frac{\partial W_h^{(II)}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_s} = 0 \quad (3.22)$$

準磁気飽和領域のヒステリシス損を算出するための未知変数は、(3.18)式の係数  $h_2$ ,  $h_1$  および  $h_0$  の3個であり、条件式である(3.20)～(3.22)式の個数と一致するため、未知変数を一意に算出することができる。なお、飽和磁束密度  $B_s$  は初磁化曲線の推定式から算出した値を用いるが、プレイモデルの同定データの刻み幅は離散的であるため、同定データに用いる対称ループの磁束密度の刻み幅  $\Delta B_m$  に最も近い値で近似する。(3.20)～(3.22)式から、(3.18)式の未知変数  $h_2$ ,  $h_1$  および  $h_0$  は以下のように表される。

$$h_2 = -\frac{1}{2(B_s - B_{\max})} \left. \frac{\partial W_h^{(I)}}{\partial B_m} \right|_{B_m=B_{\max}} \quad (3.23)$$

$$h_1 = -h_2 B_s \quad (3.24)$$

$$h_0 = W_h^{(I)}(B_{\max}) - h_2 B_{\max}^2 - h_1 B_{\max} \quad (3.25)$$

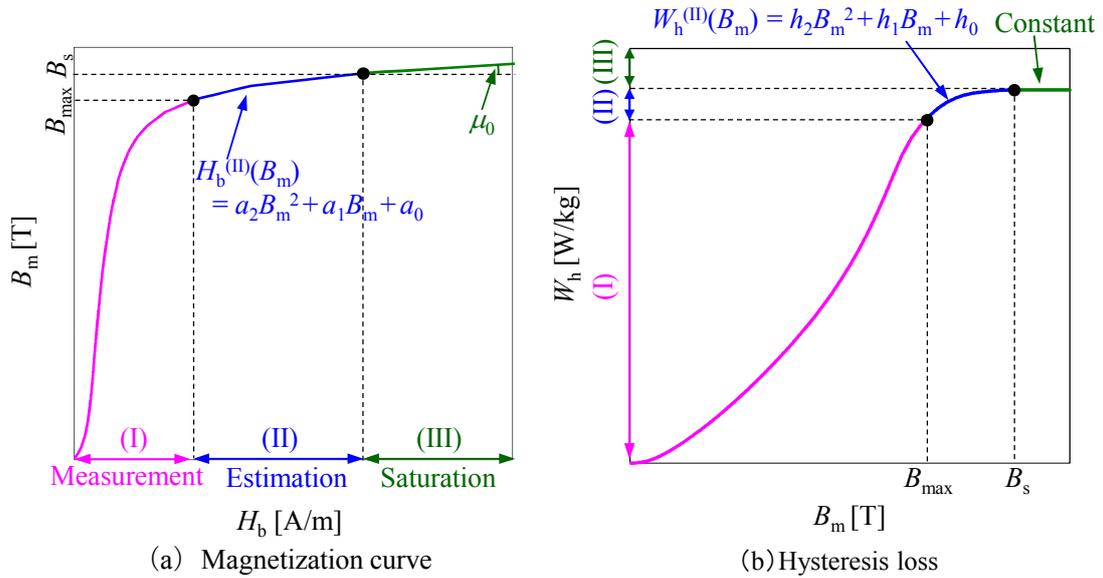


Fig. 3.9. Estimation method for the magnetization curve and hysteresis loss.

### 3.3.2 準磁気飽和領域における形状関数の推定手法

Fig. 3.10 に、無方向性電磁鋼板 50A470 の直流ヒステリシス特性を用いて同定したプレイモデルの形状関数の傾き  $\mu$  を示す。なお、同定データの刻み幅  $\Delta B_m$  は 0.05 T、最大磁束密度  $B_{\max}$  は 2.0 T、プレイヒステロン数  $N_p$  は 80 個とした。ここで、非可逆部 ( $n > 0$ ) の形状関数の傾き  $\mu$  は負の値を示し、磁気飽和領域に近づくと 0 に漸近することから、準磁気飽和領域のプレイモデルは、 $n = 1$  の形状関数の傾き  $\mu$  のみ値を有し、 $n > 1$  の形状関数の傾き  $\mu$  を 0 とする。したがって、 $n = 1$  の形状関数の傾き  $\mu$  は、準磁気飽和領域のヒステリシス損の増分  $\Delta W_h$  と (3.5) 式から、(3.26) 式のように表される。

$$\mu_{i,j} = -\frac{\Delta W_h(B_m^i)}{4\zeta_1} \quad (3.26)$$

さらに、 $n = 0$  の形状関数の傾き  $\mu$  は、初磁化曲線の増分  $\Delta H_b$ 、 $n = 1$  の形状関数の傾き  $\mu$  および (3.4) 式から、(3.27) 式のように表される。

$$\mu_{0,j} = \Delta H_b(B_m^i) - \mu_{i,j} \quad (3.27)$$

なお、飽和磁束密度  $B_s$  を超えると、非可逆部 ( $n > 0$ ) の形状関数の傾き  $\mu$  は 0 に、可逆部 ( $n = 0$ ) の形状関数の傾き  $\mu$  は  $\Delta B_m / \mu_0$  で一定とする。

Fig. 3.11 に、無方向性電磁鋼板 50A470 の準磁気飽和領域の初磁化曲線、ヒステリシス損  $W_h$  および形状関数の傾き  $\mu$  の推定結果を示す。無方向性電磁鋼板 50A470 の飽和磁化  $M_s$  を 2.07 T、 $B_{\max}$  を 2 T として、(3.14) ~ (3.17) 式を用いて推定した飽和磁束密度  $B_s$  は 2.208 T となった。したがって、プレイモデルの飽和磁束密度  $B_s$  は、同定データに用いる対称ループの磁束密度の刻み幅  $\Delta B_m$  の倍数に最も近い 2.2 T とした。Fig. 3.11 (b) に示す形状関数の傾き  $\mu$  の推定結果は、2 T 前後でやや不連続な挙動を示している。これは、2 T 以降は  $n > 1$  の形状関数の傾き  $\mu$  を 0 としたため、 $n = 1$  の  $\mu$  がやや過大に見積もられている影響であると考えられるが、全体的には比較的滑らかな曲線が得られている。また、今回推定した無方向性電磁鋼板 50A470 の磁気飽和以降 (2.2 T 以降) のヒステリシス損は、2.0 T 時より 0.6% 程度増加した値を示している。

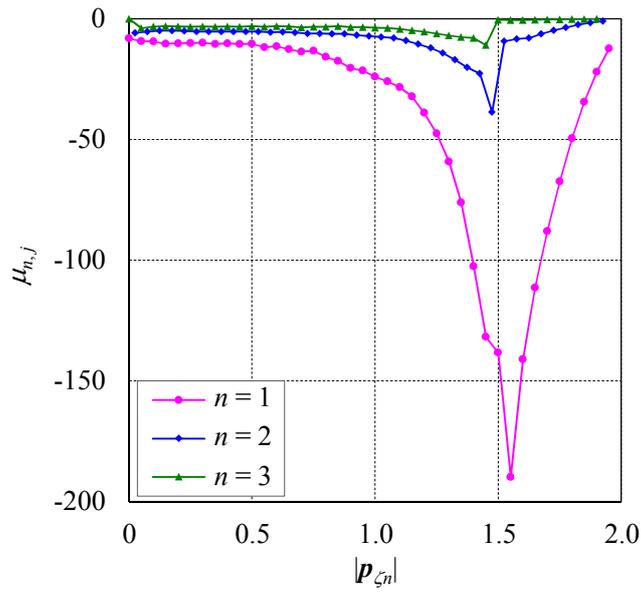


Fig. 3.10. Slope of the shape function for JIS: 50A470.

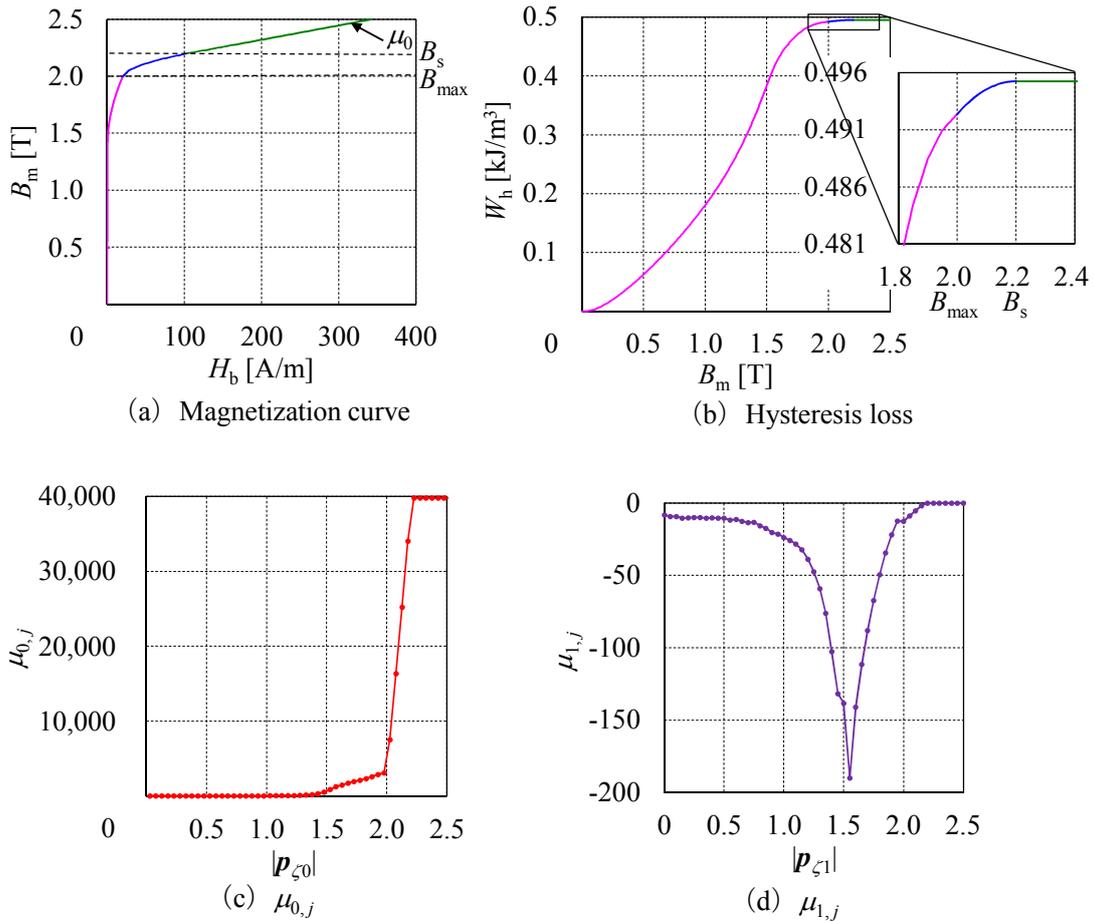


Fig. 3.11. Estimation results of JIS: 50A470.

### 3.3.3 有限要素磁界解析への適用

文献 [13] で提案されている IPM モータの電気学会ベンチマークモデル「D1 モデル」を用いて、準磁気飽和領域のヒステリシス損の考慮の有無が IPM モータの特性に与える影響を検討する。Fig. 3.12 に、D1 モデルの解析モデルを示す。要素数は 7,644、節点数は 3,872 である。Table 3.2 に、D1 モデルの解析条件を示す。本解析では、ステータおよびロータコアに無方向性電磁鋼板 50A470 適用しているが、それ以外の条件は文献 [13] と同様である。プレイモデルの同定に用いる対称ループの磁束密度の刻み幅  $\Delta B_m$  を 0.05 T、最大磁束密度  $B_{max}$  を 2 T、プレイヒステロン数  $N_p$  を 80 個とした。また、1 周期の解析ステップを 180 とする。なお、本解析ではヒステリシス損に着目しているため、渦電流損は考慮していない。

Table 3.3 に、相電流 10 A、電流位相 20 deg、回転数 1,500 r/min 時の等方性ベクトルプレイモデルを用いた有限要素磁界解析によるヒステリシス損の解析結果を示す。Table 3.3 中の「Without quasi-magnetic saturation」と「With quasi-magnetic saturation」はともに初磁化曲線の準磁気飽和領域および飽和領域の特性を考慮し、前者に関しては 2 T 以降のヒステリシス損は一定（準磁気飽和領域のヒステリシス損は無視）とした等方性ベクトルプレイモデルによる解析結果を示し、後者に関しては Fig. 3.11 に示す準磁気飽和領域の形状関数の推定結果を用いた等方性ベクトルプレイモデルによる解析結果を示す。Table 3.3 に示すように、本解析においてはヒステリシス損の差異は 0.03 % 程度となった。本解析で用いた無方向性電磁鋼板 50A470 は、準磁気飽和領域のヒステリシス損の考慮の有無でヒステリシス損の最大値は 0.6 % 程度しか変わらなかったため解析結果への影響度は低かったが、準磁気飽和領域のヒステリシス損の増加量が高い電磁鋼板を用いると、さらに影響が生じると考えられる。

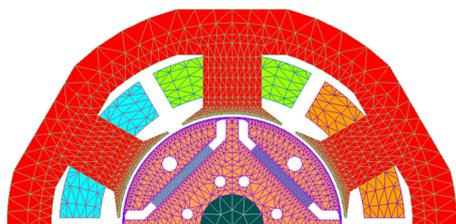


Fig. 3.12. Analyzed model (D1 model).

Table 3.2. Analysis condition.

Core length [mm]	60
Number of turns [turns/teeth]	125
Residual magnetic flux density [T]	1.225
Recoil relative permeability	1.05
Iron core of stator and rotor	JIS: 50A470
Phase resistance [ $\Omega$ ]	0.38

Table 3.3. Influence of the hysteresis loss for quasi-magnetic saturation to numerical results.

	Without quasi-magnetic saturation	With quasi-magnetic saturation
Stator	3.9670 W (1.0000)	3.9677 W (1.0002)
Rotor	1.0901 W (1.0000)	1.0909 W (1.0007)
Total	5.0571 W (1.0000)	5.0586 W (1.0003)

## 3.4 不等間隔分布関数を用いたプレイモデル

### 3.4.1 不等間隔分布関数の定式化

プレイモデルは、同定に用いる対称ループの間隔 $\Delta B_m$ を小さくすることにより、モデリング精度が向上する。一方、同定に用いる対称ループが増えると、プレイヒステロンの個数 $N_p$ も増えるため、記憶容量およびプレイモデルの計算量が増大する。例えば、同定に用いる対称ループの刻み幅 $\Delta B_m$ を0.01 T、 $B_{max}$ を2 Tとすると、200個の対称ループが必要となり、プレイヒステロンは400個必要となる（プレイヒステロン数 $N_p$ は対称ループの倍の個数が必要となるため）。プレイモデルの計算時間および記憶容量を低減させるためには、ヒステリシス特性を再現するために用いるプレイヒステロン数 $N_p$ を低減する必要がある。Fig. 2.11に示す無方向性電磁鋼板50A470の形状関数では、 $n$ が大きくなると形状関数の値は全体的に小さくなるのがわかる。したがって、 $n$ が大きい領域の形状関数は、ヒステリシス特性の再現精度に与える影響が小さくなると考えられる。

そこで、不等間隔なプレイヒステロンを有するプレイモデル（Non-uniform Interval Play Model : NI-PM）を提案する。通常のプレイモデルでは、プレイヒステロン幅の間隔 $\Delta\zeta$ を全て一定として同定を行うが、NI-PMでは $k$ 番目からのプレイヒステロン幅の間隔を広くする。Fig. 3.13に、8個の対称ループから同定を行い、 $k=4$ 番目からプレイヒステロン幅の間隔を広くしたNI-PMの分布関数を示す。ここで、形状関数の算出方法について説明する。一例として、Fig. 3.13の $B_{max}$ を1.6 Tとし、0.2 T刻みの対称ループを用いて同定する場合を考える。 $n < 4$ の形状関数は0.2 T刻みの8個の対称ループから、 $n > 4$ の形状関数は0.4 T刻みの4個の対称ループから通常と同定方法を用いてFig. 3.13の領域に該当する形状関数の傾き $\mu^f$ 、 $\mu^c$ を算出し、形状関数を生成する。なお、 $n > 4$ の形状関数は、0.2 T刻みの8個の対称ループから通常と同定方法を用いて分布関数の全領域の $\mu^f$ を算出し、Fig. 3.13における $n > 4$ の領域に該当する $\mu^c$ に換算してから、形状関数を生成することも可能である。 $n = k$  ( $= 4$ )の形状関数の傾き $\mu^k$ は、(3.28)式のように算出することができる。

$$\mu_{k,l}^k = \mu_{k,2l}^f + \mu_{k,2l+1}^f + \mu_{k+1,2l}^f \quad (3.28)$$

Fig. 3.13のNI-PMにおける分布関数では、境界値を $n = k$ として境界が1種類の例を示したが、境界をさらに増やすことも可能である。なお、境界値を $n = k$ とした場合、 $n \leq k$ のプレイヒステロン幅の間隔( $\zeta_n - \zeta_{n-1}$ )を $\Delta\zeta^f$ 、 $n > k$ のプレイヒステロン幅の間隔を $\Delta\zeta^c$ とすると、 $\Delta\zeta^f$ と $\Delta\zeta^c$ は(3.29)式の関係を満たす必要がある。

$$\Delta\zeta^c = 2\Delta\zeta^f \quad (3.29)$$

このように、プレイヒステロンの幅を境界値毎に広くしていくと、プレイヒステロンの個数 $N_p$ を減らすことができ、計算時間および記憶容量を低減させることができる。

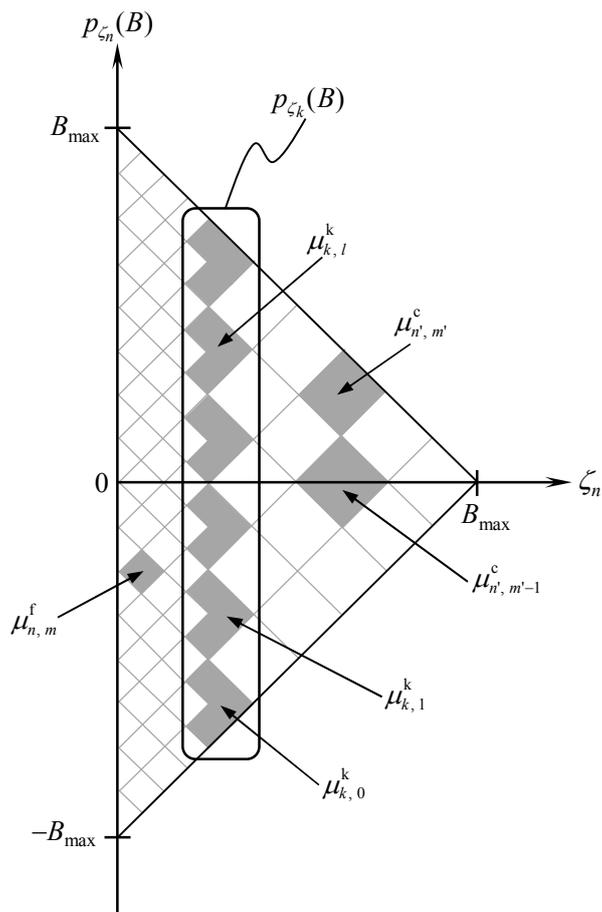
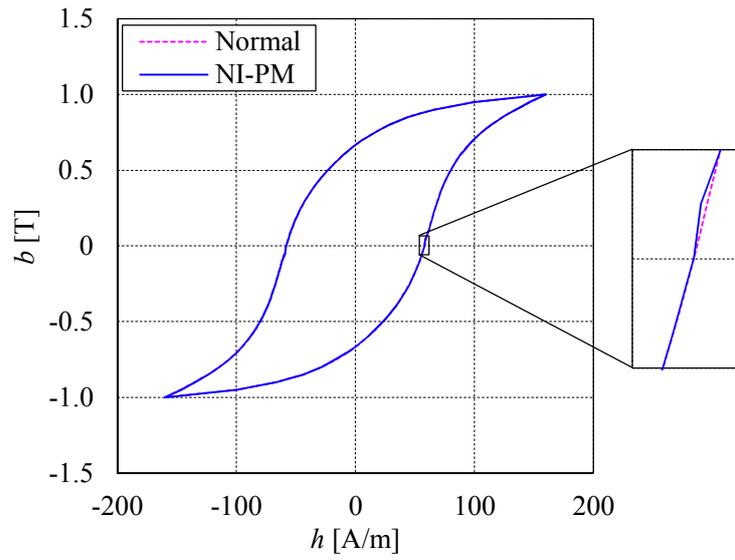


Fig. 3.13. Distribution function for the NI-PM.

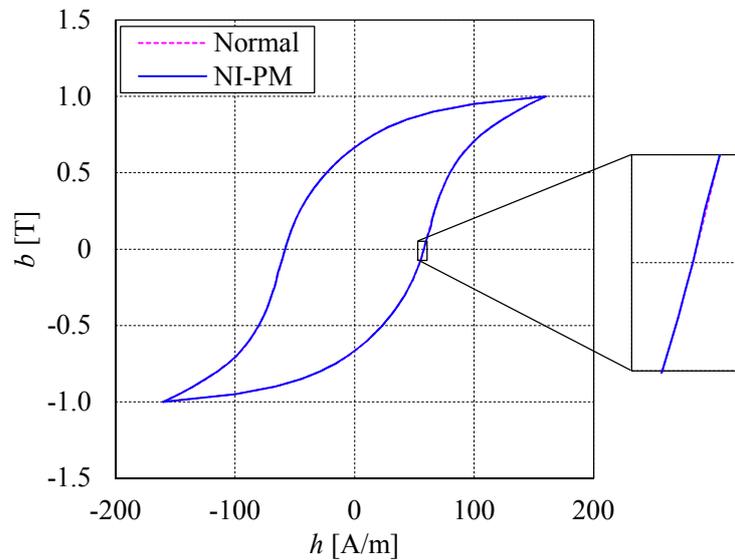
### 3.4.2 提案手法の有効性検証

NI-PM は、ある境界値からプレイヒステロン幅の間隔を広くすることで、計算時間および記憶容量を低減することができる。一方、この境界値を低く設定すると、ヒステリシス特性の再現精度が悪化すると考えられる。そこで、無方向性電磁鋼板 50A470 の直流ヒステリシス特性を用いて、NI-PM の有効性を検証する。同定には、 $B_{\max} = 2 \text{ T}$ 、磁束密度の刻み幅  $\Delta B_m$  が  $0.05 \text{ T}$  の対称ループを用いた。本項では NI-PM の境界値を 1 個として、 $n < k$  の形状関数の傾き  $\mu_f$  は  $0.05 \text{ T}$  刻みの対称ループから算出し、 $n > k$  の形状関数の傾き  $\mu_c$  は  $0.1 \text{ T}$  刻みの対称ループから算出する。 $n = k$  の形状関数の傾き  $\mu_k$  は、(3.28) 式に基づいて算出する。

Fig. 3.14 に、境界値  $k$  を 4 または 6 とした場合の磁束密度の最大値が  $1 \text{ T}$  の対称ループの再現結果を示す。Fig. 3.14 中の Normal は、通常のプレイモデル（プレイヒステロン幅の間隔が全て一定）を用いて、 $0.05 \text{ T}$  刻みの対称ループから同定を行った結果である。したがって、NI-PM の結果と Normal の結果の差異が小さいほど、モデリング精度が良好であることを示す。Fig. 3.14 に示すように、 $k = 4$  では少し差異が生じているが、 $k = 6$  になると両者の結果はほぼ一致していることがわかる。したがって、本項の同定データにおいては、境界値を  $k = 6$  として設定することで、通常のプレイモデルと同程度のモデリング精度を有している。また、通常のプレイモデルでは、 $B_{\max} = 2 \text{ T}$ 、磁束密度の刻み幅  $\Delta B_m$  が  $0.05 \text{ T}$  の対称ループを用いて同定すると、80 個のプレイヒステロンが必要となるが、境界値を  $k = 6$  とする NI-PM で必要なプレイヒステロンは 43 個であり、約半減することができている。



(a)  $k=4$



(b)  $k=6$

Fig. 3.14. Results of the symmetric loop by the NI-PM.

### 3.5 3次元ベクトルプレイモデルの有限要素磁界解析への適用

Fig. 3.15 (a) の TEAM Workshop Problem20<sup>[14]</sup> (本論文では Problem 20 と呼ぶ) を用いて, 2.3.4 節に示す 3 次元ベクトルプレイモデルを用いて有限要素磁界解析を行った. センタポールとヨークの材料は圧粉磁心とし, 解析領域は, 対称性を考慮して全領域の 1/4 とした. Fig. 3.15 (a) ~ (d) に, 初磁化曲線を用いた解析と 3 次元ベクトルプレイモデルを用いた解析による Fig. 3.15 (a) に示すセンタポール下部の観測点のヒステリシスループを示す. 3 次元ベクトルプレイモデルの同定には, 圧粉磁心の測定データを用いた. 同定に用いたデータは, 周波数が 50 Hz における 0.1 T 刻みで最大磁束密度  $B_{\max}$  を 2.0 T とする対称ループである. また, プレイヒステロン数  $N_p$  は 40 個とした. Fig. 3.15 に示すように, 3 次元ベクトルプレイモデルを用いることによって, 3 次元的なヒステリシス特性を再現できていることがわかる. したがって, 本手法を用いることで, 圧粉磁心を用いたリアクトルのように 3 次元的に磁束が通るような電気機器においても鉄損を直接算出できる.

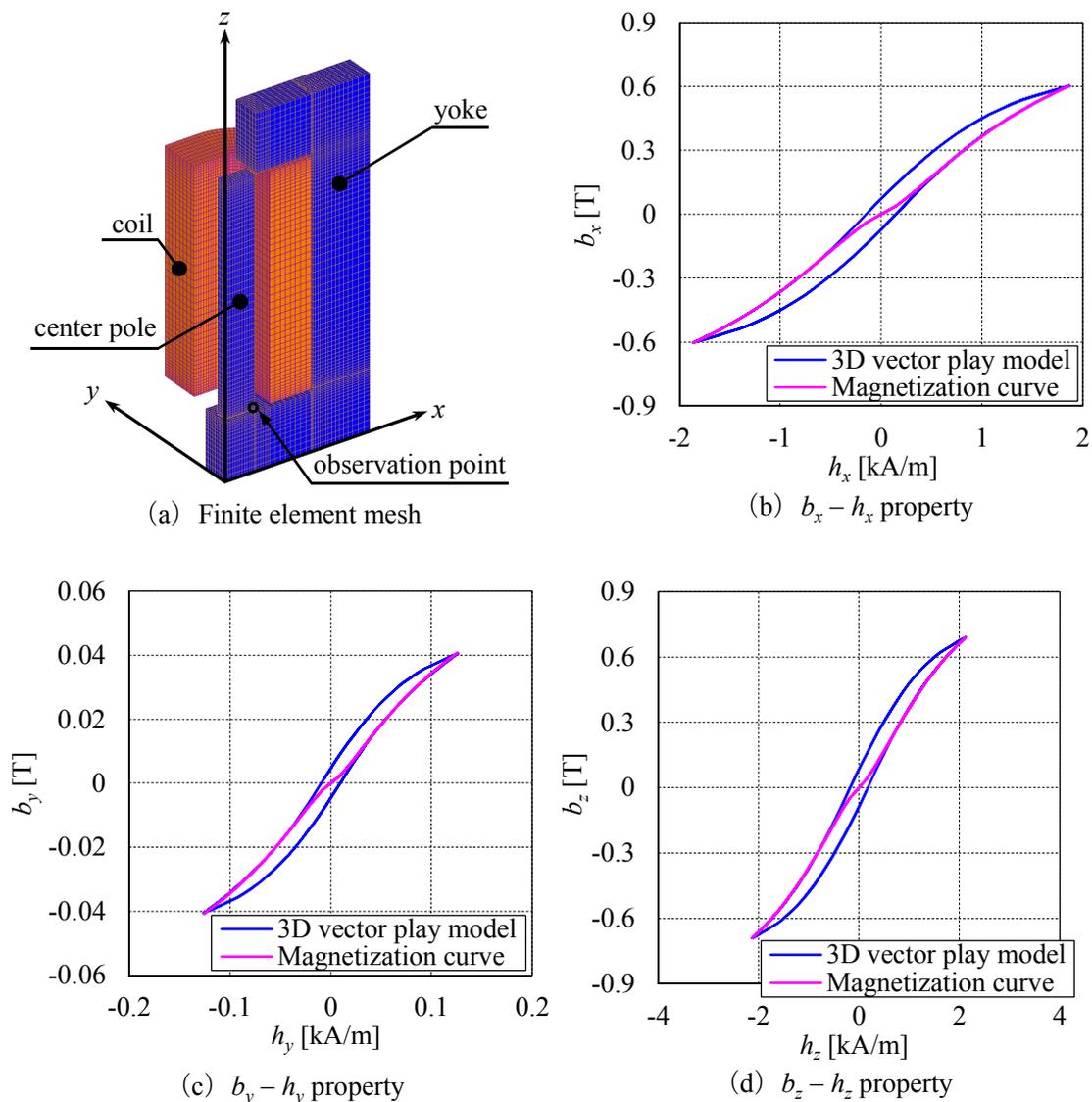


Fig. 3.15. Analyzed mesh and numerical results of Problem 20.

### 3.6 まとめ

本章では、プレイモデルの同定に必要な直流ヒステリシス特性の推定方法を提案した。複数周波数の測定データから同一の磁束密度下の磁界の強さを周波数の関数として近似関数を生成し、周波数が 0 Hz の特性を推定する手法を提案した。従来の鉄損分離で用いられているヒステリシス損係数と妥当な一致を示し、本提案手法の有効性を検証した。また、測定または推定された直流ヒステリシス特性の初磁化曲線、交番ヒステリシス損、保磁力および微分透磁率からプレイモデルに適した対称ループを生成する同定方法を提案した。本手法により生成される対称ループは、測定または推定された直流ヒステリシス特性の磁気特性と同程度の特性を示しつつ、ベクトルプレイモデルで算出される回転ヒステリシス損は滑らかな曲線が得られるため、負の回転ヒステリシス損を示すという問題を回避することができることを示した。さらに、比較的測定が容易な磁束密度領域のデータから準磁気飽和領域の磁気特性が再現可能なプレイモデルを提案し、磁気飽和領域付近で動作する可能性があるモータの解析例を示した。インバータ駆動時等の鉄損に影響を与えるマイナーループ損の算出精度を従来のプレイモデルと同程度の精度を示しつつ、プレイヒステロン個数を低減することで計算時間および記憶容量の削減が可能な NI-PM を提案した。また、圧粉磁心を用いたリアクトルのような塊状鉄心を有する 3 次元場の磁界解析を行うために 3 次元ベクトルプレイモデルを提案し、有限要素磁界解析への適用例を示した。

本章の提案手法により、プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の実用化が一步前進したと考えられる。

## 参考文献

- [1] T. Matsuo and M. Shimasaki, "Eddy-current analysis using vector hysteresis models with play and stop hysteresis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 36, no. 4, pp. 1172-1177 (2000).
- [2] J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, "Improvement of Isotropic Vector Play Model under Rotational Flux Density Conditions," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-15-30, RM-15-22, pp. 61-66 (2015) (in Japanese).  
北尾純士, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕: 「回転磁束条件下における等方性ベクトルプレイモデルのモデリング性能向上に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-15-30, RM-15-22, pp. 61-66 (2015).
- [3] Y. Kagawa, *Practical Finite Element Method in Electric and Electronic Engineering*, Ohmsha (1982) (in Japanese).  
加川幸雄: 「電気・電子のための有限要素法の実際」, オーム社 (1982) .
- [4] K. Fujiwara, "A Proposal on Approximation Method for Magnetization Property," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-04-69, RM-04-93, pp. 57-62 (2004) (in Japanese).  
藤原耕二: 「磁化曲線の近似法に関する提案」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-04-69, RM-04-93, pp. 57-62 (2004).
- [5] N. Nakata, N. Takahashi, and Y. Kawase, "Finite element analysis of magnetic fields taking into account hysteresis characteristics," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 21, no. 5, pp. 1856-1858 (1985).
- [6] J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, "Fundamental Investigation for Improving Play Model," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-14-76, RM-14-92, pp. 61-66 (2014) (in Japanese).  
北尾純士, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕: 「プレイモデルのモデリング性能向上に向けた基礎的検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-14-76, RM-14-92, pp. 61-66 (2014).
- [7] Investigating R&D Committee on Advanced Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines, "Advanced Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines," *IEE Japan Technical Report*, no. 942 (2004) (in Japanese).  
回転機の三次元電磁界解析高度化調査専門委員会: 「回転機の電磁界解析高度化技術」, 電気学会技術報告, 第942号 (2004).
- [8] T. Matsuo and M. Shimasaki, "An Identification Method of Play Model with Input-Dependent Shape Function," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 10, pp. 3112-3114 (2005).
- [9] A. Ahagon and A. Kameari, "An Investigation of Finite Element Hysteresis Analysis Using Isotropic Vector Play Models," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-09-67, RM-09-73, pp. 71-76 (2009) (in Japanese).  
阿波根明, 亀有昭久: 「等方性ベクトルプレイモデルを用いた有限要素法によるヒステリシス解析の検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-09-67, RM-09-73, pp. 71-76 (2009).
- [10] M. Miyamoto and T. Matsuo, "A Study of Representation of Anisotropic AC Vector Hysteretic Property Using Isotropic Vector Play Model and Classical Eddy-Current Theory,"

*The papers of Joint Technical Meeting on Magnetics, IEE Japan, MAG-10-98, pp. 39-44 (2010) (in Japanese).*

宮本政樹, 松尾哲司:「等方性ベクトルプレイモデルと古典的渦電流理論を用いた異方性交流ベクトルヒステリシス特性表現に関する検討」, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-10-98, pp. 39-44 (2010).

- [11] T. Matsuo, “Anisotropic Vector Hysteresis Model Using an Isotropic Vector Play Model,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 46, no. 8, pp. 3041-3044 (2010).
- [12] N. Takahashi, S. Miyabara, and K. Fujiwara, “Problems in Practical Finite Element Analysis Using Preisach Hysteresis Model,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, pp. 1243-1246 (1999).
- [13] Investigating R&D Committee on Practical Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines, “Practical Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines,” *IEE Japan Technical Report*, no. 1296 (2013) (in Japanese).  
回転機の三次元電磁界解析実用化技術調査専門委員会:「回転機の三次元電磁界解析実用化技術」, 電気学会技術報告, 第 1296 号 (2013) .
- [14] N. Takahashi, T. Nakata, and H. Morishige, “Summary of Results for Problem 20 (3-D Static Force Problem),” *COMPEL*, vol. 14, nos. 2&3, pp. 57-75 (1995).

## 第 4 章 ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の高速化

### 4.1 緒言

プレイモデルは、2.2.7 項で示したように入力波形の中で絶対値が最大となった場合、それ以前の極値は全て消去され、最大値はプレイヒステロンの履歴に残り続ける。すなわち、一度でも最大値（または最小値）が現れると、その最大値（または最小値）は以降の解析結果に影響を与えることとなる。例えば、電圧印加時の解析において、解析モデルの時定数により突入電流が流れる場合がある。突発的な大電流によって鉄心が磁化される場合、初磁化曲線を用いた解析では、定常状態に落ち着いた時の最終的に得られる結果には突入電流は影響を与えない。しかし、プレイモデルを用いた解析では、定常状態の磁束密度の動作点が突入電流時の動作点よりも低くなると突入電流が最終的に得られる解析結果に影響を与える場合がある<sup>[1]</sup>。本論文では、プレイモデルを用いた磁界解析において、突入電流が解析結果に与える影響を検討する。また、定常状態に落ち着いた場合に突入電流の影響が生じず、最終的に得られる解が正負対称となることがわかっている解析の場合（例えば直流成分を含まない電圧源解析）、簡易 TP-EEC 法<sup>[2], [3]</sup>の補正方法をプレイヒステロンの履歴にも適用することで、突入電流の影響を低減することを試みる。

次に、2.2.5 項に示した「同定データに用いる対称ループの最大値・最小値の補正<sup>[4]</sup>」が有限要素磁界解析の収束特性に与える影響を検討する。

### 4.2 プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した簡易 TP-EEC 法

#### 4.2.1 プレイモデルを用いた有限要素磁界解析の問題点

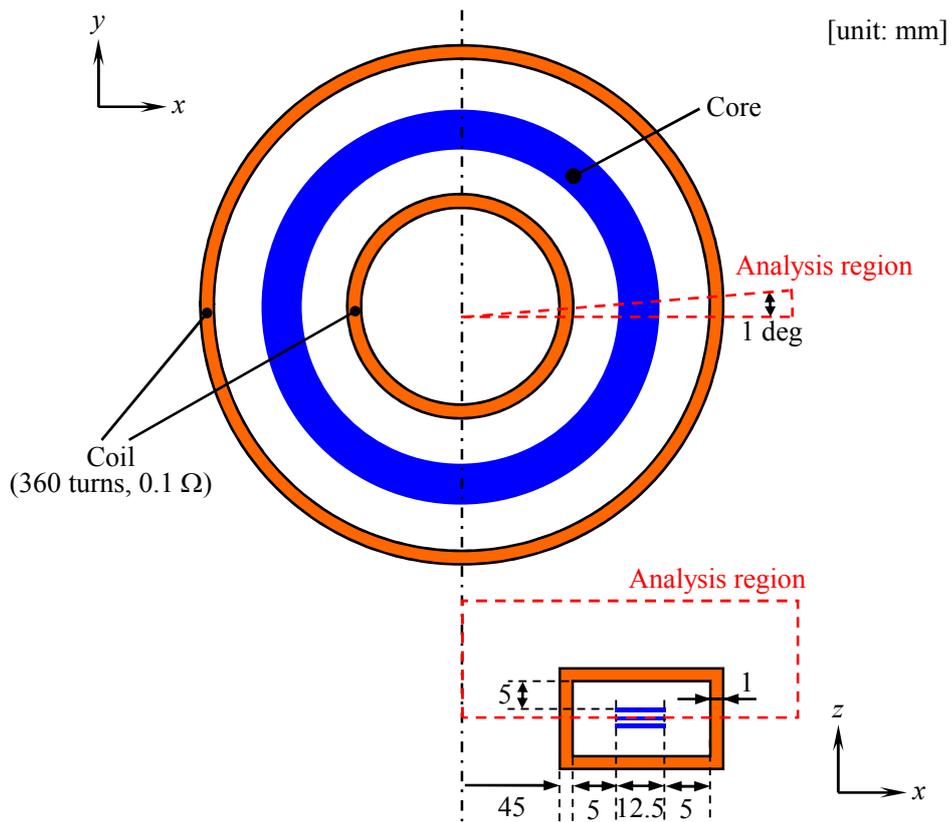
プレイモデルを用いた有限要素磁界解析における突入電流の影響を検討するために、Fig. 4.1 に示すリング試料モデルを用いて解析を行った。Fig. 4.2 および Fig. 4.3 に、正弦波電圧印加時における有限要素磁界解析の解析結果を示す。入力電圧の振幅は 2 V、周波数は 50 Hz、1 周期の解析ステップを 36 とし、定常状態に落ち着くまで Fig. 4.2 では計 50 周期、Fig. 4.3 では計 200 周期の解析を行った。また、プレイモデルの同定データには無方向性電磁鋼板 50A470 の 50 Hz の特性（測定データをそのまま使用）と直流ヒステリシス特性（50 Hz, 100 Hz および 200 Hz の測定データから 3.2.1 項の手法を用いて推定）の 2 種類を用い、前者の同定データを用いた解析結果を Fig. 4.2 に示し、後者の同定データを用いた解析結果を Fig. 4.3 に示している。同定データの対称ループの刻み幅 $\Delta B_m$ を 0.05 T、 $B_{max}$  および  $B_s$  を 2 T とし、プレイヒステロン数  $N_p$  を 80 個とした。

Fig. 4.2 に示すように、1 周期目に突入電流が流れており、この突入電流の影響により鉄心は磁化されて、徐々に定常状態に向かっていく。直流成分を含まない正弦波電圧波形による初磁化曲線を用いた解析では、定常状態に落ち着くと正負対称の波形が得られると考えられるが、Fig. 4.2 (a) および (b) に示すように、ヒステリシス特性を考慮した解析では定

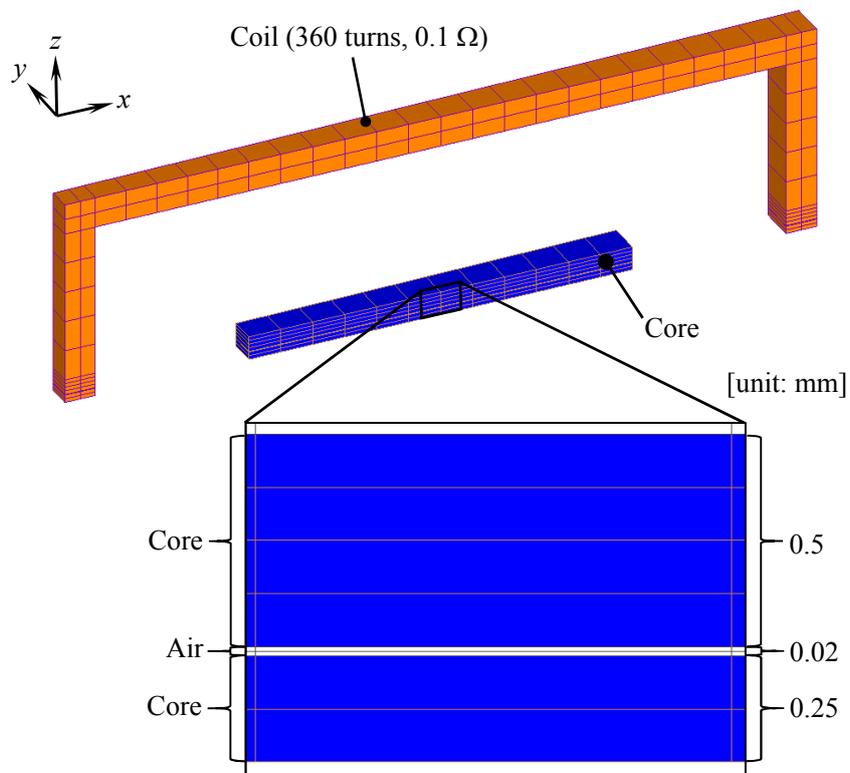
常状態に落ち着いても磁束波形には直流成分が重畳されており、Fig. 4.2 (c) に示すコイルの鎖交磁束を試料の断面積で除した磁束密度と電流値および平均磁路長から算出される磁界の強さから表されるヒステリシスループに関しても、突入電流が生じると直流偏磁した結果が得られている。なお、Fig. 4.3 に示すように、同定データに直流ヒステリシス特性を用いた場合においては、Fig. 4.2 の結果と比較すると、直流偏磁の影響は小さくなっていることがわかる。

ここで、プレイモデルを用いた解析において、磁束波形に直流成分が重畳された原因について説明する。Fig. 4.4 に、定常状態に落ち着いた最終周期の磁束波形の最大値と最小値における鉄心中央部の要素のプレイヒステロンの状態を示す。Fig. 4.4 (b) では、 $\zeta_n > 1.0$  のプレイヒステロンの値が 0 以外の値を示しており、定常状態に落ち着いた 1 周期の中で変動していないことがわかる。これは、突入電流の影響により  $\zeta_n$  が大きいプレイヒステロンは正に磁化され、定常状態に落ち着いても磁化された影響はプレイヒステロンの履歴に残り続けるため、Fig. 4.2 (a) に示すように磁束波形に直流成分が重畳されたと考えられる。しかし、Fig. 4.4 (d) に示すように、直流ヒステリシス特性を用いた解析では、突入電流の影響により  $\zeta_n$  が大きいプレイヒステロンは正に磁化されているが、磁束波形の最大時と最小時で磁束密度の値はほぼ正負対称となっている。ここで、直流ヒステリシス特性を用いた解析の場合に突入電流の影響が小さくなった原因について説明する。無方向性電磁鋼板 50A470 の 50 Hz の特性は渦電流の影響が含まれているため、直流ヒステリシス特性と比較すると、ループが膨らんでいる。この影響で幅の広いプレイヒステロンの形状関数の値は、50 Hz の特性から同定した場合の方が大きくなる。したがって、ループの幅が広い、すなわち、最大磁束密度における磁界の強さ  $H_b$  と保磁力  $H_c$  の差異が小さい程、幅の広いプレイヒステロンの形状関数の値が大きくなるため、突入電流の影響も大きくなると考えられる。なお、実際の現象としても、突入電流が流れると鉄心が磁化されるが、時間の経過とともにその影響は小さくなっていくため、入力電圧に直流成分が含まれていなければ、磁束波形には直流成分が重畳されていない対称な波形が得られると考えられる。

このように、プレイモデルを用いて磁界解析を行う場合、突入電流によって鉄心が磁化されると、定常状態に突入電流の影響が生じる場合があるため、適切な結果を得るためには突入電流が流れないように徐々に電圧を上げていくか、突入電流が起こったとしても磁化されたプレイヒステロンの履歴を何らかの方法で除去する必要がある。

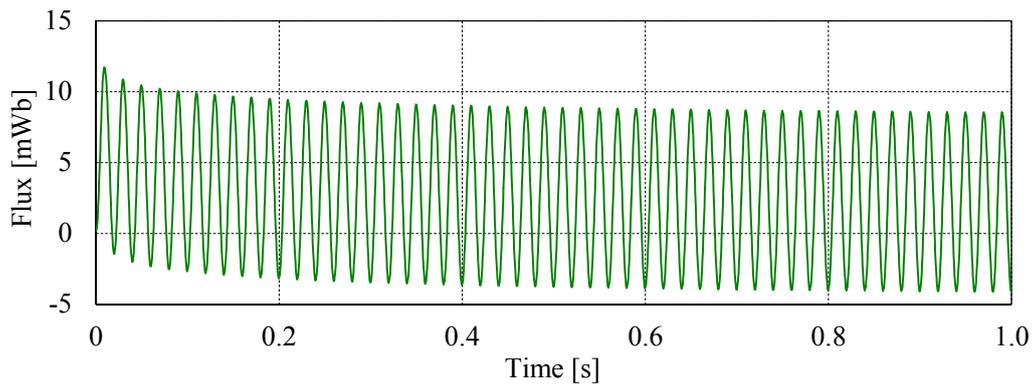


(a) Configuration

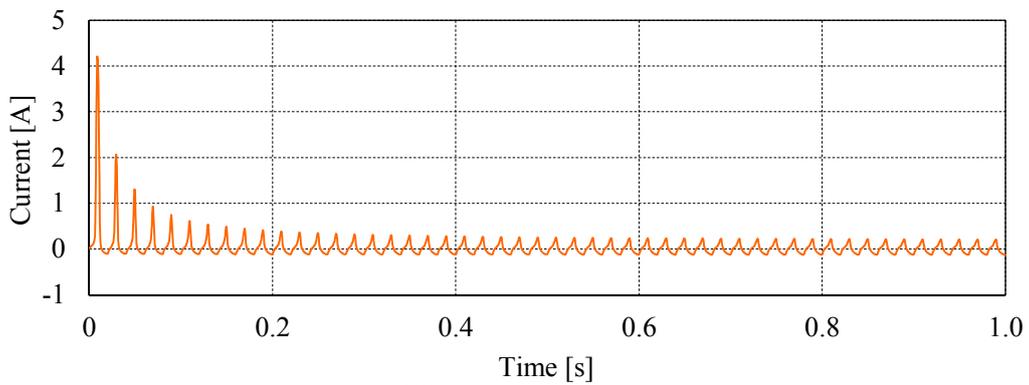


(b) Analyzed mesh

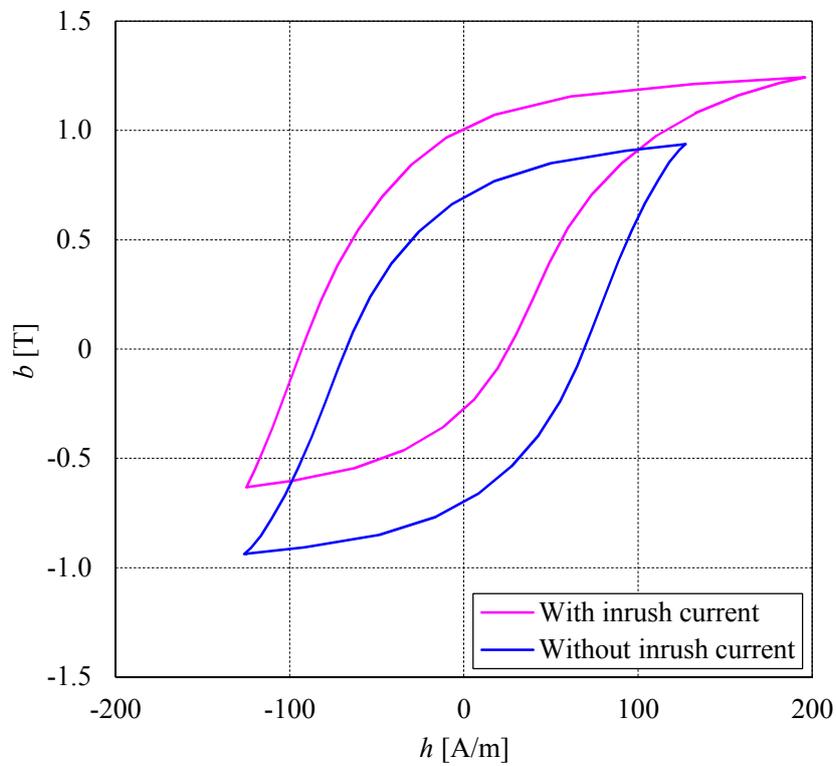
Fig. 4.1. Analyzed model.



(a) Flux waveform

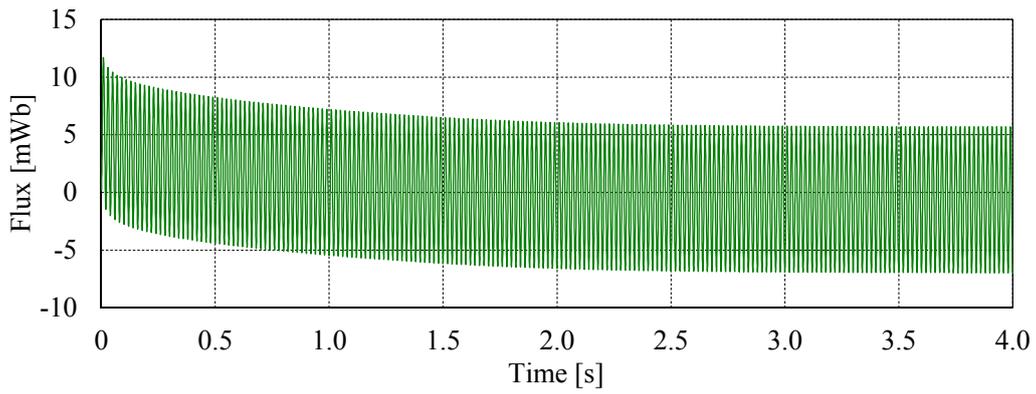


(b) Current waveform

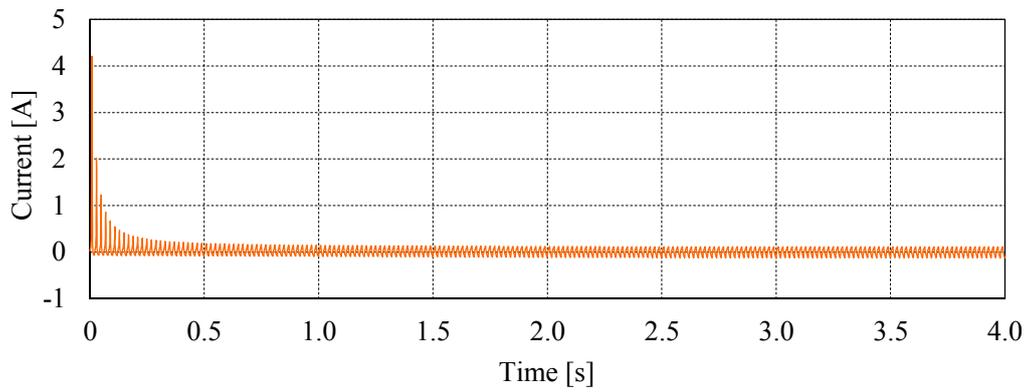


(c) Hysteresis loops

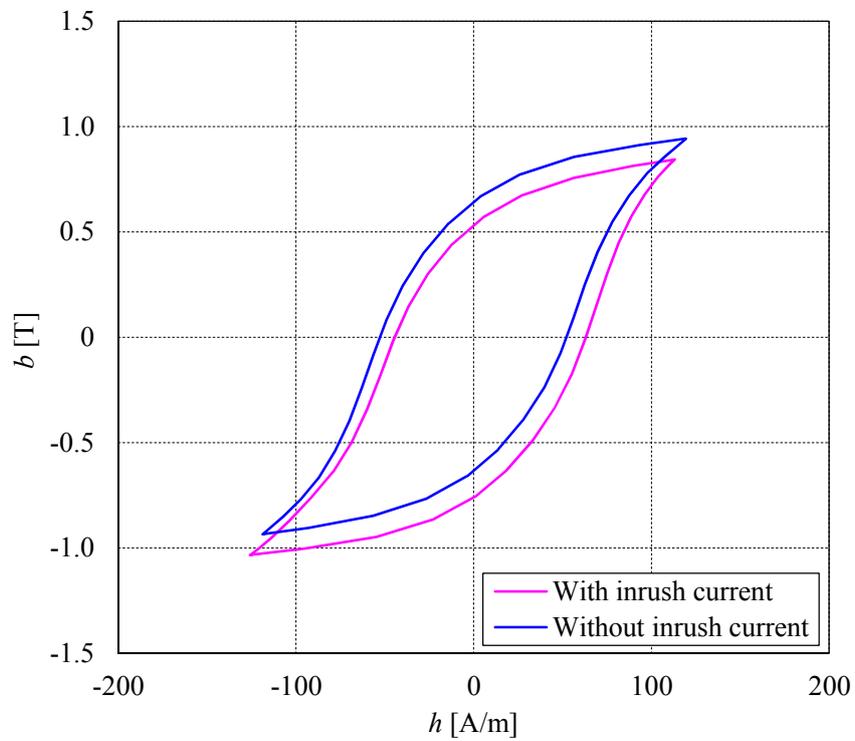
Fig. 4.2. Numerical results with sinusoidal voltage input (50 Hz).



(a) Flux waveform

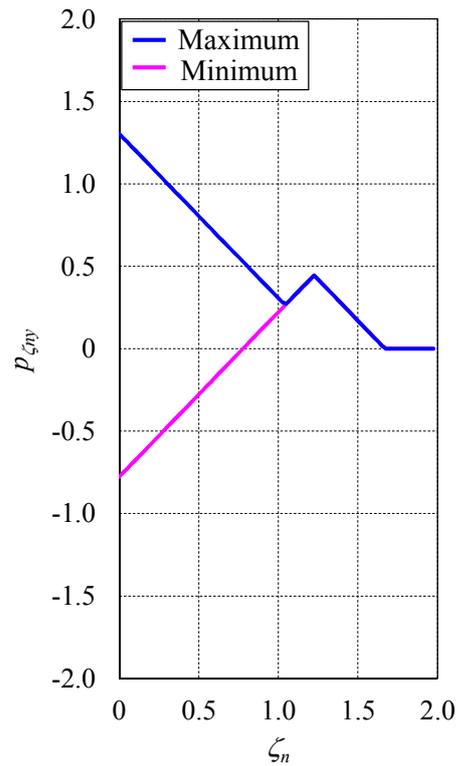
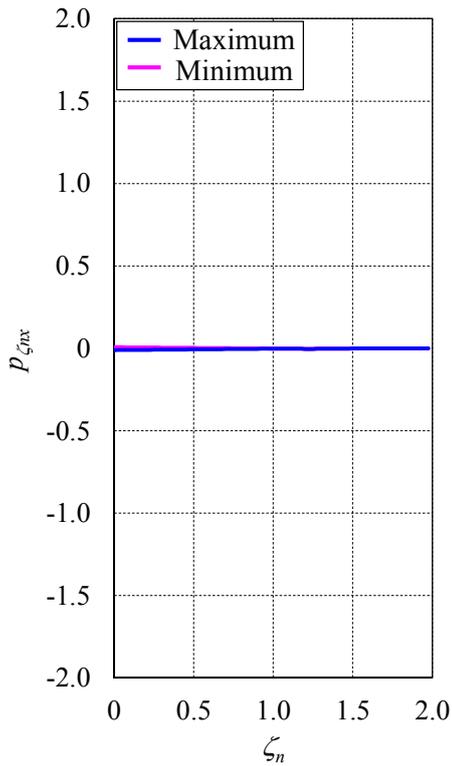


(b) Current waveform

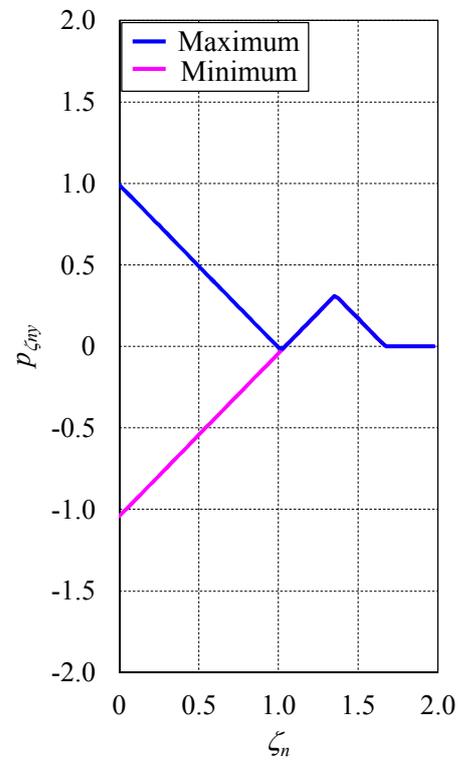
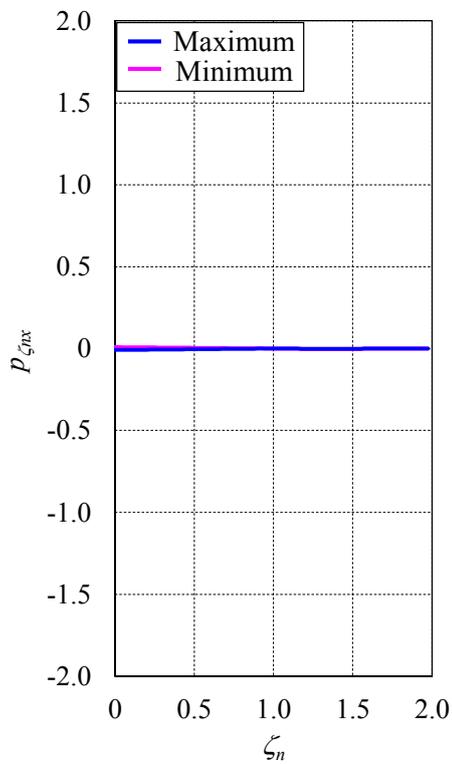


(c) Hysteresis loops

Fig. 4.3. Numerical results with sinusoidal voltage input (0 Hz).



(a) States of  $p_{\zeta_{nx}}$  in the final period at 50 Hz (b) States of  $p_{\zeta_{ny}}$  in the final period at 50Hz



(c) States of  $p_{\zeta_{nx}}$  in the final period at 0 Hz (d) States of  $p_{\zeta_{ny}}$  in the final period at 0 Hz

Fig. 4.4. States of the play hysteron in the final period with inrush current.

#### 4.2.2 プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した簡易 TP-EEC 法の定式化

プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した解析において、定常解に至るまでに膨大な時間ステップを必要とする場合がある<sup>[5], [6]</sup>。そこで、プレイモデルを用いた有限要素磁界解析に簡易 TP-EEC 法<sup>[2], [3]</sup>を適用し、定常解を高速に算出することを試みる。

A- $\phi$ 法により離散化された準定常磁界解析の方程式は、(4.1)式のように表される。

$$S\mathbf{x} + C \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (4.1)$$

(4.1)式に時間積分手法として後方 Euler 法を適用して時間方向に離散化すると、(4.2)式のように表される。

$$T_i \mathbf{x}_i - \tilde{C} \mathbf{x}_{i-1} = \mathbf{f}_i \quad (T_i \equiv S_i + \tilde{C}, \tilde{C} \equiv C/\Delta t) \quad (4.2)$$

外力項は周期関数として1(半)周期を $K$ 分割し、定常解において $\mathbf{x}_{i+K} = \pm \mathbf{x}_i$ の時間周期境界条件が成り立つ場合を考えると、(4.2)式は(4.3)式に書き直すことができる。

$$\begin{bmatrix} T_0 & 0 & \cdots & 0 & \pm \tilde{C} \\ -\tilde{C} & T_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\tilde{C} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & -\tilde{C} & T_{K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{K-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_0 \\ \mathbf{f}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{K-1} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

ただし、(4.3)式の複号については、半周期性の場合は負号を、1周期性の場合は正号を取るものとする。時間的に収束が遅い直流成分の誤差成分を考慮した補助行列 $Z$

$$Z = [I \cdots I \cdots I]^T \quad (4.4)$$

を用いて、(4.3)式の係数行列に対して EEC 法を適用すると、以下の補助方程式が得られる。

$$\left\{ \sum_{i=1}^K S + (1 \mp 1) \tilde{C} \right\} \mathbf{q} = -\tilde{C} (\mathbf{x}_0 \mp \mathbf{x}_K) \quad (4.5)$$

ただし、(4.5)式の上符号は1周期の周期性、下符号は半周期の周期性が成り立つ場合に対応し、 $\mathbf{x}$ の下付き添え字は時間ステップを示す。半周期の周期性が成り立つ場合、(4.5)式の $\tilde{C}$ の影響が $S$ よりも大きいと仮定すると、補正ベクトル $\mathbf{q}$ は(4.6)式のように表される。

$$\mathbf{q} = -\frac{1}{2}(\mathbf{x}_0 + \mathbf{x}_K), \mathbf{x}_K \leftarrow \mathbf{x}_K + \mathbf{q} \quad (4.6)$$

したがって、半周期の周期性が成り立つ場合、補正ベクトル $\mathbf{q}$ は行列演算無しで算出することができるため、このような手法を簡易 TP-EEC 法と呼ぶ。

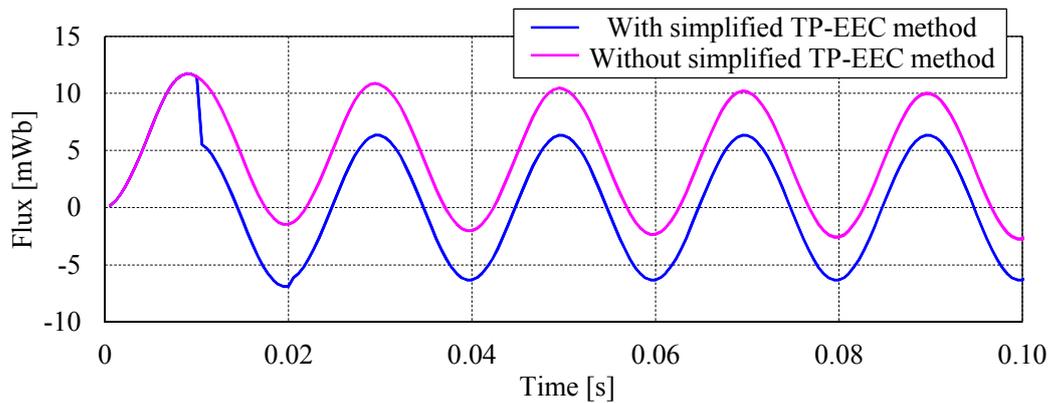
4.2.1 項に示したように、突入電流の影響により各プレイヒステロンの履歴に直流成分が残りがちであるため、解ベクトル $\mathbf{x}$ の補正だけでは適切な解が得られない場合があると考えられる。そこで、各プレイヒステロンの履歴についても簡易 TP-EEC 法の考え方を適用して、(4.7)式に示すように各プレイヒステロンの履歴を補正する。

$$\mathbf{r}_{\zeta_n} = -\frac{1}{2}(\mathbf{p}_{\zeta_n}^K + \mathbf{p}_{\zeta_n}^0), \mathbf{p}_{\zeta_n}^K \leftarrow \mathbf{p}_{\zeta_n}^K + \mathbf{r}_{\zeta_n} \quad (4.7)$$

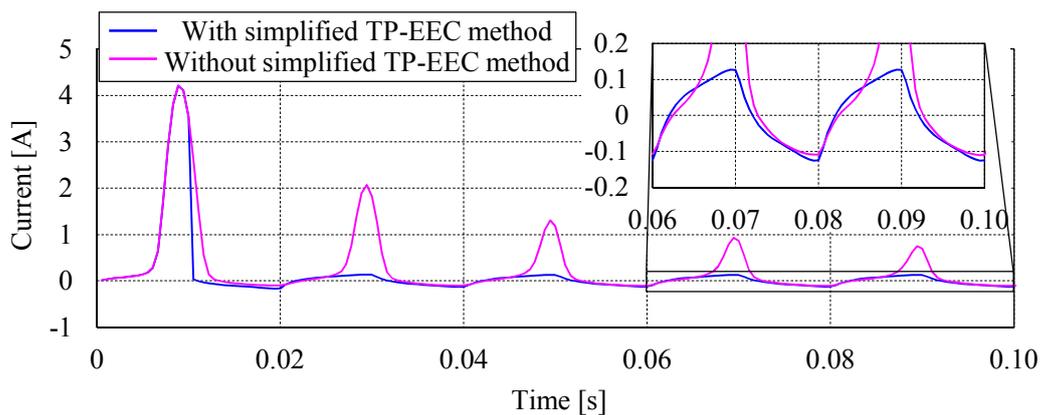
ただし、 $\mathbf{p}_{\zeta_n}$ の上付き添え字は時間ステップを示す。

### 4.2.3 数値解析による検証

Fig. 4.5 に、Fig. 4.1 のリング試料モデルを用いた正弦波電圧印加時の解析結果を示す。なお、解析条件は 4.2.1 項と同様であり、簡易 TP-EEC 法の補正回数は 4 回とし、半周期（18 ステップ）毎に補正を行っている。Fig. 4.5 に示すように、簡易 TP-EEC 法を適用することによって、過渡解析の収束速度が向上し、定常状態に落ち着いた 5 周期目の磁束波形は直流成分を含まない正負対称な波形が得られているため、プレイヒステロンの補正に関しても効果が得られている。また、Fig. 4.6 に示すように、突入電流によって磁化された  $\zeta_n > 1.0$  のプレイヒステロンの値は、簡易 TP-EEC 法を適用することで補正毎に 0 に近づいていく。本解析では 4 回の補正を行うことで、突入電流によって磁化されたプレイヒステロンの値をほぼ 0 に補正できている。したがって、半周期の周期性が成り立つ解析条件において、簡易 TP-EEC 法の補正方法を解ベクトルだけでなくプレイヒステロンの履歴にも適用することで、過渡解析の収束速度が向上することができ、かつ、突入電流によって磁化されたプレイヒステロンの影響も効果的に除去することができる。



(a) Flux waveforms



(b) Current waveforms

Fig. 4.5. Effectiveness of the simplified TP-EEC method.

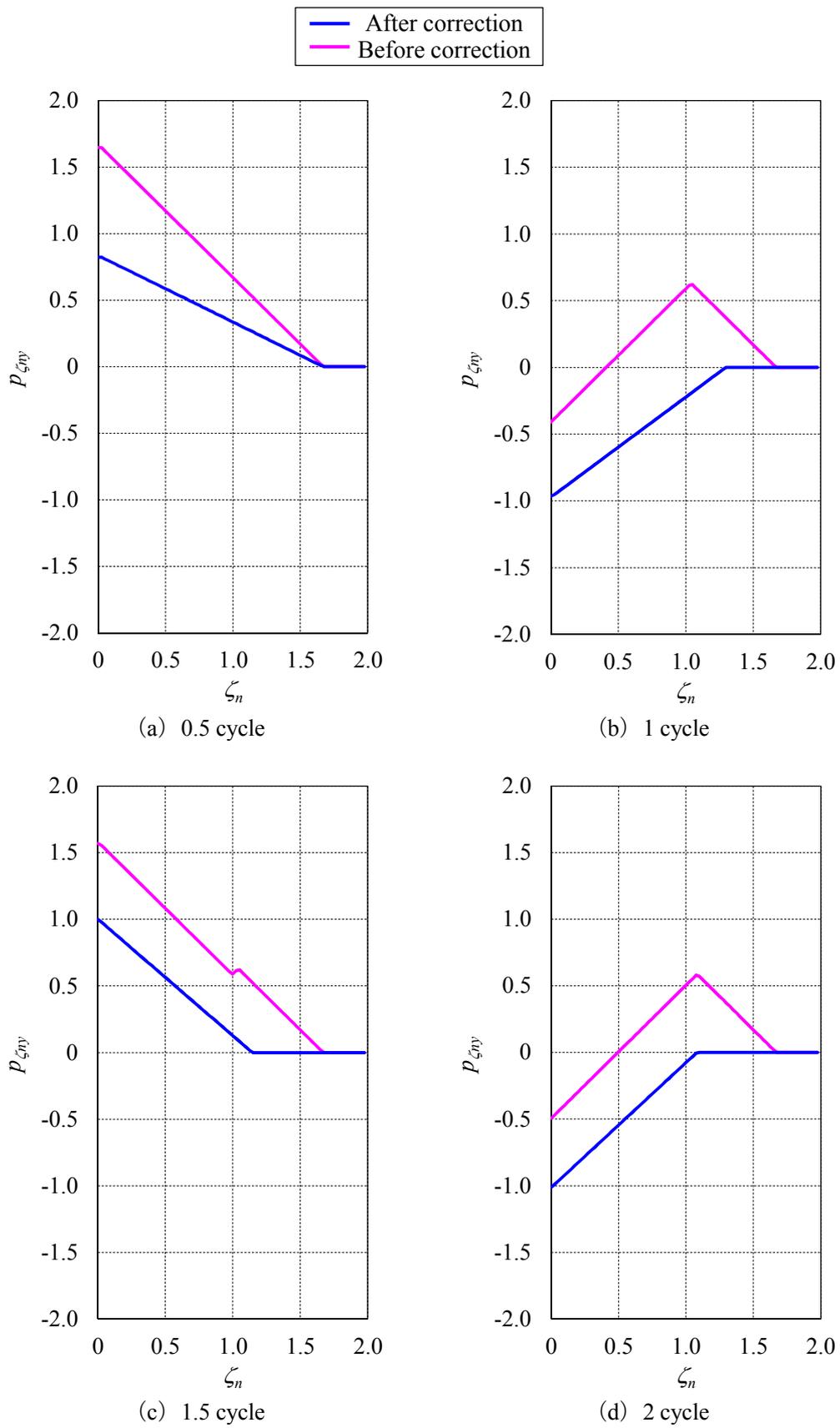


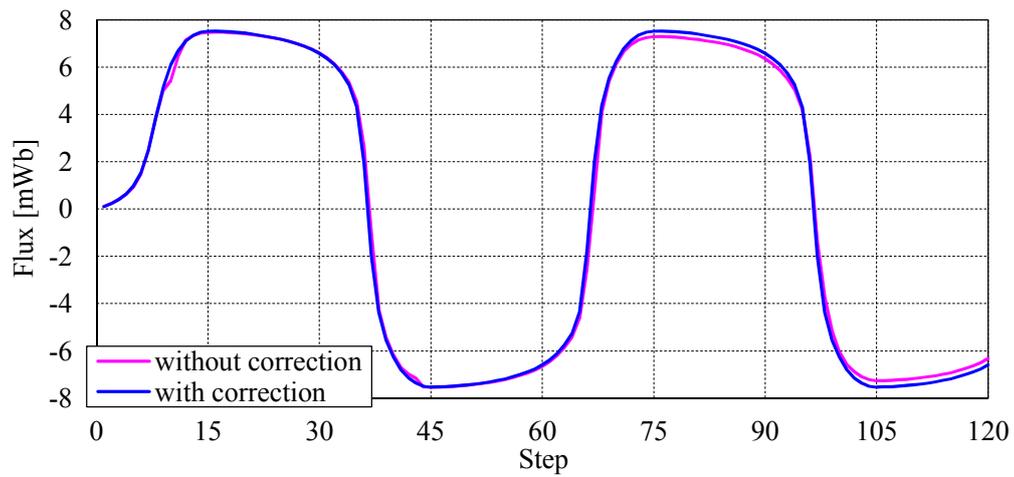
Fig. 4.6. Effectiveness of the simplified TP-EEC method for the play hysteron  $p_{\zeta_{ny}}$ .

### 4.3 同定データに用いる対称ループの最大値・最小値補正が収束特性に与える影響

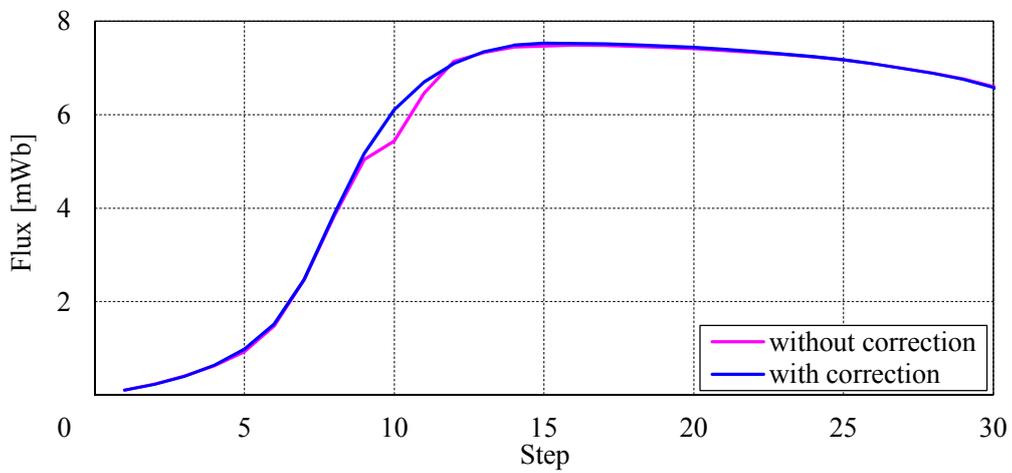
本節では、2.2.5 項に示す「同定データに用いる対称ループの最大値・最小値補正<sup>[4]</sup>」が有限要素磁界解析の収束特性に与える影響を検討する。

Fig. 4.7 に、Fig. 4.1 に示すリング試料モデルを用いた正弦波電流印加時の解析結果を示す。Fig. 4.7 中の「without correction」は同定データに 2.2.5 項に示す補正を行っていない解析結果を示し、「with correction」は 2.2.5 項に示す補正方法を適用した解析結果を示す。入力電流の振幅は 0.2 A、1 周期の解析ステップを 60、同定データには無方向性電磁鋼板 50A1300 を適用し(同定データの条件は 2.2.5 項と同様)、それ以外の解析条件は 4.2.1 項と同様である。なお、ニュートン・ラフソン法 (NR 法) の非線形反復計算は最大 100 回とし、100 回の反復計算で収束していない場合は計算を打ち切り、次のステップに移行した。Fig. 4.7 (c) に示すように、同定データに補正を行っていない解析 (without correction) では、10 ステップ目で非線形計算が 100 回となっているため、収束していないことがわかる。Fig. 4.7 (a) および (b) の磁束波形に関しても、非線形計算が収束していない影響で不自然な挙動を示している。また、10 ステップ目の計算では鉄心中の磁束密度がおおよそ 1 T 付近となっており、Fig. 2.12 (a) の初磁化曲線では 2.2.5 項に示す補正の有無で振動が生じている領域であるため、非線形計算に影響を与えていると考えられる。一方、同定データに補正を行った解析 (with correction) では、Fig. 4.7 (c) に示すように良好な収束特性を示し、Fig. 4.7 (a) および (b) の磁束波形に関しても滑らかな曲線が得られていることがわかる。

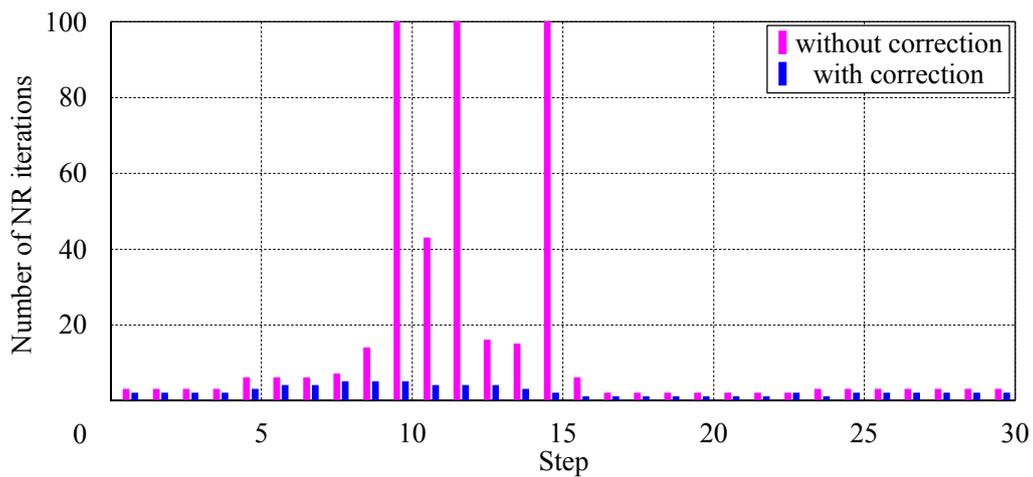
このように、文献 [4] で提案されている同定データに用いる対称ループの最大値・最小値補正を行うことで、初磁化曲線および交番ヒステリシス損の振動を軽減しつつ、有限要素磁界解析においても非線形反復計算の収束特性改善に寄与していることを示した。



(a) Flux waveforms



(b) Enlarged view of flux waveforms



(c) Number of NR iterations

Fig. 4.7. Effectiveness of the simplified TP-EEC method for the play model.

## 4.5 まとめ

本章では、プレイモデルを用いた有限要素磁界解析において、突入電流の影響がプレイヒステロンの履歴に影響し、定常状態に落ち着いたときの解析結果に突入電流の影響が生じていることがわかった。そこで、突入電流が伴う解析において、半周期の周期性が成り立つ場合に簡易 TP-EEC 法の補正方法を解ベクトルだけでなくプレイヒステロンの履歴にも適用することで、プレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析における過渡計算の収束速度を向上することができ、かつ、突入電流によって磁化されたプレイヒステロンの影響も効果的に除去することができることを明らかにした。

さらに、文献 [4] で提案されている同定データに用いる対称ループの最大値・最小値補正を行うことで、初磁化曲線および交番ヒステリシス損の振動を軽減しつつ、有限要素磁界解析においても非線形反復計算の収束特性を改善することができることを明らかにした。

## 参考文献

- [1] J. Kitao, K. Hashimoto, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, "Study on Magnetic Field Analysis Taking Account of Hysteretic Property Using Play Model," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-12-16, RM-12-16, pp. 89-94 (2012) (in Japanese).  
北尾純士, 橋本和茂, 高橋康人, 藤原耕二, 石原好之, 阿波根明, 松尾哲司: 「プレイモデルのヒステリシス磁界解析への適用に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-12-16, RM-12-16, pp. 89-94 (2012).
- [2] T. Tokumasu, M. Fujita, and T. Ueda, "Problems remained in 2 dimensional electromagnetic analyses (3)," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-08-62, RM-08-69, pp. 89-94 (2008) (in Japanese).  
徳増正, 藤田真史, 上田隆司: 「2次元電磁界解析の有効利用に残された課題(その3)」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-08-62, RM-08-69, pp. 89-94 (2008).
- [3] Y. Takahashi, T. Tokumasu, M. Fujita, S. Wakao, T. Iwashita, and M. Kanazawa, "Improvement of Convergence Characteristic in Nonlinear Transient Eddy-Current Analyses using the Error Correction of Time Integration based on the Time-Periodic FEM and the EEC Method," *IEE Japan Trans.*, vol. 129-B, no. 6, pp. 791-798 (2009) (in Japanese).  
高橋康人, 徳増正, 藤田真史, 若尾真治, 岩下武史, 金澤正憲: 「時間周期有限要素法とEEC法に基づく非線形過渡電磁場解析における時間積分の収束性改善」, 電気学会論文誌, vol. 129-B, no. 6, pp. 791-798 (2009).
- [4] T. Matsuo and M. Shimasaki, "An Identification Method of Play Model with Input-Dependent Shape Function," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 41, no. 10, pp. 3112-3114 (2005).
- [5] N. Takahashi, S. Miyabara, and K. Fujiwara, "Problems in Practical Finite Element Analysis Using Preisach Hysteresis Model," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 35, no. 3, pp. 1243-1246 (1999).
- [6] T. Matsuo and M. Shimasaki, "Time-Periodic Finite Element Method for Hysteretic Eddy-Current Analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 38, no. 2, pp. 549-552 (2002).

# 第 5 章 ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の高精度化

## 5.1 緒言

モータや変圧器等の電気機器では、渦電流損低減のために積層鉄心が用いられている。積層鉄心を含む電気機器の解析では、鋼板 1 枚毎に要素分割を行うと膨大な要素数が必要となるため、積層鉄心を塊状鉄心としてモデル化する例が多い。そこで、積層鉄心のマイクロ構造を均質化して塊状鉄心として扱い、積層鉄心の等価的な磁気特性を算出して非線形解析に適用する均質化法<sup>[1]・[6]</sup>が提案されている。しかし、これまでに提案されている均質化法の多くは鉄心の非線形特性として初磁化曲線をベースに導出されているため、均質化法にヒステリシス特性を適用するためには新たな定式化が必要となる。本論文では、文献[2]、[3]で提案されている均質化法の考え方をベースとして、磁気抵抗率および透磁率を用いずに、マイクロモデルの諸量からマクロモデルの磁界の強さおよびヤコビ行列を直接算出する方法を示す。また、ヒステリシス特性の考慮方法として 2.3.4 項で示した 3 次元ベクトルプレイモデルを用い、ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法を有限要素磁界解析に適用して、本論文で導出した均質化法の妥当性を検証する。

次に、ヒステリシス特性の考慮の有無が有限要素磁界解析に与える影響を検討するため、まず初めにリング試料の磁路中にギャップの無いモデルとギャップを有するモデルを用いて、初磁化曲線を用いた従来の解析とヒステリシス特性を考慮した解析の各種解析結果を比較する。さらに、埋込磁石同期モータ（電気学会ベンチマークモデル D1 モデル<sup>[7]</sup>）を用いて同様の検討を行い、ヒステリシス特性の考慮の有無が無負荷特性に与える影響を検討する。最後に、3 相モータの有限要素磁界解析における電力収支の計算式を示し、ヒステリシス特性の考慮の有無が各種電力および損失に与える影響を検討する。

## 5.2 ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心のモデル化

### 5.2.1 ヒステリシス特性を考慮した均質化法

文献[2]、[3]で提案されている均質化法では、Fig. 5.1 (a) に示すような積層鉄心（マイクロモデル）を、Fig. 5.1 (b) に示すような塊状鉄心（マクロモデル）としてモデル化する。積層された鋼板の面内方向を  $x$  および  $y$  方向、積層方向を  $z$  方向とする。また、鉄心部および空気部のそれぞれの領域内で磁場は一樣であると仮定し、Fig. 5.1 (a) のマイクロモデルにおける鉄心部の磁束密度および磁界の強さをそれぞれ  $b_s, h_s$ 、空気部のそれらを  $b_a, h_a$ 、Fig. 5.1 (b) のマクロモデルの磁束密度および磁界の強さをそれぞれ  $B, H$  とし、鉄心部と空気部の比率を表す占積率を  $\alpha$  とする。

Fig. 5.1 (a) のマイクロモデルでは、磁束密度および磁界の強さの連続性により、(5.1) 式および (5.2) 式に示す関係が得られる。

$$h_{sx} = h_{ax}, h_{sy} = h_{ay} \quad (5.1)$$

$$b_{sz} = b_{az} \quad (5.2)$$

また、真空の透磁率 $\mu_0$ を用いて、空気部の磁束密度 $\mathbf{b}_a$ および磁界の強さ $\mathbf{h}_a$ の関係は以下のように表される。

$$\mathbf{b}_a = \mu_0 \mathbf{h}_a \quad (5.3)$$

次に、ミクロ量とマクロ量関係を導出する。(5.1)式および(5.2)式より、鋼板面に垂直な磁束密度および平行な磁界の強さの成分は、(5.4)式および(5.5)式のように表される。

$$H_x = h_{sx} = h_{ax}, \quad H_y = h_{sy} = h_{ay} \quad (5.4)$$

$$B_z = b_{sz} = b_{az} \quad (5.5)$$

鋼板面に平行な磁束密度の成分は、磁束密度が面積分量に関係するため、次式で与えられる。

$$B_x = \alpha b_{sx} + (1-\alpha)b_{ax}, \quad B_y = \alpha b_{sy} + (1-\alpha)b_{ay} \quad (5.6)$$

鋼板面に垂直な磁界の強さの成分については、磁界の強さが線積分量に関係することから、次式で与えられる。

$$H_z = \alpha h_{sz} + (1-\alpha)h_{az} \quad (5.7)$$

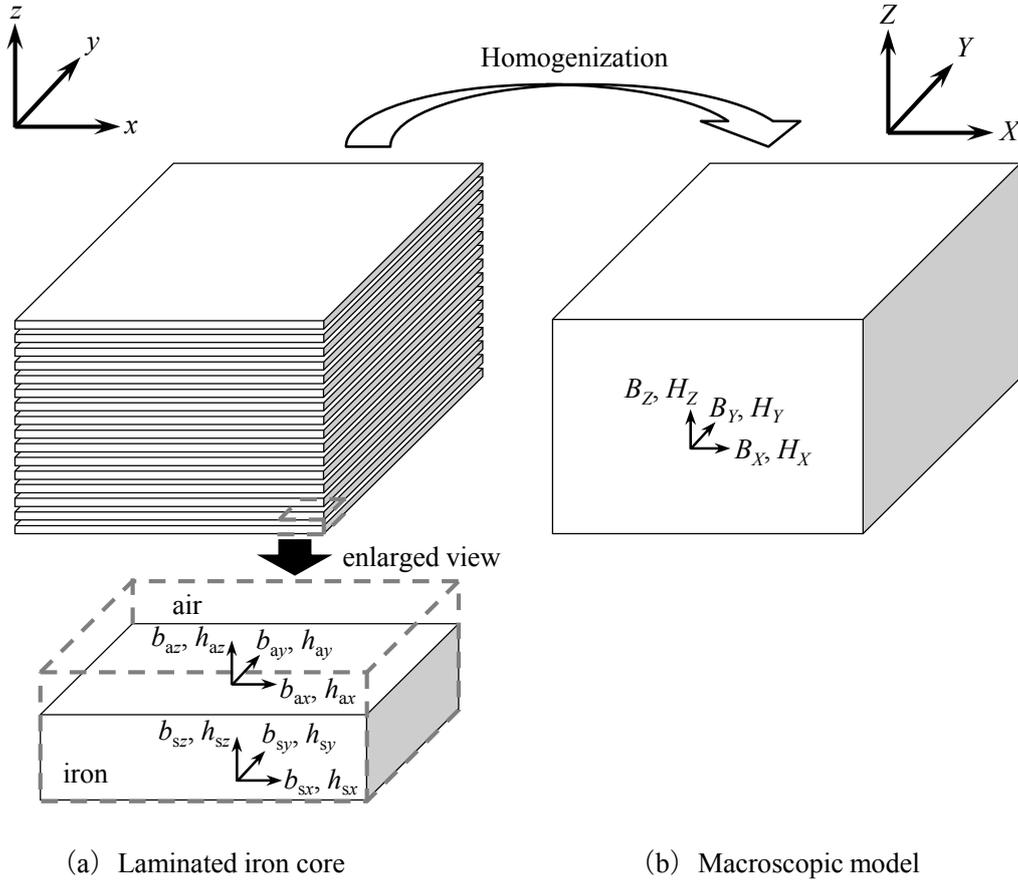


Fig. 5.1. Homogenization of laminated iron core.

マクロモデルを用いてヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析を行う場合、マクロモデルの磁界の強さ  $\mathbf{H}$  を磁束密度  $\mathbf{B}$  から直接算出する必要がある。鉄心部の磁界の強さ  $\mathbf{h}_s$  を磁束密度  $\mathbf{b}_s$  の関数であると仮定すると、(5.1) ~ (5.7) 式より以下のように表すことができる。

$$B_x = \alpha b_{sx} + \mu_0(1-\alpha)h_{sx}(b_{sx}, b_{sy}, b_{sz}) \quad (5.8)$$

$$B_y = \alpha b_{sy} + \mu_0(1-\alpha)h_{sy}(b_{sx}, b_{sy}, b_{sz}) \quad (5.9)$$

$$B_z = b_{sz} \quad (5.10)$$

$$H_x = h_{sx}(b_{sx}, b_{sy}, b_{sz}) \quad (5.11)$$

$$H_y = h_{sy}(b_{sx}, b_{sy}, b_{sz}) \quad (5.12)$$

$$H_z = \alpha h_{sz}(b_{sx}, b_{sy}, b_{sz}) + \frac{1}{\mu_0}(1-\alpha)b_{sz} \quad (5.13)$$

マクロモデルの磁束密度  $\mathbf{B}$  を既知とすると、(5.8) 式および (5.9) 式の未知変数は  $b_{sx}$  および  $b_{sy}$  の 2 種類となる。以下に、ニュートン・ラフソン法を用いた  $b_{sx}$  および  $b_{sy}$  の算出方法を示す。ここで、(5.8) 式および (5.9) 式の残差をそれぞれ  $\eta_x$  および  $\eta_y$  とする。

$$\eta_x = \alpha b_{sx} + \mu_0(1-\alpha)h_{sx} - B_x = 0 \quad (5.14)$$

$$\eta_y = \alpha b_{sy} + \mu_0(1-\alpha)h_{sy} - B_y = 0 \quad (5.15)$$

(5.14) 式および (5.15) 式は非線形方程式であるため、ニュートン・ラフソン法を適用すると、(5.16) 式に示す線形化した方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \eta_x^i}{\partial b_{sx}^i} & \frac{\partial \eta_x^i}{\partial b_{sy}^i} \\ \frac{\partial \eta_y^i}{\partial b_{sx}^i} & \frac{\partial \eta_y^i}{\partial b_{sy}^i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta b_{sx}^i \\ \delta b_{sy}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\eta_x^i \\ -\eta_y^i \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

ここで、 $i$  はニュートン・ラフソン法の反復回数を示す。 $\eta_x^i$  および  $\eta_y^i$  の  $b_{sx}^i$  および  $b_{sy}^i$  による偏微分は、(5.17) 式のように表される。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \eta_x^i}{\partial b_{sx}^i} & \frac{\partial \eta_x^i}{\partial b_{sy}^i} \\ \frac{\partial \eta_y^i}{\partial b_{sx}^i} & \frac{\partial \eta_y^i}{\partial b_{sy}^i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + \mu_0(1-\alpha)\frac{\partial h_{sx}^i}{\partial b_{sx}^i} & \mu_0(1-\alpha)\frac{\partial h_{sx}^i}{\partial b_{sy}^i} \\ \mu_0(1-\alpha)\frac{\partial h_{sy}^i}{\partial b_{sx}^i} & \alpha + \mu_0(1-\alpha)\frac{\partial h_{sy}^i}{\partial b_{sy}^i} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

(5.16) 式の線形化された方程式から  $\delta b_{sx}^i$  および  $\delta b_{sy}^i$  を算出し、 $i+1$  回目の反復により得られる解の近似値  $b_{sx}^{i+1}$  および  $b_{sy}^{i+1}$  は (5.18) 式のように表され、 $\delta b_{sx}^i$  および  $\delta b_{sy}^i$  または  $\eta_x^i$  および  $\eta_y^i$  が所望の収束条件を満たすまで反復計算する。

$$b_{sx}^{i+1} = b_{sx}^i + \delta b_{sx}^i, \quad b_{sy}^{i+1} = b_{sy}^i + \delta b_{sy}^i \quad (5.18)$$

上述の手順により未知変数  $b_{sx}$  および  $b_{sy}$  を算出すると、マクロモデルにおける磁界の強さ  $H_x$ ,  $H_y$  および  $H_z$  は (2.33) 式および (5.10) ~ (5.13) 式より算出することができる。なお、本論文で導出した均質化法の鉄心部の磁気特性は、マイクロモデルの磁界の強さ  $\mathbf{h}_s$  をマイクロモデルの磁束密度  $\mathbf{b}_s$  から直接算出しているため、ヒステリシス特性だけでなく磁気異方性を考慮することも可能である。

有限要素磁界解析の非線形方程式の解法としてニュートン・ラフソン法を用いる場合、ヤコビ行列 $\partial\mathbf{H}/\partial\mathbf{B}$ が必要となる。以下に、ヒステリシス特性を考慮した均質化法のヤコビ行列を示す。

$$\frac{\partial\mathbf{H}}{\partial\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} & \frac{\partial H_X}{\partial B_Y} & \frac{\partial H_X}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} & \frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} & \frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial H_Z}{\partial B_X} & \frac{\partial H_Z}{\partial B_Y} & \frac{\partial H_Z}{\partial B_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sz}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_X} & \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Y} & \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_X} & \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Y} & \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial b_{sz}}{\partial B_X} & \frac{\partial b_{sz}}{\partial B_Y} & \frac{\partial b_{sz}}{\partial B_Z} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

ここで、(5.19) 式の右辺第 1 項はマクロモデルにおけるヤコビ行列に対応し、(5.19) 式の右辺第 2 項はミクロモデルとマクロモデルの変換行列に対応する。(5.13) 式より、(5.19) 式の右辺第 1 項は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sz}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sz}} \\ \alpha \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}} & \alpha \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}} & \frac{1-\alpha}{\mu_0} + \alpha \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sz}} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

次に、(5.8) 式および (5.9) 式を (5.11) 式および (5.12) 式を用いて以下のように変形する。

$$b_{sx} = \frac{1}{\alpha} B_X + \mu_0 \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) H_X = \alpha_1 B_X + \alpha_2 H_X \quad (5.21)$$

$$b_{sy} = \frac{1}{\alpha} B_Y + \mu_0 \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) H_Y = \alpha_1 B_Y + \alpha_2 H_Y \quad (5.22)$$

ここで、 $\alpha_1 = 1/\alpha$ 、 $\alpha_2 = \mu_0(1 - \alpha_1)$  とする。(5.10) 式、(5.21) 式および (5.22) 式より、(5.19) 式の右辺第 2 項は以下のように表される。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_X} & \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Y} & \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_X} & \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Y} & \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial b_{sz}}{\partial B_X} & \frac{\partial b_{sz}}{\partial B_Y} & \frac{\partial b_{sz}}{\partial B_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 \frac{\partial H_X}{\partial B_X} & \alpha_2 \frac{\partial H_X}{\partial B_Y} & \alpha_2 \frac{\partial H_X}{\partial B_Z} \\ \alpha_2 \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} & \alpha_1 + \alpha_2 \frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} & \alpha_2 \frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

ここで、(5.20) 式および (5.23) 式を (5.19) 式に代入すると、ヤコビ行列 $\partial\mathbf{H}/\partial\mathbf{B}$ の各成分は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} &= \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_X} + \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_X} \\ &\rightarrow \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}}\right) \frac{\partial H_X}{\partial B_X} - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} = \alpha_1 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_X}{\partial B_Y} &= \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Y} + \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Y} \\ &\rightarrow \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}}\right) \frac{\partial H_X}{\partial B_Y} - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} = \alpha_1 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}}\end{aligned}\quad (5.25)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_X}{\partial B_Z} &= \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Z} + \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Z} + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sz}} \\ &\rightarrow \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}}\right) \frac{\partial H_X}{\partial B_Z} - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} = \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sz}}\end{aligned}\quad (5.26)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_Y}{\partial B_X} &= \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_X} + \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_X} \\ &\rightarrow -\alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} + \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}}\right) \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} = \alpha_1 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}}\end{aligned}\quad (5.27)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} &= \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Y} + \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Y} \\ &\rightarrow -\alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial H_X}{\partial B_Y} + \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}}\right) \frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} = \alpha_1 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}}\end{aligned}\quad (5.28)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} &= \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Z} + \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Z} + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sz}} \\ &\rightarrow -\alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial H_X}{\partial B_Z} + \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}}\right) \frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} = \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sz}}\end{aligned}\quad (5.29)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_Z}{\partial B_X} &= \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_X} + \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_X} \\ &= \alpha \alpha_2 \left( \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} \right) + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}}\end{aligned}\quad (5.30)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_Z}{\partial B_Y} &= \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Y} + \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Y} \\ &= \alpha \alpha_2 \left( \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial H_X}{\partial B_Y} + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} \right) + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}}\end{aligned}\quad (5.31)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial H_Z}{\partial B_Z} &= \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sx}} \frac{\partial b_{sx}}{\partial B_Z} + \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sy}} \frac{\partial b_{sy}}{\partial B_Z} + \frac{\partial H_Z}{\partial b_{sz}} \\ &= \alpha \left\{ \alpha_2 \left( \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial H_X}{\partial B_Z} + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} \right) + \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sz}} \right\} + \frac{1}{\mu_0} (1 - \alpha)\end{aligned}\quad (5.32)$$

(5.24) 式および (5.27) 式から,

$$\begin{bmatrix} 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & -\alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \\ -\alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} \\ \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

(5.25) 式および (5.28) 式から,

$$\begin{bmatrix} 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & -\alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \\ -\alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_X}{\partial B_Y} \\ \frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

(5.26) 式および (5.29) 式から,

$$\begin{bmatrix} 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & -\alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \\ -\alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_X}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sz}} \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

が得られる. これらをまとめると, 次式が得られる.

$$\begin{bmatrix} 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & -\alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} & 0 \\ -\alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} & 0 \\ -\alpha \alpha_2 \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}} & -\frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} & \frac{\partial H_X}{\partial B_Y} & \frac{\partial H_X}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} & \frac{\partial H_Y}{\partial B_Y} & \frac{\partial H_Y}{\partial B_Z} \\ \frac{\partial H_Z}{\partial B_X} & \frac{\partial H_Z}{\partial B_Y} & \frac{\partial H_Z}{\partial B_Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & \alpha_1 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sz}} \\ \alpha_1 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & \alpha_1 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}} & \frac{1 - \alpha}{\mu_0} + \alpha \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sz}} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

鉄心部のヤコビ行列 $\partial \mathbf{h}_s / \partial \mathbf{b}_s$ を (5.36) 式に代入して行列を求解すると, マクロモデルにおけるヤコビ行列 $\partial \mathbf{H} / \partial \mathbf{B}$ が得られる. また, 本論文の定式化において, 鉄心部の非線形特性として初磁化曲線を適用すると, 最終的に文献 [2] に記載されているヤコビ行列と一致する. 詳細は, 付録 2 に記す.

## 5.2.2 数値解析による検証 1

5.2.1 項で提案したヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法の妥当性を検証するために、1 種類目のモデルとして「積層鉄心ベンチマークモデル<sup>[2]</sup>」を用いて解析を行う。Fig. 5.2 に解析モデルの寸法図を示し、Table 5.1 に解析モデルの条件を示し、Fig. 5.3 にメッシュ分割図を示す。本解析モデルは、文献 [2] に記載されているモデルの各辺を 1/5 に縮小した 1/125 モデルとしている。また、本解析モデルでは、鉄心の鎖交磁束量を検出するために B コイルを設置している。解析領域は、対称性を考慮して 1/8 とした。積層鉄心には無方向性電磁鋼板 50A470 の直流ヒステリシス特性 (3.2.2 項の手法を用いて推定) を用い、厚さ 0.5 mm (絶縁層は 0.02 mm と仮定) の電磁鋼板の積層枚数を 40 枚、占積率  $\alpha$  を 96.1% とし、各鋼板内の磁気特性は等方的であると仮定して 3 次元ベクトルプレイモデルを適用する。同定データの対称ループの刻み幅  $\Delta B_m$  を 0.05 T、 $B_{max}$  および  $B_s$  を 2 T とし、プレイヒステロン数  $N_p$  を 80 個とした。提案手法の妥当性を検証するために、Case 1 は積層構造を考慮したメッシュ (Fig. 5.3 (a)) で従来の有限要素磁界解析を行い、Case 2 は積層構造を無視したメッシュ (Fig. 5.3 (b)) で占積率を 96.1% とし提案手法の均質化法を適用した有限要素磁界解析を行い、Case 3 は Case 2 と同様のメッシュで従来の有限要素磁界解析 (占積率 100%) を行う。Fig. 5.3 (b) に示す積層構造を無視したメッシュの要素数は、Fig. 5.3 (a) に示す積層構造を考慮したメッシュの要素数の約 1/3 に低減している。なお、本論文ではヒステリシス特性の影響を検討するため、渦電流は考慮していない。励磁巻線の周波数および起磁力をそれぞれ 50 Hz および 1,000 AT とし、1 周期のステップ数を 120 とした。

Fig. 5.4 に B コイルに鎖交する磁束量を、Fig. 5.5 に  $y=9.9$  mm,  $z=3$  mm および  $y=9.9$  mm,  $z=19.1$  mm 上の  $z$  軸方向の磁束密度を示し、Fig. 5.6 および Table 5.2 にヒステリシス損の解析結果を示す。なお、ヒステリシス特性を考慮した解析を行う場合、初期状態 (例えば消磁状態から磁束密度が下降するまでの状態) では初磁化曲線上を動作するため、ヒステリシス損を算出するために 2 周期分の解析を行い、最後の 1 周期で損失を算出している。Fig. 5.4 に示すように、本解析モデルは開磁路であるため空気部の磁気抵抗率が支配的であり、B コイルの鎖交磁束量はいずれの解析条件でも一致している。しかし、Fig. 5.5 に示すように、 $y=9.9$  mm,  $z=3$  mm および  $y=9.9$  mm,  $z=19.1$  mm 上の  $z$  軸方向の磁束密度に関しては、積層構造を無視した Case 3 は Case 1 と比較すると差異が生じている。ただし、本論文で提案した均質化手法を適用した Case 2 では、積層構造を考慮した Case 1 の各鋼板の中央部辺りの磁束密度と一致していることがわかる。さらに、Fig. 5.6 に示すように、Case 1 と Case 3 のヒステリシス損分布は異なっており、Table 5.2 に示すヒステリシス損に関しても差異が生じている。均質化法を適用した Case 2 では、Fig. 5.6 に示すヒステリシス損分布においても Case 1 とほとんど一致しており、Table 5.1 に示すヒステリシス損に関しても、Case 1 と Case 2 の差異は 0.8% 程度とほとんど一致している。さらに、Case 2 の計算時間に関しては、Case 1 より約 1/4 に低減することができている。このように、ヒステリシス特性を考慮した均質化法を適用することで、積層構造を考慮したメッシュを用いた従来の解析と同程度の計算精度を得られ、かつ、計算時間を削減することが可能である。

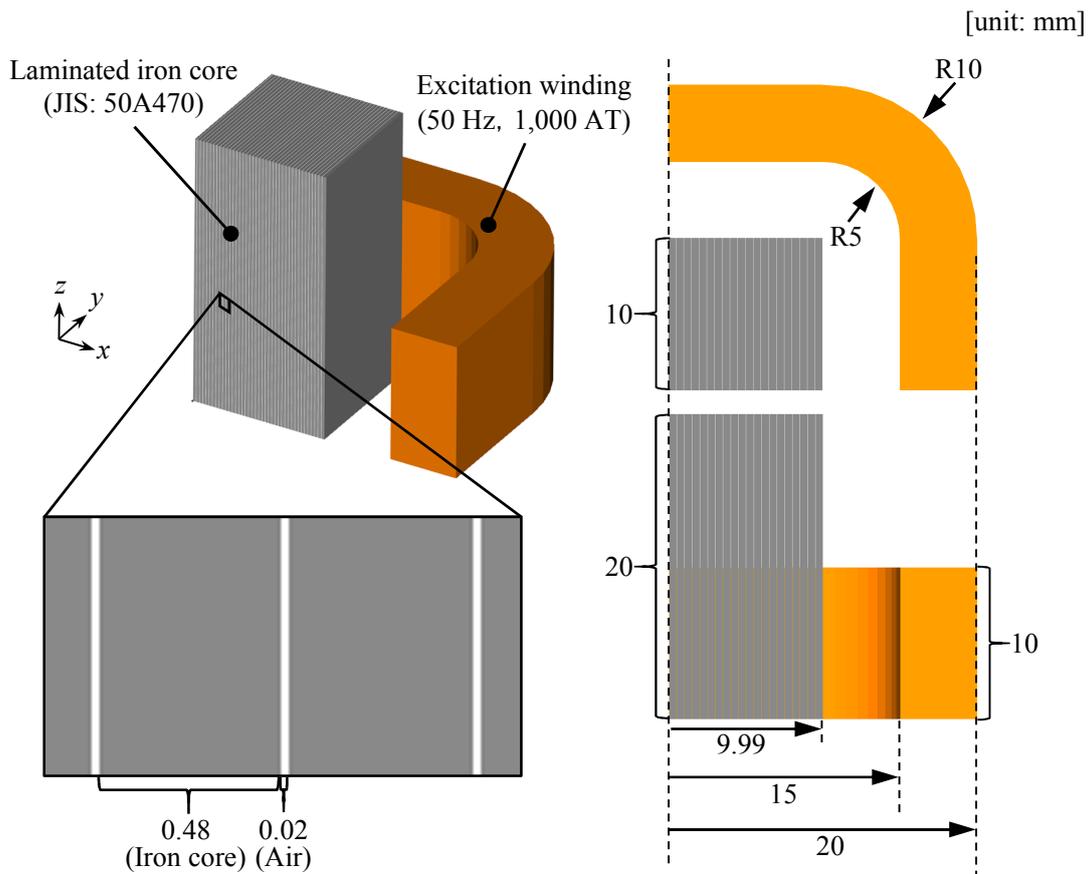
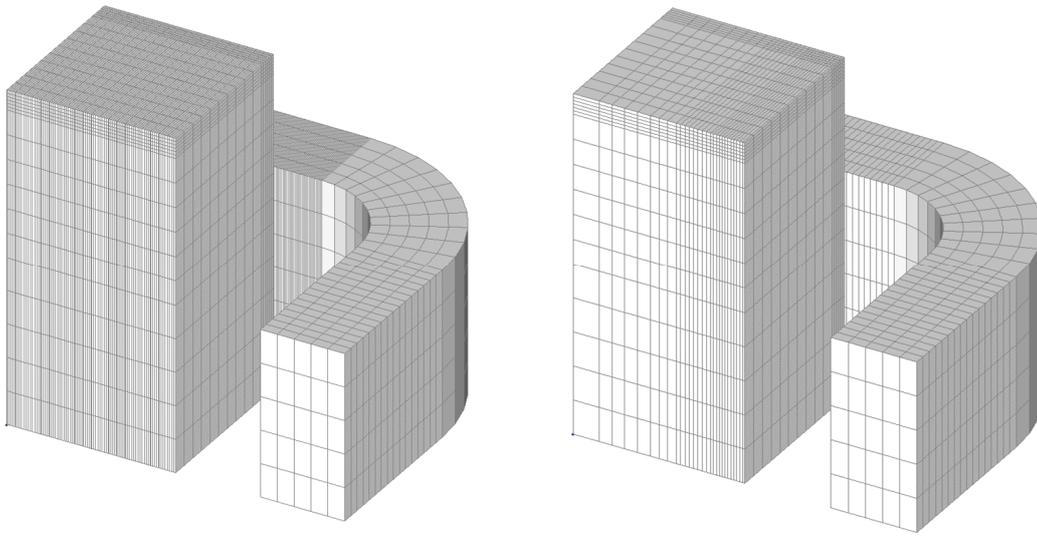


Fig. 5.2. Analyzed model for the benchmark model of laminated iron core.

Table 5.1. Analysis models for the benchmark model of laminated iron core.

Case	1	2	3
Core	Laminated	Bulk	
Number of elements	221,371	73,223	
Number of nodes	233,814	78,204	
Space factor		0.961	1.000



(a) Laminated iron core (Case 1)

(b) Bulk core (Cases 2 & 3)

Fig. 5.3. Analyzed mesh for the benchmark model of laminated iron core.

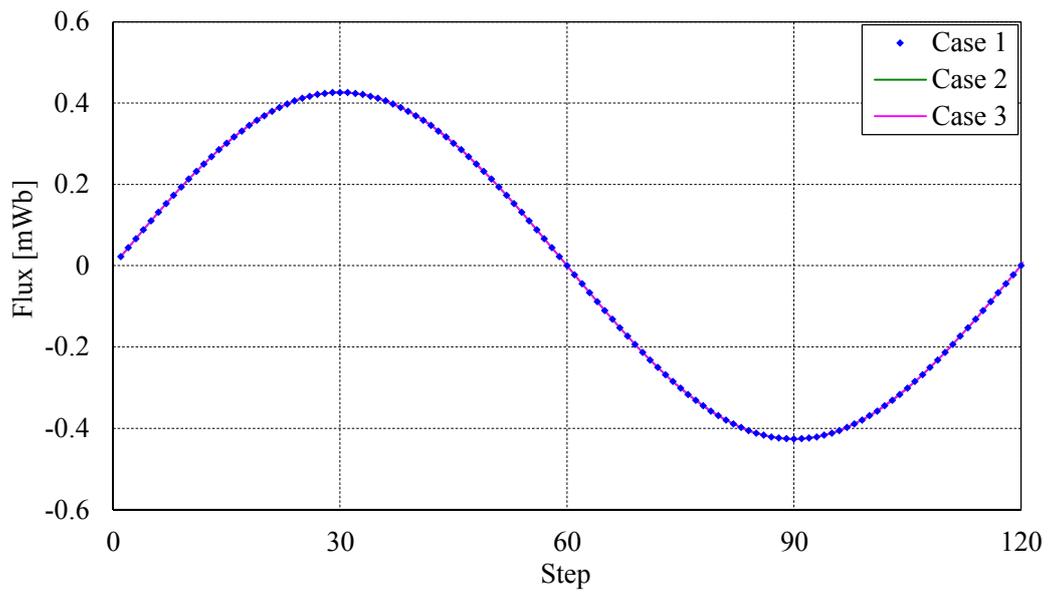


Fig. 5.4. Numerical results by the magnetic field analysis taking account of hysteretic property.

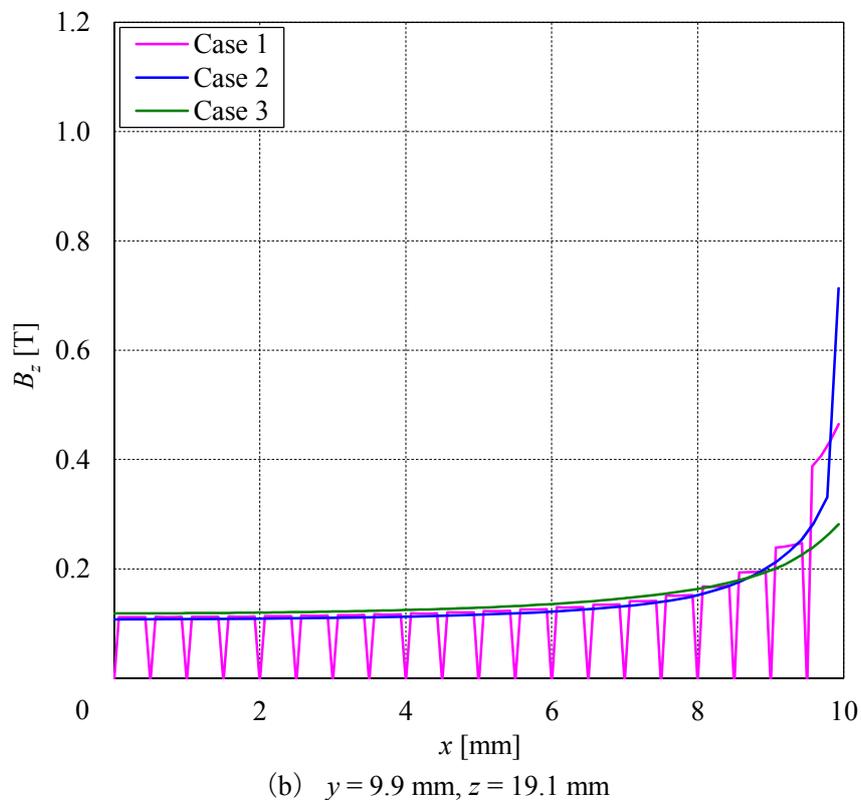
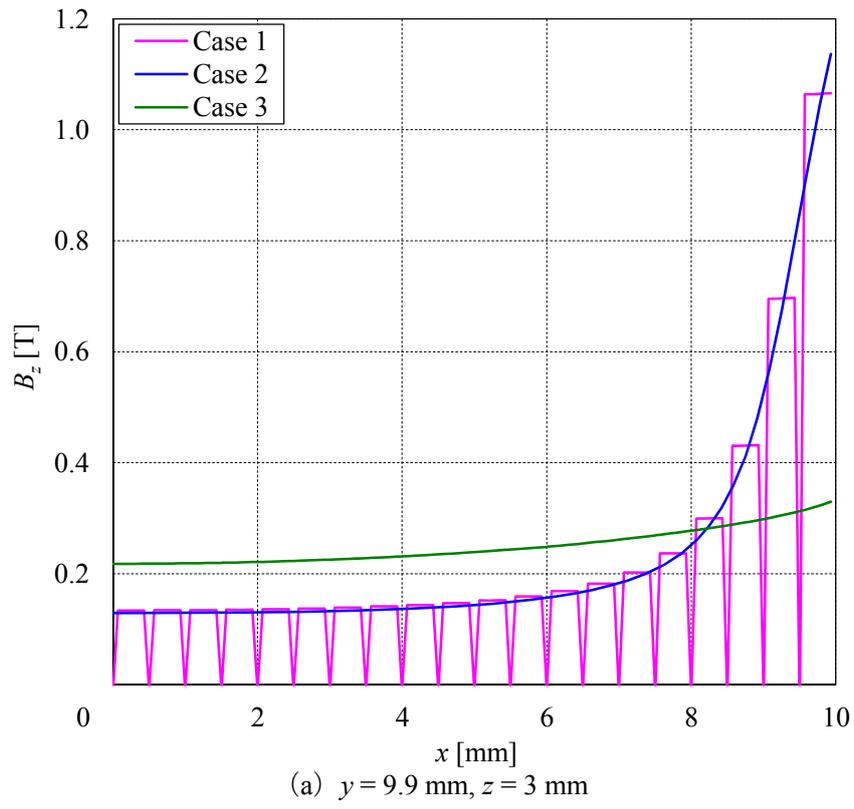


Fig. 5.5. Flux density  $B_z$ .

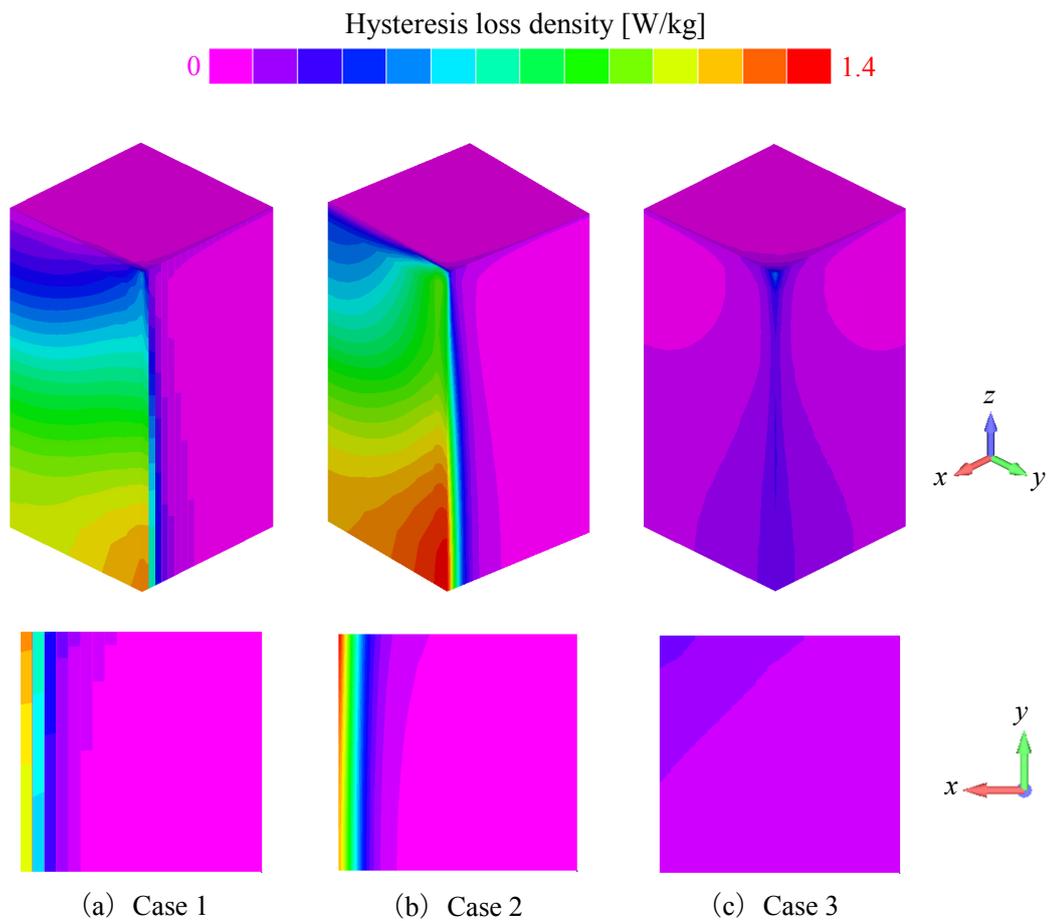


Fig. 5.6. Distribution of the hysteresis loss density for the benchmark model of laminated iron core.

Table 5.2. Numerical results for the benchmark model of laminated iron core.

Case	1	2	3
Hysteresis loss [mW]	9.516 (1.000)	9.592 (1.008)	6.596 (0.693)
Total ICCG iterations	1,827,414	104,995	/
Total NR iterations	874	971	
CPU time [h]	37.5 (1.000)	9.3 (0.248)	

### 5.2.3 数値解析による検証 2

5.2.1 項で提案したヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法の妥当性を検証するために、2種類目のモデルとして巻コアモデルを用いて解析を行う。Table 5.3 に解析モデルの条件を示し、Fig. 5.7 に解析モデルの寸法図を示し、Fig. 5.8 にメッシュ分割図を示す。解析領域は、対称性を考慮して 1/2 (上下対称) とした。積層鉄心には無方向性電磁鋼板 50A470 の直流ヒステリシス特性 (3.2.2 項の手法を用いて推定) を用い、厚さ 0.5 mm (絶縁層は 0.02 mm と仮定) の電磁鋼板の巻枚数 (積層枚数) を 10 枚、占積率  $\alpha$  を 96.4% とした。各鋼板内の磁気特性は等方的であると仮定して、2 次元ベクトルプレイモデルを適用する。同定データの対称ループの刻み幅  $\Delta B_m$  を 0.05 T、 $B_{max}$  および  $B_s$  を 2 T とし、プレイヒステロン数  $N_p$  を 80 個とした。Fig. 5.7 に示すように、鉄心を 2 種類に色分けしており、それぞれ積層方向が異なっている。提案手法の妥当性を検証するために、Case 1 は積層構造を考慮したメッシュ (Fig. 5.8 (a)) で従来の有限要素磁界解析を行い、Case 2 は積層構造を無視したメッシュ (Fig. 5.8 (b)) で占積率を 96.4% とし提案手法の均質化法を適用した有限要素磁界解析を行い、Case 3 は Case 2 と同様のメッシュで従来の有限要素磁界解析 (占積率 100%) を行う。Fig. 5.8 (b) に示す積層構造を無視したメッシュの要素数は、Fig. 5.8 (a) に示す積層構造を考慮したメッシュの要素数の約 1/3 に低減している。なお、本論文ではヒステリシス特性の影響を検討するため、渦電流は考慮していない。励磁巻線の周波数および起磁力をそれぞれ 50 Hz および 200 AT とし、1 周期のステップ数を 180 とした。

Table 5.3 にヒステリシス損の解析結果を示し、Fig. 5.9 に Case 1~Case 3 のヒステリシス損密度分布の解析結果を示す。なお、ヒステリシス損を算出するために 2 周期分の解析を行い、最後の 1 周期で損失を算出している。Table 5.3 に示すように、Case 1 と Case 2 の結果を比較すると、ヒステリシス損の差異は 1.3% 程度とほとんど一致している。また、Fig. 5.9 に示すように、Case 1 と Case 2 を比較すると、各鋼板の角部では均質化法を適用した Case 2 は差異が生じているが、全体的な損失分布はほとんど一致している。なお、Case 3 は積層構造を考慮していないため、磁束が内側に集中している影響で損失分布は Case 1 と大きく異なっている。

このように、ヒステリシス特性を考慮した均質化法を適用することで、積層構造を考慮したメッシュを用いた従来の解析と同程度の計算精度を得られ、かつ、要素数を大幅に削減することができる。

Table 5.3. Analysis models and hysteresis loss for the winding core model.

Case	1	2	3
Core	Laminated	Bulk	
Number of elements	19,826	7,770	
Number of nodes	19,970	7,876	
Space factor		0.964	1.000
Hysteresis loss [mW]	13.22 (1.000)	13.40 (1.013)	11.45 (0.866)

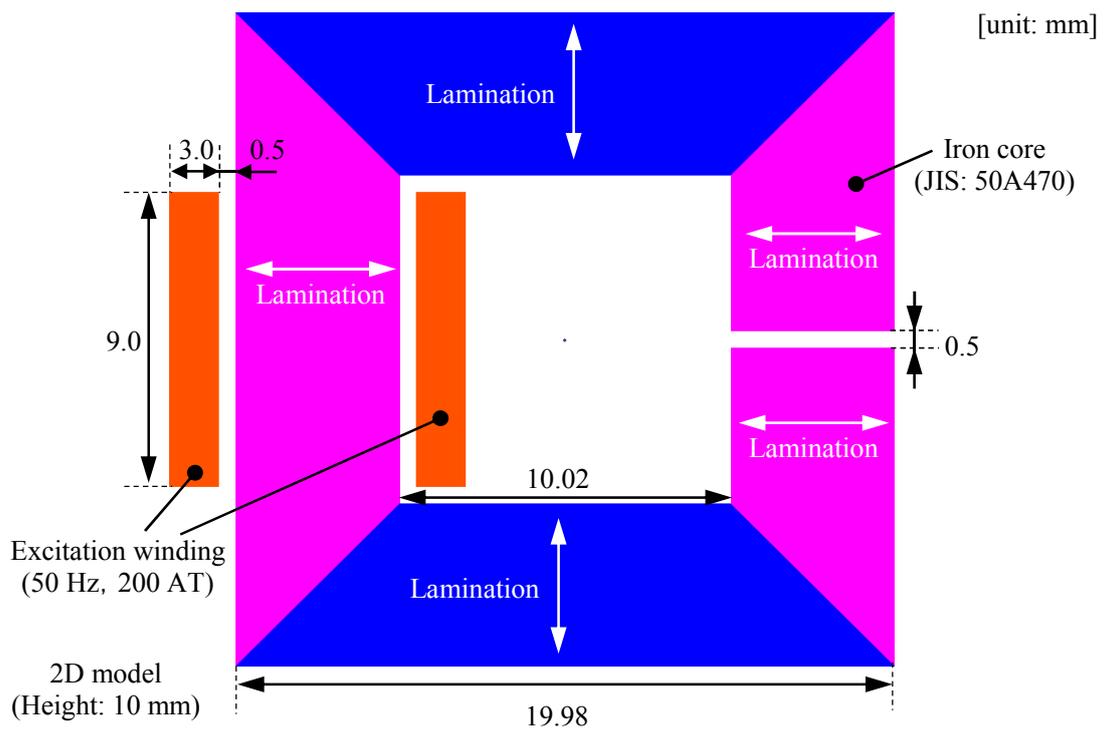


Fig. 5.7. Analyzed model for the winding core model.

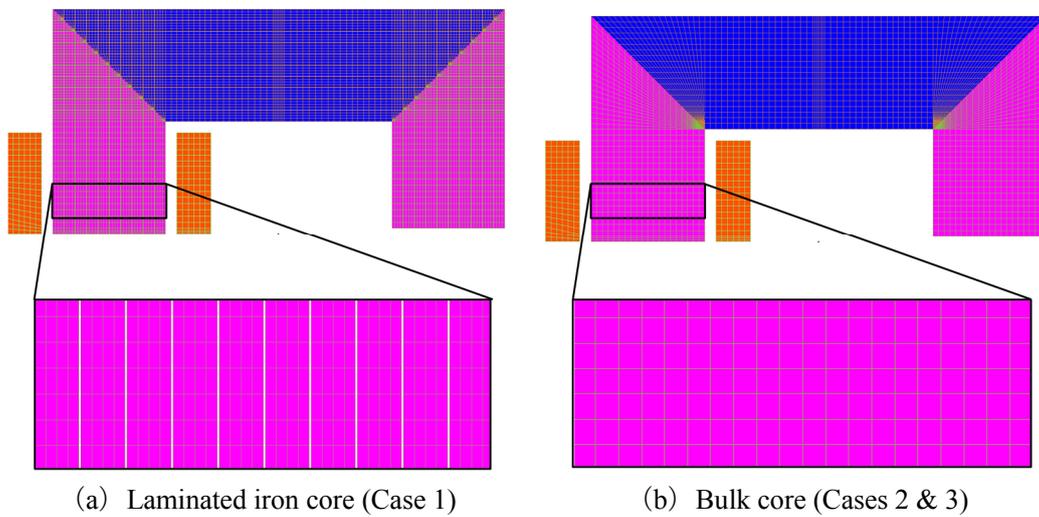


Fig. 5.8. Analyzed mesh for the winding core model.

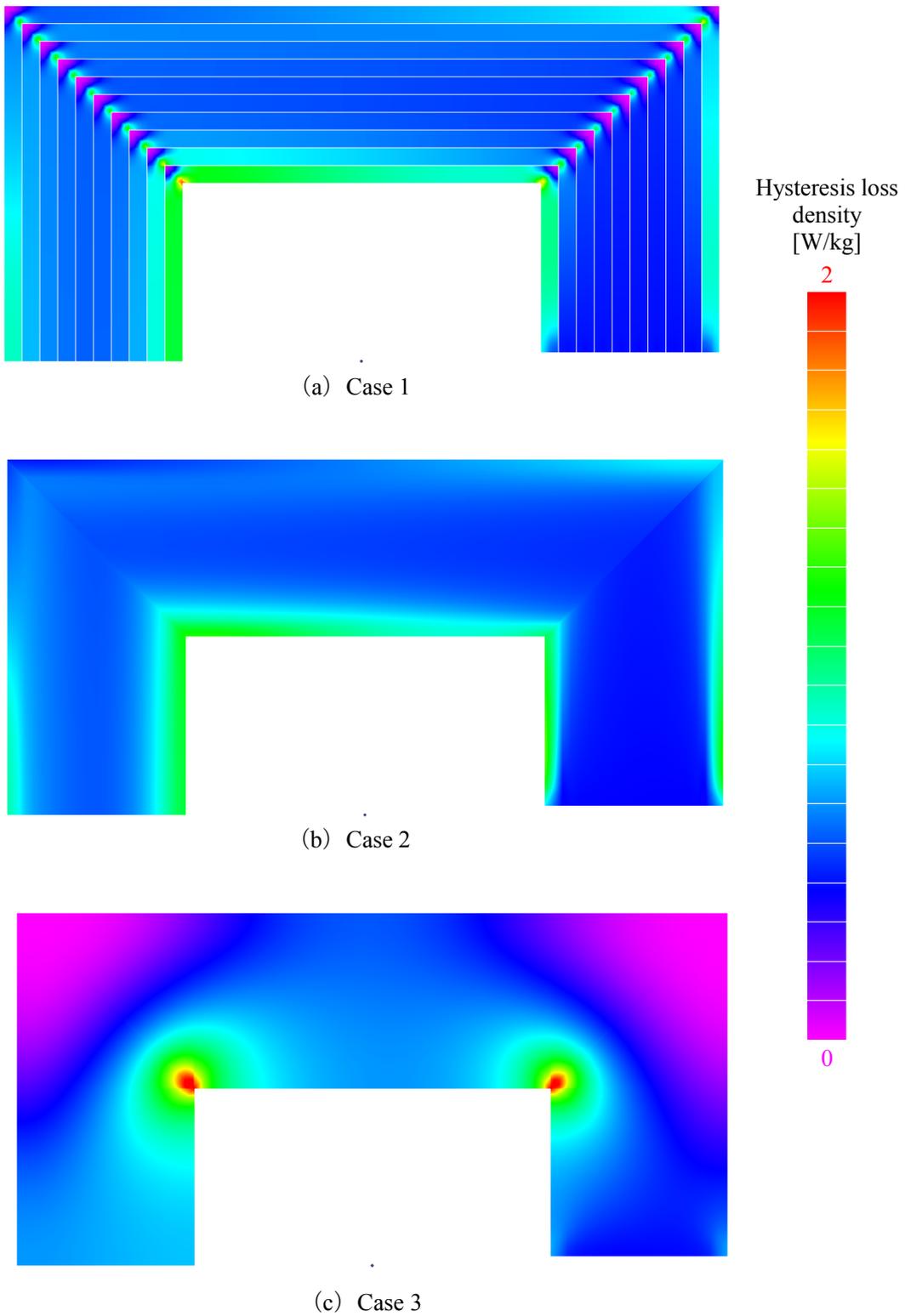


Fig. 5.9. Distribution of the hysteresis loss density for the winding core model.

### 5.3 ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響

本節では、ヒステリシス特性の考慮の有無が各種解析結果に与える影響を検討する。鉄心材料を用いた電気機器では、変圧器のように磁路中にギャップの無いモデルとモータやギャップ付リアクトルのように磁路中にギャップを有するモデルの 2 種類に大別される。磁路中にギャップの無いモデルでは、鉄心の磁気抵抗のみで磁束密度の動作点が決まるため、ヒステリシス特性の考慮の有無で磁束密度に差異が生じると考えられる。しかし、磁路中にギャップを有するモデルでは、ギャップ部の磁気抵抗が支配的となるため、ヒステリシス特性の考慮の有無が磁束密度の動作点に与える影響は小さいと考えられる。このように、ギャップの有無によってヒステリシス特性の考慮の有無が各種解析結果に与える影響に差異が生じると考えられるため、ギャップ無のリング試料とギャップ有のリング試料を用いて、銅損およびヒステリシス損に与える影響を検討する。

#### 5.3.1 磁路中にギャップの無い磁気回路

ヒステリシス特性の考慮の有無が各種解析結果に与える影響を検討するために、Table 5.4 に示す 3 種類の手法を用いて解析を行った。方法 I は、初磁化曲線を用いて磁界解析を行い、鉄損係数を一定<sup>[9]</sup> ( $B_m=1.0\text{T}$  の値を使用) として鉄損を算出する手法 (従来手法) である。方法 II は、方法 I と同様に初磁化曲線を用いて磁界解析を行い、鉄損算出には後処理法としてプレイモデル<sup>[8]</sup> を適用する。方法 III では、プレイモデルを用いてヒステリシス特性を考慮した磁界解析を行い、鉄損を直接算出する。なお、方法 I と方法 II はヒステリシス損の算出手法のみ異なり、電流波形や磁束密度波形等の解析結果は同一であるため、両者に銅損の差異は現れない。また、方法 I と方法 II のヒステリシス損に差異が生じている場合は、ヒステリシス損の算出手法の違いによる影響であるが、方法 II は磁束密度の振幅によってヒステリシス損を算出することができるため、方法 I と方法 II の差異が方法 I のヒステリシス損算出誤差を示している。方法 I, II と方法 III の銅損に差異が生じている場合は、鉄心の磁束密度が異なる影響で電流波形に差異が生じている。これは、ヒステリシス特性の考慮の有無によって生じる影響であるため、銅損に差異が生じた場合はヒステリシス特性を考慮する必要があることを示している。

Fig. 5.10 に示す磁路中にギャップの無いリング試料モデルを用いて、Table 5.4 に示す 3 種類の手法による銅損およびヒステリシス損を比較する。鉄心材料には、無方向性電磁鋼板 50A470 の直流ヒステリシス特性 (3.2.2 項の手法を用いて推定) を適用した。同定データの対称ループの刻み幅  $\Delta B_m$  を  $0.05\text{T}$ 、 $B_{\max}$  および  $B_s$  を  $2\text{T}$  として、プレイヒステロン数  $N_p$  を 80 個とした。そして、有限要素磁界解析 (FEM) の解析領域と直列に巻線抵抗  $R$  を接続し、正弦波電圧入力 (周波数:  $50\text{Hz}$ , 1 周期のステップ数: 180) として解析を行う。なお、巻線抵抗  $R$  は可変とした。本項の解析では、銅損とヒステリシス損に着目しているため、渦電流は考慮していない。また、定常解を高速に算出するために簡易 TP-EEC 法<sup>[10], [11]</sup> を適用し、方法 III では 4.2.2 項で提案したヒステリシス特性を考慮した簡易 TP-EEC 法を用いた。

Fig. 5.11 (a) および (b) に正弦波電圧 ( $0.5\text{V}$ ) 印加時に巻線抵抗  $R$  を変化させた場合の銅損およびヒステリシス損の解析結果を示し、Fig. 5.12 および Fig. 5.13 に、電流波形およびコイルの鎖交磁束を試料断面積で除した磁束密度波形を示す。巻線抵抗  $R$  が小さい場合、方法 II および方法 III の解析結果はほとんど一致している。これは、Fig. 5.13 (a) に示すよ

うにヒステリシス特性の考慮の有無で磁束密度に差異が生じていないことを示している。なお、方法 I と方法 II のヒステリシス損に差異が見られるため、方法 I でヒステリシス損を算出すると 7% 程度の算出誤差が生じている。一方、巻線抵抗  $R$  が大きい場合、銅損支配となるためヒステリシス損は小さくなり、方法 I~III の結果はほとんど一致している。

ここで、巻線抵抗  $R$  が大きい場合または小さい場合にヒステリシス特性の影響が小さくなる原因について説明する。Fig. 5.14 に、リング試料の等価回路モデルを示す。Fig. 5.14 では、ヒステリシス損抵抗  $R_h$  を鉄心部のインダクタンス  $L$  の並列抵抗として配置している。

(5.37) 式に Fig. 5.14 (a) に示す初磁化曲線のみを考慮した等価回路の巻線抵抗  $R$  に流れる電流  $I_m$  と FEM 領域の端子電圧  $V_m$  を示し、(5.38) 式に Fig. 5.14 (b) に示すヒステリシス損を考慮した等価回路の巻線抵抗  $R$  に流れる電流  $I_h$  と FEM 領域の端子電圧  $V_h$  を示す。

$$I_m = \frac{1}{R + Z_m} V, V_m = \frac{Z_m}{R + Z_m} V = V - RI_m$$

$$= \begin{cases} I_m \approx \frac{1}{R} V, V_m = V - RI_m & \therefore R \gg |Z_m| \\ I_m \approx \frac{1}{Z_m} V, V_m \approx V & \therefore R \ll |Z_m| \end{cases} \quad (5.37)$$

$$I_h = \frac{1}{R + Z_h} V, V_h = \frac{Z_h}{R + Z_h} V = V - RI_h$$

$$= \begin{cases} I_h \approx \frac{1}{R} V, V_h = V - RI_h & \therefore R \gg |Z_h| \\ I_h \approx \frac{1}{Z_h} V, V_h \approx V & \therefore R \ll |Z_h| \end{cases} \quad (5.38)$$

抵抗支配、すなわち  $R \gg |Z_m|$  および  $R \gg |Z_h|$  の場合、巻線抵抗  $R$  に流れる電流は入力電圧  $V$  と巻線抵抗  $R$  によって決まるため、ヒステリシス特性の考慮の有無に依らず電流波形はほとんど一致する (Fig. 5.12 (c))。また、ヒステリシス特性の考慮の有無で電流波形が変わらなければ、FEM 領域の端子電圧  $V_m$  と  $V_h$  の差異も小さくなるため、鉄心部における磁束波形の動作点の差異が小さくなり (Fig. 5.13 (c))、ヒステリシス損の差異も小さくなる。

一方、インダクタンス支配、すなわち  $R \ll |Z_m|$  および  $R \ll |Z_h|$  の場合、巻線抵抗  $R$  の電圧降下は小さくなるため、FEM 領域の端子電圧  $V_m$  と  $V_h$  は入力電圧  $V$  とほとんど一致し、鉄心部における磁束波形の動作点に関してもほとんど一致する (Fig. 5.13 (a))。また、本項の解析では入力電圧に直流成分が含まれていないため、ヒステリシス特性の考慮の有無で鉄心部の磁束密度の最大値および最小値はほとんど一致し、鉄心部の透磁率 (磁界の強さ) は同一となるため、FEM 領域のインピーダンス  $Z_m$  と  $Z_h$  も一致する。したがって、巻線抵抗  $R$  に流れる電流  $I_m$  と  $I_h$  の最大値と最小値がほとんど一致する波形となる (Fig. 5.12 (a))。

ただし、巻線抵抗  $R$  または FEM 領域のインピーダンスがどちらも支配的で無い場合は、ヒステリシス損が生じることで FEM 領域のインピーダンスが変わってくるため、ヒステリシス特性の考慮の有無で FEM 領域の端子電圧に差異が生じて鉄心部の磁束密度にも差異が生じる。また、巻線抵抗  $R$  に流れる電流も変わってくるため、ヒステリシス損だけでなく銅損にも差異が生じる。したがって、ギャップの無い磁気回路において、抵抗支配またはインダクタンス支配のどちらでも無い場合、銅損およびヒステリシス損をより精度良く評価するためにはヒステリシス特性を直接考慮した解析が必要である。

Table 5.4. Analysis conditions by three kinds of methods.

Method	Magnetic field analysis	Loss calculation
I	Magnetization curve	Iron loss coefficient
II	Magnetization curve	Play model
III	Hysteretic property	Play model

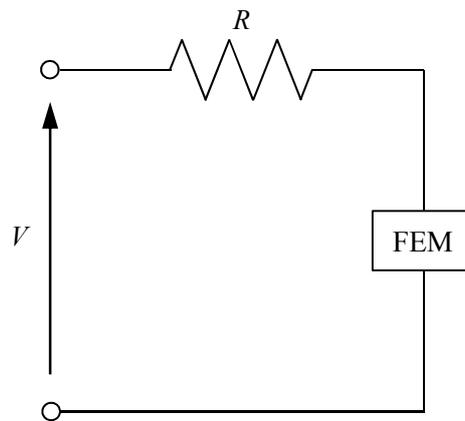
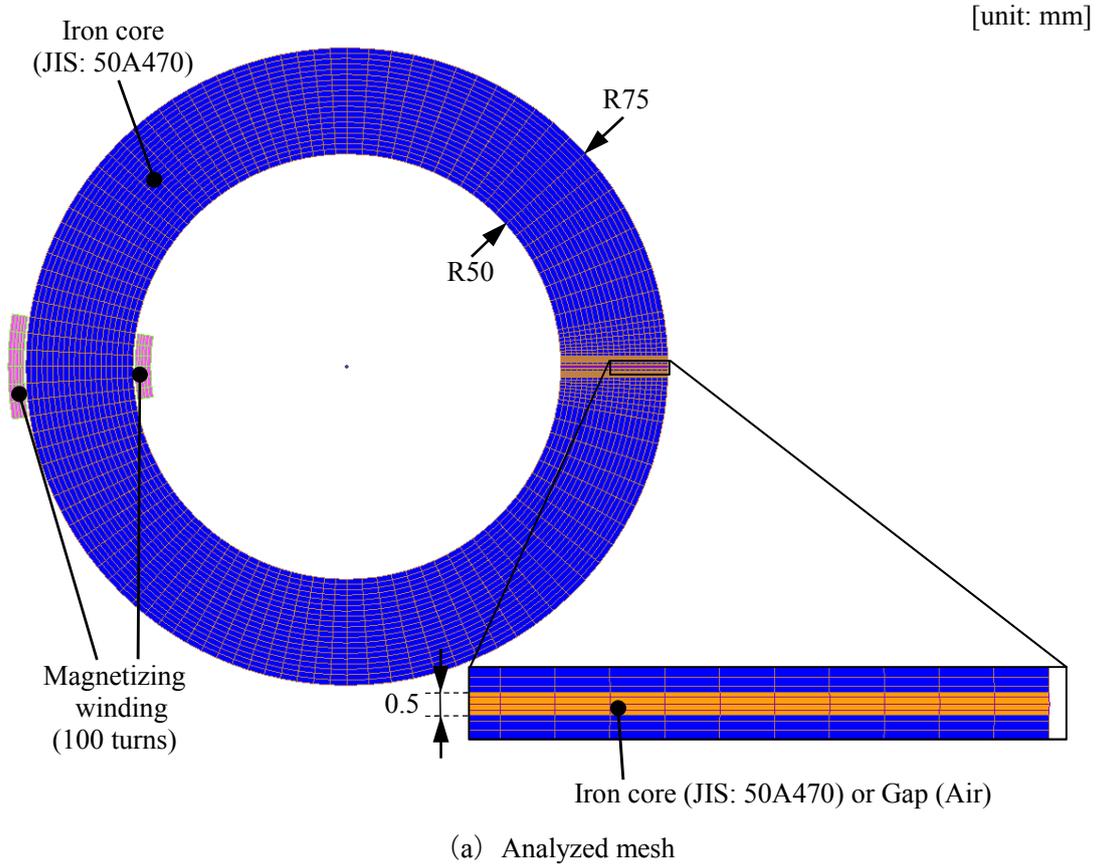
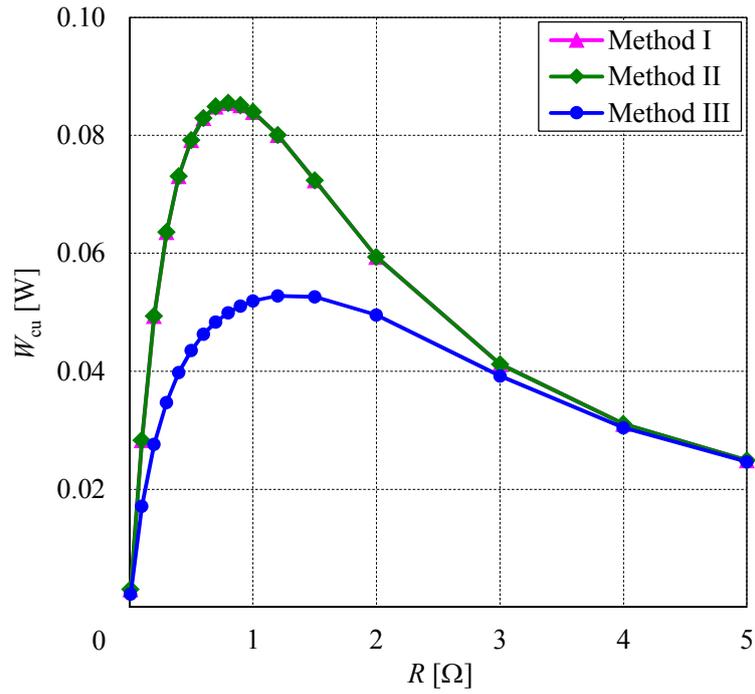
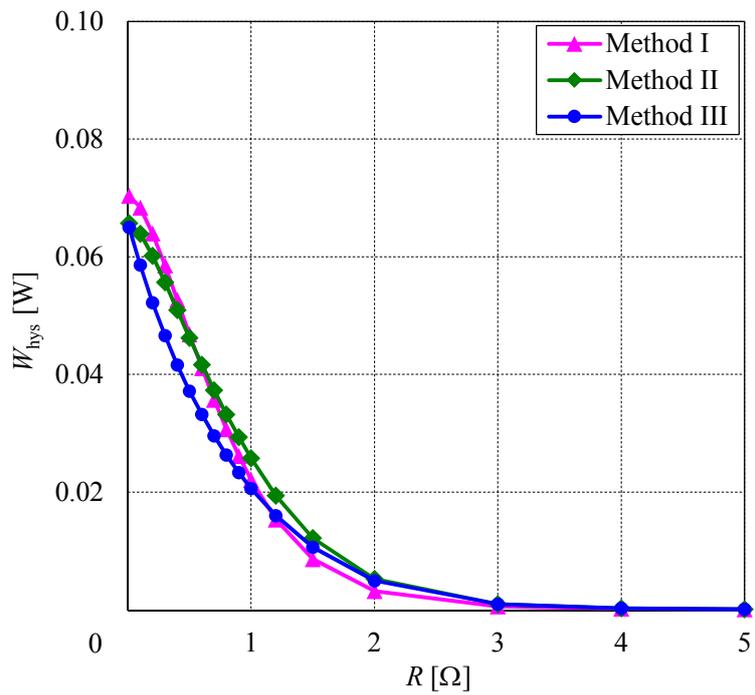


Fig. 5.10. Analyzed model of the ring core.

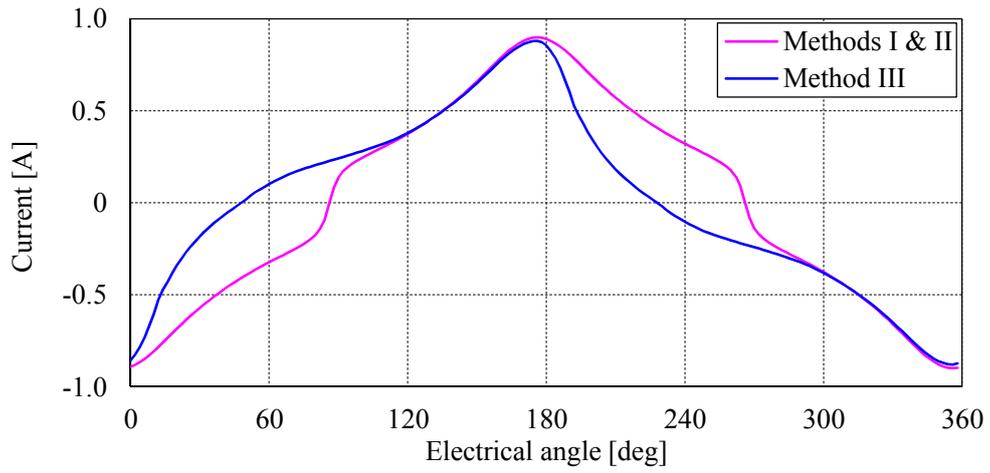


(a) Copper loss

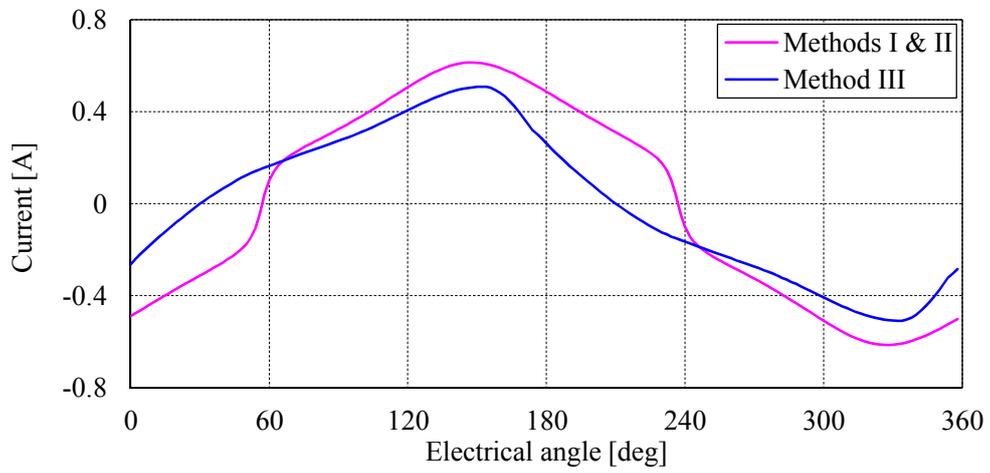


(b) Hysteresis loss

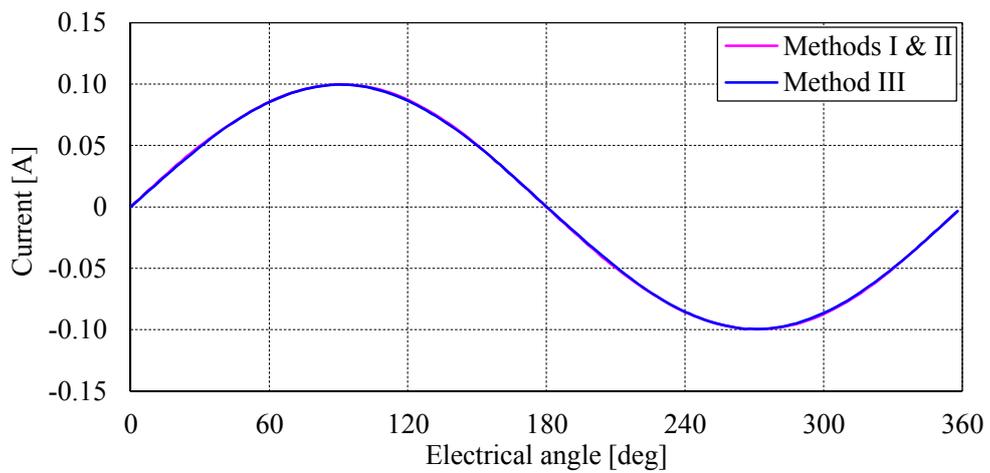
Fig. 5.11. Numerical results without gap.



(a)  $R = 0.01 \Omega$

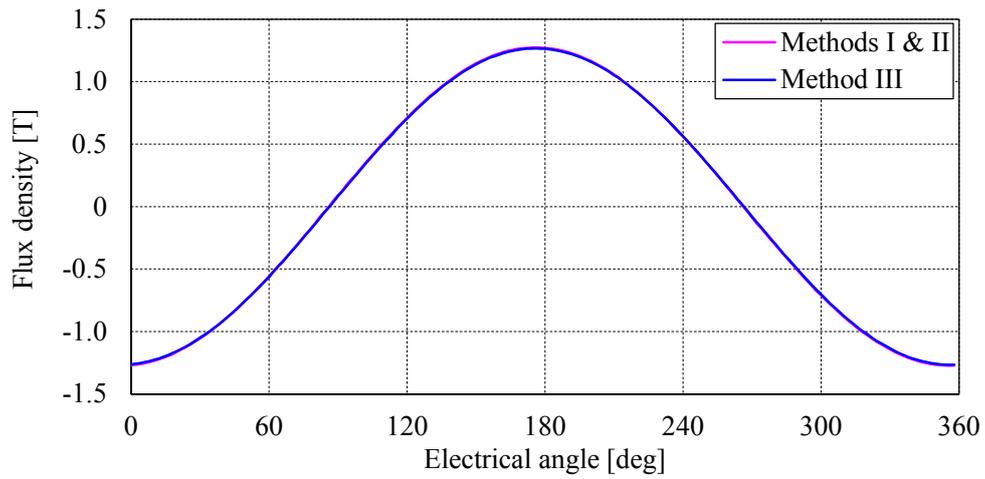


(b)  $R = 0.4 \Omega$

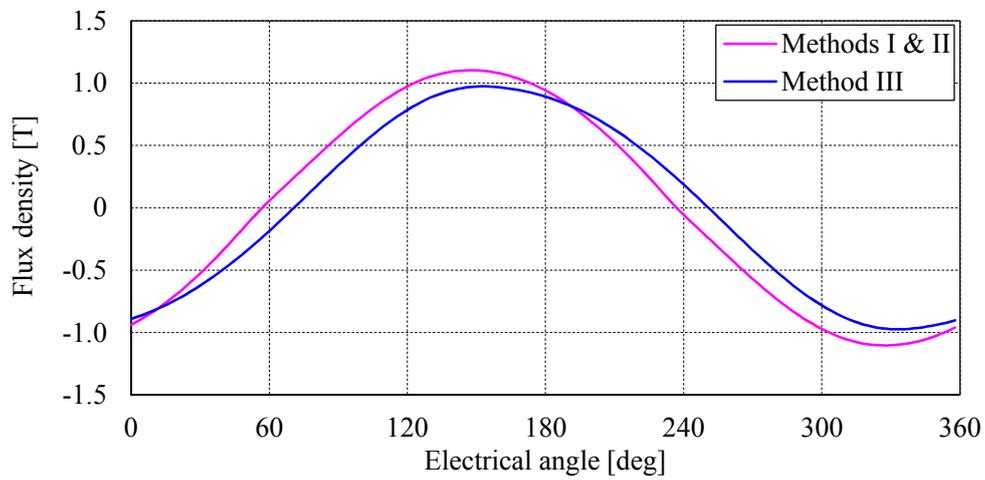


(c)  $R = 5.0 \Omega$

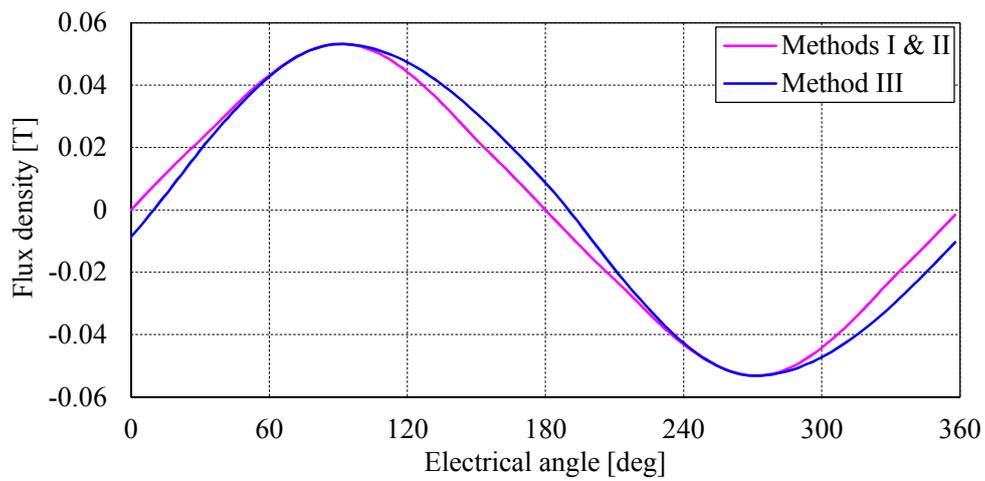
Fig. 5.12. Current waveforms without gap.



(a)  $R = 0.01 \Omega$



(b)  $R = 0.4 \Omega$



(c)  $R = 5.0 \Omega$

Fig. 5.13. Flux density waveforms without gap.

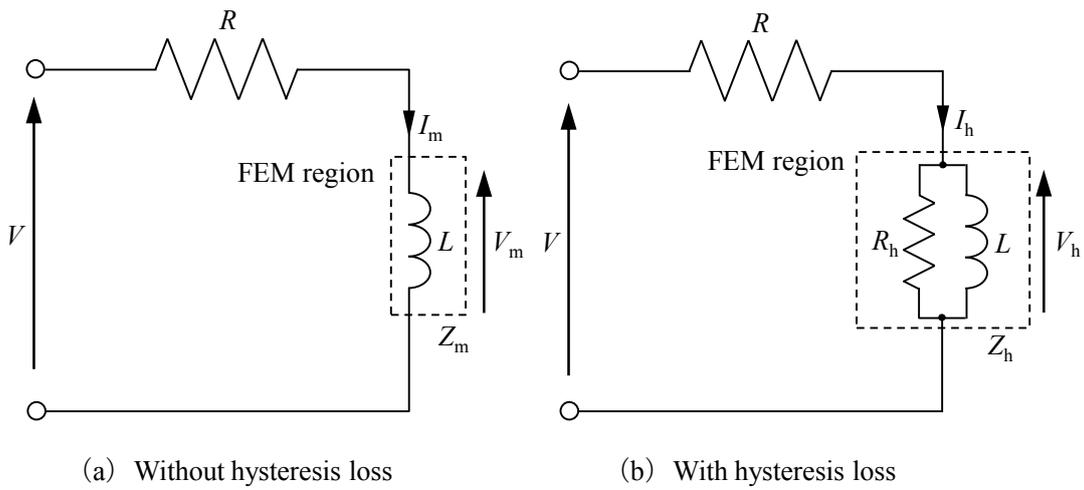


Fig. 5.14. Equivalent circuit without gap.

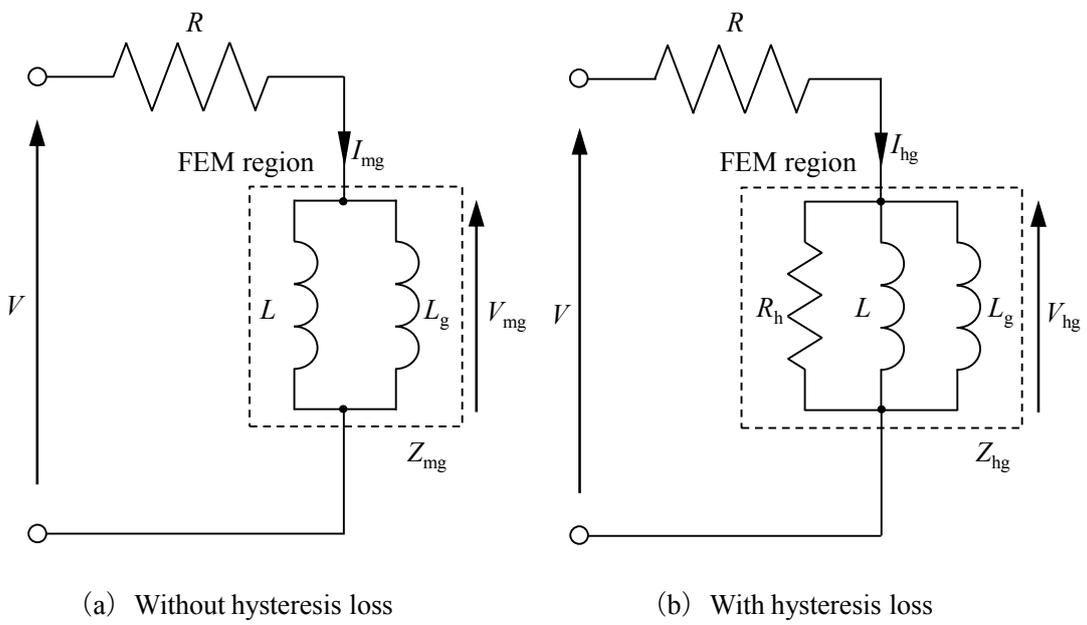


Fig. 5.15. Equivalent circuit with gap.

### 5.3.2 磁路中にギャップを有する磁気回路

モータやギャップ付リアクトル等は磁路中にギャップを有するため、ギャップ部の磁気抵抗が支配的となり、鉄心の磁気抵抗がギャップを有する磁気回路全体の磁気抵抗に与える影響は小さくなると考えられる。すなわち、ギャップの無い磁気回路と比較すると、鉄心のヒステリシス特性の影響も小さくなると考えられる。そこで、Fig. 5.10 に示す磁路中にギャップを有するリング試料モデルを用いて、ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響を検討する。なお、ギャップ長を 0.5 mm（ギャップ長は平均磁路長の約 0.13 % に相当）とし、それ以外の解析条件は 5.3.1 項と同様である。

Fig. 5.16 に、正弦波電圧 (0.5 V) 印加時に巻線抵抗  $R$  を変化させた場合の銅損およびヒステリシス損の解析結果を示す。方法 II および方法 III の解析結果がほとんど一致しているため、ギャップを有する磁気回路ではヒステリシス特性が解析結果に与える影響は小さくなることが確認できる。ここで、磁路中にギャップを有する場合にヒステリシス特性の影響が小さくなる原因について説明する。Fig. 5.15 に、ギャップを有するリング試料の等価回路モデルを示す。(5.39) 式に Fig. 5.15 (a) に示す初磁化曲線のみを考慮した等価回路における巻線抵抗  $R$  に流れる電流  $I_{mg}$  を示し、(5.40) 式に Fig. 5.15 (b) に示すヒステリシス損を考慮した等価回路における巻線抵抗  $R$  に流れる電流  $I_{hg}$  を示す。

$$I_{mg} = \frac{1}{R + j\omega \frac{L_g L}{L_g + L}} V \quad (5.39)$$

$$\approx \frac{1}{R + j\omega L_g} V \quad \because |\omega L_g| \ll |\omega L|$$

$$I_{hg} = \frac{1}{R + \frac{j\omega R_h L L_g}{R_h L + R_h L_g + j\omega L L_g}} V \quad (5.40)$$

$$\approx \frac{1}{R + j\omega L_g} V \quad \because |\omega L_g| \ll |\omega L|, R_h$$

ギャップ部のインダクタンス  $L_g$  は小さいため、(5.39) 式および (5.40) 式に示すように、ヒステリシス特性の考慮の有無で巻線抵抗  $R$  に流れる電流は変わらなくなる。ヒステリシス特性の考慮の有無で巻線抵抗  $R$  に流れる電流が変わらなければ、FEM 領域の端子電圧  $V_{mg}$  と  $V_{hg}$  の差異も小さくなる。したがって、ヒステリシス特性の考慮の有無に依らず銅損およびヒステリシス損の差異は小さくなる。ただし、磁路中にギャップを有するモデルに関して、本項の解析モデルのようにギャップ長が比較的小さい場合は、方法 I と他の手法とはヒステリシス損に差異が見られ、銅損については抵抗値によって方法 I、II と方法 III には差異が見られる。したがって、磁路中にギャップを有する場合においても、条件によってはヒステリシス特性を考慮した解析が必要になる場合があると考えられる。

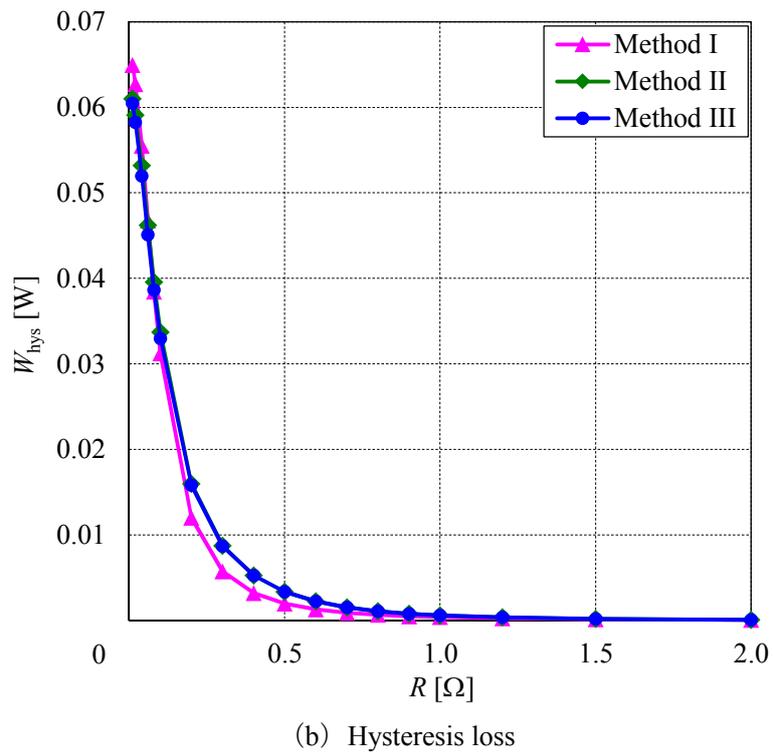
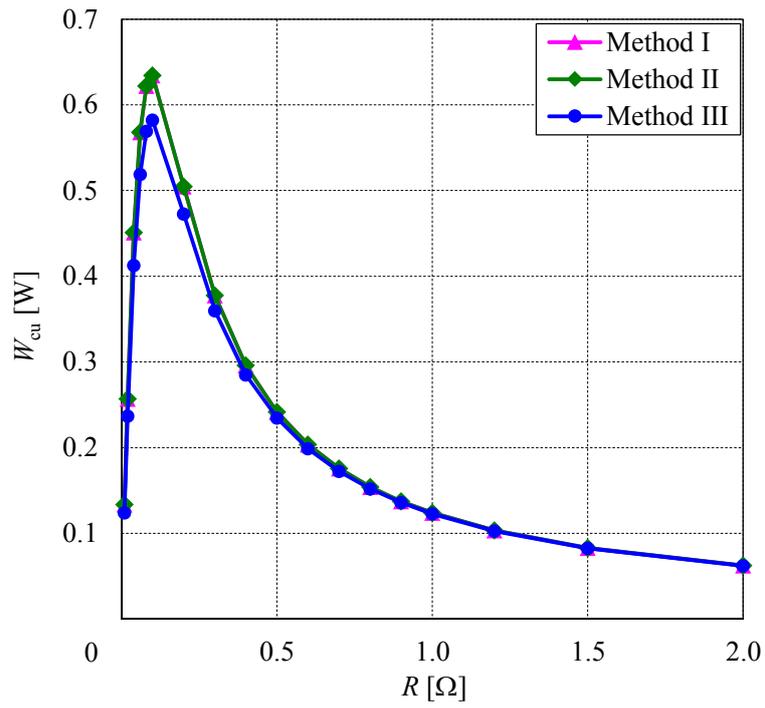


Fig. 5.16. Numerical results with gap.

## 5.4 ヒステリシス特性を考慮したモータ特性解析

### 5.4.1 解析モデル

文献 [7] で提案されている埋込磁石同期 (IPM) モータのベンチマークモデル「D1 モデル」を用いて、ヒステリシス特性の考慮の有無が IPM モータの無負荷特性に与える影響を検討する。Fig. 5.17 に、D1 モデルの解析モデルを示す。要素数は 7,644、節点数は 3,872 である。Table 5.5 に、D1 モデルの解析条件を示す。本項の解析では、ステータおよびロータコアに無方向性電磁鋼板 50A470 の直流ヒステリシス特性 (3.2.2 項の手法を用いて推定) を適用しているが、それ以外の条件は文献 [7] と同様である。また、1 周期の解析ステップを 180 とする。プレイモデルの同定に用いる対称ループの磁束密度の刻み幅  $\Delta B_m$  を 0.05 T,  $B_{\max}$  および  $B_s$  を 2 T とし、プレイヒステロン数  $N_p$  を 80 個とした。

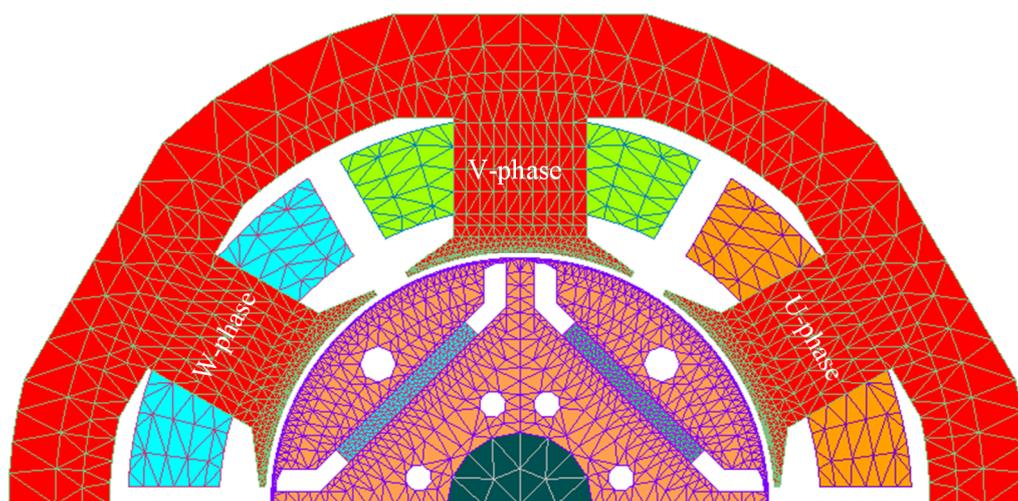


Fig. 5.17. Analyzed model (D1 model).

Table 5.5. Analysis condition.

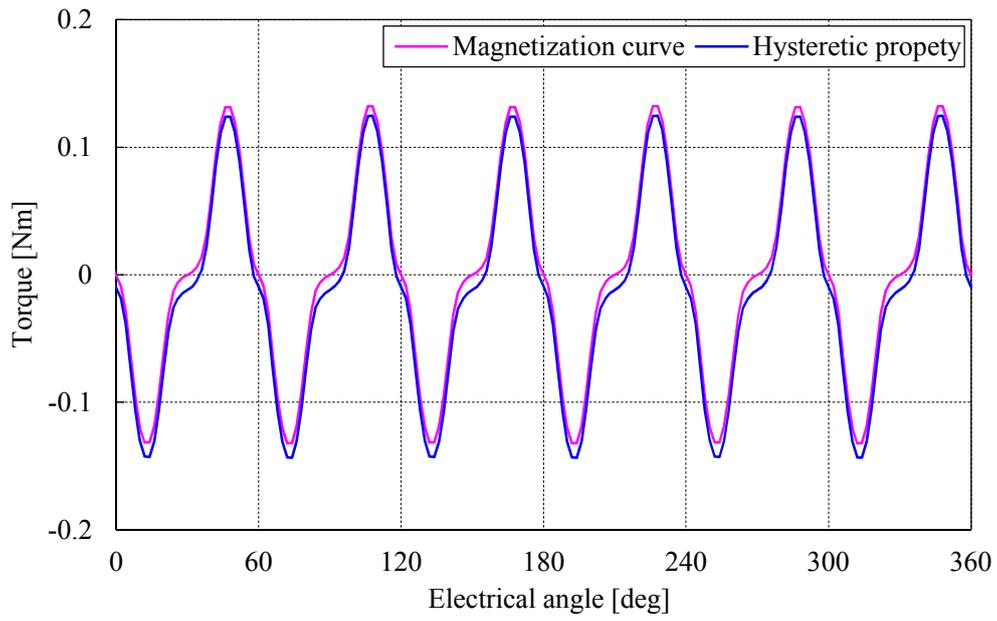
Core length [mm]	60
Number of turns [turns/teeth]	125
Residual magnetic flux density [T]	1.225
Recoil relative permeability	1.05
Iron core of stator and rotor	JIS: 50A470
Phase resistance [ $\Omega$ ]	0.38

#### 5.4.2 ヒステリシス特性の考慮の有無が無負荷特性に与える影響

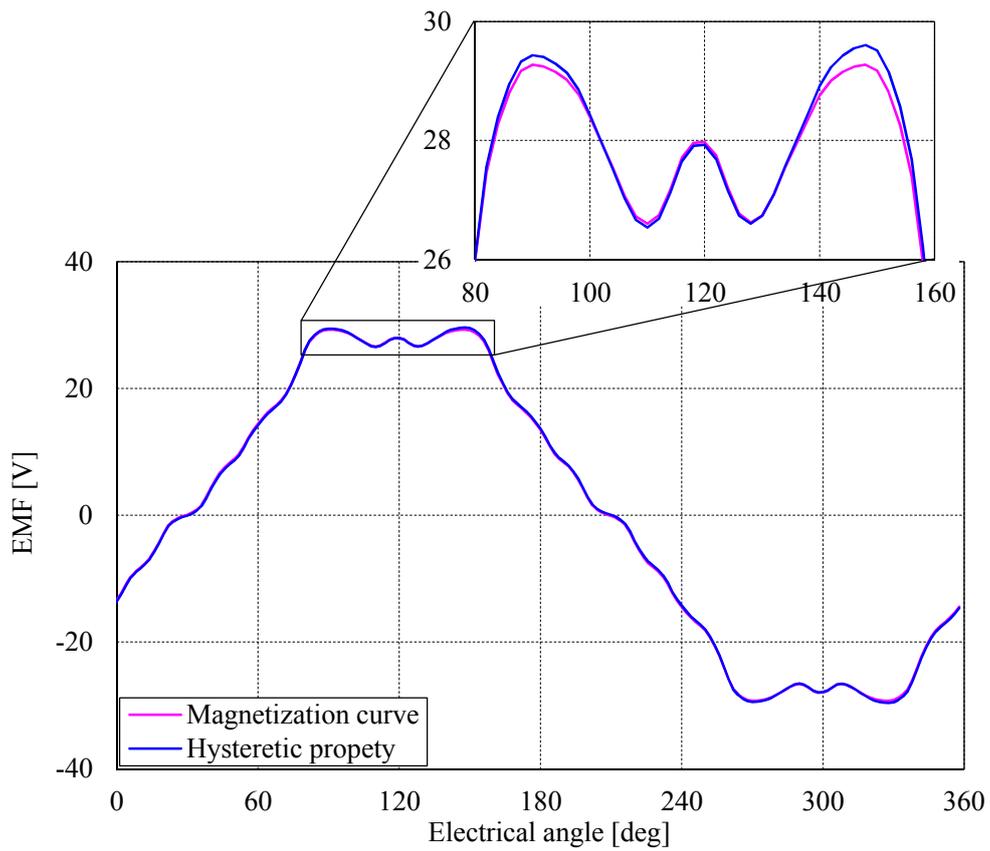
Fig. 5.18 に、回転数 1,500 r/min 時の無負荷特性の解析結果を示す。Fig. 5.18 (a) に示すコギングトルクの解析結果については、ヒステリシス特性を考慮することでヒステリシス損によるロストトルクの影響により負側にオフセットしたトルク波形となっているが、波形自体に関してはほとんど変化していない。Fig. 5.18 (b) に示す無負荷誘導起電力波形については、ヒステリシス特性の考慮の有無で差異はほとんど生じていないが、初磁化曲線を用いた解析では電気角 120 deg で左右対称の波形となっているのに対し、ヒステリシス特性を考慮した解析では左右対称になっていない。ヒステリシス特性を考慮すると、ヒステリシスループの上昇曲線時と下降曲線時で同一の磁界の強さでも磁束密度が異なるため、無負荷誘導起電力波形が非対称となったと考えられる。

Table 5.6 および Fig. 5.19 に、ポスト処理による表皮効果を考慮した渦電流損の計算手法の 1 つである積層方向の 1 次元有限要素解析によるヒステリシス特性を考慮した鉄損解析<sup>[12]</sup>の計算結果を示す。1 次元有限要素解析では、導電率を  $2.564 \times 10^6$  S/m、板厚 0.5 mm を積層方向に 20 分割（等分割）とした。なお、ヒステリシス特性の考慮の有無が鉄損に与える影響を検討するため、初磁化曲線を用いた有限要素磁界解析とヒステリシス特性を用いた有限要素磁界解析ともに、ポスト処理による鉄損解析ではヒステリシス特性を考慮している。Fig. 5.19 に示すように、ティース部に関してはヒステリシス特性を考慮すると左右非対称となっているが、鉄損値としての差異はほとんど生じていない。しかし、コアバック部に関してはヒステリシス損および渦電流損ともに差異が生じており、初磁化曲線を用いた解析の方が高くなっている。Table 5.6 に示すように、ヒステリシス損についてはステータで 19% 程度の差異が生じており、鉄損の合計値に関しても 15% の差異が生じている。

ここで、ヒステリシス特性の考慮の有無で鉄損分布に差異が生じた原因を説明する。Fig. 5.20 に、30 ステップ目の磁束線を示し、Fig. 5.21 に Fig. 5.20 に示す磁束密度を観測する要素の周方向の磁束密度波形  $b_\theta$  を示す。Fig. 5.20 (a) に示す初磁化曲線を用いた解析結果では、磁石磁束のほとんどは V 相ティース、W 相ティースおよび V 相・W 相間のコアバックのみに鎖交している。しかし、Fig. 5.20 (b) に示すヒステリシス特性を考慮した解析結果では、V 相ティースの磁束は隣合う W 相ティースに鎖交する磁束以外にも Fig. 5.20 (a) には示されていない V 相ティースおよび W 相ティースにも鎖交する磁束が存在している。初磁化曲線では磁束密度が 0 になると磁界の強さも 0 となるが、ヒステリシス特性を考慮すると磁束密度と磁界の強さに位相差が生じるため、Fig. 5.20 (a) に示すように U 相・V 相間のコアバックにも磁束が流れていると思われる。また、Fig. 5.21 に示すように、初磁化曲線を用いた解析の V 相・W 相間のコアバックの磁束密度は 30 ステップ目でピークを示すが、ヒステリシス特性を考慮すると磁束が分散するため、磁束密度のピーク値およびピークとなる位相が異なっていることがわかる。このように、本項の解析ではヒステリシス特性の考慮の有無で特にコアバック部の鉄損に差異が生じたため、磁路中にギャップを有するモータにおいても、高精度に鉄損や無負荷誘起電圧波形等を解析するためには、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析が必要となると考えられる。



(a) Cogging torque



(b) EMF

Fig. 5.18. No-load characteristics.

Table 5.6. Iron loss in no-load.

		Magnetization curve	Hysteretic property
Stator	Hysteresis	1.973 W ( 1.00 )	1.605 W ( 0.81 )
	Eddy	0.827 W ( 1.00 )	0.766 W ( 0.93 )
Rotor	Hysteresis	0.051 W ( 1.00 )	0.052 W ( 1.01 )
	Eddy	0.061 W ( 1.00 )	0.059 W ( 0.96 )
Total		2.913 W ( 1.00 )	2.482 W ( 0.85 )

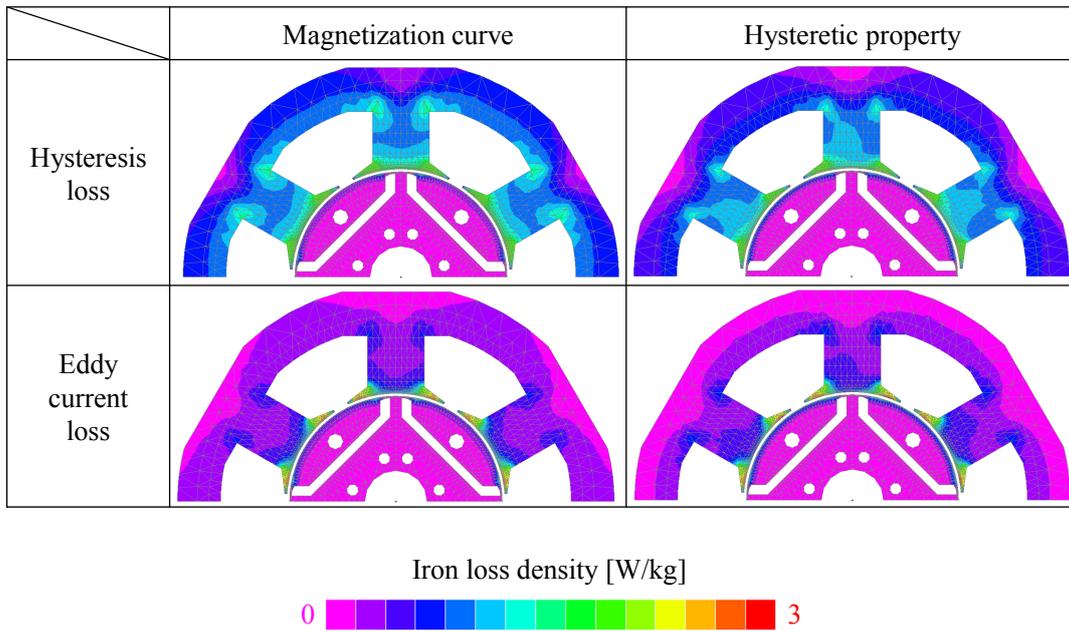
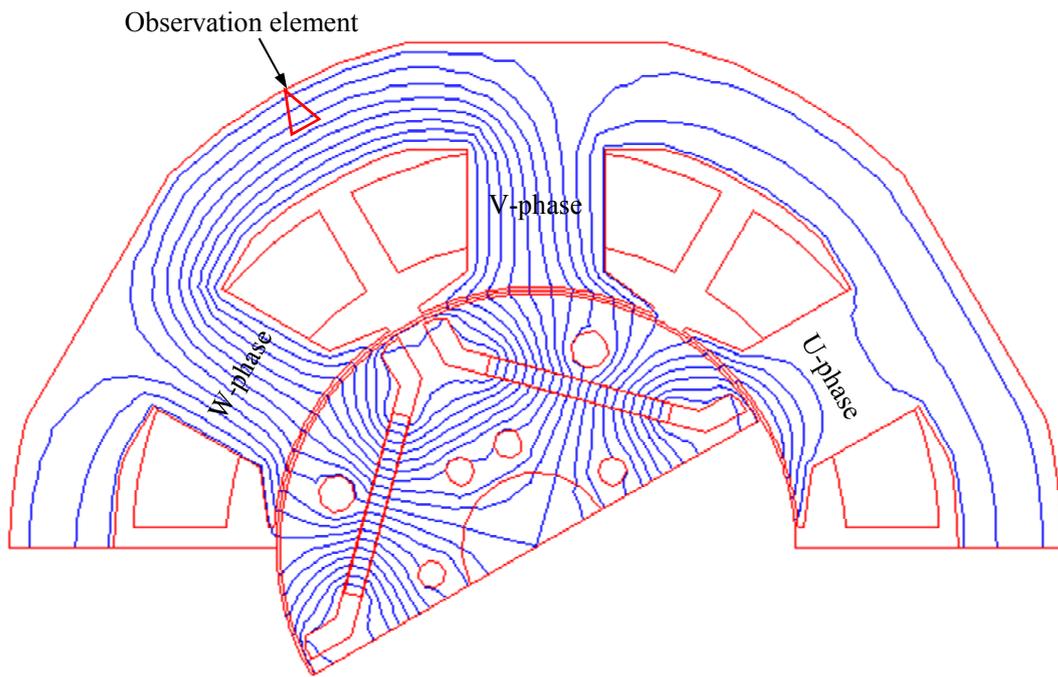
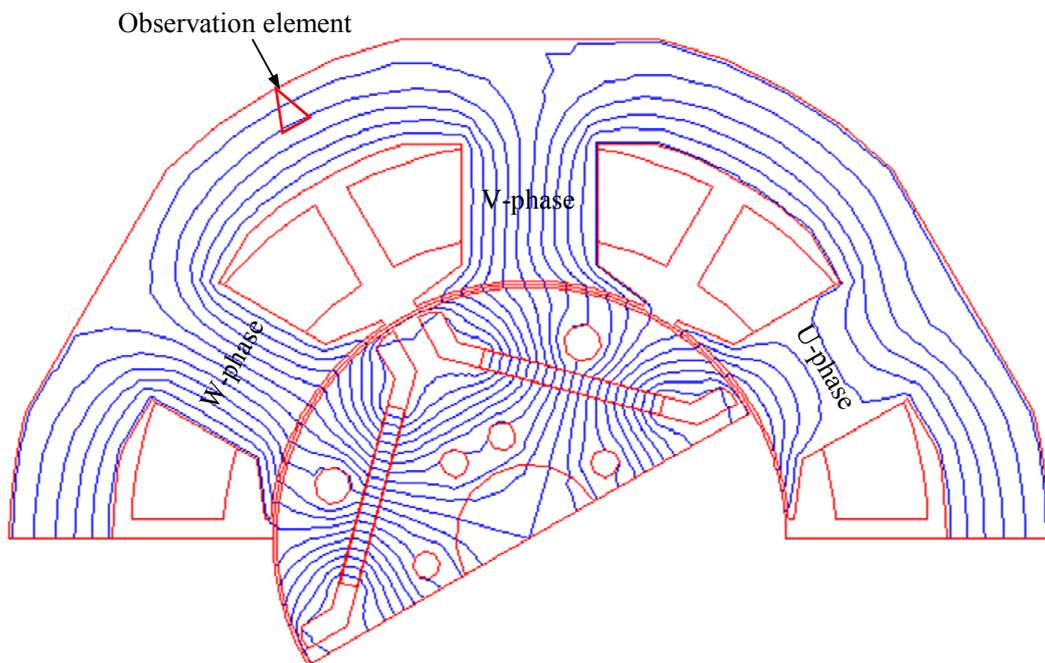


Fig. 5.19. Contour figure of the iron loss in no-load.



(a) Magnetization curve



(b) Hysteretic property

Fig. 5.20. Flux line at 30 time step in no-load.

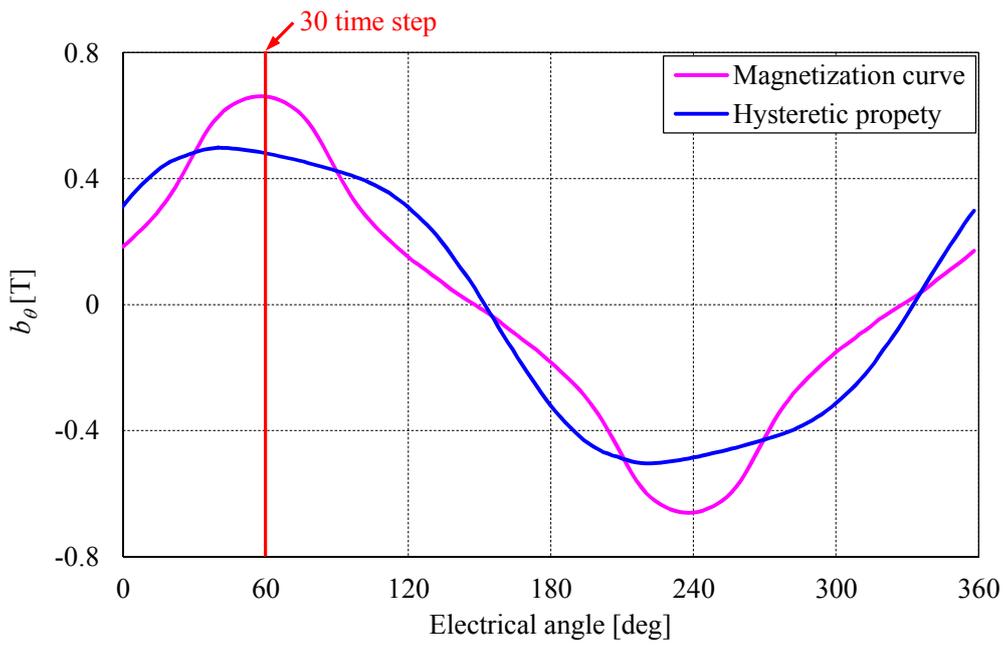


Fig. 5.21. Flux density waveforms at 30 time step in no-load.

### 5.4.3 3相モータの電力収支

従来の初磁化曲線を用いた磁界解析では、鉄損を後処理で算出するため入出力の電力収支が合っていない。一方、ヒステリシス特性を考慮することで、入出力の電力収支が一致する解析を行うことができる。本項では、初磁化曲線を用いた磁界解析とヒステリシス特性を考慮した磁界解析の各電力および損失の差異を検討する。

3相巻線（U相，V相，W相）を有するモータでは、電気角1周期中で周波数 $f$ を一定（回転数を一定）とすると、入力電力 $P_{in}$ ，出力電力 $P_{out}$ ，鉄損 $W_{iron}$ ，銅損 $W_{cu}$ の関係は以下のよう表される。

$$P_{in} = P_{out} + W_{iron} + W_{cu} \quad (5.41)$$

$$P_{in} = f \int_0^{1/f} \{v_U(t)i_U(t) + v_V(t)i_V(t) + v_W(t)i_W(t)\} dt \quad (5.42)$$

$$P_{out} = f \int_0^{1/f} \omega T(t) dt \quad (5.43)$$

$$W_{iron} = \iiint_{V_{iron}} \left\{ f \int_0^{1/f} \mathbf{h}(t) \cdot \frac{d\mathbf{b}(t)}{dt} dt \right\} dV \quad (5.44)$$

$$W_{cu} = f \int_0^{1/f} R \{i_U^2(t) + i_V^2(t) + i_W^2(t)\} dt \quad (5.45)$$

ここで、各電力および損失の瞬時値は以下のように表される。

$$p_{in}(t) = p_{out}(t) + w_{iron}(t) + w_{cu}(t) + w_{mag}(t) \quad (5.46)$$

$$p_{in}(t) = v_U(t)i_U(t) + v_V(t)i_V(t) + v_W(t)i_W(t) \quad (5.47)$$

$$p_{out}(t) = \omega T(t) \quad (5.48)$$

$$w_{iron}(t) = \iiint_{V_{iron}} \mathbf{h}(t) \cdot \frac{d\mathbf{b}(t)}{dt} dV \quad (5.49)$$

$$w_{cu}(t) = R \{i_U^2(t) + i_V^2(t) + i_W^2(t)\} \quad (5.50)$$

$$w_{mag}(t) = \iiint_{V_{noniron}} \mathbf{h}(t) \cdot \frac{d\mathbf{b}(t)}{dt} dV \quad (5.51)$$

ここで、瞬時の電力収支の関係は、非鉄心部（例えば、空気部や磁石部）でも磁気エネルギーが変動するため、(5.46)式では非鉄心部の磁気エネルギーに関する項 $w_{mag}$ を加えている。なお、空気部や磁石部で磁気エネルギーが変動しても損失は発生しないため、1周期で積算すると0となる。(5.46)～(5.51)式を時間方向に離散化すると、以下のように表される。

$$p_{in}^n = v_U^n i_U^n + v_V^n i_V^n + v_W^n i_W^n \quad (5.52)$$

$$p_{out}^n = \omega T^n \quad (5.53)$$

$$w_{iron}^n = \sum_i^{N_{iron}} \frac{V_i}{2\Delta t} (\mathbf{h}_i^n + \mathbf{h}_i^{n-1}) \cdot (\mathbf{b}_i^n - \mathbf{b}_i^{n-1}) \quad (5.54)$$

$$w_{cu}^n = R (i_U^{n2} + i_V^{n2} + i_W^{n2}) \quad (5.55)$$

$$w_{mag}^n = \sum_i^{N_{noniron}} \frac{V_i}{2\Delta t} (\mathbf{h}_i^n + \mathbf{h}_i^{n-1}) \cdot (\mathbf{b}_i^n - \mathbf{b}_i^{n-1}) \quad (5.56)$$

ここで、 $n$ は解析ステップを示し、 $w_{iron}^n$ と $w_{mag}^n$ は台形積分を適用している。

Fig. 5.22～Fig. 5.25 に、無負荷時および負荷時（相電流 2 A，電流進角 20 deg）の (5.52) ～ (5.56) 式から算出した各種電力および損失の解析結果を示す。Fig. 5.22 および Fig. 5.23 に示すように、無負荷時における初磁化曲線を用いた解析では、鉄心部で損失が発生しないため、瞬時出力  $p_{out}$  は上下対称の波形となる。一方、ヒステリシス特性を考慮した解析では鉄心部で損失が発生するため、瞬時出力  $p_{out}$  は鉄損によって負側にオフセットした波形となる。なお、鉄心部で損失が生じていても、初磁化曲線を用いた解析とヒステリシス特性を考慮した解析の鉄心部の磁気エネルギー  $w_{iron}$  の変動（高調波成分）の差異は小さい。さらに、非鉄心部の磁気エネルギー  $w_{mag}$  についても同様に、両者の解析結果はほぼ一致している。本項の解析では、非鉄心部の磁気エネルギー  $w_{mag}$  の変動が主要因であるため、瞬時出力  $p_{out}$  の変動（高調波成分）に関しても両者の解析結果はほとんど一致している。Fig. 5.24 および Fig. 5.25 に示す負荷時の解析でも同様の傾向を示しており、鉄心部で損失が生じていても、初磁化曲線を用いた解析とヒステリシス特性を考慮した解析の鉄心部の磁気エネルギー  $w_{iron}$  の変動（高調波成分）の差異は小さい。さらに、非鉄心部の磁気エネルギー  $w_{mag}$  は両者の解析結果はほぼ一致しており、瞬時入力電力  $p_{in}$  および瞬時出力電力  $p_{out}$  の変動（高調波成分）に関してもヒステリシス特性の考慮の有無によらず両者の解析結果はほとんど一致している。ただし、瞬時入力電力  $p_{in}$  の直流成分（平均電力）は、ヒステリシス特性の考慮の有無によって若干の差異が生じている。すなわち、鉄心部の損失は、出力電力の低下だけでなく、入力電力の増加にも寄与していると考えられる。したがって、モータ効率を高精度に算出するためには、ヒステリシス特性を考慮した解析が必要になる場合があると考えられる。

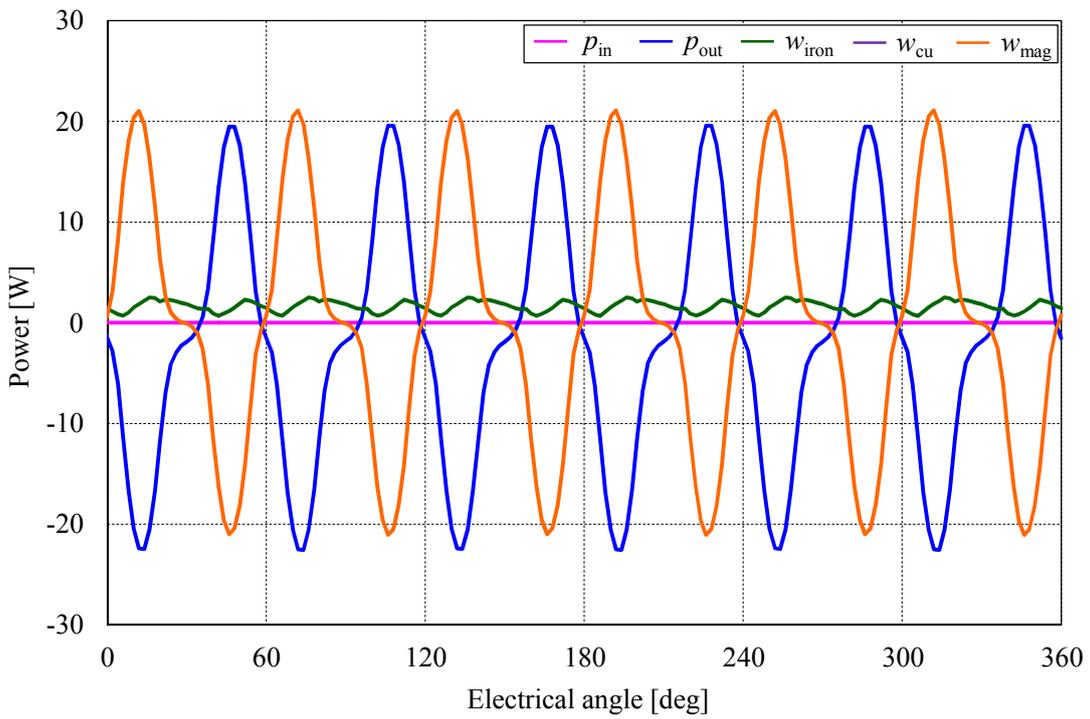
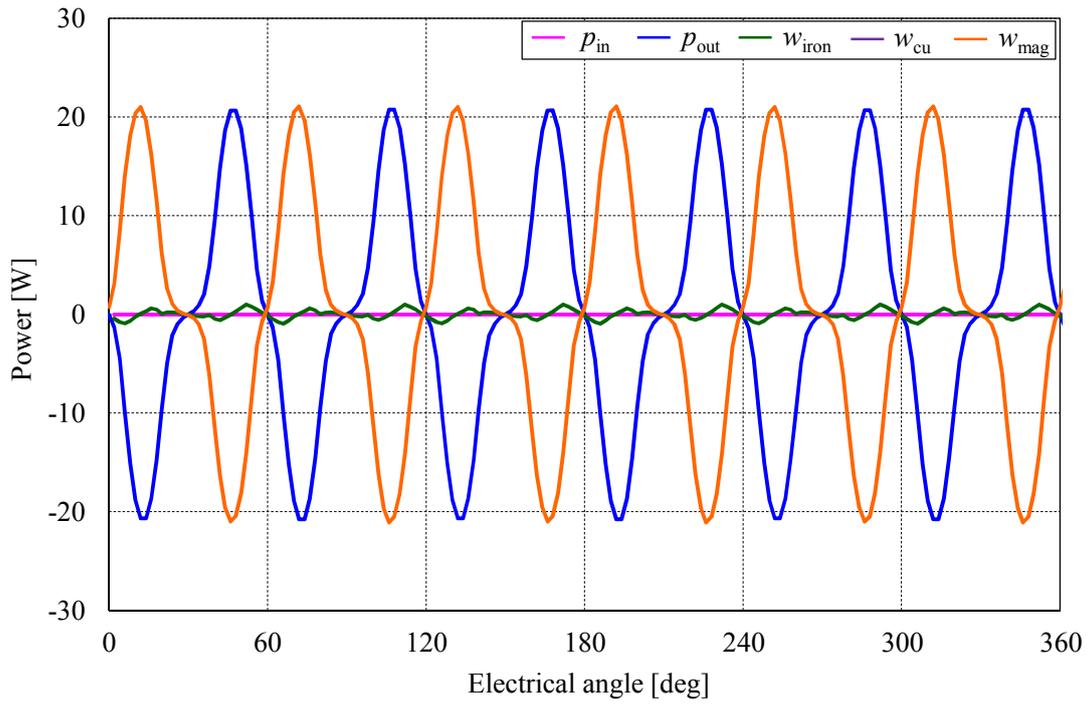
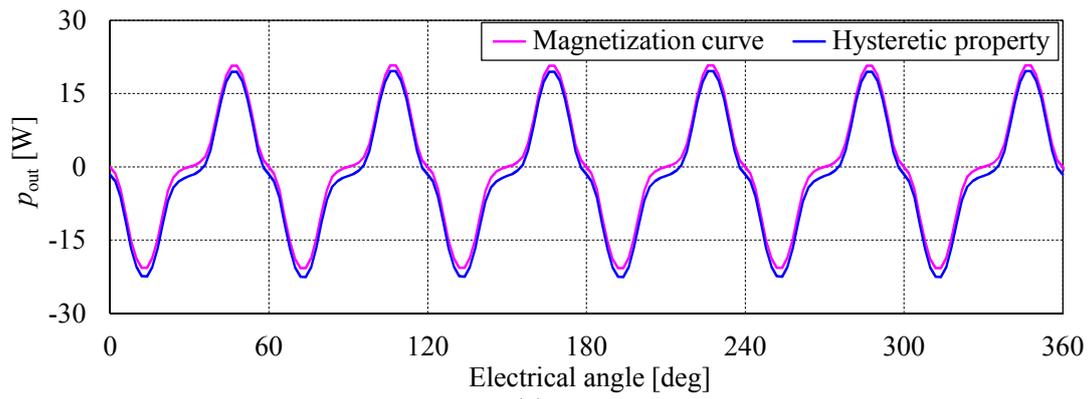
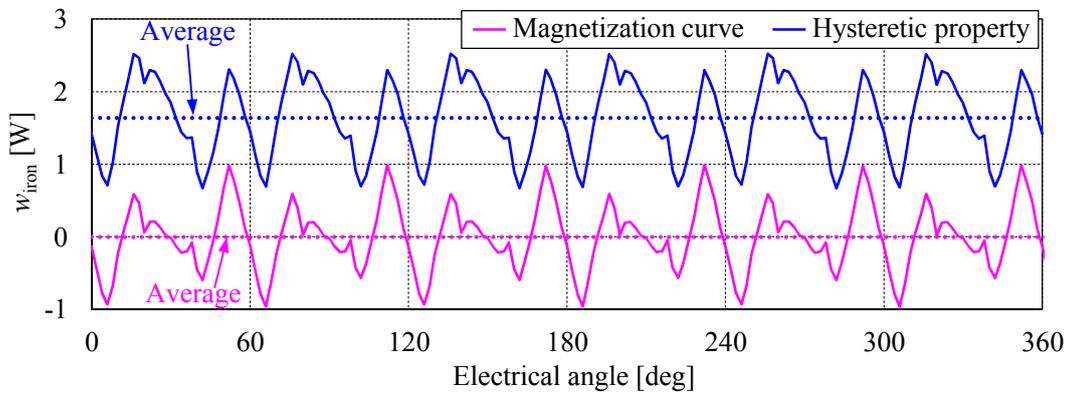


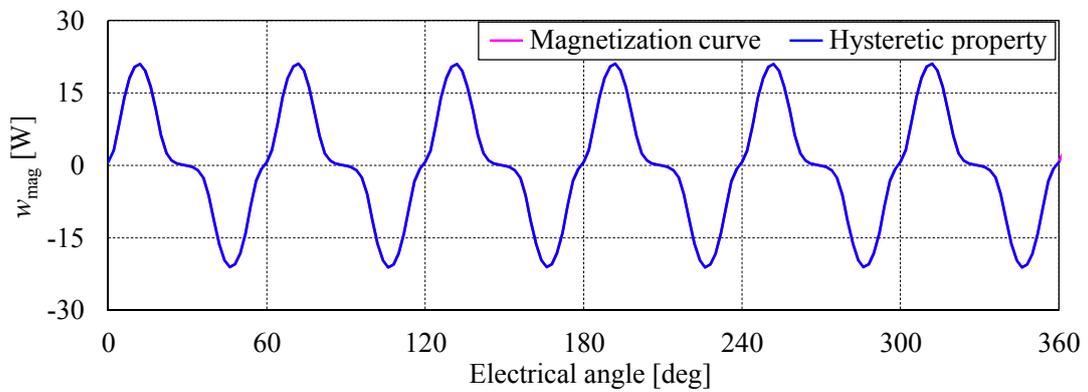
Fig. 5.22. Power balance in no-load.



(a)  $p_{out}$



(b)  $w_{iron}$



(c)  $w_{mag}$

Fig. 5.23. Comparison between the power balance obtained from magnetization curve and those obtained from the hysteretic property in no-load.

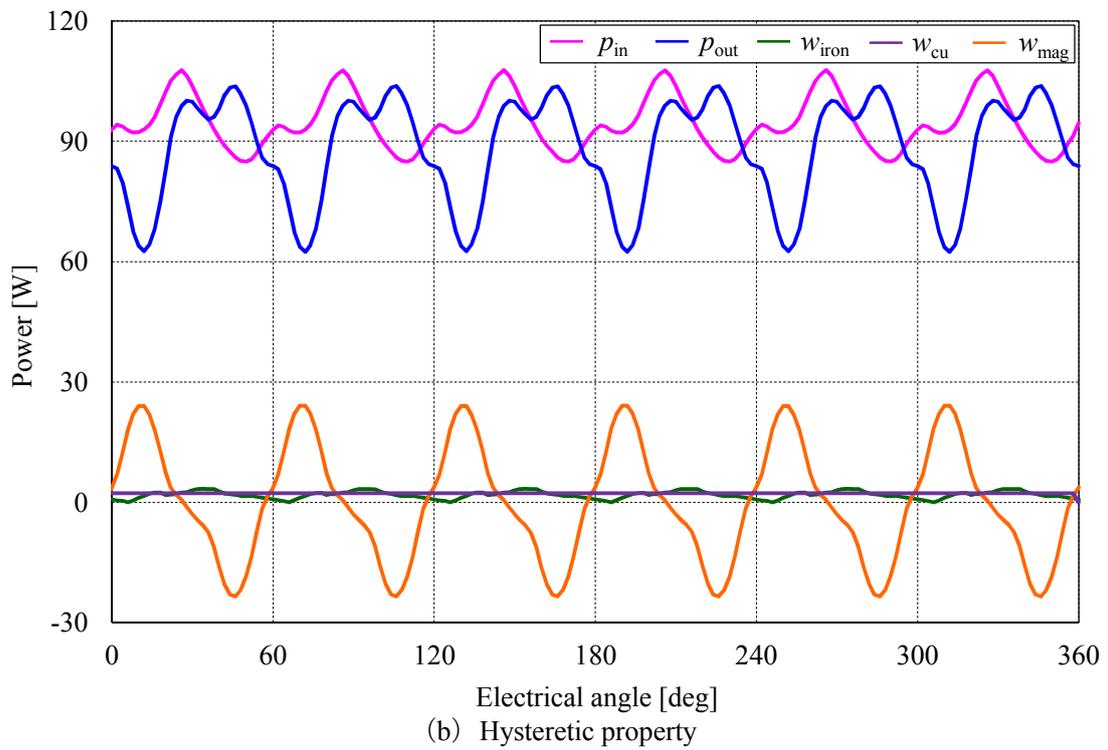
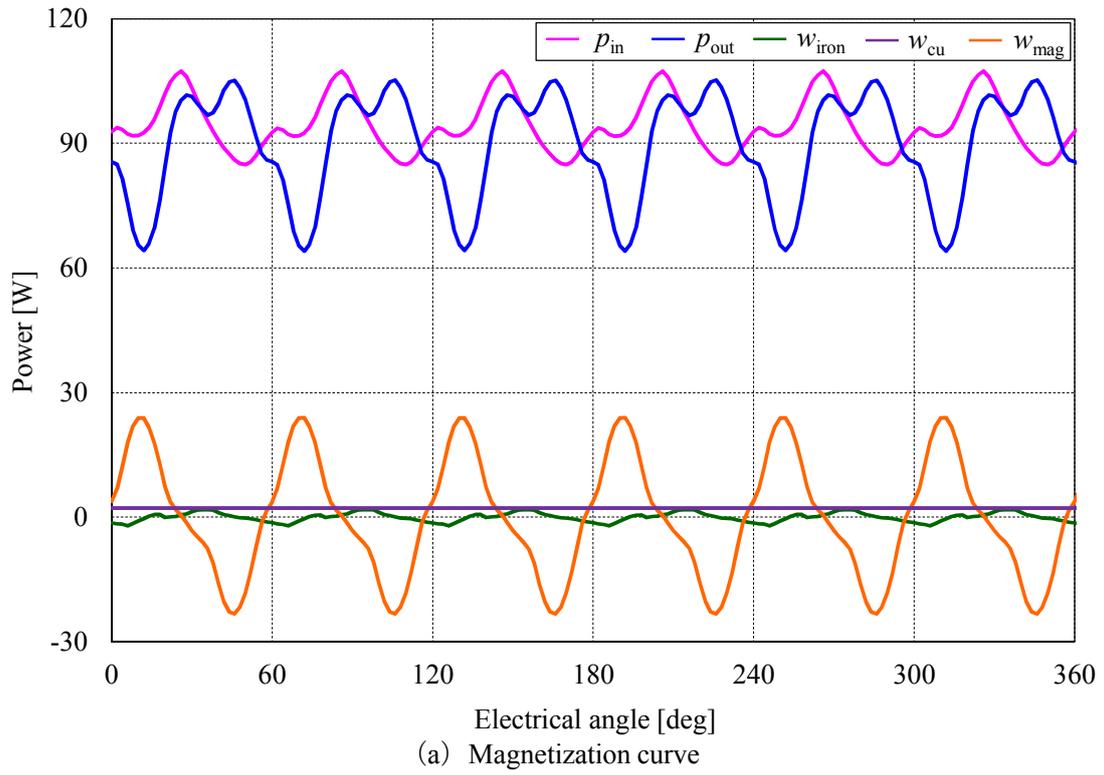


Fig. 5.24. Power balance with sinusoidal input current (2A, 20deg).

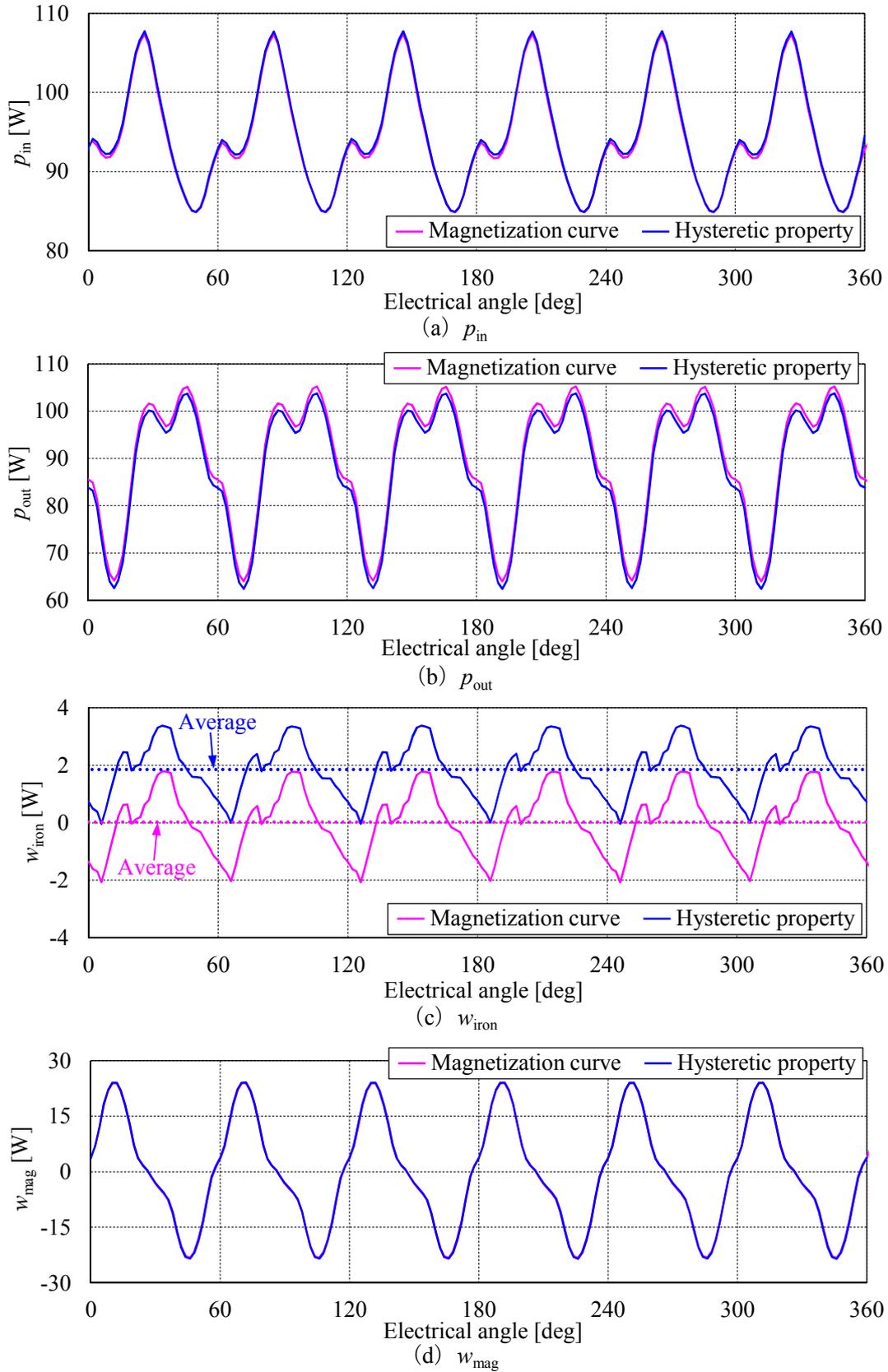


Fig. 5.25. Comparison between the power balance obtained from magnetization curve and those obtained from hysteresis property with sinusoidal input current (2A, 20deg).

## 5.5 まとめ

本章では、ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法を提案した。また、提案した均質化法を有限要素磁界解析へ適用し、積層鉄心ベンチマークモデルと巻コアモデルの解析を行った。積層鉄心による結果と均質化法を適用した塊状鉄心による結果を比較すると、良好な一致を示した。さらに、均質化法を適用することで鉄心の要素数を低減することができ、本論文の解析モデルでは計算時間を約 1/4 まで低減することができた。また、本論文で提案した均質化法は、マイクロモデルの磁界の強さをマイクロモデルの磁束密度から直接算出しているため、ヒステリシス特性だけでなく磁気異方性も考慮することが可能である。次に、ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響を検討した。磁路中にギャップの無いモデルに関しては、ヒステリシス特性の考慮の有無によって電流波形に差異が生じるため、鉄損だけでなく銅損にも差異が生じることを定量的に示した。また、実機モデルとして埋込磁石同期モータ (D1 モデル) を用いて、ヒステリシス特性の考慮の有無がモータ特性に与える影響を検討した。初磁化曲線を用いた解析と比較すると、ヒステリシス特性を考慮することでコアバック部のヒステリシス損に差異が生じ、無負荷時に関してはステータのヒステリシス損に 19 %程度の差異が生じた。さらに、ヒステリシス特性の考慮の有無が各種電力および損失に与える影響を検討した。ヒステリシス特性の考慮の有無によって、鉄心部の磁気エネルギーの高調波成分に与える影響は小さいが、鉄心部の損失は出力電力の低下だけでなく入力電力の増加にも寄与していることがわかった。

以上の検討より、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析における積層鉄心の均質化法を提案し、積層鉄心を有する電気機器においてもヒステリシス特性を考慮した磁界解析が実現した。そして、ヒステリシス特性を考慮することで、初磁化曲線を用いた従来の解析と比較して電流波形やヒステリシス損分布に差異が生じることを明らかにし、高精度な解析が可能となった。

## 参考文献

- [1] J. Gyselinck and P. Dular, "A Time-domain Homogenization Technique for Laminated Iron Cores in 3D Finite-element Models," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 856-859 (2004).
- [2] Y. Takahashi, S. Wakao, K. Fujiwara, H. Kaimori, and A. Kameari, "Proposal for Benchmark Model of Laminated Iron Core and Large-scale and Highly Accurate Magnetic Analysis," *IEE Japan Trans.*, vol. 127-B, no. 8, pp.894-901 (2007) (in Japanese).  
高橋康人, 若尾真治, 藤原耕二, 貝森弘行, 亀有昭久:「積層鉄芯ベンチマークモデルの提案とその高精度磁界解析」, 電気学会論文誌, vol. 127-B, no. 8, pp.894-90 (2007).
- [3] H. Kaimori, A. Kameari, and K. Fujiwara, "FEM Computation of Magnetic Field and Iron Loss in Laminated Iron Core Using Homogenization Method," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 43, no.4, pp. 1405-1408 (2007).
- [4] K. Muramatsu, T. Okitsu, H. Fujitsu, and F. Shimano, "Method of Nonlinear Magnetic Field Analysis Taking Into Account Eddy Current in Laminated Core," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 40, no. 2, pp. 896-899 (2004).
- [5] I. Niyonzima, R. V. Sabariego, P. Dular, F. Henrotte, and C. Geuzaine, "Computational Homogenization for Laminated Ferromagnetic Cores in Magnetodynamics," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 49, no. 5, pp. 2049-2052 (2013).
- [6] X. Ren, R. Corcolle, and L. Daniel, "A Homogenization Technique to Calculate Eddy Current Losses in Soft Magnetic Composites Using a Complex Magnetic Permeability," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 52, no. 12, #6301609 (2016).
- [7] Investigating R&D Committee on Practical Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines, "Practical Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines," *IEE Japan Technical Report*, no. 1296 (2013) (in Japanese).  
回転機の三次元電磁界解析実用化技術調査専門委員会:「回転機の三次元電磁界解析実用化技術」, 電気学会技術報告, no.1296 (2013).
- [8] J. Kitao, Y. Takeda, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, "Loss Calculation Method Considering Hysteretic Property with Play Model in Finite Element Magnetic Field Analysis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, #7009304 (2014).
- [9] Investigating R&D Committee on Advanced Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines, "Advanced Analysis Techniques of 3-D Electromagnetic Field for Rotating Machines," *IEE Japan Technical Report*, no. 942 (2004) (in Japanese).  
回転機の三次元電磁界解析高度化調査専門委員会:「回転機の電磁界解析高度化技術」, 電気学会技術報告, 第942号 (2004).
- [10] T. Tokumasu, M. Fujita, and T. Ueda, "Problems remained in 2 dimensional electromagnetic analyses (3)," *The papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-08-62, RM-08-69, pp. 89-94 (2008) (in Japanese).  
徳増正, 藤田真史, 上田隆司:「2次元電磁界解析の有効利用に残された課題(その3)」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-08-62, RM-08-69, pp. 89-94 (2008).
- [11] Y. Takahashi, T. Tokumasu, M. Fujita, S. Wakao, T. Iwashita, and M. Kanazawa, "Improvement of Convergence Characteristic in Nonlinear Transient Eddy-Current Analyses using the Error Correction of Time Integration based on the Time-Periodic FEM

and the EEC Method,” *IEE Japan Trans.*, vol. 129-B, no. 6, pp. 791-798 (2009) (in Japanese).

高橋康人, 徳増正, 藤田真史, 若尾真治, 岩下武史, 金澤正憲: 「時間周期有限要素法と EEC 法に基づく非線形過渡電磁場解析における時間積分の収束性改善」, *電学論*, vol. 129-B, no. 6, pp. 791-798 (2009).

- [12] Y. Takeda, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Iron Loss Estimation Method for Rotating Machines Taking Account of Hysteretic Property,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, no. 3, #7300504 (2015).

## 第6章 結論

計算機の性能向上とシミュレーション技術の発展により、モータや変圧器等の電気機器の磁気設計に有限要素法を用いた磁界解析が広く活用されている。しかし、近年の環境問題を背景として、電気機器の更なる省エネルギー化が望まれており、高効率な電気機器の設計を行うためには磁界解析における鉄損算出精度の向上が必要不可欠である。

現状の磁界解析では、磁性材料の初磁化曲線のみを考慮し、鉄損は後処理で評価する手法が一般的に用いられているが、鉄損評価の高精度化のためにはヒステリシス特性を直接考慮することが望ましい。ヒステリシス特性のモデル化に関しては盛んに研究が行われているが、ヒステリシス特性が解析精度に与える影響は明らかにされておらず、さらに、計算時間の増加等も問題となっている。また、現在提案されている解析手法の多くは初磁化曲線をベースとして研究されており、これまでに提案されている解析手法がヒステリシス特性を考慮した磁界解析にそのまま適用できるとは限らない。このように、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析は実用化には至っていないのが現状である。

このような背景のもと、本研究ではプレイモデルによるヒステリシス特性を考慮した磁界解析の実用化を目的として、課題となるプレイモデルのモデリング精度・記憶容量の増加、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析の計算時間の増加等を解決する手法を提案した。また、電気機器で一般的に用いられている積層構造を考慮するための均質化法について、ヒステリシス特性が適用できるように拡張し、電気機器の解析でも適用可能であることを示した。さらに、ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響について検討し、ヒステリシス特性を考慮した磁界解析の有効性を明らかにした。以下に、本論文で得られた成果を示す。

### 第2章 プレイモデルの原理

プレイモデルの課題点を明らかにするため、スカラプレイモデルの原理、同定方法、プレイモデルの特徴、ベクトルプレイモデルの順に説明した。

- (1) プレイモデルの動作原理を把握するために重要な、スカラプレイヒステロンと分布関数の関係について説明した。
- (2) プレイモデルの同定方法（形状関数の決定方法）について説明し、形状関数の傾きは隣り合う対称ループの傾きの差分により算出できることを示した。
- (3) プレイモデルの特徴として、以下の4点について説明した。
  - ・プレイモデルは時間変動の影響を考慮することができないため、同定データには直流ヒステリシス特性が必要となる。
  - ・入力が同一の範囲で変化すると、マイナーループのできる位置に関係なく出力の変動幅は同一になる（マイナーループの合同性）。
  - ・入力波形の中で最大値が現れると、それ以降の解析結果に影響を与える。
  - ・入力の変動量が同定データに用いる対称ループの磁束密度の刻み幅の半分以下になると、マイナーループ損が0になる。
- (4) ベクトルヒステリシスモデルとして、スカラプレイヒステロンを幾何学的に拡張したベクトルプレイモデルの原理について説明した。
- (5) 圧粉磁心を用いたリアクトルのように塊状鉄心を有する3次元モデルの解析を行

うために、3次元ベクトルプレイモデルを提案した。

### 第3章 プレイモデルのモデリング性能向上に関する検討

プレイモデルの同定データとして必要な直流ヒステリシス特性の推定手法、プレイモデルにおける準磁気飽和領域の考慮方法および不等間隔分布関数を有するプレイモデルを提案した。また、圧粉磁心を用いたリアクトルのような塊状鉄心を有する3次元モデルの磁界解析を行うための3次元ベクトルプレイモデルを有限要素磁界解析に適用した。

- (1) プレイモデルの同定に必要な直流ヒステリシス特性の推定手法として、2種類の手法を提案した。複数周波数の対称ループの同一磁束密度下における磁界の強さを周波数の関数として近似する直流ヒステリシス特性の推定手法では、比較的測定が容易な商用周波数程度の測定データを用いるため、低コストで直流ヒステリシス特性を推定することができ、かつ、交番ヒステリシス損に関しても精度良く算出できていることを明らかにした。また、同定データの初磁化曲線、交番ヒステリシス損、保磁力、微分透磁率からプレイモデルに適した同定データの生成方法を提案し、測定誤差や推定誤差等の影響により生じる負の回転ヒステリシス損を示すという問題を回避することができることを示した。
- (2) 初磁化曲線の準磁気飽和領域の推定手法を交番ヒステリシス損の推定に適用し、プレイモデルの準磁気飽和領域における磁気特性の考慮方法を提案した。本提案手法を適用することで、準磁気飽和領域のヒステリシス損を算出することができ、特に磁気飽和付近で動作するような電気機器の解析精度向上を実現した。
- (3) 不等間隔分布関数を有するプレイモデルを提案し、計算精度を保ちつつプレイヒステロンの個数を低減することで、計算時間・記憶容量の低減を実現した。
- (4) 3次元モデルのヒステリシス特性を考慮した磁界解析を行うために、3次元ベクトルプレイモデルを提案し、3次元場のヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析が実現した。

### 第4章 ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の高速化

ヒステリシス特性を考慮した磁界解析の実用化の課題の1つである解析時間短縮のために、過渡計算の解析時間を削減することができる簡易 TP-EEC 法について、プレイモデルを用いた有限要素磁界解析に適用する手法を提案し、ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の過渡計算の高速化を実現した。さらに、同定データの影響で有限要素磁界解析の収束特性が悪化する例について説明し、プレイモデルの問題点を明らかにした。

- (1) プレイモデルは、入力波形の中で絶対値が最大となった場合、それ以前の極値は全て消去され、最大値(または最小値)はプレイヒステロンの履歴に残り続けるため、最大値(または最小値)は以降の解析結果に影響を与えることを有限要素磁界解析にて明らかにした。
- (2) 簡易 TP-EEC 法の補正方法をプレイヒステロンの履歴にも適用することで、突入電流の影響を回避することができ、かつ、ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の過渡計算の高速化を実現した。
- (3) 同定データの対称ループの最大値・最小値補正が有限要素磁界解析の収束特性に

与える影響を検討し、補正を行わない場合には有限要素磁界解析のニュートン・ラフソン法が収束しない場合があることを明らかにした。対称ループの最大値・最小値補正は、モデリング性能向上だけでなく有限要素磁界解析における非線形反復計算の収束特性の改善にも寄与していることを明らかにした。

## 第5章 ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の高精度化

ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法を提案し、積層鉄心を用いた電気機器のヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析を実現した。また、ヒステリシス特性の考慮の有無が解析結果に与える影響を明らかにし、ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の有用性を示した。

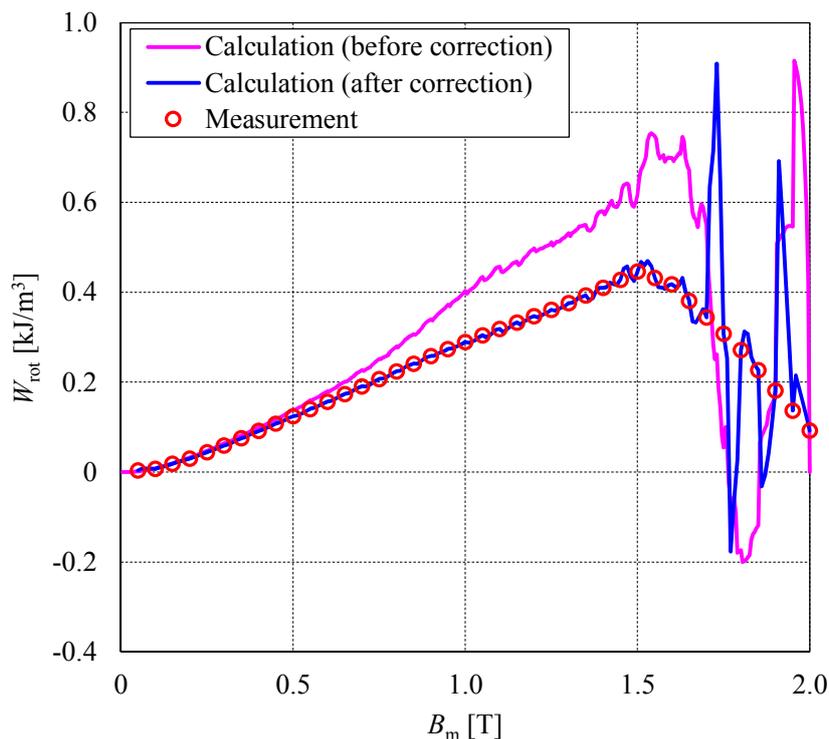
- (1) ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法を提案し、積層鉄心による結果とヒステリシス特性を考慮した均質化法を適用した塊状鉄心による結果は良好な一致を示し、本提案手法の妥当性を検証した。また、提案した均質化法では、マイクロモデルの磁界の強さをマイクロモデルの磁束密度から直接的に算出しているため、ヒステリシス特性だけでなく磁気異方性を考慮することが可能である。
- (2) 磁路中にギャップの無いモデルに関しては、ヒステリシス特性の考慮の有無によって電流波形に差異が生じるため、鉄損だけでなく銅損にも差異が生じることを定量的に示した。また、実機モデルとして埋込磁石同期モータ（電気学会ベンチマークモデル D1 モデル）を用いて、ヒステリシス特性の考慮の有無がモータ特性に与える影響を明らかにした。初磁化曲線を用いた解析と比較すると、ヒステリシス特性を考慮することでステータのコアバック部のヒステリシス損に差異が生じ、無負荷時に関してはステータのヒステリシス損に 19%程度の差異が生じた。
- (3) 3相モータの瞬時電力の計算式を示し、D1 モデルを用いてヒステリシス特性の考慮の有無が各種電力および損失に与える影響を検討した。ヒステリシス特性の考慮の有無によって、鉄心部の磁気エネルギーの高調波成分に与える影響は小さいが、鉄心部の損失は出力電力の低下だけでなく入力電力の増加にも寄与していることがわかった。

本研究の成果により、ヒステリシス特性を考慮した有限要素磁界解析の実用化がさらに一歩前進し、高効率・高性能な電気機器の開発に寄与することを期待している。

## 付録 1

等方性ベクトルプレイモデルの同定には交番磁束励磁下の磁気特性を適用するため、回転ヒステリシス損は測定結果と一致するとは限らない。そこで、(2.33)式を用いて回転ヒステリシス損の同定を行う。

App. Fig. 1 に、無方向性電磁鋼板 50A470 における回転ヒステリシス損の測定結果と等方性ベクトルプレイモデルを用いて算出した計算結果を示す。測定結果に関しては、20 Hz と 50 Hz の測定結果から 2 周波法を用いて算出した回転ヒステリシス損を示している。また、等方性ベクトルプレイモデルの同定データは 3.2.2 項と同様であるが、 $B_s$  は 2.1 T に設定した。回転ヒステリシス損の補正值  $r(\mathbf{B})$  は測定間隔である 0.05 T 刻みで算出し、測定データ間の  $r(\mathbf{B})$  は線形補間により算出した。App. Fig. 1 (a) に示すように、(2.33)式を用いて回転ヒステリシス損を補正すると、測定データを有する点の計算結果と測定結果は一致しているが、それ以外の点では差異が大きくなる場合がある。したがって、回転ヒステリシス損が滑らかに変化するためには、(2.33)式による補正だけでは困難であるため、同定データに修正を加える必要がある。



App. Fig. 1. Effectiveness of the identification method for a rotational hysteresis loss.

## 付録 2

ここでは、5.2節で提案した均質化法に初磁化曲線を適用した場合のヤコビ行列 ( $\partial H_X/\partial B_X$  のみ) の導出を示す. 鉄心の非線形特性として初磁化曲線を用いた場合のヤコビ行列は、(付 1) 式のように表される.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sz}} \\ \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sx}} & \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sy}} & \frac{\partial h_{sz}}{\partial b_{sz}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu_s + 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sx}^2 & 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sx} b_{sy} & 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sx} b_{sz} \\ 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sx} b_{sy} & \nu_s + 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sy}^2 & 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sy} b_{sz} \\ 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sx} b_{sz} & 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sy} b_{sz} & \nu_s + 2\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} b_{sz}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{付 1})$$

ここで、 $b_s$  はマイクロモデルの鉄心部における磁束密度の大きさを示し、 $\nu_s$  は  $b_s$  の関数である. 次に、(5.33) 式を (付 2) 式のように式変形する.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} \\ \frac{\partial H_Y}{\partial B_X} \end{bmatrix} = \alpha_1 k \begin{bmatrix} 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}} & \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \\ \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} & 1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} \\ \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \end{bmatrix} \quad (\text{付 2})$$

$$k = \frac{1}{\left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}}\right) \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}}\right) - \alpha_2^2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}}} \quad (\text{付 3})$$

マクロモデルの等価的な磁気抵抗率  $N_{\parallel}$  は (付 4) 式で与えられ、(付 3) 式に (付 1) 式を代入して (付 5) 式を用いると、(付 6) 式が得られる.

$$\frac{1}{N_{\parallel}} = \frac{\alpha}{\nu_s} + \frac{1 - \alpha}{\nu_0} \quad (\text{付 4})$$

$$B_X N_{\parallel} = \nu_s b_{sx}, \quad B_Y N_{\parallel} = \nu_s b_{sy} \quad (\text{付 5})$$

$$k = \frac{\alpha^2 \left(\frac{N_{\parallel}}{\nu_s}\right)^2}{1 + 2 \left(\frac{N_{\parallel}}{\nu_s}\right)^3 \frac{1 - \alpha}{\nu_0} \frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} (B_X^2 + B_Y^2)} \quad (\text{付 6})$$

さらに、(付 2) 式に (付 1) および (付 6) 式を代入して、 $\partial H_X/\partial B_X$  を計算する.

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_X}{\partial B_X} &= \alpha_1 k \left\{ \left(1 - \alpha_2 \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sy}}\right) \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sx}} + \alpha_2 \frac{\partial h_{sx}}{\partial b_{sy}} \frac{\partial h_{sy}}{\partial b_{sx}} \right\} \\ &= N_{\parallel} + 2\alpha \frac{\frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} \left(\frac{N_{\parallel}}{\nu_s}\right)^4 B_X^2}{1 + 2 \left(\frac{N_{\parallel}}{\nu_s}\right)^3 \frac{1 - \alpha}{\nu_0} \frac{\partial \nu_s}{\partial b_s^2} (B_X^2 + B_Y^2)} \end{aligned} \quad (\text{付 7})$$

(付 7) 式は、第 5 章の文献 [2] に記載されている初磁化曲線を用いた均質化法によるヤコビ行列と一致する.

## 謝辞

本研究の遂行にあたり、同志社大学工学部電気工学科 藤原耕二教授、高橋康人准教授から、終始懇切なご指導とご鞭撻を賜りました。ここに深甚なる感謝の意を表する次第です。また、同志社大学工学部電気工学科 長岡直人教授、北海道大学大学院情報科学研究科 五十嵐一教授ならびに同志社大学 石原好之名誉教授には、本研究をまとめるにあたり格別なご指導、ご助言を賜りました。厚く御礼申し上げます。

同志社大学大学院修士課程在学中から、懇切なご指導いただき、その後も有益なご助言、激励をいただいた、サイエンス ソリューションズ株式会社 阿波根明氏ならびに京都大学 松尾哲司教授に深く感謝いたします。

学位取得にあたり、研究活動や学会発表などに関して、格別の御理解と御配慮いただいた三菱電機株式会社 大穀晃裕氏ならびに中野正嗣氏に心より感謝いたします。

また、絶えず有益な助言、激励、支援いただいた電気機器研究室の同輩諸氏に感謝いたします。

同志社大学在学中から研究に打ち込める環境を与えてくれた両親に感謝いたします。

最後に、結婚当初から研究生生活を暖かく見守り、支援してくれた妻 裕子には心から感謝の意を表します。

# 研究業績

## 1. 学術研究論文（査読付き）

- (1) J. Kitao, K. Hashimoto, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Magnetic Field Analysis of Ring Core Taking Account of Hysteretic Property Using Play Model,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 11, pp. 3375-3378 (2012).
- (2) J. Kitao, Y. Takeda, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Loss Calculation Method Considering Hysteretic Property with Play Model in Finite Element Magnetic Field Analysis,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 50, no. 2, #7009304 (2014).
- (3) J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Improvement of Alternating Magnetic Characteristics Represented by Play Model,” *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 52, no. 3-4, pp. 1425-1432 (2016).
- (4) 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕: 「等方性ベクトルブレイモデルにおける回転ヒステリシス損失の算出精度向上に関する検討」, 電気学会論文誌, vol. 137-B, no. 3, pp. 216-222 (2017).
- (5) 高橋康人, 北尾純土, 藤原耕二, 岩下武史, 中島浩: 「回転機の始動特性解析のための運動方程式を考慮した時間領域並列有限要素法」, 電気学会論文誌, vol. 137-B, no. 3, pp. 230-237 (2017).
- (6) J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Hysteresis Loss Analysis of Laminated Iron Core by Using Homogenization Method Taking Account of Hysteretic Property,” *IEEE Trans. Magn.*, (2017) (to be published).
- (7) Y. Takahashi, J. Kitao, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, T. Iwashita, and H. Nakashima, “Steady-State Analysis of Hysteretic Magnetic Field Problems Using a Parallel Time-Periodic Explicit-Error Correction Method,” *IEEE Trans. Magn.*, (2017) (to be published).

## 2. 国際会議（査読付き）

- (1) J. Kitao, K. Hashimoto, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Magnetic Field Analysis of Ring Core Taking Account of Hysteretic Property Using Play Model,” *The International Magnetics Conference 2012*, CP-11 (2012).
- (2) J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Novel Time-Periodic Explicit Error Correction Method for Hysteretic Magnetic Field Analysis Using Play Model,” *The 15th International IGTE Symposium*, pp. 49 (2012).
- (3) J. Kitao, K. Hashimoto, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Representation of AC Hysteretic Property under PWM Excitation Using Play Model,” *The 15th IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, MP2-13 (2012).
- (4) J. Kitao, Y. Takeda, Y. Takahashi, K. Fujiwara, Y. Ishihara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Loss Calculation Method Considering Hysteretic Property with Play Model in Finite Element Magnetic Field Analysis,” *The 19th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, PD5-13 (2013).
- (5) J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Improvement of Identification Method for Isotropic Vector Play Model,” *The 20th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields*, PC5-157 (2015).
- (6) J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Improvement of Alternating Magnetic Characteristics Represented by Play Model,” *The 17th International Symposium on Applied Electromagnetics and Mechanics*, PS1-25 (2015).
- (7) J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Homogenization Method for Laminated Iron Core Taking Account of Hysteretic Property,” *The 17th IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, no. 127 (2016).
- (8) Y. Takahashi, J. Kitao, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, T. Iwashita, and H. Nakashima, “Steady-State Analysis of Hysteretic Magnetic Field Problems Using Parallel TP-EEC Method,” *The 17th IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation*, no. 485 (2016).
- (9) J. Kitao, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, T. Matsuo, and A. Daikoku, “Input and Output Power Balance in Finite-Element Analysis of Electric Machines Taking Account of Hysteretic Property,” *The 21th International Conference on the Computation of Electromagnetic Fields* (2017) (submitted).

### 3. 国内学会

- (1) 北尾純土, 橋本和茂, 高橋康人, 藤原耕二, 石原好之, 阿波根明, 松尾哲司:「プレイモデルのヒステリシス磁界解析への適用に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-12-16, RM-12-16, pp. 89-94 (2012).
- (2) 北尾純土, 橋本和茂, 高橋康人, 藤原耕二, 石原好之, 阿波根明, 松尾哲司:「プレイモデルによる磁気ヒステリシス特性を考慮したリアクトルの直流重畳特性解析」, 平成 24 年電気学会全国大会講演論文集, no. 4-073 (2012).
- (3) 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司:「プレイモデルを用いたヒステリシス磁界解析における簡易 TP-EEC 法の有効性検証」, 平成 24 年電気学会全国大会講演論文集, no. 5-152 (2012).
- (4) 橋本和茂, 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司:「環状試料を用いたヒステリシスモデリングの有用性検証」, 電気学会マグネティクス研究会資料, MAG-12-051, pp. 15-20 (2012).
- (5) 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司:「プレイモデルのヒステリシス磁界解析への適用に関する検討(その 2)」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-12-99, RM-12-114, pp. 1-6 (2012).
- (6) 北尾純土, 竹田よし美, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司:「プレイモデルのヒステリシス磁界解析への適用に関する検討(その 3)」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-13-09, RM-13-09, pp. 43-48, 2013.
- (7) 竹田よし美, 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司:「直流重畳下におけるヒステリシス特性を考慮した鉄損算出手法の検討」, 平成 25 年電気学会全国大会講演論文集, no. 5-210 (2013).
- (8) 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕:「プレイモデルのモデリング性能向上に向けた基礎的検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-14-076, RM-14-092, pp. 61-66 (2014).
- (9) 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕:「回転磁束条件下における等方性ベクトルプレイモデルのモデリング性能向上に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-15-030, RM-15-022, pp. 99-104 (2015).
- (10) 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕:「ヒステリシス特性を考慮した積層鉄心の均質化法に関する検討」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-15-078, RM-15-116, pp. 11-16 (2015).
- (11) 高橋康人, 北尾純土, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司:「並列化 TP-EEC 法を用いたヒステリシス磁界解析の高速化」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-16-016, RM-16-016, pp. 87-92 (2016).
- (12) 北尾純土, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕:「ヒステリシス特性を考慮した埋込磁石同期モータの有限要素磁界解析」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-16-063, RM-16-109, pp. 37-42 (2016).
- (13) 高橋康人, 北尾純土, 藤原耕二, 岩下武史, 中島浩:「回転機の始動特性解析のための運動方程式を考慮した時間領域並列有限要素法の開発」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-16-103, RM-16-149, pp. 259-264 (2016).

- (14) 北尾純士, 高橋康人, 藤原耕二, 阿波根明, 松尾哲司, 大穀晃裕: 「磁界解析における電気機器の電力収支に関する一考察」, 電気学会静止器・回転機合同研究会資料, SA-17-002, RM-17-002, pp. 1-6 (2017).