

加工ひずみを考慮した  
モータ鉄損の解析手法に関する研究

2017年3月

土井 智史

# 目次

記号表	iv
<b>第 1 章 緒論</b>	P. 1
1.1 本研究の背景	P. 1
1.2 加工ひずみを考慮した鉄損計算手法の課題	P. 3
1.3 本研究の概要	P. 5
<b>第 2 章 高調波磁束を考慮した鉄損計算手法</b>	P. 6
2.1 序言	P. 6
2.2 磁界解析方法	P. 7
2.3 2次元静磁界解析	P. 8
2.3.1 残差方程式の離散化	P. 8
2.3.1.1 四角形要素	P. 8
2.3.1.2 三角形要素	P. 10
2.3.2 非線形磁気特性の考慮方法	P. 11
2.4 1次元動磁界解析	P. 13
2.4.1 残差方程式の離散化	P. 15
2.4.2 非線形磁気特性の考慮方法	P. 15
2.4.3 等方性ベクトルプレイモデル	P. 17
2.4.3.1 プレイヒステロンの動作	P. 17
2.4.3.2 形状関数	P. 27
2.4.4 ヒステリシス特性の考慮方法	P. 28
2.5 結言	P. 29
<b>第 3 章 1次元動磁界解析の安定化手法</b>	P. 30
3.1 序言	P. 30
3.2 1次元動磁界解析の安定化	P. 30
3.2.1 ステップサイズの決定方法	P. 32
3.2.2 初期値の決定方法	P. 36
3.3 1次元動磁界解析の安定化手法の検討	P. 39
3.3.1 基礎的検証	P. 40
3.3.2 基礎検証の考察	P. 44
3.3.3 モータモデルによる検証	P. 49

3.4	結言	P. 53
<b>第 4 章</b>	<b>放射光を利用した電磁鋼板の打抜きひずみの計測</b>	<b>P. 54</b>
4.1	序言	P. 54
4.2	X 線回折の原理	P. 55
4.3	ラボ X 線による打抜きひずみ計測の問題点	P. 57
4.3.1	ラボ X 線を用いたひずみ計測の検証	P. 58
4.4	放射光 X 線を用いたひずみ計測	P. 59
4.4.1	放射光の利用	P. 59
4.4.2	単色放射光 X 線によるひずみ計測	P. 61
4.4.2.1	引張り試験片を用いた基礎検証	P. 61
4.4.2.2	打抜きひずみの検証	P. 64
4.4.2.3	長手方向の打抜きひずみの計測結果	P. 65
4.4.2.4	板厚方向の打抜きひずみの計測結果	P. 67
4.4.3	白色放射光 X 線によるひずみ計測	P. 69
4.4.3.1	打抜きひずみの検証	P. 69
4.4.3.2	長手方向の打抜きひずみの計測結果	P. 71
4.4.3.3	板厚方向の打抜きひずみの計測結果	P. 78
4.5	結言	P. 80
<b>第 5 章</b>	<b>打抜きひずみを考慮した鉄損計算手法の基礎的検討</b>	<b>P. 81</b>
5.1	序言	P. 81
5.2	解析方法	P. 81
5.2.1	鉄損計算方法	P. 81
5.2.2	打抜きひずみの考慮方法	P. 81
5.3	ひずみ-磁気特性データの取得方法	P. 82
5.3.1	解析で必要となる磁気特性データ	P. 82
5.3.2	ひずみ-磁気特性の測定方法	P. 85
5.3.3	準直流ヒステリシス特性の推定	P. 86
5.3.4	ひずみ-磁気特性の測定結果	P. 87
5.4	開発手法による鉄損計算の妥当性検証	P. 91
5.4.1	鉄損検証モデル	P. 91
5.4.2	打抜きひずみの計算結果	P. 93
5.4.3	正弦波励磁下における鉄損の計算結果	P. 94
5.4.4	高調波励磁下における鉄損の計算結果	P. 95
5.5	結言	P. 97

<b>第 6 章 打抜きひずみを考慮した鉄損計算のモータへの適用</b>	P. 98
6.1 序言	P. 98
6.2 応力が磁化方向に与える影響の考慮手法	P. 99
6.2.1 応力磁気方正のモデル化	P. 100
6.2.2 応力磁気異方性の推定	P. 105
6.2.3 基礎検証モデルによる応力磁気異方性の検証	P. 111
6.3 モータにおける応力磁気異方性を考慮した鉄損の計算方法	P. 132
6.4 モータにおける打抜きひずみの検証	P. 133
6.4.1 無負荷時のモータ特性に与える打抜きひずみの影響	P. 135
6.4.2 負荷時のモータ特性に与える打抜きひずみの影響	P. 141
6.5 結言	P. 149
<b>第 7 章 結論</b>	P. 150
7.1 本研究の総括	P. 150
7.2 今後の研究課題	P. 152
<b>参考文献</b>	P. 153
<b>謝辞</b>	

## 記号表

### 第 2 章

$\nabla$	: 空間微分演算子
$H$	: 磁界強度ベクトル [A/m]
$I$	: 励磁電流密度 ベクトル[A/m <sup>2</sup> ]
$D$	: 電束密度ベクトル [C/m <sup>2</sup> ]
$E$	: 電界強度ベクトル [V/m]
$B$	: 磁束密度ベクトル [T]
$\phi$	: 鎖交磁束数[Wb/m]
$\rho$	: 電荷密度 [C/m]
$t$	: 時間 [s]
$\Delta t$	: 時間刻み幅 [s]
$\sigma$	: 導電率 [S/m]
$A$	: 磁気ベクトルポテンシャル [Wb/m]
$\phi$	: 電気スカラポテンシャル [V]
$\nu$	: 磁気抵抗率 [m/H]
$\mu$	: 透磁率[H/m]
$\varepsilon$	: 誘電率[F/m]
$G$	: 残差ベクトル [A]
$S_A$	: 解析領域
$C_A$	: 解析領域の境界
$N$	: 有限要素法の補間関数
$e$	: 要素番号
$i, j$	: 節点番号
$ie$	: ローカル接点番号
$x, y, z$	: デカルト座標
$\xi, \eta, r$	: 正規化座標
$J$	: ヤコビアン
$N_\xi, N_\eta$	: ガウス求積における積分点数
$\omega$	: ガウス積分点の重み
$k$	: 非線形反復回数
$\delta A$	: ベクトルポテンシャルの修正量 [Wb/m]
$\alpha$	: ステップサイズ
$N_n$	: 要素の頂点の数

$B^{2D}$	: 2次元静磁界解析で求めた磁束密度
$\zeta$	: プレイヒステロンの幅の1/2
$B_s$	: 飽和磁束密度 [T]
$P_\zeta$	: プレイヒステロンオペレータ
$f_\zeta$	: 形状関数
$N_P$	: ヒステロンオペレータの数
$n$	: 形状関数の番号

### 第3章

$\delta B$	: 磁束密度の修正量 [T]
$A^{(0)}$	: ニュートン・ラプソン法の初期値 [Wb/m]
$A_0$	: 1ステップ前の解
$A_{00}$	: 2ステップ前の解
$\chi$	: 汎関数エネルギー
$\delta\alpha$	: ステップサイズの修正量
$C$	: 1ステップ前の解を近似する多項式の係数
$m$	: 近似多項式の次数
$P$	: 線形解を表す多項式の係数
$R^2$	: 決定係数
$A_0^*$	: 各節点のベクトルポテンシャルの平均値 [Wb/m]

### 第4章

$\lambda_0$	: 無ひずみ状態の回折 X 線波長
$d_0$	: 無ひずみ状態の格子間距離
$\theta_0$	: 無ひずみ状態の X 線の回折角
$\varepsilon$	: ひずみ [ST]
$d$	: 応力印加状態の格子面間隔
$\theta$	: 応力印加状態の X 線の回折角
$h_p$	: プランク定数
$c$	: 光速 [m/s]
$U_0$	: 無ひずみの回折 X 線のエネルギー [keV]
$U$	: 応力印加状態の X 線のエネルギー [keV]
$I_0, I_1$	: 回折 X 線のバックグラウンド
$I_P$	: 回折 X 線のピーク値
$w$	: 半価幅
$\theta_p$	: ピーク時の回折角

$h,k,l$  : 面指数  
 $a$  : 格子定数  
 $U_P$  : ピーク時の回折 X 線のエネルギー [keV]

## 第 5 章

$l$  : 試料長 [m]  
 $\lambda_M$  : 磁歪定数  
 $\theta_M$  : 磁化方向と磁歪の観測方向との相対角度  
 $\sigma_B$  : 磁気特性に影響を及ぼす応力 [MPa]  
 $\sigma_l$  : 磁化方向の応力 [MPa]  
 $\sigma_{\perp}$  : 磁化直角方向の応力 [MPa]  
 $W$  : 鉄損 [ $\text{W}/\text{m}^3$ ]  
 $S_{\text{hys}}$  : 交流ヒステリシスループの面積 [ $\text{J}/\text{m}^3$ ]  
 $S_p$  :  $N-1$  の頂点を持つ多角形の面積  
 $K_h$  : ヒステリシス損係数 [ $\text{J}/\text{m}^3$ ]  
 $K_e$  : 渦電流損係数 [ $\text{J}/\text{m}^3/\text{s}$ ]  
 $f$  : 周波数 [Hz]  
 $H_h$  : 準直流ヒステリシスによる磁界強度 [A/m]  
 $H_e$  : 渦電流による磁界強度 [A/m]  
 $V$  : 試料の体積 [ $\text{m}^3$ ]  
 $v_2$  : B コイルの誘導起電力 [V]  
 $i_1$  : 励磁巻線の電流 [A]  
 $N_1$  : 励磁巻線数  
 $N_2$  : B コイル巻線数

## 第 6 章

$\sigma$  : 応力テンソル [MPa]  
 $T$  :  $z$  軸周りの回転行列  
 $\phi_M$  : 磁化の角度 [ $^{\circ}$ ]  
 $F$  : 磁気エネルギー [J]  
 $\theta_B$  : 磁束密度の角度 [ $^{\circ}$ ]  
 $\theta_H$  : 磁界強度の角度 [ $^{\circ}$ ]  
 $H_f$  : 磁束密度ベクトルと平行な磁界強度成分 [A/m]  
 $H_{\theta}$  : 磁束密度ベクトルと垂直な磁界強度成分 [A/m]  
 $N_f$  : 角度方向の磁気測定点数  
 $\theta_{Bm}$  : 磁化受ける応力が最大となる角度 [ $^{\circ}$ ]

- $B_l$  : 磁束密度ベクトル軌跡の長軸成分 [T]  
 $B_s$  : 磁束密度ベクトル軌跡の短軸成分 [T]  
 $\sigma_{Bl}$  : 長軸方向の磁化が受ける応力 [MPa]  
 $\sigma_{Bs}$  : 短軸方向の磁化が受ける応力 [MPa]  
 $\sigma_1, \sigma_2$  : 主応力成分 [MPa]  
 $\sigma_{hys}$  : ヒステリシスが受ける応力 [MPa]

# 第 1 章 緒論

## 1.1 本研究の背景

近年，Fig. 1.1.に示す通り，自動車の排ガス規制の厳格化や低燃費への需要の高まっていることを背景に，Fig. 1.2 に示すように自動車の電動化が急速に進められている．その中でも従来の内燃機関と電動モータによるハイブリッド駆動自動車（以下，HV）は自動車メーカ各社から製品化されており，拓販競争が激化している．このため HV 用メインモータにおいては低コスト化要求が厳しくなっており，材料費低減のためにモータの更なる小型・高回転化が検討されている．しかし高回転化に伴ってモータ損失が増大することから，小型化と低損失化の両立が必須となっている．

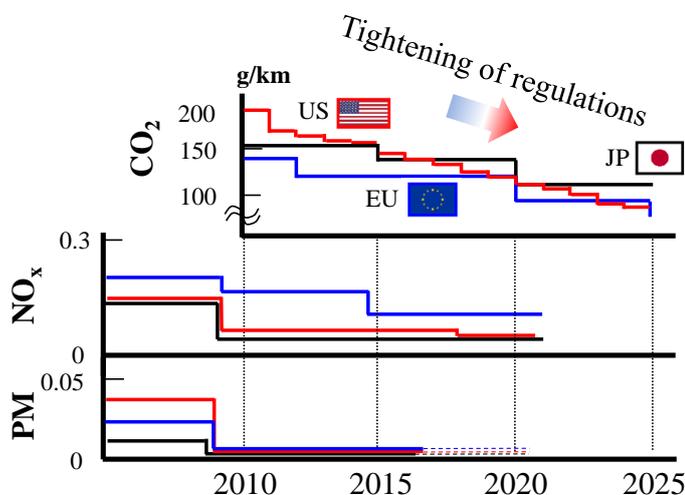


Fig. 1.1 Regulation of exhaust gas.

図 1.1 排出ガス規制の動向

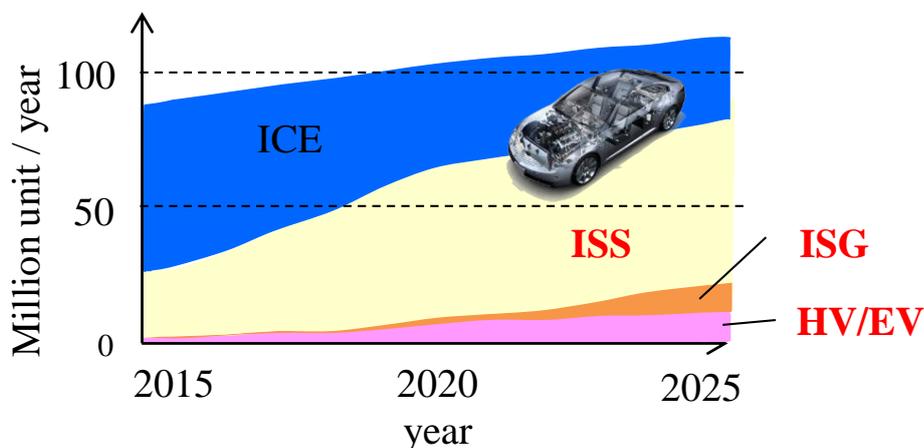


Fig. 1.2 Trend of powertrain for automotive.

図 1.2 自動車のパワートレイン MIX の将来予測

モータの損失には, Fig. 1.3 に示すように, 巻線で発生するジュール損失である銅損, モータコアで発生する磁氣的損失である鉄損, 軸受けの摺動抵抗や風損である機械損に大別される。高回転化においては, このうち特に鉄損の増大が懸念されることから, モータのコア材料には, 低鉄損材である電磁鋼板が適用される。

一方, モータコアの製造工程には, 量産性を目的とし, 打抜き, かしめ, 焼嵌めなどの生産性の高い加工方法を取られることが一般的であるが, 残留ひずみ (以下, 加工ひずみ) を材料中に伴うため, 鉄損を増大させる要因となっている。加工ひずみの影響は, 特に低鉄損な材料において感度が高いことや, Fig. 1.4 に示すように小型化によりコア全体に占めるその影響範囲が増大することから, 小型高効率化を突き詰めた設計においては, 加工ひずみによる損失増加が大きな問題となる。このため, 設計段階における加工ひずみを考慮した鉄損評価が, モータの最適化において重要と考える。

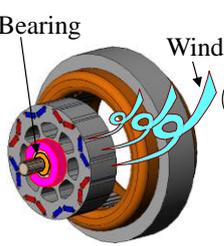
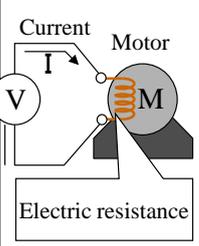
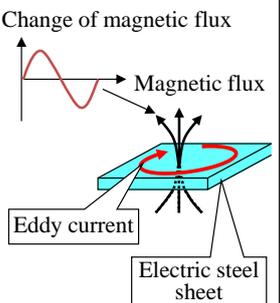
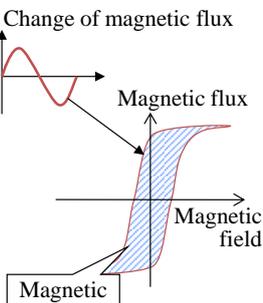
	Mechanical loss		Electric loss	Magnetic loss	
	Bearing loss	Windage loss	Copper loss	Eddy current loss	Hysteresis loss
Breakdown of motor losses					

Fig. 1.3 Losses of electric motor.

図 1.3 モータ損失

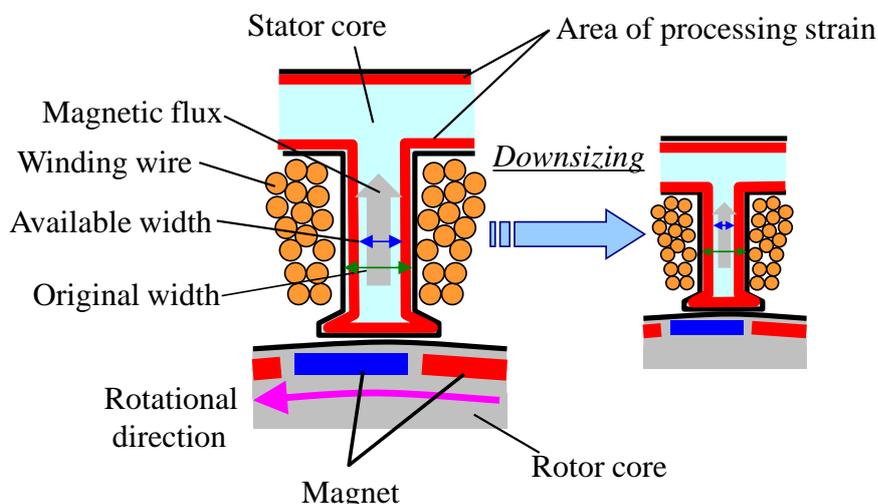


Fig. 1.4 Influence of downsizing (In case of blanking press).

図 1.4 小型化による影響 (打抜き加工の場合)

従来、モータの鉄損評価手法は、モータ実機を用いた試作評価による方法と、計算機を用いたモータの磁界解析による方法に大別される。実機評価において、一般的に鉄損は直接計測することが困難であるため、電氣的な入力エネルギーから出力エネルギー（ $\propto$ トルク $\times$ 回転数）および銅損、機械損などを差し引いた残渣分として算出されてきた。しかしながら、トルクを高精度に計測するにはノウハウや細かな調整が必要であり、このため誤差を生じ易い。また、機械損は個体間バラつきが大きく、更に実機試験では、モータ内部の温度分布が時々刻々と変化するため、経験に基づいたコイル抵抗の補正を行っているのが実状である。このような誤差の積み上げが、鉄損の算出値に直結することから、実機評価による詳細かつ正確な鉄損の分析は極めて困難であると言える。また実機評価では、上記の評価課題が解決されたとしても、根本的に鉄損の内部分布がを知ることはできないため、鉄損低減の具体的な対策に結びつき難い。

そのため、従来からモータの鉄損評価およびこれを低減する磁気回路設計には、磁界解析が重要な役割を担ってきたが、材料の複雑な磁化挙動や加工時のストレス、動作時の複雑に時間変化する磁束密度など、様々な影響を受けることから、鉄損の予測精度低下が問題となっている。従って、モータ性能の最適化においては、加工ひずみを考慮した高精度な鉄損計算手法を確立することが重要となる。

## 1.2 加工ひずみを考慮した鉄損計算手法の課題

従来、加工ひずみを考慮した鉄損計算手法は多くの研究がなされてきたが、以下に挙げる問題点から、今日においても高精度な計算手法は確立されていない状況である。

問題点 1：実際のモータ動作時には、Fig. 1.5 に示すように鉄心内部に励磁電流やスロット形状などによる高調波磁束が流れるため、いわゆる高調波鉄損が発生する。このため計算においてもこの影響を考慮可能なモデル化が必要となる。

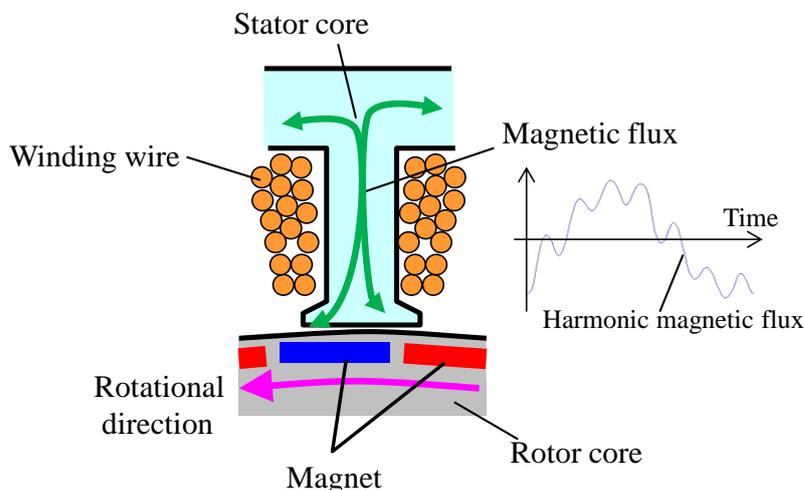


Fig. 1.5 Magnetic flux in electric motor.

図 1.5 モータ内部の磁束の流れ

しかし従来、これを考慮するためには、大規模 3 次元磁界解析によるモータ鉄心中の磁化過程の過渡的な計算が必要であるため、計算機資源が必ずしも十分とは言えないモータの設計現場においては、実用に耐えない。そこで簡便で計算規模が小さいスタインメッツの実験式を用いた推定手法が使用されてきた。しかし、スタインメッツの実験式は、正弦波磁束が流れた時の材料の鉄損測定データを使用するため、あらゆるパターンの高調波磁束による鉄損に対しては、根本的に実際の現象を捉えることが困難である。従来の加工ひずみを考慮した鉄損の計算においても、この実験式をベースとしていることから、鉄損予測誤差が増大することは自明である。

問題点 2: 鉄心材料である電磁鋼板をモータ鉄心へ加工する際、加工方法によって材料に加わるひずみの大きさや分布は様々であるが、スロット形状を作るために必ず行われる打抜き加工では、破断部近傍に大きく局所的なひずみが分布すると考えられる。

一方、加工ひずみを考慮した従来の鉄損計算では、加工解析によってひずみ分布を得る方法が用いられてきた。しかし、材料の延性破壊を利用した打抜き加工の解析は、従来から破壊の判定が困難であり、結果として得られる加工ひずみ値の再現性に疑義が生じていた。加えて、加工解析によって得られる複雑な打抜きひずみ分布、特に内部ひずみ分布の妥当性が実証されておらず、計算精度自体にも疑義が生じていた。

問題点 3: 加工によって材料に生ずるひずみは、塑性変形によるひずみとそれに伴う弾性的なひずみに大別される。材料の観点で見れば、弾性ひずみは結晶格子のひずみであるのに対し、塑性ひずみは結晶格子のズレによる転位の蓄積であり、それらのひずみが磁気特性に影響を及ぼす影響メカニズムが異なると考えられる。しかし従来の鉄損計算手法では、上記のメカニズムを捉えたモデル化がなされていないため、精度低下や膨大なデータ測定を伴う非現実的な手法となる要因となっていた。

そこで本研究の目的は、これらの問題点に対する解決方法を提案し、実用的な計算規模で加工ひずみを考慮可能なモータ鉄損の高精度計算手法の確立に資することである。

### 1.3 本研究の概要

本研究は、加工ひずみを考慮したモータ鉄損の高精度計算手法について論究したものである。

第 1 章では、本研究の背景およびモータ鉄損計算における問題点、本研究の目的、本研究の概要について述べる。

第 2 章では、モータ鉄損を高精度に計算する上で、ベースとして必要となる高調波磁束による鉄損の計算モデリング手法について述べる。

第 3 章では、鉄損計算手法である非線形 1 次元磁界解析の収束安定性と高速性の改善手法について述べ、基礎検証モデルを用いて、計算の精度および、計算安定性と高速性の改善の効果を検証する。

第 4 章では、モータコア加工時における打抜き加工によって電磁鋼板内部に生じるひずみ分布を、放射光 X 線を用いた回折現象によって、詳細に実測することを検討する。

第 5 章では、2 章の高調波鉄損計算モデルをベースとした打抜きひずみによる鉄損のモデル化手法について、基礎的な検討を行い、基礎検証として磁気測定用リングテストピースモデルに適用し、計算精度を検証する。

第 6 章では、5 章で述べた打抜きひずみによる鉄損のモデル化手法をモータへ適用する際に必要となるひずみによる磁気異方性のモデル化を検討し、モータの諸特性与える影響を考察する。

第 7 章では、本研究を総括し、今後の課題および展望について述べる。

## 第 2 章 高調波磁束を考慮した鉄損計算手法

### 2.1 序言

磁界解析によるモータの鉄損計算は、Fig. 2.1 に示す直接計算法と後処理法に大別される。

直接計算法は、磁界分布解析の際に、鉄心の磁気ヒステリシス（以下、ヒステリシス）および渦電流を考慮することで、鉄損を直接求める方法である。鉄損による反磁界を考慮可能である点や、高調波による磁気損失を厳密に計算可能となるため、計算精度が高いと考えられる。一方でモータに適用した際には、

- (1) 複雑なヒステリシス現象を計算する際、収束解を得るための非線形反復の回数が増加する。
- (2) 電磁鋼板積層体の 1 枚 1 枚に流れる渦電流を計算するため、有限要素メッシュが数百万要素となり膨大になる。
- (3) 過渡現象となるため、定常解に落ち着くまでに数周期分の計算ステップ数が必要となる。

以上から、計算時間や計算容量が長大となり、計算機資源が十分でない場合、実用的な計算時間で結果を得られない。

一方、後処理計算法は、鉄心の初磁化特性を用いた静磁界解析により、1 周期分の

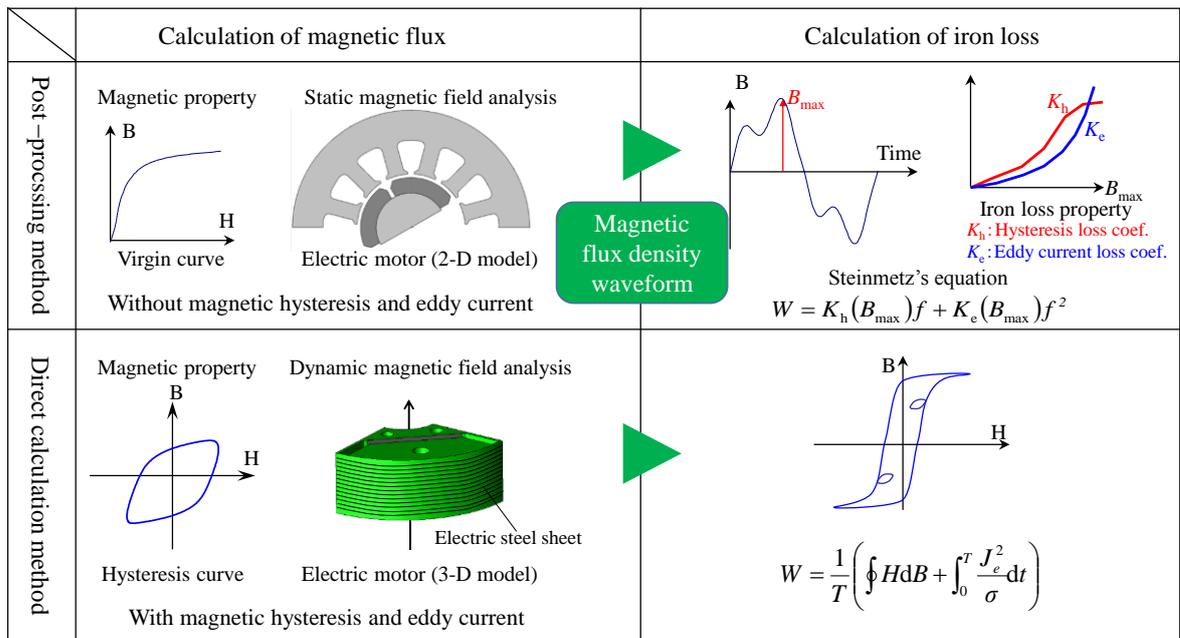


Fig. 2.1 Calculation method of iron loss.

図 2.1 鉄損の計算方法

磁界分布を求め、スタインメッツの実験式から鉄損予測をする。このため、計算負荷が低く簡便なため、モータ設計現場において主流となってきた。しかしスタインメッツの実験式における材料の鉄損を表現する係数は、正弦波磁束を前提とするため、実際のモータでの励磁電流やスロットによる高調波磁束の鉄損を計算する際には精度低下が避けられない。そこで後処理法において高調波磁束を考慮する方法として、1次元動磁界解析<sup>(1)</sup>にヒステリシスを考慮した鉄損計算法<sup>(2)</sup>が提案されている。本手法では、原理的に高調波磁束による渦電流およびヒステリシス損の計算が可能となるため高精度化が可能である。

以上のことから本論文においては、後処理型1次元動磁界ヒステリシス解析による鉄損計算を、加工ひずみを考慮した鉄損解析のベース手法として適用を検討する。以下に、その具体的な計算手法を示す。

## 2.2 磁界解析方法

電磁界分布は、以下のマクスウェル方程式を解くことで得られる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0 \quad (2.4)$$

ここで、 $\nabla$ は空間微分演算子、 $\mathbf{H}$ は磁界強度ベクトル[A/m]、 $\mathbf{I}$ は電流密度ベクトル[A/m<sup>2</sup>]、 $\mathbf{D}$ は電束密度ベクトル[C/m<sup>2</sup>]、 $t$ は時間、 $\mathbf{E}$ は電界強度ベクトル[V/m]、 $\mathbf{B}$ は磁束密度ベクトル[T]、 $\rho$ は電荷密度[C/m<sup>3</sup>]、 $t$ は時間[sec]である。さらに、以下の構成方程式を考える。

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{I} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.7)$$

ここで、 $\mu$ は材料の透磁率[H/m]、 $\varepsilon$ は材料の誘電率[F/m]、 $\sigma$ は材料の導電率[S/m]である。但し、本研究で対象とするモータ製品の動作周波数は、一般にたかだか数kHz程度であり、電磁波現象で考えれば非常に低周波数である。このため電界の影響は小さいと考えられることから、その影響は考慮せず、磁界のみを取り扱うこととする。

上記のマクスウェル方程式とそれに付随する構成方程式から、磁界の基礎方程式は以下のように示される。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{I} - \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \cdot \phi \right) \quad (2.8)$$

$$\nabla \left\{ -\sigma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \cdot \phi \right) \right\} = 0 \quad (2.9)$$

ここで  $\mathbf{A}$  は磁気ベクトルポテンシャル、 $\phi$  は電気スカラーポテンシャルである。

### 2.3 2次元静磁界解析

モータでは多くの場合、軸方向の構造は端部を除けば均質であることから、軸方向に直交する断面での2次元磁界解析が用いられることが多い。また渦電流は後述の1次元動磁界解析において考慮するため、2次元磁界解析では渦電流項を無視する。

(2.8) 式より、電流の方向を  $z$  軸方向とすると次式を得る。

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = I_z \quad (2.10)$$

ここで  $x, y, z$  はデカルト座標系を表し、 $I_z$  は電流密度の  $z$  方向成分である。

次に、(2.10) 式を、重み付き残差法（ガラーキン法）を用いた有限要素法による離散化を行うと次式の残差方程式を得る。

$$G_i = \iint_{S_A} N_i \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - I_z \right) dx dy = 0 \quad (2.11)$$

ここで、 $G$  は残差、 $S_A$  は解析領域、 $N$  は有限要素法における各要素の補間関数、 $i$  は有限要素メッシュの節点番号である。(2.11) 式の第1項および2項に部分積分の公式およびグリーンの定理を適用し整理すると次式を得る。

$$G_i = \iint_{S_A} \left( H_x \frac{\partial N_i}{\partial y} - H_y \frac{\partial N_i}{\partial x} - N_i I_z \right) dx dy + \oint_{C_A} (N_i H_x dx + N_i H_y dy) = 0 \quad (2.12)$$

ここで、 $C_A$  は解析領域外周の境界線を表している。固定境界条件では、その積分値は既知であるから、残差方程式に含める必要がない。また自然境界条件では、磁界強度は境界と直交するものとする、境界積分が零となる。従って、境界条件の与え方に寄らず、残差方程式の第1項のみを計算すれば良い。

#### 2.3.1 残差方程式の離散化

残差方程式を離散化するため、ここでは2次元磁界解析で一般的に用いられる三角形および四角形の1次要素の補間関数について述べる。

##### 2.3.1.1 四角形要素

四角形要素では、残差方程式の積分を解析的に解くことは煩雑であり、数値積分によって求める方法を適用する。

Fig. 2.2 に示す四角形 4 節点アイソパラメトリック要素における補間関数は次式の関係となる。

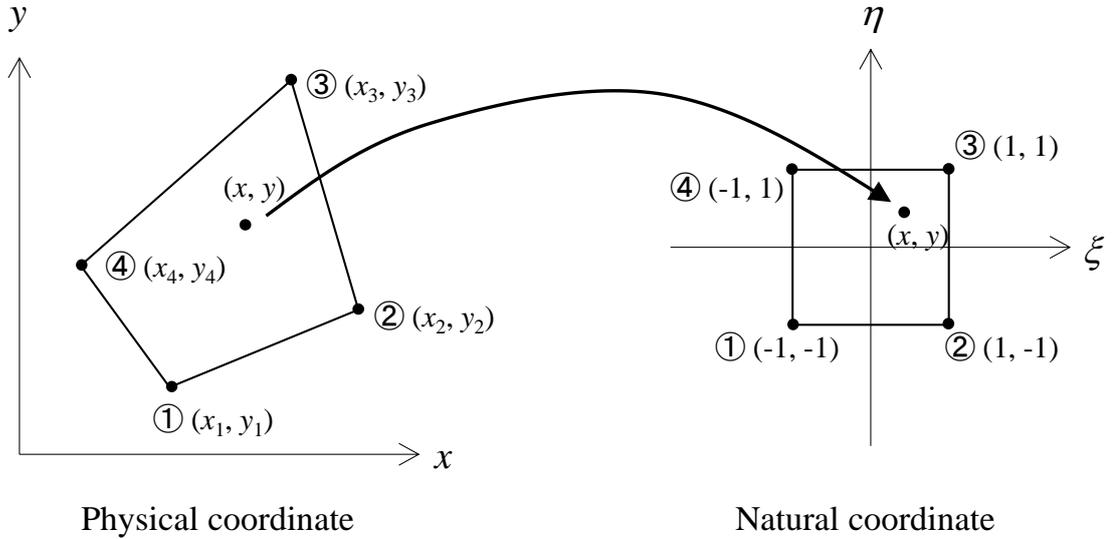


Fig. 2.2 Isoparametric element with 4 nodes.  
 図 2.2 4 節点の場合のアイソパラメトリック要素

$$\begin{cases} x = \sum_{ie=1}^4 N_{ie} x_{ie} \\ y = \sum_{ie=1}^4 N_{ie} y_{ie} \\ A_z = \sum_{ie=1}^4 N_{ie} A_{z,ie} \end{cases} \quad (2.13)$$

$$N_{ie} = \frac{1}{4} (1 + \operatorname{sgn} \xi_{ie} \cdot \xi) (1 + \operatorname{sgn} \eta_{ie} \cdot \eta) \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} \partial \xi / \partial x & \partial \xi / \partial y \\ \partial \eta / \partial x & \partial \eta / \partial y \end{bmatrix} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \partial y / \partial \eta & -\partial x / \partial \eta \\ -\partial y / \partial \xi & \partial x / \partial \xi \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}$$

ここで、 $e$  は要素番号  $ie$  のローカル節点番号、 $\xi$  および  $\eta$  は正規化座標、 $\xi_{ie}$  および  $\eta_{ie}$  は、Fig. 2.2 に示す自然座標系の各節点の座標に相当し、 $J$  はヤコビアンである。また、(2.15) 式右辺の各要素は、(2.13) 式および (2.14) 式を用いて、次式で表される。

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{1}{4} \sum_{ie=1}^4 x_{ie} \operatorname{sgn} \xi_{ie} (1 + \operatorname{sgn} \eta_{ie} \cdot \eta) \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} = \frac{1}{4} \sum_{ie=1}^4 x_{ie} \operatorname{sgn} \eta_{ie} (1 + \operatorname{sgn} \xi_{ie} \cdot \xi) \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{1}{4} \sum_{ie=1}^4 y_{ie} \operatorname{sgn} \xi_{ie} (1 + \operatorname{sgn} \eta_{ie} \cdot \eta) \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} = \frac{1}{4} \sum_{ie=1}^4 y_{ie} \operatorname{sgn} \eta_{ie} (1 + \operatorname{sgn} \xi_{ie} \cdot \xi) \end{cases} \quad (2.16)$$

これらの関係を，(2.12) 式に適用し，ガウス求積法による数値積分を用いて離散化を行うと次式を得る。

$$\begin{aligned} G_i = \sum_e \sum_{k=1}^{N_\xi} \sum_{l=1}^{N_\eta} \left\{ H_x \left( \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) \right. \\ \left. - H_y \left( \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - N_i I_z J(\xi, \eta) \right\} \omega(\xi) \omega(\eta) = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

ここで  $N_\xi$ ， $N_\eta$  はガウス求積における積分点数， $\omega$  は各積分点の重みである。本研究では，自然座標系の各方向の積分点を  $\pm 1/3$  の位置の 2 点ずつ，計 4 点とした。

### 2.3.1.2 三角形要素

三角形要素では，面積座標を用いることで厳密な積分が可能であるが，四角形要素と積分方法を共通化することでプログラムの煩雑化を避けるため，Fig. 2.3 に示すアイソパラメトリック要素およびガウス求積法による数値積分を適用する。三角形の場合の補間関数は次式となる。

$$\begin{cases} x = \sum_{ie=1}^3 N_{ie} x_{ie} \\ y = \sum_{ie=1}^3 N_{ie} y_{ie} \\ A_z = \sum_{ie=1}^3 N_{ie} A_{z,ie} \end{cases} \quad (2.18)$$

$$\begin{cases} N_1 = \xi \\ N_2 = \eta \\ N_3 = 1 - \xi - \eta \end{cases} \quad (2.19)$$

(2.12) 式に (2.15) 式，(2.18) 式，(2.19) 式を適用し，ガウス積分を用いて離散化を行うと次式を得る。また，(2.15) 式右辺の各要素は，(2.18) 式および (2.19) 式を用いて，次式で表される。

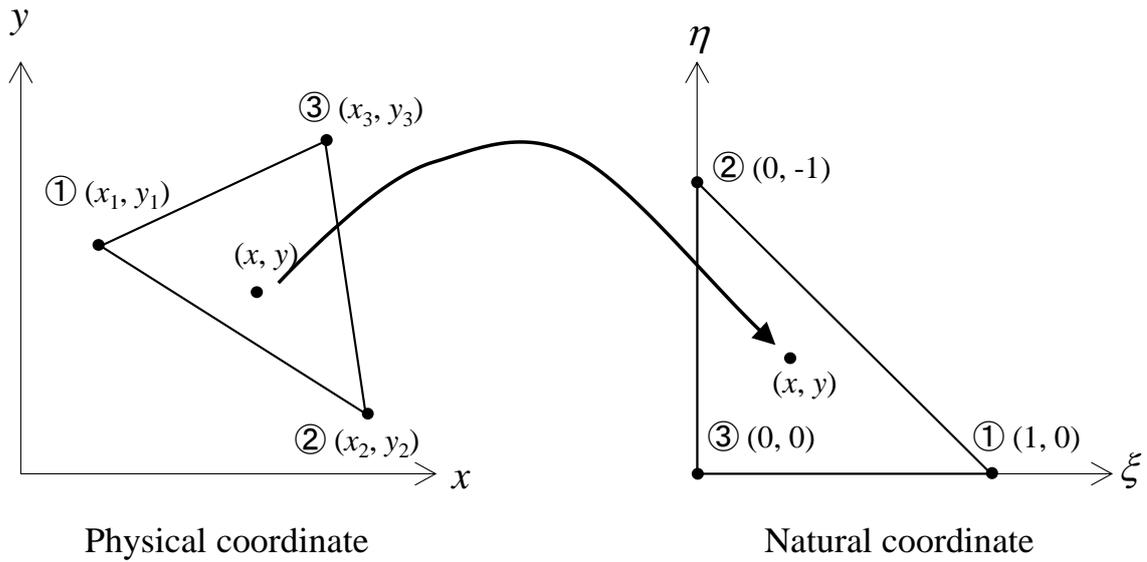


Fig. 2.3 Isoparametric element with 3 nodes.  
 図 2.3 3 節点の場合のアイソパラメトリック要素

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial \xi} = x_1 - x_3 \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} = x_2 - x_3 \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} = y_1 - y_2 \\ \frac{\partial y}{\partial \eta} = y_2 - y_3 \end{cases} \quad (2.20)$$

$$G_i = \sum_e \sum_{k=1}^{N_\xi} \left\{ H_x \left( \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) - H_y \left( \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) - N_i I_z J(\xi) \right\} \omega(\xi) / 2 = 0 \quad (2.21)$$

なお本研究では、積分点を四角形要素と同様に 2 点とした。

### 2.3.2 非線形磁気特性の考慮方法

モータのコアに使用される鉄心材料の磁気特性は非線形性を持つことから、残差方程式は非線形方程式となる。したがって、解析解を得ることは難しいことから、Fig. 2.4 に示すニュートン・ラプソン法による数値的解法を適用する。また、ニュートン・ラプソン法は次式で表される

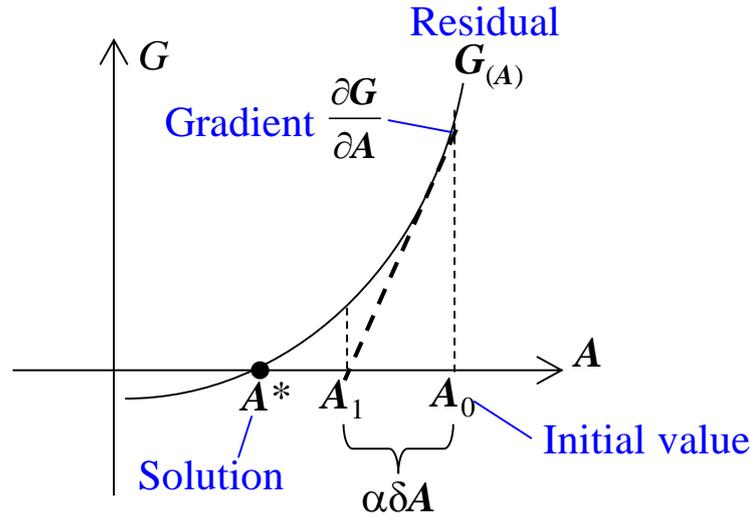


Fig. 2.4 Newton-Raphson method.  
 図 2.4 ニュートン・ラプソン法

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{G}^{(k)}}{\partial \mathbf{A}} \delta \mathbf{A}^{(k)} = -\mathbf{G}^{(k)} \\ \mathbf{A}^{(k+1)} = \mathbf{A}^{(k)} + \alpha \cdot \delta \mathbf{A}^{(k)} \end{cases} \quad (2.22)$$

ここで、 $k$  は反復回数、 $\delta \mathbf{A}$  はベクトルポテンシャルの修正量、 $\alpha$  はステップサイズである。よって、ニュートン・ラプソン法では残差ベクトルの偏微分（以下、係数マトリクス） $\partial \mathbf{G} / \partial \mathbf{A}$  を算出する必要がある。

$$\frac{\partial G_i}{\partial A_j} = \iint_{S_A} \left( \frac{\partial H_x}{\partial A_j} \frac{\partial N_i}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial A_j} \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) dx dy \quad (2.23)$$

(2.23) 式から、係数マトリクスにおいて、ベクトルポテンシャルに関わる項は、磁界強度の項のみと分かる。磁界強度のベクトルポテンシャルに対する微分は、以下となる。但しローカル節点番号  $ie$  とグローバル節点番号  $j$  が一致した場合とする。

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial A_j} = \frac{\partial H_x}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial y} - \frac{\partial H_x}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial A_j} = \frac{\partial H_y}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial x} \end{cases} \quad (2.24)$$

$$\therefore \begin{cases} B_x = \sum_{ie=1}^{N_n} \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} A_{z,ie} \\ B_y = -\sum_{ie=1}^{N_n} \frac{\partial N_{ie}}{\partial x} A_{z,ie} \end{cases} \quad (2.25)$$

ここで  $N_n$  は要素の頂点の数。

(2.24) 式を (2.23) 式に代入すると、係数マトリクスは次式で求まる。

$$\frac{\partial G_i}{\partial A_j} = \iint_{S_A} \left( \frac{\partial H_x}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} - \frac{\partial H_x}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) dx dy \quad (2.26)$$

離散化は、前節と同様に要素形状に応じたガウス積分を適用することで可能となる。また、 $\partial H_x / \partial B_x$ 、 $\partial H_x / \partial B_y$ 、 $\partial H_y / \partial B_x$ 、 $\partial H_y / \partial B_y$  は、材料の磁気特性を表しているが、完全等方性の初磁化曲線を用いる場合には、材料の磁気抵抗曲線  $B$ - $\nu$  を用いて次式から求まる。

$$\frac{\partial H_x}{\partial B_x} = \nu + \frac{B_x^2}{B} \frac{\partial \nu}{\partial B} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial B_y} = \nu + \frac{B_y^2}{B} \frac{\partial \nu}{\partial B}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial B_y} = \frac{\partial H_y}{\partial B_x} = \frac{B_x B_y}{B} \frac{\partial \nu}{\partial B} \quad (2.28)$$

$$\therefore \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \nu(\mathbf{B}) & 0 \\ 0 & \nu(\mathbf{B}) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

また、磁気異方性や磁気ヒステリシス特性を考慮する場合には、 $\partial H_x / \partial B_x$ 、 $\partial H_x / \partial B_y$ 、 $\partial H_y / \partial B_x$ 、 $\partial H_y / \partial B_y$  を磁気特性から求め、(2.27) 式および (2.28) 式に適用するだけでよく、特に完全等方性の場合と分けて要素構成方程式を記述する必要は無い。

#### 2.4 一次元動磁界解析

一次元動磁界解析は、Fig. 2.5 に示すように面内は一様な場とし、軸方向についての磁界および渦電流の分布を求める。(2.8) 式および、(2.9) 式から、一次元の磁界解析の基礎方程式は次式となる。

$$\begin{cases} -\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} = -\sigma \frac{\partial A_y}{\partial t} \end{cases} \quad (2.30)$$

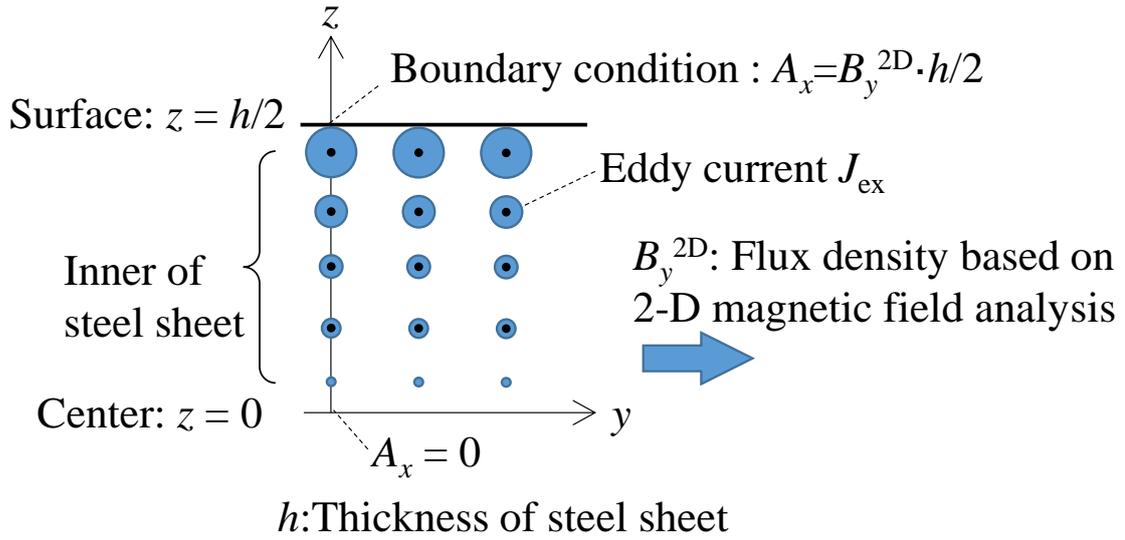


Fig. 2.5 1-D dynamic magnetic field analysis.  
 図 2.5 1次元動磁界解析

2次元静磁界解析と同様に、重み付き残差法（ガラーキン法）を用いた有限要素法による離散化を行うと次式の残差方程式を得る。

$$\begin{cases} G_{ix} = \int N_i \left( -\frac{\partial H_y}{\partial z} + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} \right) dz = 0 \\ G_{iy} = \int N_i \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} + \sigma \frac{\partial A_y}{\partial t} \right) dz = 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

ここで、(2.31) 式の第1項に部分積分を適用すると次式となる。

$$\begin{cases} G_{ix} = \int \left( H_y \frac{\partial N_i}{\partial z} + \sigma N_i \frac{\partial A_x}{\partial t} \right) dz - [N_i H_y]_{\downarrow e} = 0 \\ G_{iy} = \int \left( -H_x \frac{\partial N_i}{\partial z} + \sigma N_i \frac{\partial A_y}{\partial t} \right) dz + [N_i H_x]_{\downarrow e} = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

ただし、(2.32) 式の第3項の境界積分項は、次式のように既知であるから無視できるとした。

$$\begin{cases} A_x(t, 0) = 0 \\ A_y(t, 0) = 0 \\ A_x(t, h/2) = \frac{B_y^{2D}(t)h}{2} \\ A_y(t, h/2) = -\frac{B_x^{2D}(t)h}{2} \end{cases} \quad (2.33)$$

ここで  $h$  は鋼板の板厚、 $B^{2D}$  は2次元静磁界解析で求めた磁束密度である。

### 2.4.1 残差方程式の離散化

残差方程式を離散化するため、1次線要素の補間関数について述べる。アイソパラメトリック要素を適用すると次式の関係となる。

$$\begin{cases} z = \sum_{ie=1}^2 N_{ie} z_{ie} \\ A_x = \sum_{ie=1}^2 N_{ie} A_{x,ie} \\ A_y = \sum_{ie=1}^2 N_{ie} A_{y,ie} \end{cases} \quad (2.34)$$

$$N_{ie} = \frac{1}{2}(1 + \text{sgn } r_{ie} \cdot r) \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial z}{\partial r} = \frac{1}{\partial r / \partial z} = J \quad (2.36)$$

ここで  $r$  は正規化座標である。

(2.32) 式に (2.34) 式, (2.35) 式, (2.36) 式を適用し, ガウス積分を用いて離散化を行うと次式を得る。

$$\begin{cases} G_{ix} = \sum_e \sum_{j=1}^{N_r} \left( H_y \frac{\partial N_i}{\partial r} + \sigma N_i \frac{A_x - A_{x0}}{\Delta t} J(r) \right) \omega(r) = 0 \\ G_{iy} = \sum_e \sum_{j=1}^{N_r} \left( -H_x \frac{\partial N_i}{\partial r} + \sigma N_i \frac{A_x - A_{x0}}{\Delta t} J(r) \right) \omega(r) = 0 \end{cases} \quad (2.37)$$

### 2.4.2 非線形磁気特性の考慮方法

1次元動磁界解析では鉄心材料の磁気ヒステリシス特性を考慮することから, (2.22) 式のニュートン・ラプソン法を適用する。係数マトリクスは (2.32) 式より次式となる。

$$\begin{cases} \frac{\partial G_{xi}}{\partial A_{xj}} = \int \left( \frac{\partial H_y}{\partial A_{xj}} \frac{\partial N_i}{\partial z} + \frac{\sigma N_i N_j}{\Delta t} \right) dz \\ \frac{\partial G_{xi}}{\partial A_{yj}} = \int \left( \frac{\partial H_y}{\partial A_{yj}} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) dz \\ \frac{\partial G_{yi}}{\partial A_{xj}} = \int \left( -\frac{\partial H_x}{\partial A_{xj}} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) dz \\ \frac{\partial G_{yi}}{\partial A_{yj}} = \int \left( -\frac{\partial H_x}{\partial A_{yj}} \frac{\partial N_i}{\partial z} + \frac{\sigma N_i N_j}{\Delta t} \right) dz \end{cases} \quad (2.38)$$

磁界強度のベクトルポテンシャルについての偏微分は以下となる。但しローカル節  
点番号  $ie$  とグローバル節点番号  $j$  が一致した場合とする。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_y}{\partial A_{xj}} = \frac{\partial H_y}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial z} \\ \frac{\partial H_y}{\partial A_{yj}} = -\frac{\partial H_y}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial A_{xj}} = \frac{\partial H_x}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial A_{yj}} = -\frac{\partial H_x}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial z} \end{array} \right. \quad (2.39)$$

$$\because B_x = -\sum_{ie=1}^2 \frac{\partial N_{ie}}{\partial z} A_{y,ie}, \quad B_y = \sum_{ie=1}^2 \frac{\partial N_{ie}}{\partial z} A_{x,ie} \quad (2.40)$$

(2.38) 式に (2.39) 式を代入すると次式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial G_{xi}}{\partial A_{xj}} = \int \left( \frac{\partial H_y}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} + \frac{\sigma N_i N_j}{\Delta t} \right) dz \\ \frac{\partial G_{xi}}{\partial A_{yj}} = \int \left( -\frac{\partial H_y}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) dz \\ \frac{\partial G_{yi}}{\partial A_{xj}} = \int \left( -\frac{\partial H_x}{\partial B_y} \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right) dz \\ \frac{\partial G_{yi}}{\partial A_{yj}} = \int \left( \frac{\partial H_x}{\partial B_x} \frac{\partial N_j}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} + \frac{\sigma N_i N_j}{\Delta t} \right) dz \end{array} \right. \quad (2.41)$$

離散化は、2次元静磁場解析と同様にガウス積分を適用することで可能となる。

以上から、磁気ヒステリシスを考慮するためには、磁束密度に対する磁界強度お  
よび、その微係数が必要となる。次節ではその定式化方法を説明する。

### 2.4.3 等方性ベクトルプレイモデル

鉄心のヒステリシス現象は、ベクトルプレイモデル<sup>(3)</sup>によって考慮するが、説明の簡単のためにスカラープレイモデルを用いる。動作の概念を Fig. 2.6 に示す。プレイモデルでは、プレイヒステロンと呼ばれる幅の異なる菱形に 1 価対応する形状関数を、足し合わせることで表現する。その具体的な動作を以下に説明する。

#### 2.4.3.1 プレイヒステロンの動作

プレイヒステロンは、幅が  $2\zeta$  で斜行部の傾きが 1 の菱形である。また、 $B_s$  は材料の飽和磁束密度である。その動作を Fig. 2.7 に示す。初期状態では点 A にいたとする。磁束密度の増加が小さくプレイヒステロンの幅を超えない場合には、平行部を移動するだけのためプレイヒステロンオペレータ  $P$  の値は変化しない(点 A~点 B)が、ヒステロンの幅を超えた場合には、ヒステロンの斜行部に沿って移動するため  $P$  の値が変化する(点 B~D)。更に磁束密度が低下する場合も、ヒステロンの幅を超え

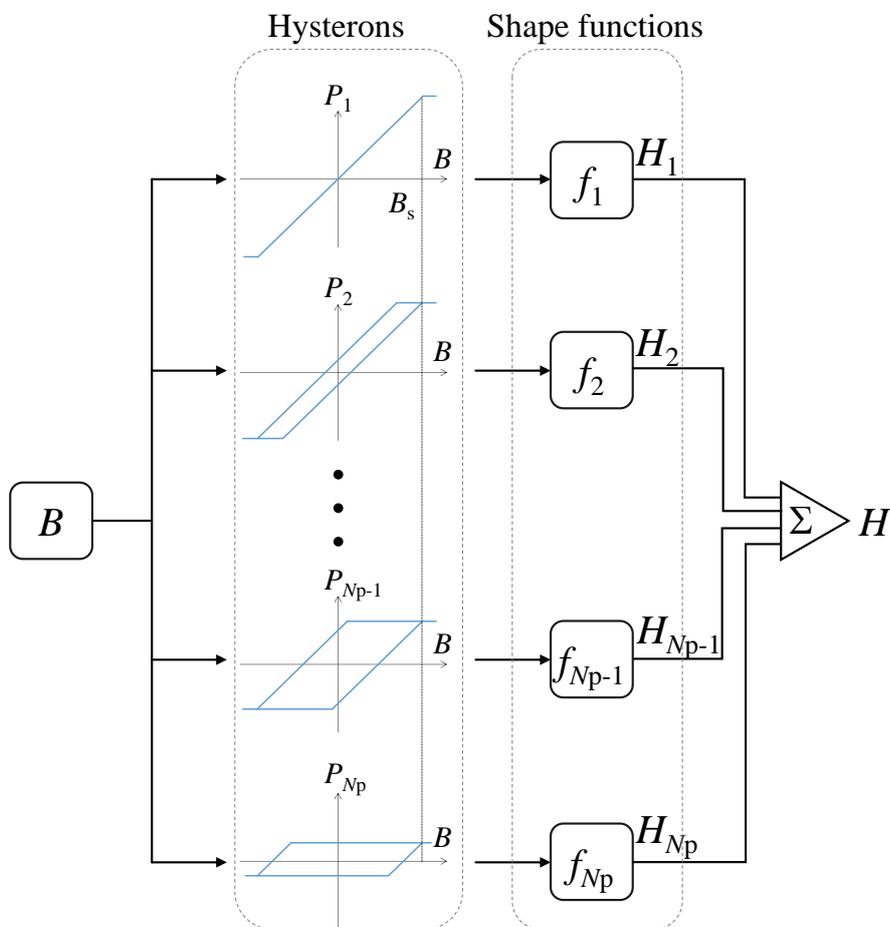


Fig. 2.6 Conceptual diagram of play model.

図 2.6 プレイモデルの概念図

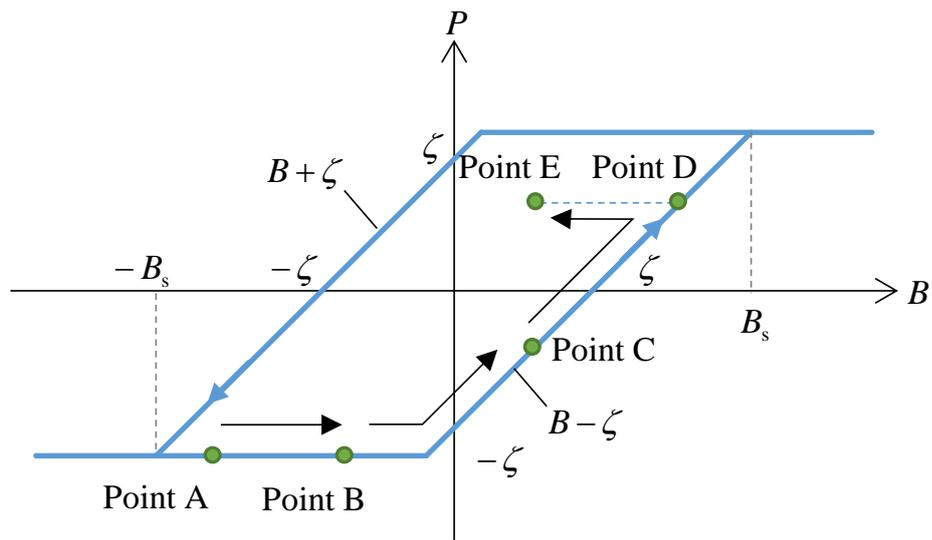


Fig. 2.7 Movement of play hysteron.  
 図 2.7 プレイヒステロンの動作

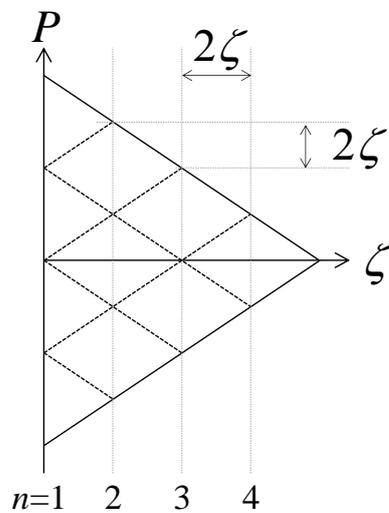


Fig. 2.8 Distribution function of play model.  
 図 2.8 プレイモデルにおける分布関数

ない場合には  $P$  の値は変化しない (点 D~E)。このようにプレイヒステロンによって、磁束密度の入力値に対して履歴を示す  $P$  が導かれる。

そして、各幅のプレイヒステロンの動作は、分布関数で表現が可能である。ここでは、次式で示される等差な幅を持つ各ヒステロンで表現する場合について考える。

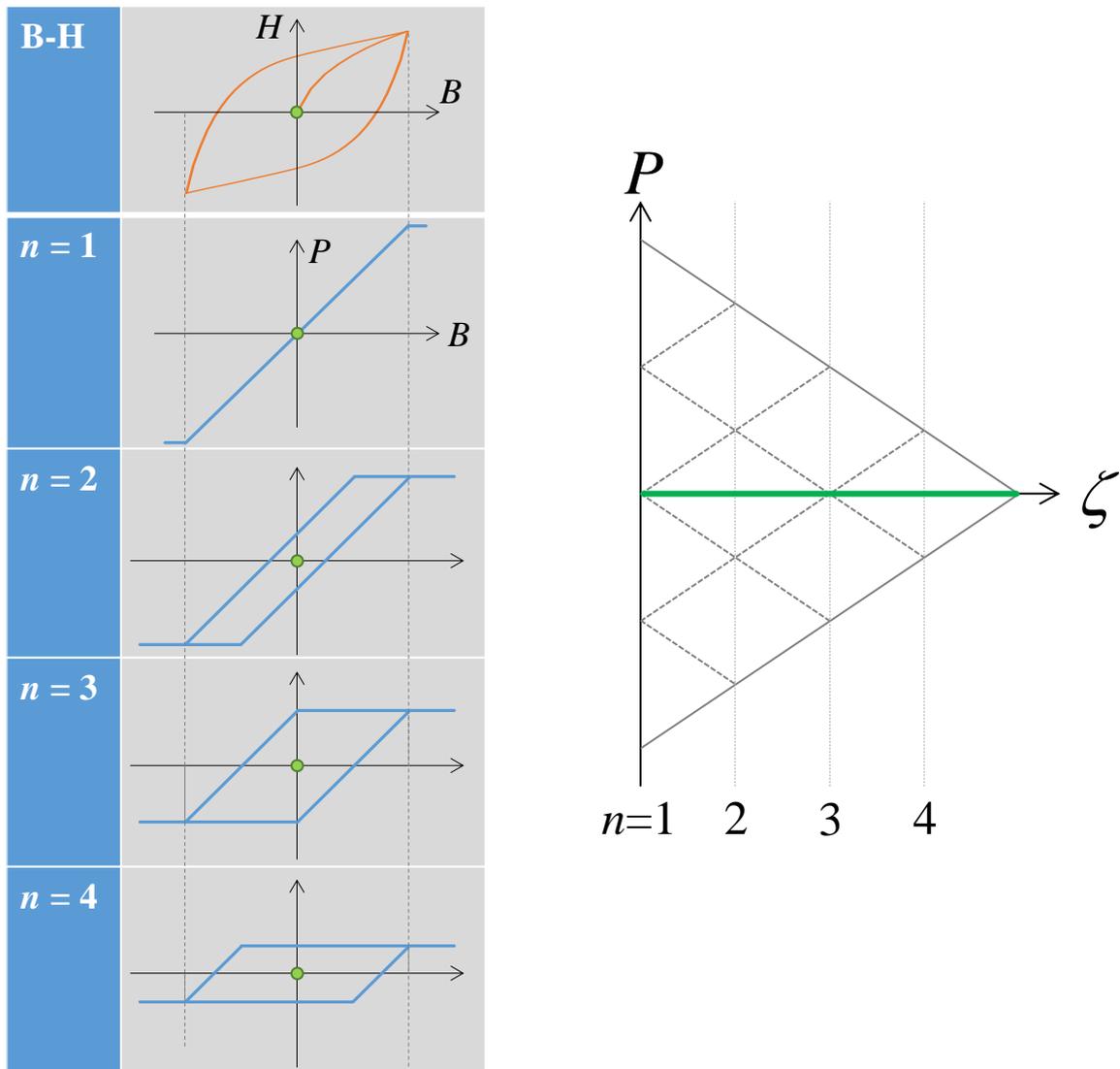
$$\begin{cases} \zeta_n = \zeta(n-1) \\ \zeta = \frac{B_s}{N_p}, \quad n = 1, 2, \dots, N_p \end{cases} \quad (2.42)$$

ここで、 $N_p$  はヒステロンオペレータの数である。Fig. 2.8 に、 $N_p = 4$  の場合の分布関

数を示す。横軸は各ヒステロンの幅，縦軸は各ヒステロンが動作した際の出力値  $P$  を表している。例えば， $n=2$  の時のプレイヒステロンは，幅が  $\zeta$  であり，出力  $P$  は  $-3\zeta \sim 3\zeta$  の値を取りうる。

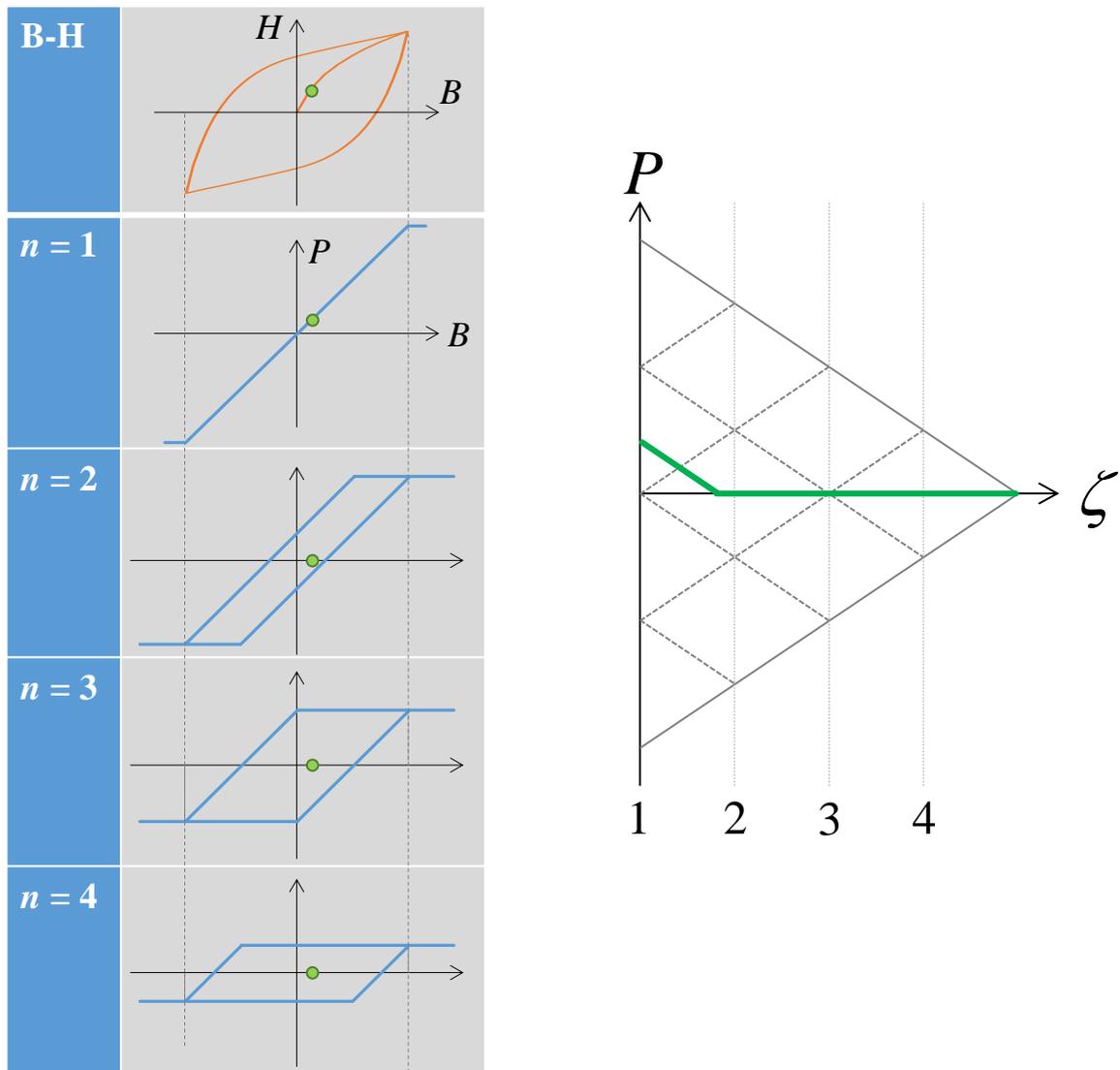
Fig. 2.9 にヒステリシスカープ上の動作点の時刻歴および，各幅のプレイヒステロンの動作および，分布関数との対応を示す。

Fig. 2.9 (a) は，消磁状態であり，全ての出力  $P$  は零となる。



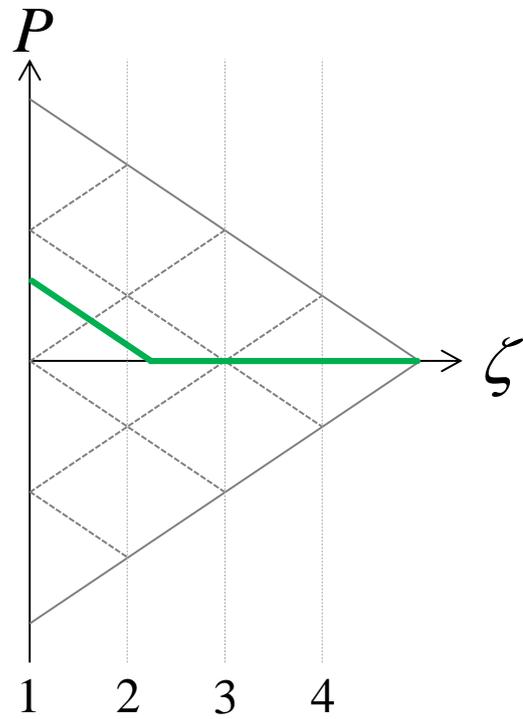
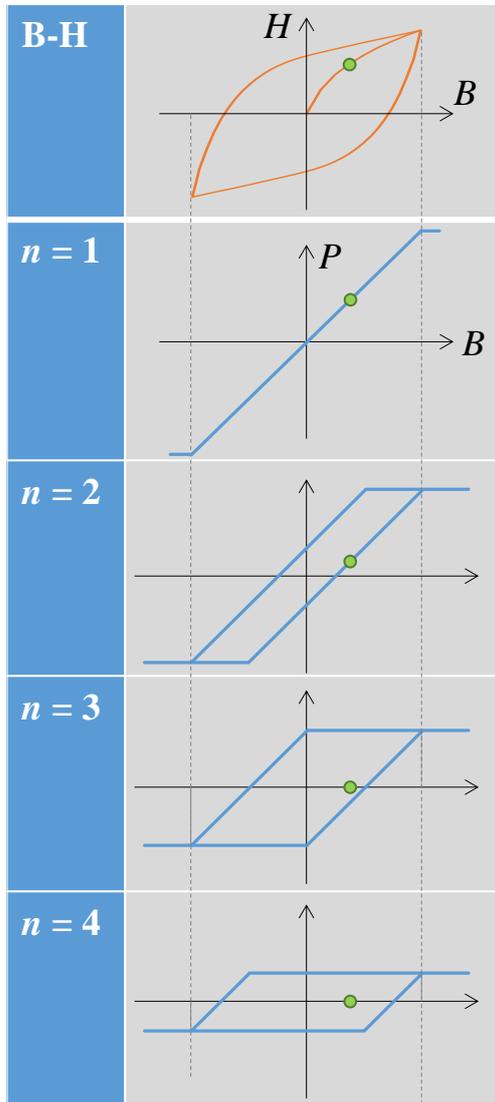
(a) step = 1

Fig. 2.9 (b) では、磁束密度が少し上昇するが、変化量が小さいため、 $n = 1$  の場合のみ出力  $P$  が増加する。



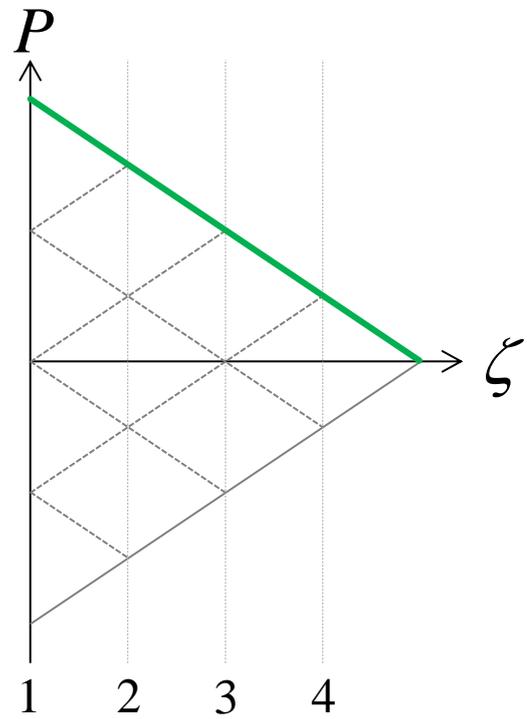
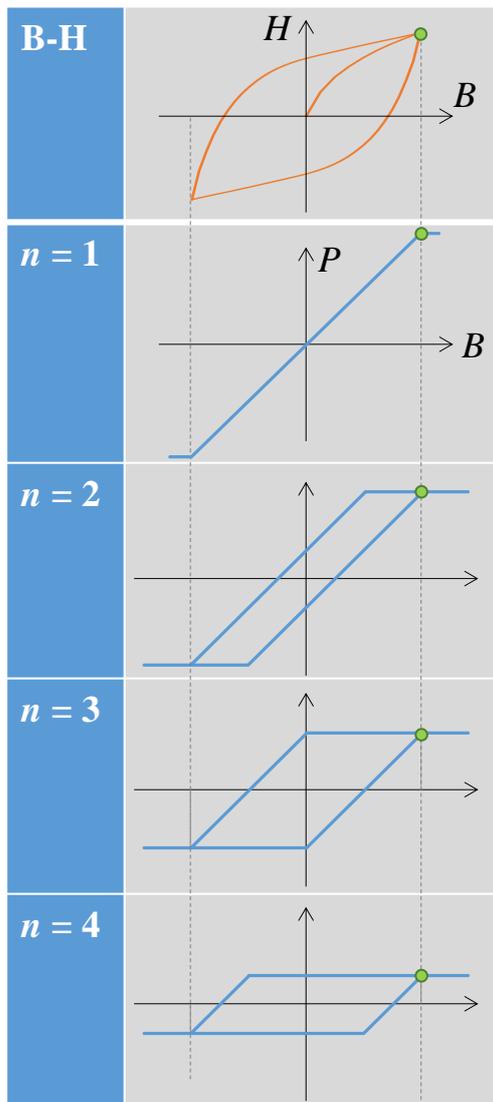
(b) step = 2

Fig. 2.9 (c) では、更に磁束密度が上昇し、 $n = 1$  および  $2$  において出力  $P$  が増加する。



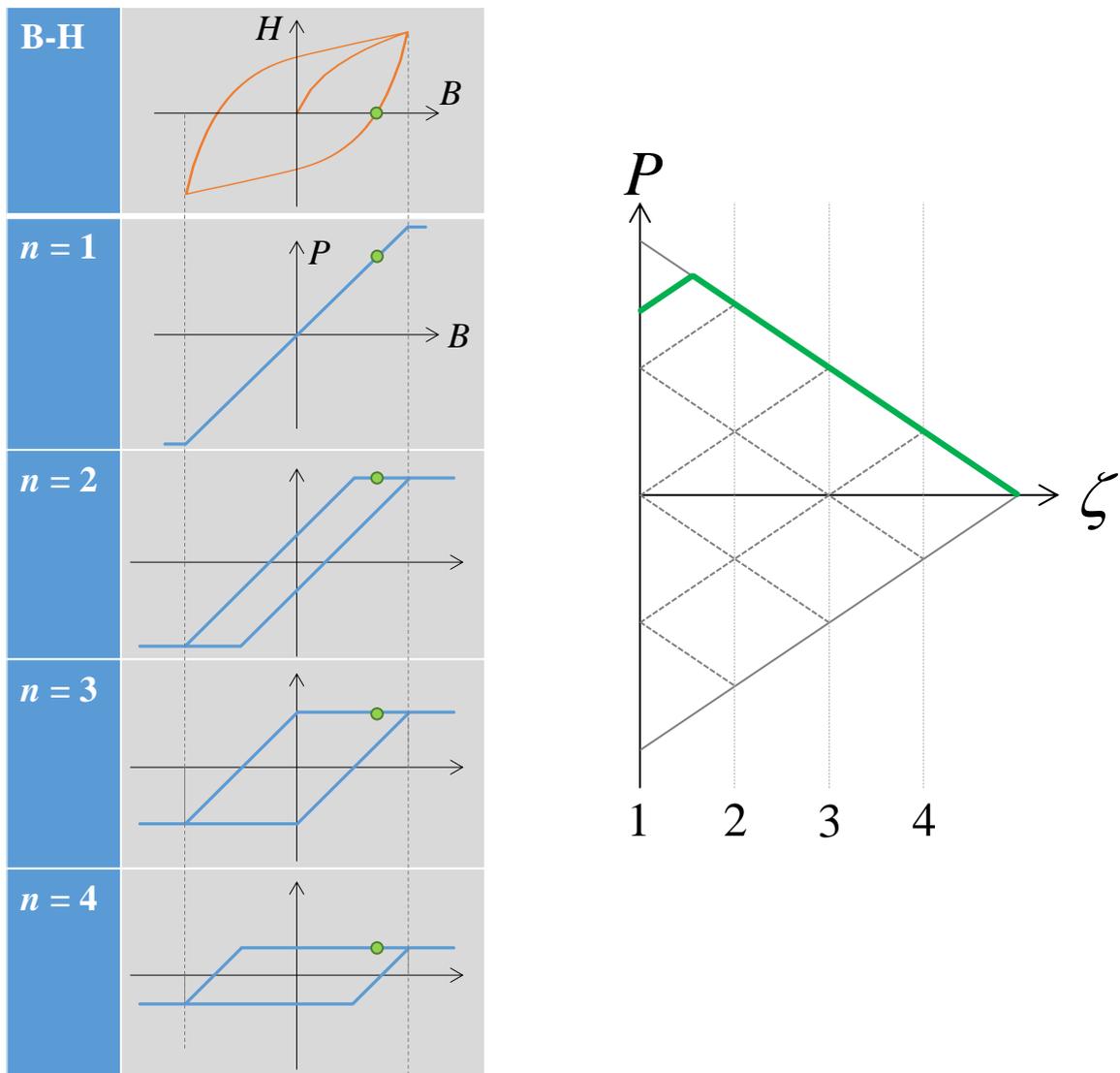
(c) step = 3

そして, Fig. 2.9 (d) の飽和磁束密度では, 全ての  $P$  が最大値に達する。



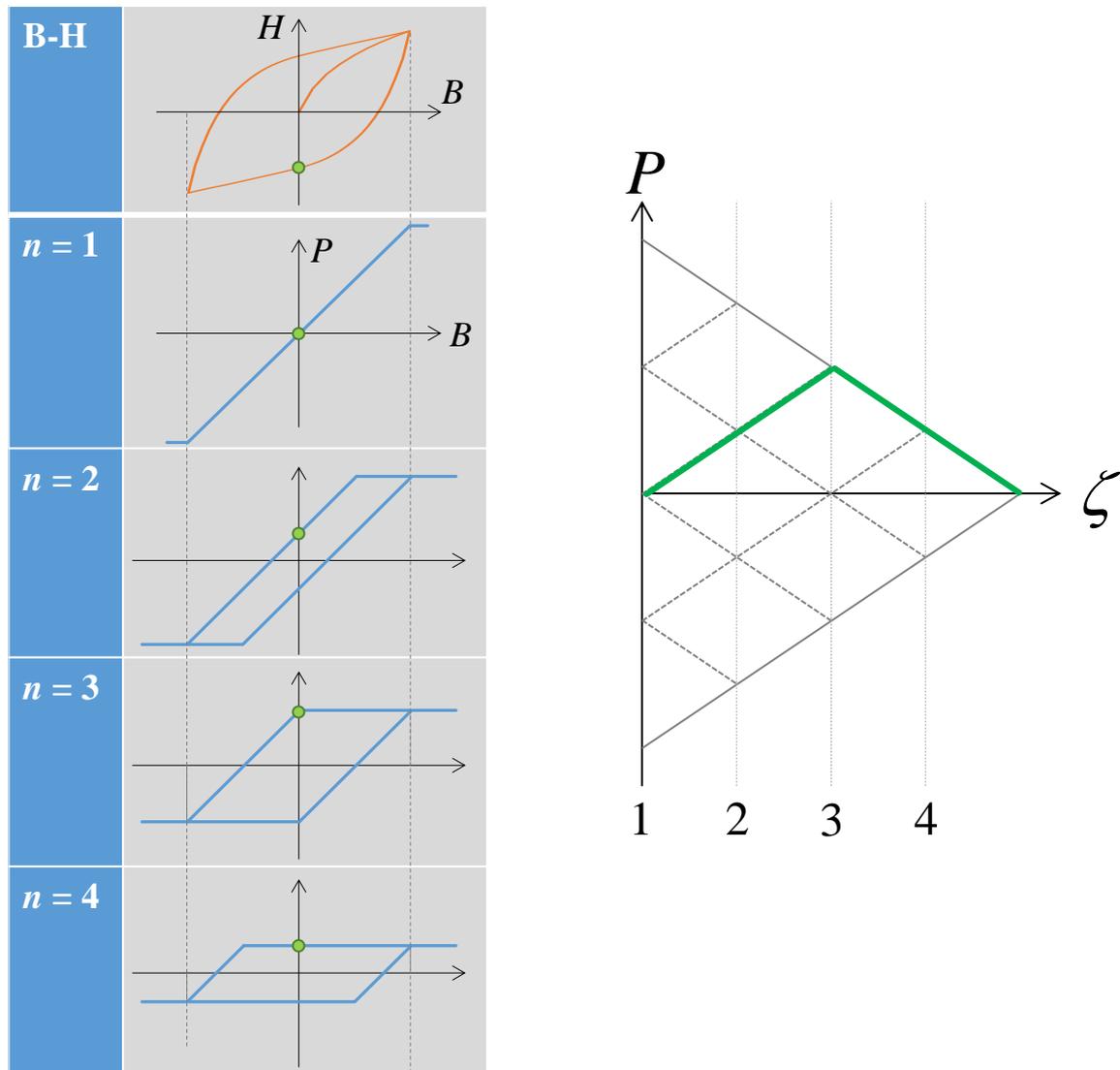
(d) step = 4

Fig. 2.9 (e) では、磁束密度が下降に転じ、 $n = 1$  の出力  $P$  が減少する。



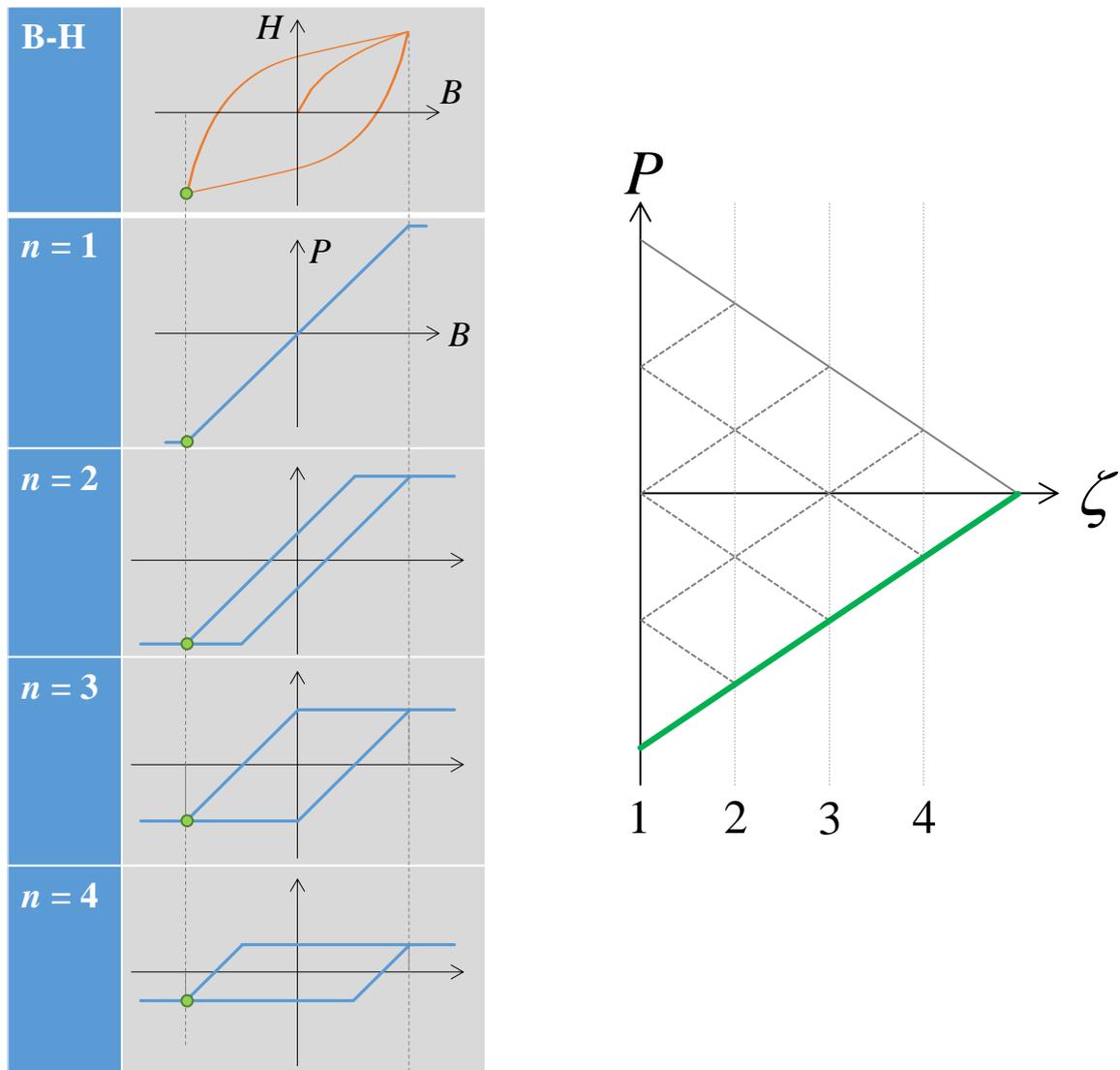
(e) step = 5

Fig. 2.9 (f) は、いわゆる保磁力を示す状態であり、磁束密度が零となるが、 $n=0$  以外は出力  $P$  が零戻っていないことが分かる。



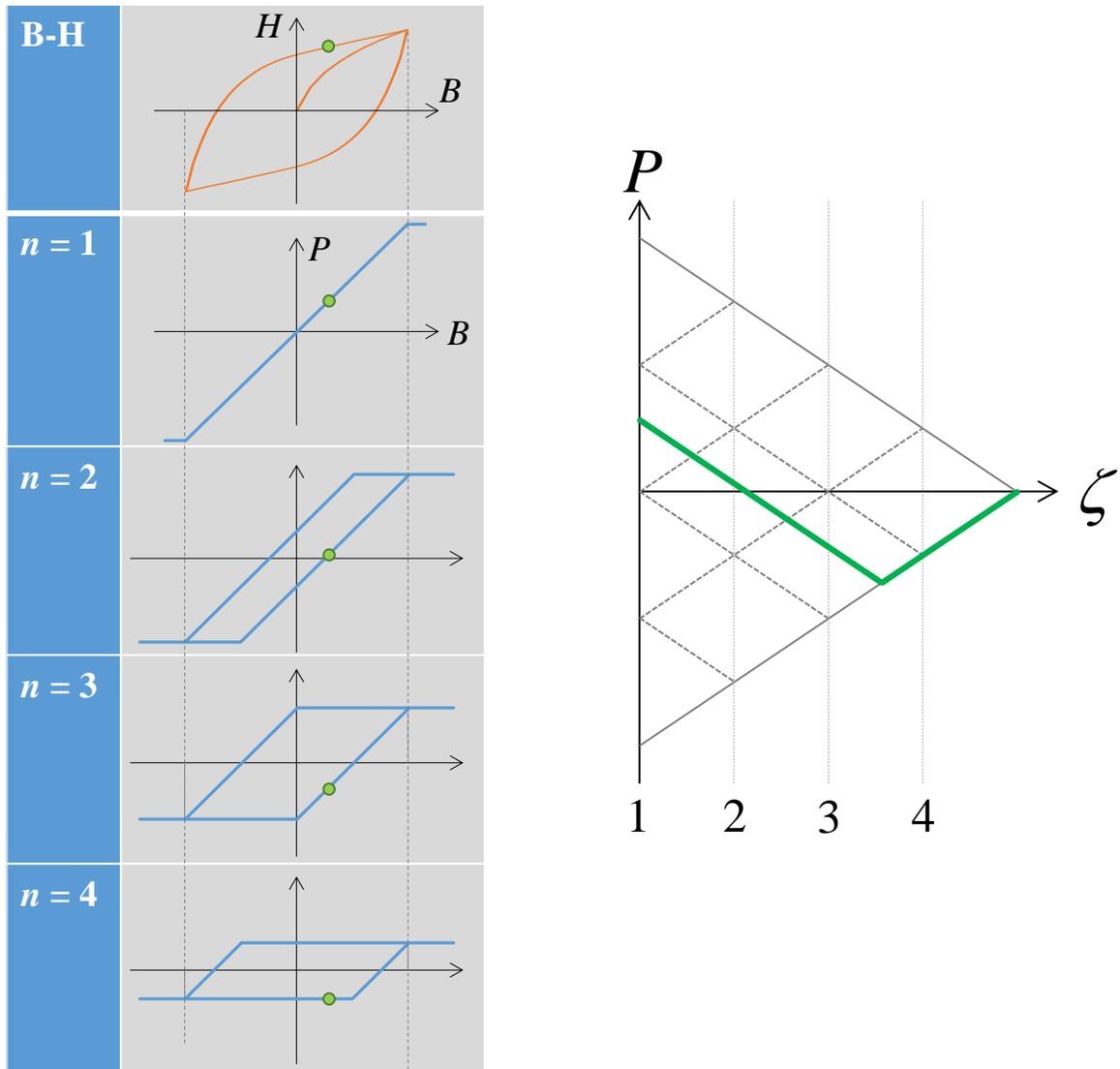
(f) step = 6

Fig. 2.9 (g) の負の飽和磁束密度では、全ての出力  $P$  が最小値に達する。



(g) step = 7

Fig. 2.9 (h) では、再び磁束密度が上昇に転じる。このように分布関数は、磁束密度が上昇時は左斜め 45 度方向の線に、逆に下降時は右斜め 45 度方向の線にしたがって変化し、ヒステリシス曲線上の動作点に対し一義的に決定される。また、出力  $P$  が再び初期状態（全ての  $P$  が零）となることはないことが分かる。これは、プレイモデルの基本的な性質の一つである。



(h) step = 8

Fig. 2.9 Correspondence relationship between distribution function and hysteresis curve.

図 2.9 ヒステリシスカーブと分布関数の対応関係

### 2.4.3.2 形状関数

次に、形状関数  $f_c$  の導出方法について述べる。ここでは、前節と同様に 4 つのブレイヒステロンで表現する場合について説明する。

形状関数は、各ヒステロンの出力  $P$  に対して 1 価関数であることから、Fig. 2.10 に示すヒステリシスカブ上の動作点 1~4 の磁界強度  $H_1 \sim H_4$  は、分布関数の各点の値を用いて次式で示される。

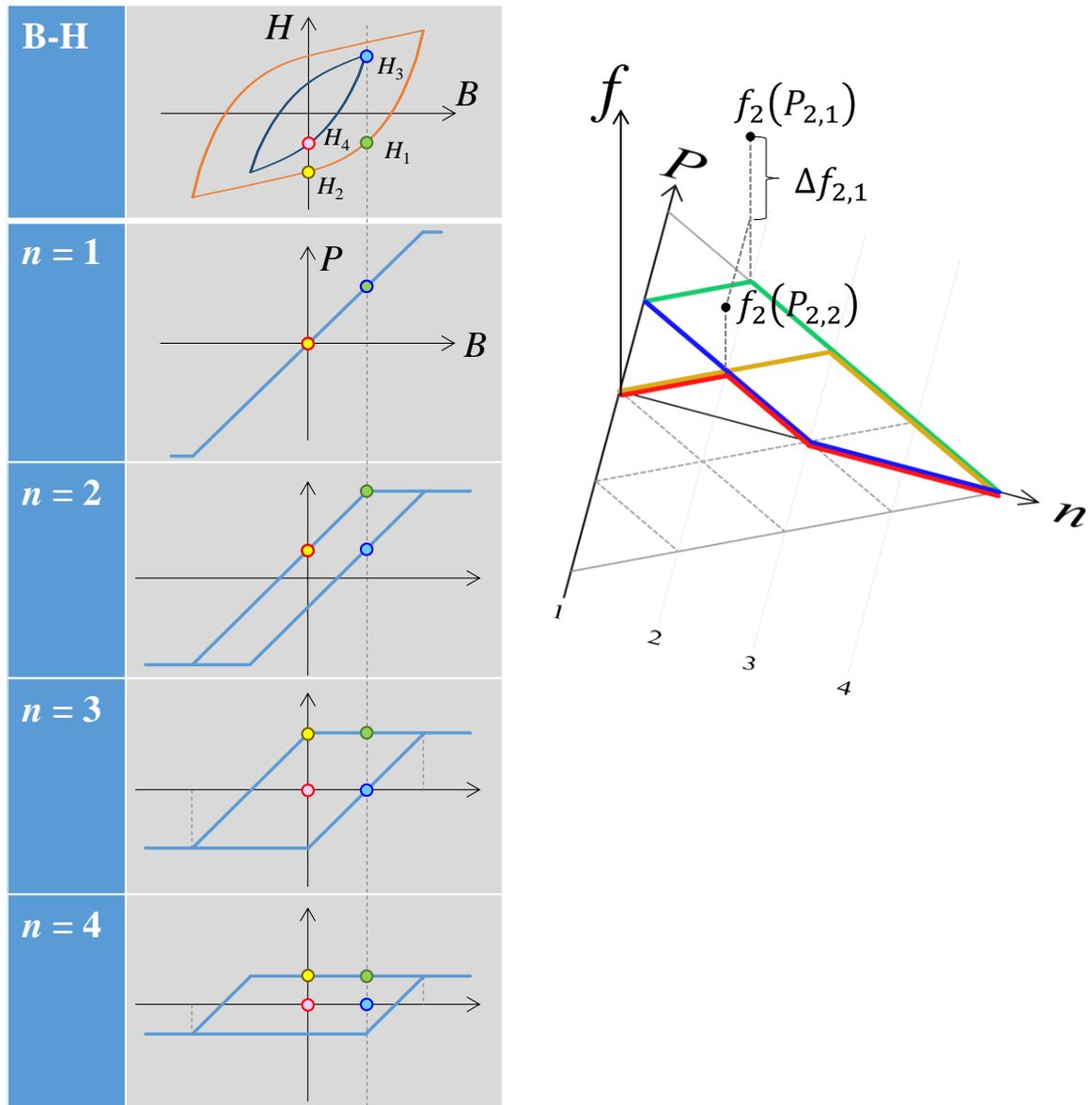


Fig. 2.10 Elicitation of shape function.

図 2.10 形状関数の導出

$$\begin{aligned}
H_1 &= f_1(2\zeta) + f_2(3\zeta) + f_3(2\zeta) + f_4(\zeta) \\
H_2 &= f_1(0) + f_2(\zeta) + f_3(2\zeta) + f_4(\zeta) \\
H_3 &= f_1(2\zeta) + f_2(\zeta) + f_3(0) + f_4(0) \\
H_4 &= f_1(0) + f_2(\zeta) + f_3(0) + f_4(0)
\end{aligned} \tag{2.43}$$

ここで、 $f_1 \sim f_4$ は、 $n = 1 \sim 4$ の各プレイヒステロンの出力に対応する形状関数である。  
(2.43)式から、形状関数の点間の差分が次式から得られる。

$$H_1 - H_2 - H_3 + H_4 = f_2(3\zeta) - f_2(\zeta) \tag{2.44}$$

また、原点对称なヒステリシス特性を表す形状関数は、奇関数であるという特性から、原点 ( $P = 0$ ) で零となることが分かっているため、最終的に形状関数が算出できる。ただし、このように形状関数を求めるためには、予め磁気特性測定において、準直流における等磁束密度間隔の対称ヒステリシスループ群を取得しておく必要がある。

#### 2.4.4 ヒステリシス特性の考慮方法

鉄損解析で用いるベクトルプレイモデルは、磁束密度およびプレイヒステロンをスカラーからベクトルへ置き換えるだけで、前節で説明したスカラープレイモデルから可換であり、その動作は次式で示される。

$$\mathbf{H} = \sum_{n=1}^{N_p} \frac{f_{\zeta_n}(|\mathbf{P}_{\zeta_n}|) \cdot \mathbf{P}_{\zeta_n}}{|\mathbf{P}_{\zeta_n}|} \tag{2.45}$$

$$\mathbf{P}_{\zeta_n} = \mathbf{B} - \zeta_n \frac{(\mathbf{B} - \mathbf{P}_{0,\zeta_n})}{\max(|\mathbf{B} - \mathbf{P}_{0,\zeta_n}|, \zeta_n)} \tag{2.46}$$

次にニュートン・ラプソン法で必要となる  $\partial \mathbf{H} / \partial \mathbf{B}$  を以下に求める。(2.45)式、(2.46)式から次式の関係を得る。ただし添え字  $\zeta_n$  は省略する。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial B_x} & \frac{\partial H_x}{\partial B_y} \\ \frac{\partial H_y}{\partial B_x} & \frac{\partial H_y}{\partial B_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial P_x} & \frac{\partial H_x}{\partial P_y} \\ \frac{\partial H_y}{\partial P_x} & \frac{\partial H_y}{\partial P_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial B_x} & \frac{\partial P_x}{\partial B_y} \\ \frac{\partial P_y}{\partial B_x} & \frac{\partial P_y}{\partial B_y} \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial B_x} & \frac{\partial P_x}{\partial B_y} \\ \frac{\partial P_y}{\partial B_x} & \frac{\partial P_y}{\partial B_y} \end{bmatrix} = \frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \begin{bmatrix} |\mathbf{r}|^3 - \zeta_n r_y^2 & \zeta_n r_x r_y \\ \zeta_n r_x r_y & |\mathbf{r}|^3 - \zeta_n r_x^2 \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{B} - \mathbf{P}_0$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial P_x} & \frac{\partial H_x}{\partial P_y} \\ \frac{\partial H_y}{\partial P_x} & \frac{\partial H_y}{\partial P_y} \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N_p} \frac{1}{|\mathbf{P}|^3} \begin{bmatrix} P_x^2 f' + P_y^2 f & P_x P_y (f' - f) \\ P_x P_y (f' - f) & P_y^2 f' + P_x^2 f \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$f' = |\mathbf{P}| \frac{\partial f}{\partial |\mathbf{P}|}$$

(2.48) 式および (2.49) 式は対称行列であるが、その積は非対称となる。このため解くべき方程式の係数マトリクスが非対称となることから、非対称用線形ソルバーが必要となる。本研究では、不完全 LU 分解を前処理に用いた非定常解法である ILUBiCGStab 法を適用した。

## 2.5 結言

本章では、高調波磁束条件における鉄損計算手法および、鉄損計算に必要な磁束分布の解析手法を具体的に示した。

- (1) モータにおける鉄損計算手法は、モータ設計現場への実用化を重視し、計算時間および計算容量の削減の観点から、後処理法を適用する。
- (2) 後処理法による鉄損計算では、従来のスタインメッツの経験式では高調波磁束による鉄損計算が精度が低下することが懸念されることから、2次元静磁場解析で求めた磁束密度の時刻歴を境界条件とした、鋼板板厚方向の1次元動磁界ヒステリシス解析を適用する。
- (3) ヒステリシスの考慮方法には、磁束密度のベクトルの考慮が容易であるベクトルプレイモデルを適用する。

# 第 3 章 1 次元動磁界ヒステリシス解析の安定化手法

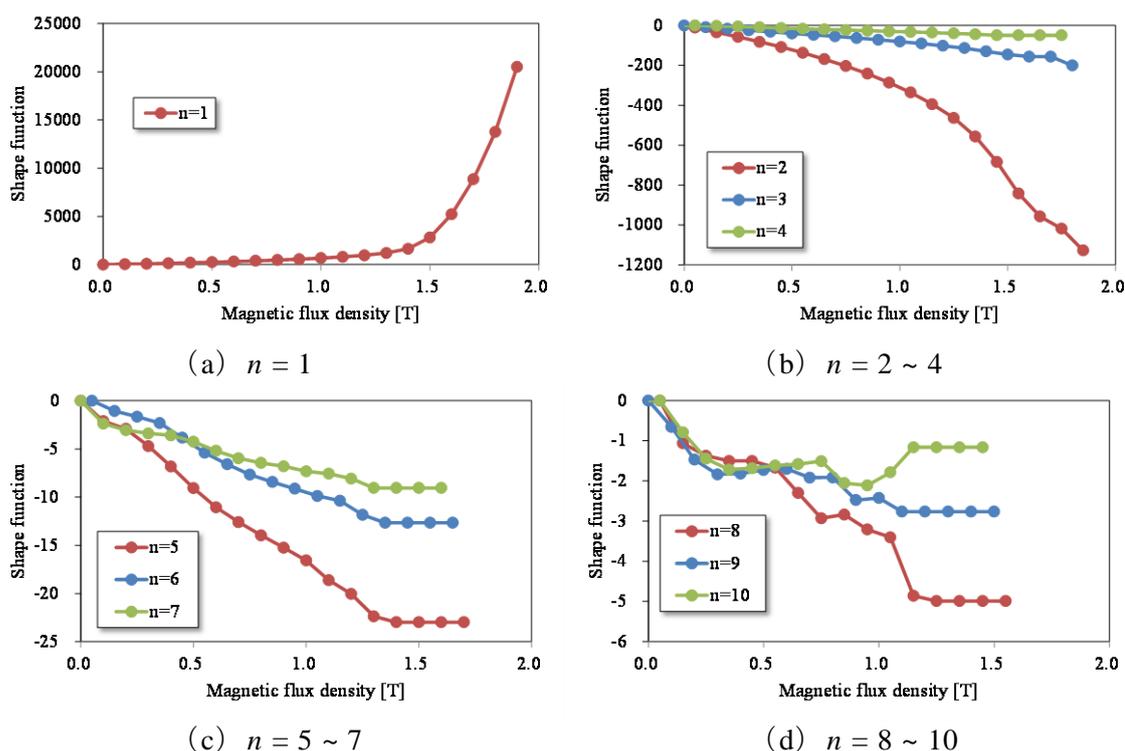
## 3.1 序言

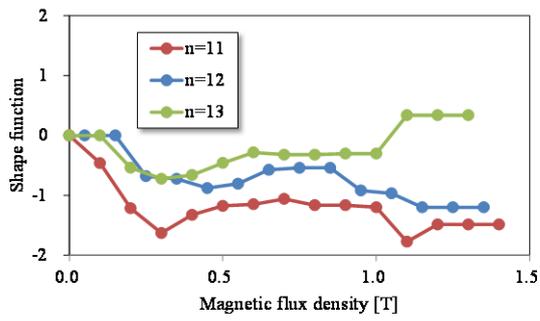
前章で述べた 1 次元動磁界ヒステリシス解析では、原理的に高調波磁束による渦電流およびヒステリシス損の計算が可能となるため高精度化が期待できる。しかし一方で、複雑なヒステリシスを考慮するために計算の収束性が低下し、最悪の場合には発散する懸念があり、モータ解析適用時における課題となることが考えられる。そこで本章では、基礎検証モデルを対象に本手法の計算精度の検証ならびに、計算の高速化および安定化に関する手法を検討する。

## 3.2 1 次元動磁界解析の安定化

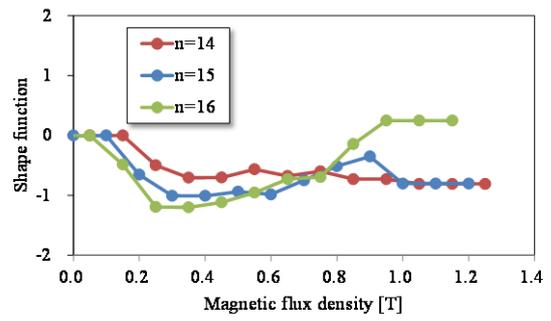
材料の非線形磁気特性をニュートン・ラプソン法によって考慮した磁界解析においては、非線形磁気特性の偏微分  $\partial H / \partial B$  の滑らかさが、その収束性に強い影響を与える。特に、ベクトルプレイモデルによるヒステリシスを考慮した 1 次元磁界解析では、(2.49) 式から、形状関数の偏微分  $\partial f / \partial |P|$  の滑らかさが非線形収束特性に影響を与えることが想定される。

しかし実際には、Fig. 3.1 に示す形状関数のように、 $n$  が大きくなるにつれて、形状関数は滑らかではなくなっていく。これは、形状関数を算出する基となるヒステリシスの測定結果に、測定誤差が僅かに含まれるためと考えられる。

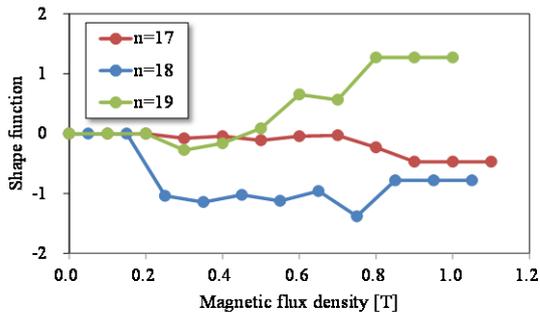




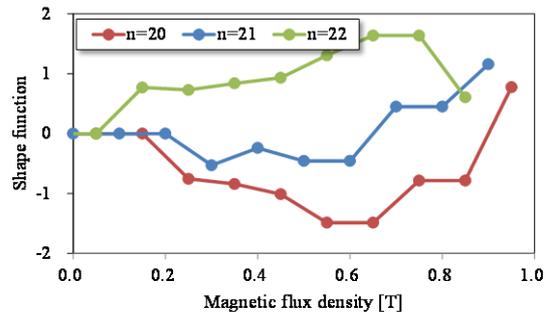
(e)  $n = 11 \sim 13$



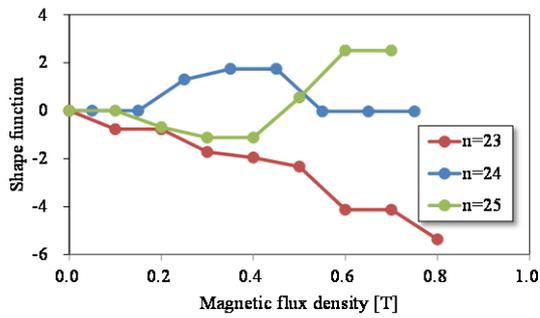
(f)  $n = 14 \sim 16$



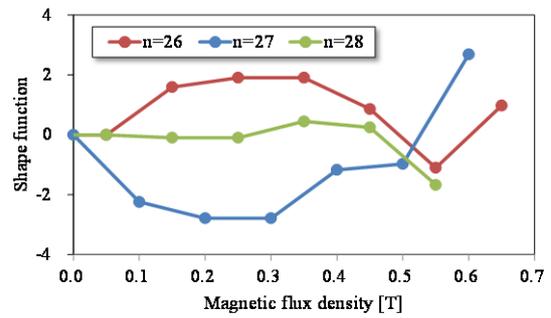
(g)  $n = 17 \sim 19$



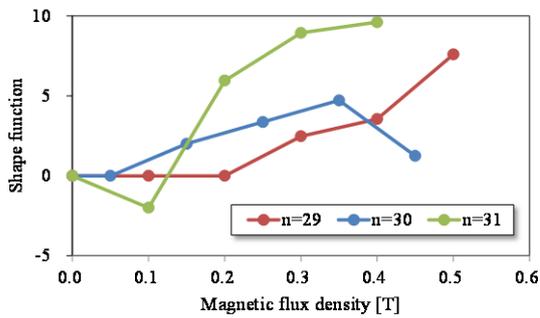
(h)  $n = 20 \sim 22$



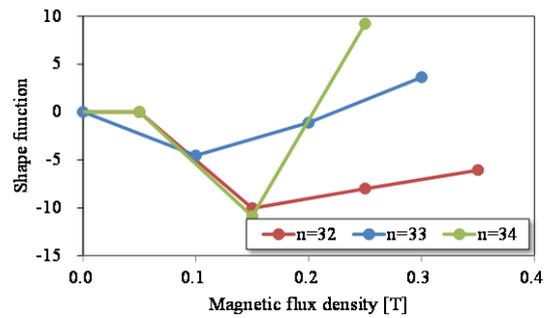
(i)  $n = 23 \sim 25$



(j)  $n = 26 \sim 28$



(k)  $n = 29 \sim 31$



(l)  $n = 32 \sim 34$

Fig. 3.1 Shape functions (Equivalent to JIS50A290)

図 3.1 形状関数 (JIS50A290 相当)

この問題を解決する手段として、ヒステリシスの測定誤差を補正する方法と形状関数を直接調整する方法が考えられるが、(2.43) 式のように、形状関数の 1 点はヒステリシスカーブ上の 4 点から求まるため、前者は 1 点の磁界強度を補正すると形状関数の他の点へも影響する。よって、本来材料が持つ磁気特性に与える影響を最小限にしながら、全体を滑らかにすることは困難であると言える。一方、後者は、形状関数を滑らかにするために調整すると、実際のヒステリシスカーブの形状から大きく異なってしまふ恐れがある。そのため、基のヒステリ시스形状を大きく変えることなく調整することが困難である。

そこで、本研究では、ヒステリシスの測定結果および形状関数を補正することなく、非線形収束特性を改善する方法を検討する。

具体的には、Fig. 2.4 に示すニュートン・ラプソン法の概念図のように、その収束特性には、初期値および、(2.22) 式のステップサイズ  $a$  を最適に設定することで改善することが可能と考えられることから、以下に検討する。

### 3.2.1 ステップサイズの決定方法

一般的に、ニュートン・ラプソン法のステップサイズは 1 (Normal NR) が選択されるが、非線形性が強い方程式では収束性が低下する。そこで、従来の非線形磁界解析では、非線形反復解の誤差が減少しない場合には、Fig. 3.2 に示すように 1 よりも小さい値を与え、誤差が単調減少となる方法が取られてきた (Conventional NR)。ただし、従来の手法では、非線形反復解の更新量が小さくなるため、解を得るための非線形反復回数が極端に増加する問題や、局所解に陥る問題があった。

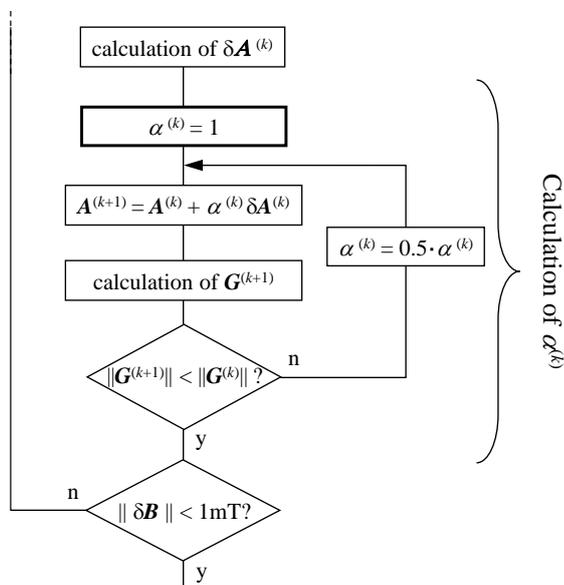


Fig. 3.2 Calculation flow of conventional NR.

図 3.2 Conventional NR の計算フロー

そこで藤原氏らは、有限要素法による磁界解析で磁界分布を求めることは、汎関数エネルギー $\chi$ を最小化することと等価であることに着目し、汎関数エネルギー $\chi$ を最小化するステップサイズを決定する方法(以下、Functional NR)を提案している<sup>(4)</sup>。

つまりそれは、次式に示すように残差ベクトルとベクトルポテンシャルの修正量ベクトルの内積が0となるステップサイズを決定することになる。

$$\frac{\partial \chi^{(k+1)}}{\partial \alpha^{(k)}} = \frac{\partial \chi^{(k+1)T}}{\partial \mathbf{A}^{(k+1)}} \frac{\partial \mathbf{A}^{(k+1)}}{\partial \alpha^{(k)}} = \mathbf{G}^{(k+1)T} \delta \mathbf{A}^{(k)} = 0 \quad (3.1)$$

ここで、 $k$ は非線形反復回数である。

Functional NRでは、Fig. 3.3に示すように、汎関数エネルギーがステップサイズに対して2次関数的に変化すると仮定し、ステップサイズを次式の内挿式から算出している。

$$\alpha^{(k)} = \alpha_1 - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\mathbf{G}_{\alpha_2}^{(k+1)T} \delta \mathbf{A}^{(k)} - \mathbf{G}_{\alpha_1}^{(k+1)T} \delta \mathbf{A}^{(k)}} \quad (3.2)$$

ここで、 $\alpha_1$ および $\alpha_2$ は任意に選択したステップサイズ、 $\mathbf{G}_{\alpha_1}$ および $\mathbf{G}_{\alpha_2}$ は任意に選択したステップサイズの時の残差ベクトルである。Fig. 3.4に、その計算フローを示す。

さらに岡本氏らは、ステップサイズをより厳密に求め、非線形解析の収束特性の向上を図るため、次式で示されるニュートン・ラプソン法を用いた方法(以下、Exact NR)を提案している<sup>(5)</sup>。

$$\delta \mathbf{A}^{(k)} \frac{\partial \mathbf{G}^{(k+1)T}}{\partial \alpha^{(k)}} \delta \alpha^{(k)} = -\mathbf{G}^{(k+1)T} \delta \mathbf{A}^{(k)} \quad (3.3)$$

$$\alpha^{(k)} = \alpha^{(k)} + \delta \alpha^{(k)} \quad (3.4)$$

したがって、本手法によってステップサイズを求めるためには $\partial \mathbf{G} / \partial \alpha$ を算出する必要がある。Fig. 3.5にその計算フローを示す。

2次元静磁界解析の場合には、(2.12)式の基礎方程式に基づいて、次式で示される。

$$\frac{\partial \mathbf{G}_i^{(k+1)}}{\partial \alpha^{(k)}} = \iint_s \left\{ \left( \frac{\partial H_x^{(k+1)}}{\partial B_x^{(k+1)}} \delta B_x^{(k)} + \frac{\partial H_x^{(k+1)}}{\partial B_y^{(k+1)}} \delta B_y^{(k)} \right) \frac{\partial N_i}{\partial y} - \left( \frac{\partial H_y^{(k+1)}}{\partial B_x^{(k+1)}} \delta B_x^{(k)} + \frac{\partial H_y^{(k+1)}}{\partial B_y^{(k+1)}} \delta B_y^{(k)} \right) \frac{\partial N_i}{\partial x} \right\} dx dy \quad (3.5)$$

$$\begin{cases} \delta B_x = \sum_{ie}^{N_n} \frac{\partial N_{ie}}{\partial y} \delta A_{z,ie}^{(k)} \\ \delta B_y = -\sum_{ie}^{N_n} \frac{\partial N_{ie}}{\partial x} \delta A_{z,ie}^{(k)} \end{cases} \quad (3.6)$$

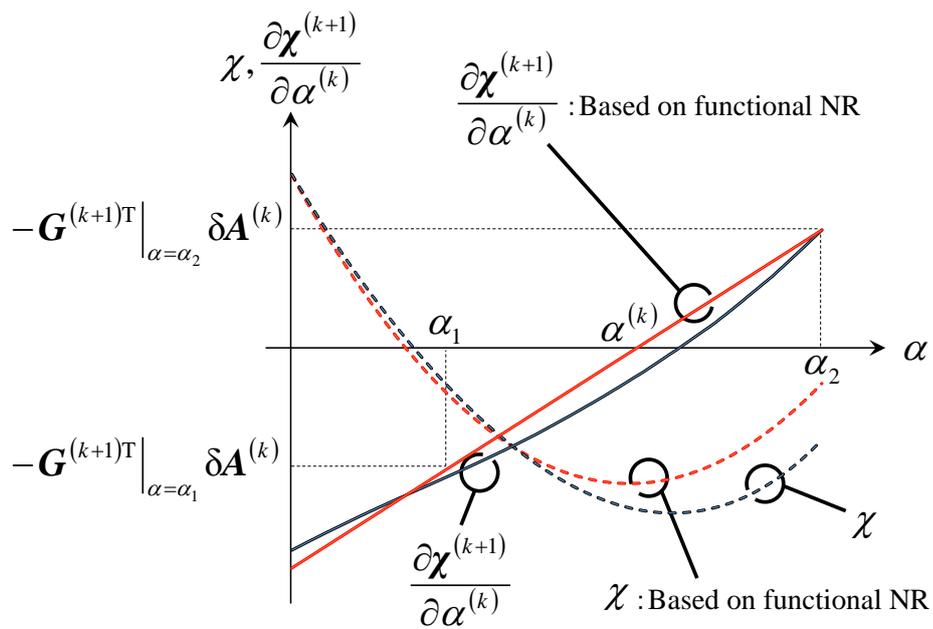


Fig. 3.3 Conceptual diagram of functional NR.

図 3.3 Functional NR の概念図

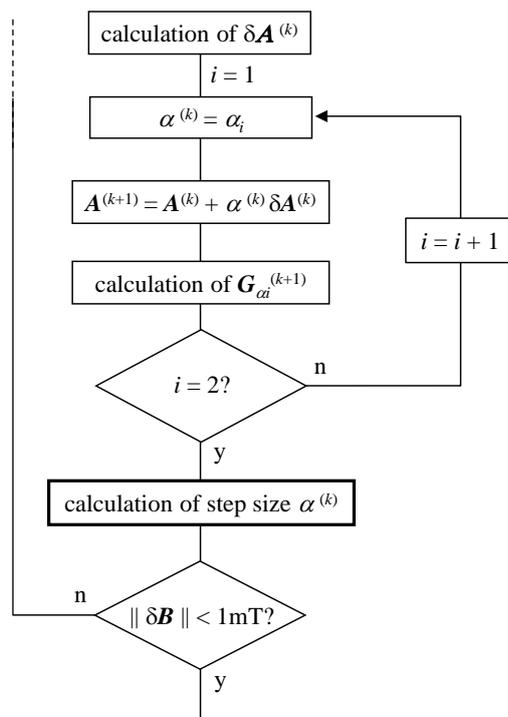


Fig. 3.4 Calculation flow of functional NR.

図 3.4 Functional NR の計算フロー

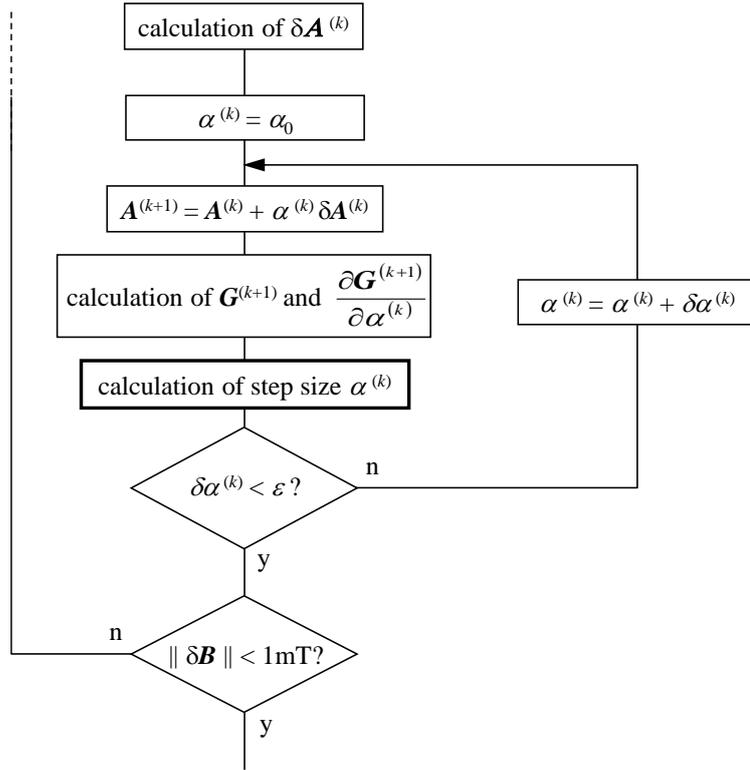


Fig. 3.5 Calculation flow of exact NR.

図 3.5 Exact NR の計算フロー

また，磁気ベクトルポテンシャルを求める際の収束判定指標としては，次式で示す  $\delta B$  が  $10^{-4}$  T 以下になった時点で，非線形反復計算を終了した。

$$\delta B = \sqrt{\delta B_x^2 + \delta B_y^2} \quad (3.7)$$

次に，1次元磁場解析における  $\partial G / \partial \alpha$  は，(2.32) 式より次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{ix}^{(k+1)}}{\partial \alpha^{(k)}} &= \int \left\{ \left( \frac{\partial H_y^{(k+1)}}{\partial B_x^{(k+1)}} \delta B_x^{(k)} + \frac{\partial H_y^{(k+1)}}{\partial B_y^{(k+1)}} \delta B_y^{(k)} \right) \frac{\partial N_i}{\partial z} + \sigma N_i \frac{\partial \delta A_x^{(k)}}{\partial t} \right\} dz \\ \frac{\partial G_{iy}^{(k+1)}}{\partial \alpha^{(k)}} &= \int \left\{ - \left( \frac{\partial H_x^{(k+1)}}{\partial B_x^{(k+1)}} \delta B_x^{(k)} + \frac{\partial H_x^{(k+1)}}{\partial B_y^{(k+1)}} \delta B_y^{(k)} \right) \frac{\partial N_i}{\partial z} + \sigma N_i \frac{\partial \delta A_y^{(k)}}{\partial t} \right\} dz \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} \delta B_x = - \sum_{ie=1}^2 \frac{\partial N_{ie}}{\partial z} \delta A_{y,ie} \\ \delta B_y = \sum_{ie=1}^2 \frac{\partial N_{ie}}{\partial z} \delta A_{x,ie} \end{cases} \quad (3.9)$$

以上より，収束の安定性では Exact NR が有利であると考えられるが，残差ベクトルおよび，そのステップサイズの偏微分を求める必要があるため，計算量が Functional NR よりも多い。また，Functional NR においては，ステップサイズを求め

るために必要な残差ベクトルの計算回数が 2 回で決まっているのに比べ，Exact NR では数回程度以上は必要となると考えられる。従って，本手法適用による非線形反復の安定化の効果と計算時間の増加の観点から，最適な方法を選択する必要がある。

### 3.2.2 初期値の決定方法

一般的に，ニュートン・ラプソン法の初期値  $\mathbf{A}^{(0)}$  は，解に近いほど非線形反復回数が減少し，収束特性が改善される。そこで，以下に 1 次元動磁界解析の初期値の決定方法について検討する。

手法 (1)：初期値を 0 とする最も基本的な方法である。

手法 (2)：1 時間ステップ前の解  $\mathbf{A}_0$  を初期値とする方法である ( $\mathbf{A}^{(0)} = \mathbf{A}_0$ )。

手法 (3)：Fig. 3.6 に示すように，ベクトルポテンシャルの時間変化は，境界条件に与える 2 次元静磁界解析で求めた磁束密度の時間変化に比例するとし，次式より初期値を求める。

$$\begin{cases} A_x^{(0)} = A_{x0} + \frac{B_y^{2D} - B_{y0}^{2D}}{B_{y0}^{2D} - B_{y00}^{2D}} (A_{x0} - A_{x00}) \\ A_y^{(0)} = A_{y0} - \frac{B_x^{2D} - B_{x0}^{2D}}{B_{x0}^{2D} - B_{x00}^{2D}} (A_{y0} - A_{y00}) \end{cases} \quad (3.10)$$

ここで， $\mathbf{A}_{00}$  は 2 ステップ前の解である。ただし，(3.10) 式の右辺第 2 項の分母が零となる場合および，第 1 ステップ時には，計算不能となってしまうことから，その場合には，手法 (2) を適用する。

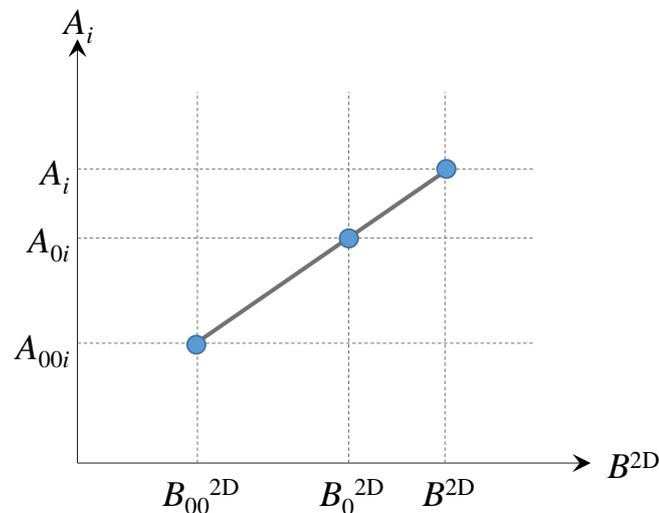


Fig. 3.6 Determination of initial value at method (iii).

図 3.6 手法 (iii) による初期値の決定方法

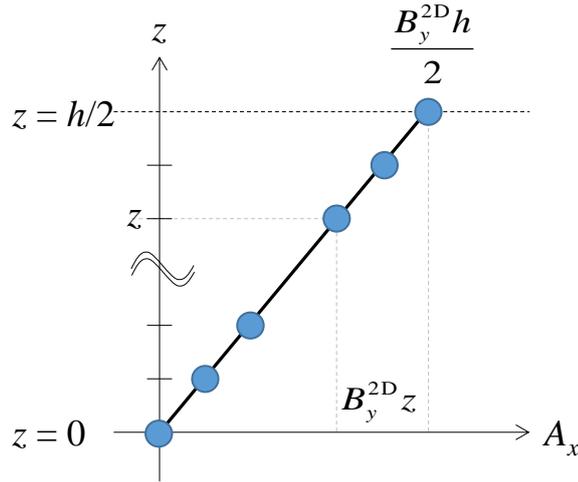


Fig. 3.7 Determination of initial value at method (iv).

図 3.7 手法 (iv) による初期値の決定方法

手法 (iv) : 初期値を 1 次元静磁界解析の解とした場合である。静磁界解析の場合、(2.30) 式の右辺項が零となることから、磁束密度の空間分布が均一であることが分かる。したがって、Fig. 3.7 に示すようにベクトルポテンシャルの板厚方向の分布は直線となり、次式で表される。

$$\begin{cases} A_x^{(0)} = B_y^{2D} z \\ A_y^{(0)} = -B_x^{2D} z \end{cases} \quad (3.11)$$

手法 (v) : (2.30) 式は、ベクトルポテンシャルのみで表せば、次式の拡散方程式として書き直せることから、非線形磁気特性を無視し線形方程式とした場合の解析解を初期値とする。ここでは、紙面の節約のため、 $x$  方向についてのみ記述し、添え字  $x$  は省略する。

$$\nu \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (3.12)$$

ここで、線形の磁気抵抗  $\nu$  は材料の初磁化曲線を用いて、次式で与える。

$$\nu = \frac{\partial H}{\partial B} \Big|_{B=\sqrt{(B_x^{2D})^2 + (B_y^{2D})^2}} \quad (3.13)$$

また、時間微分は後退差分を用いて離散化すると、(2.55) 式は次式となる。

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - FA = -FA_0 \\ F = \frac{\sigma}{\nu \Delta t} \end{cases} \quad (3.14)$$

(3.13) 式を解析的に解くためには、有限要素法による各節点における 1 時間ステップ前の解が空間の関数として表現される必要があるため、各節点のベクトルポテン

シャルの解を，最小二乗法を適用し近似することを考える。

ただし，解の分布は境界値として与えられる 2 次元静磁界解析の解である磁束密度波形や，材料の透磁率，電気伝導率などによって変化するため，良い近似を与える関数形を予測することは困難である。

そこで，本研究ではあらゆる解の分布に対応するため，解をよく近似する多項式を，その次数  $m$  を変化させ自動探索する手法を考える。

$$A_0 = \sum_{j=1}^m C_{2j-1} z^{2j-1} \quad (3.15)$$

ここで， $C$  は近似多項式の係数である。また解の分布は，板厚方向の材料特性が均質な場合，原点（鋼板の中央）に対して必ず対称（奇関数）となることから，多項式の次数は奇数だけを用いる。

自動探索における次数  $m$  の変化のさせ方は，解の空間的変化が少ない場合に高次の多項式を用いると極値が生じ，非線形反復の収束特性を悪化させることが予測されるため，低い次数の多項式から，判定を行う。

近似の閾値は，次式で示される決定係数  $R^2 > 0.99$  とする。

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{Nz} \left( A_{0i} - \sum_{j=1}^m C_{2j-1} z_i^{2j-1} \right)^2}{\sum_{i=1}^{Nz} (A_{0i} - A_0^*)^2} \quad (3.16)$$

ここで， $A_{0i}$  は 1 ステップ時間前の各節点のベクトルポテンシャル， $A_0^*$  は各節点のベクトルポテンシャルの平均値， $z_i$  は各節点の  $z$  軸座標である。

(3.12) 式に示す拡散方程式の一般解は次式となる。

$$A = P_1 e^{\sqrt{F}z} + P_2 e^{-\sqrt{F}z} \quad (3.17)$$

ここで， $P_1$  および  $P_2$  は，一般解の係数である。次に特殊解は，(3.12) 式の右辺項が (3.15) 式の形になることを考慮し，未定係数方の考え方にに基づき，次式の奇関数で表されるとする。

$$A = \sum_{j=1}^m Q_{2j-1} z^{2j-1} \quad (3.18)$$

ここで， $Q$  は多項式の係数である。(3.16) 式の特解を，(3.11) 式に代入すると，次式を得る。

$$\sum_{j=1}^{m-1} 2j(2j+1)Q_{2j+1} z^{2j-1} - F \sum_{j=1}^m Q_{2j-1} z^{2j-1} = -F \sum_{j=1}^m C_{2j-1} z^{2j-1} \quad (3.19)$$

各次数の係数比較から，(3.18) 式の特解の係数は次式から求めることができる。

$$\begin{cases} Q_{2j-1} = C_{2j-1} & (i = m) \\ Q_{2j-1} = \frac{FC_{2j-1} + 2j(2j+1)Q_{2j+1}}{F} & (i < m) \end{cases} \quad (3.20)$$

(2.33) 式で示される 1 次元動磁界解析の境界条件および, (3.15) 式, (3.17) 式, (3.18) 式, (3.20) 式から, 解析解は次式となる。

$$A = -\frac{e^{\sqrt{F}z} - e^{-\sqrt{F}z}}{e^{\sqrt{F}h/2} - e^{-\sqrt{F}h/2}} \left( \sum_{j=1}^m Q_{2j-1} \left(\frac{h}{2}\right)^{2j-1} + \frac{B^{2D}h}{2} \right) + \sum_{j=1}^m Q_{2j-1} z^{2j-1} \quad (3.21)$$

### 3.3 1次元磁界解析の安定性向上手法の検証

前節で述べた安定性向上手法の検証を行うため, 基礎的な検証およびモータモデルにおける検証を行う。

ステップサイズの決定方法は, Functional NR および Exact NR に加えて, リファレンスとして Normal NR および Conventional NR を比較する。

Fig. 3.8 に, 計算で使用する電磁鋼板 JIS50A290 相当材料のヒステリシスを示す。

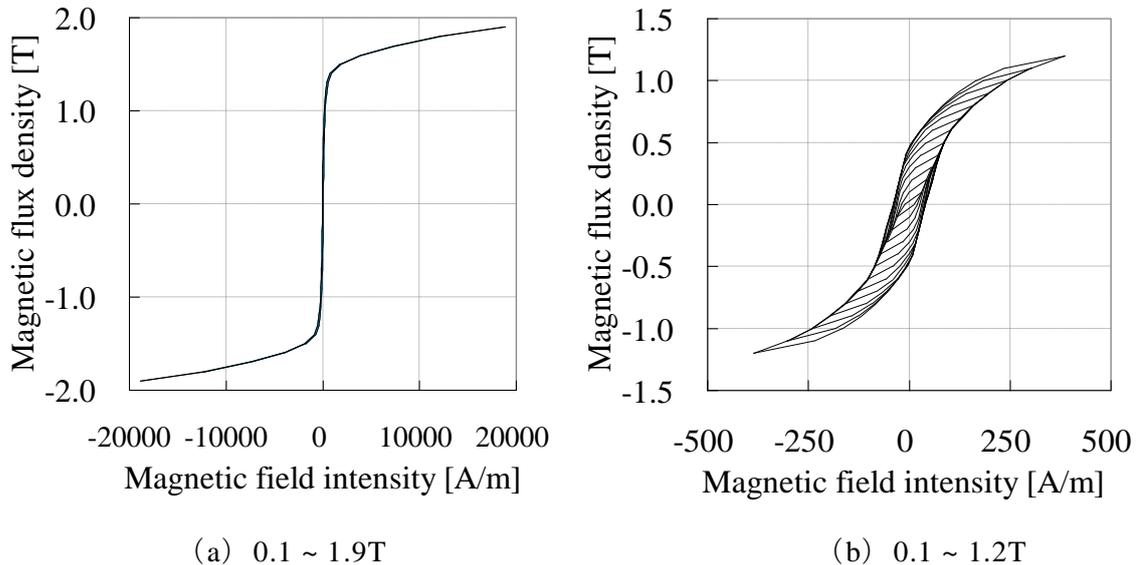


Fig. 3.8 Magnetic hysteresis curves ( Equivalent to JIS50A290).

図 3.8 ヒステリシスカーブ (JIS50A290 相当)

### 3.3.1 基礎的検証

基礎的検証を行うため、(2.33) 式の境界条件  $\mathbf{B}^{2D}$  には、Fig. 3.9 に示すように、 $x$  方向および  $y$  方向に最大値が 1.0T で相対的な位相差が 45 度の正弦波となるように与える。Table 3.1 に解析条件を示す。Functional NR のステップサイズを決定する際に、任意となる  $\alpha_1$  および  $\alpha_2$  は、本研究では、0.3 および 1.5 と設定した。また、Exact NR のステップサイズを決定する際の、ステップサイズの初期値は 0.5 とし、収束判定条件は、 $\delta\alpha < 0.01$  と設定した。

Fig. 3.10 に各周波数条件における、平均非線形反復回数を、Fig. 3.11 に計算に要した時間を示す。周波数が高くなるほど、いずれの手法においても非線形反復回数が増加する傾向にある。これは渦電流の表皮効果によって、磁束密度の板厚方向の分布が生じたためと推測する。

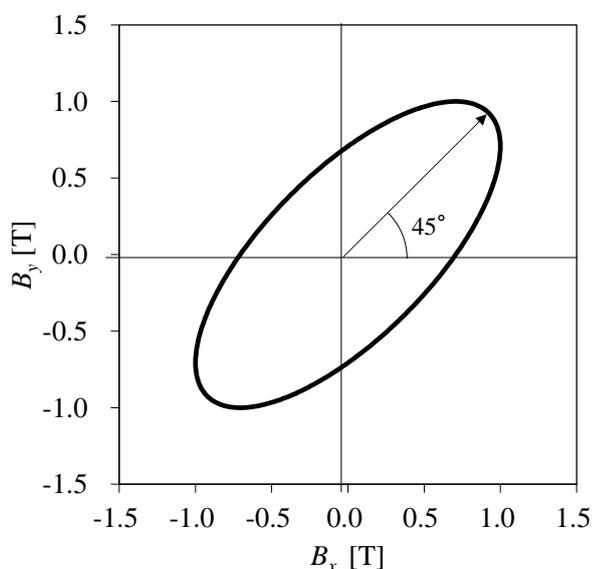


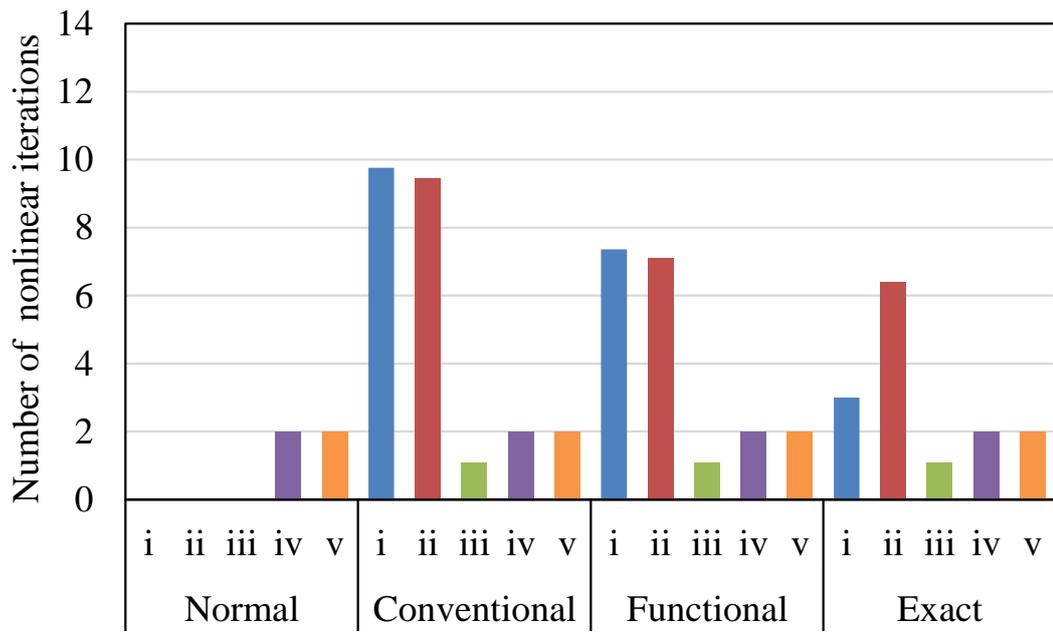
Fig. 3.9 Boundary condition.

図 3.9 境界条件

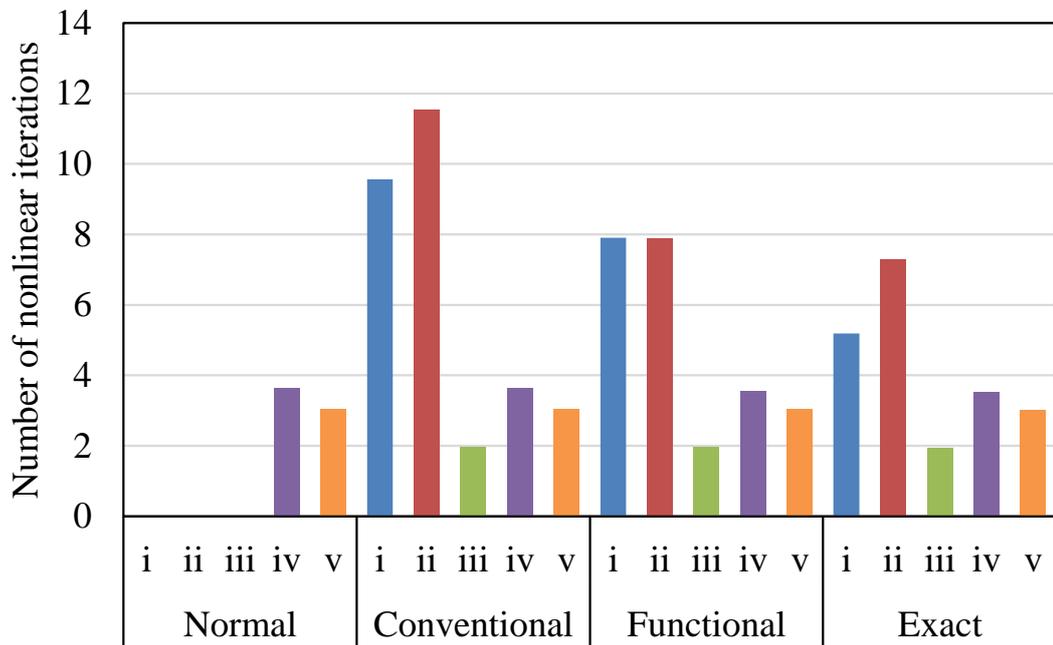
Table. 3.1 Analysis conditions

表 3.1 解析条件

Material	Equivalent to JIS 50A290
Electrical property of steel sheet [ $\mu\Omega \cdot \text{cm}$ ]	47
Thickness of steel sheet $h$ [mm]	0.5
Frequency [Hz]	1, 100, 10k
Number of time steps per cycle	256
Number of elements (1-D)	20
Linear solver	ILUBiCGStab ( $\varepsilon_{cg} = 10^{-6}$ )



(a) 1 Hz



(b) 100 Hz

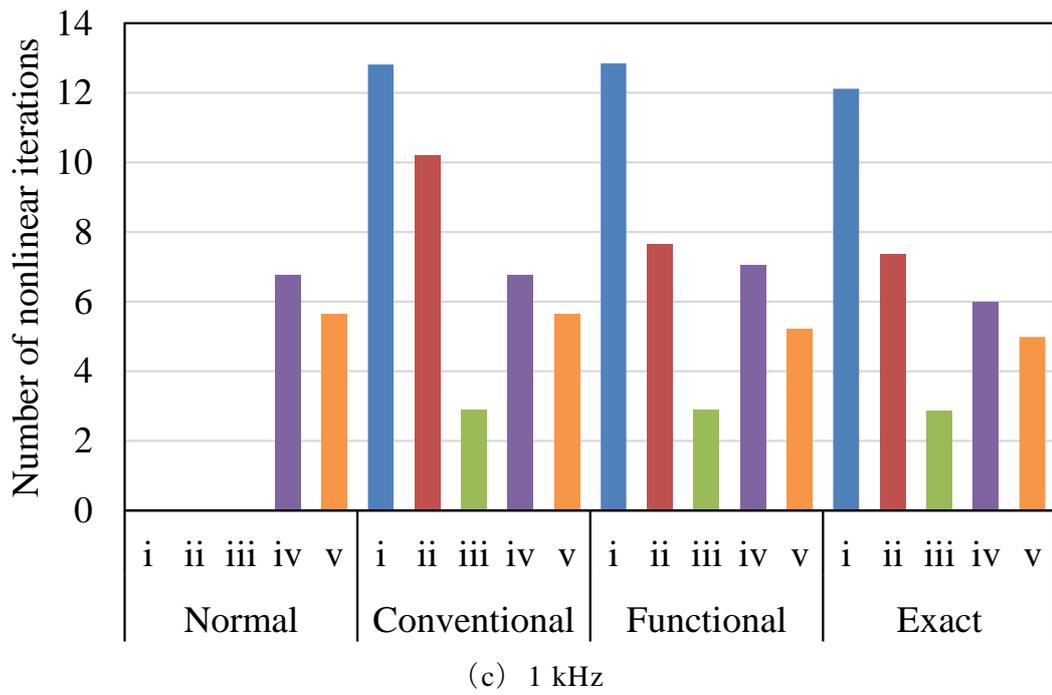
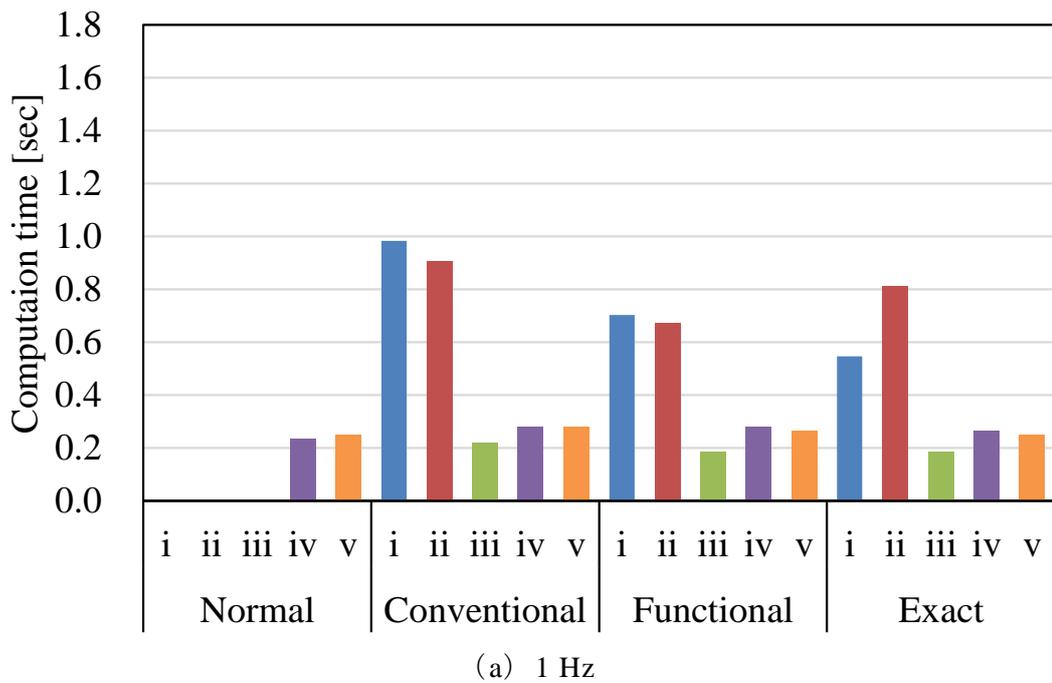


Fig. 3.10 Average number of nonlinear iterations.

図 3.10 平均非線形反復回数



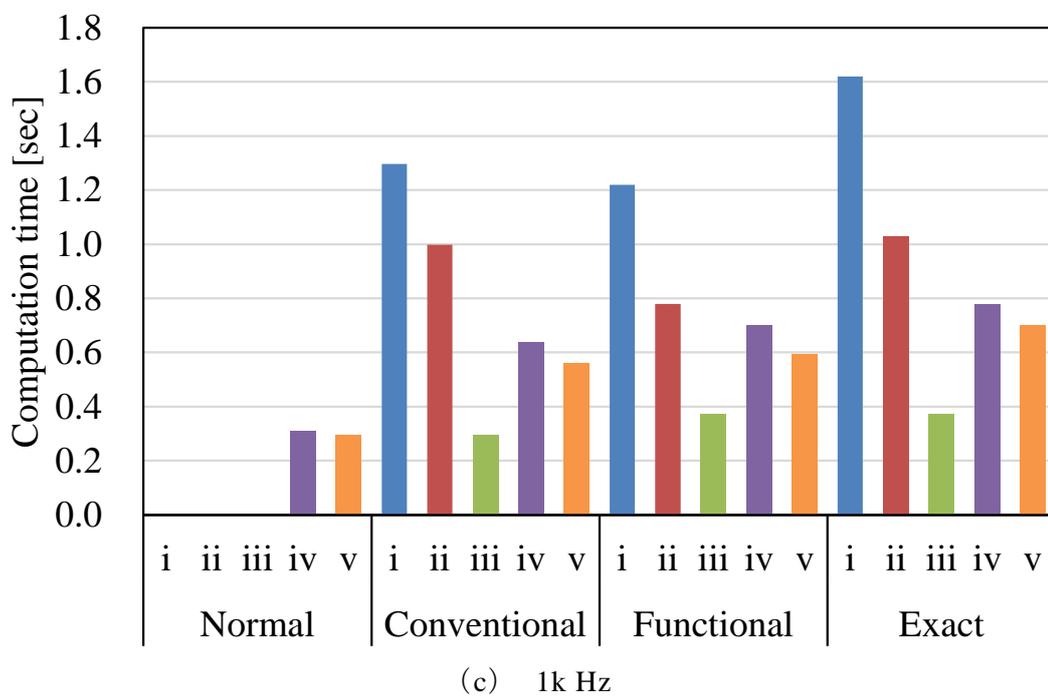
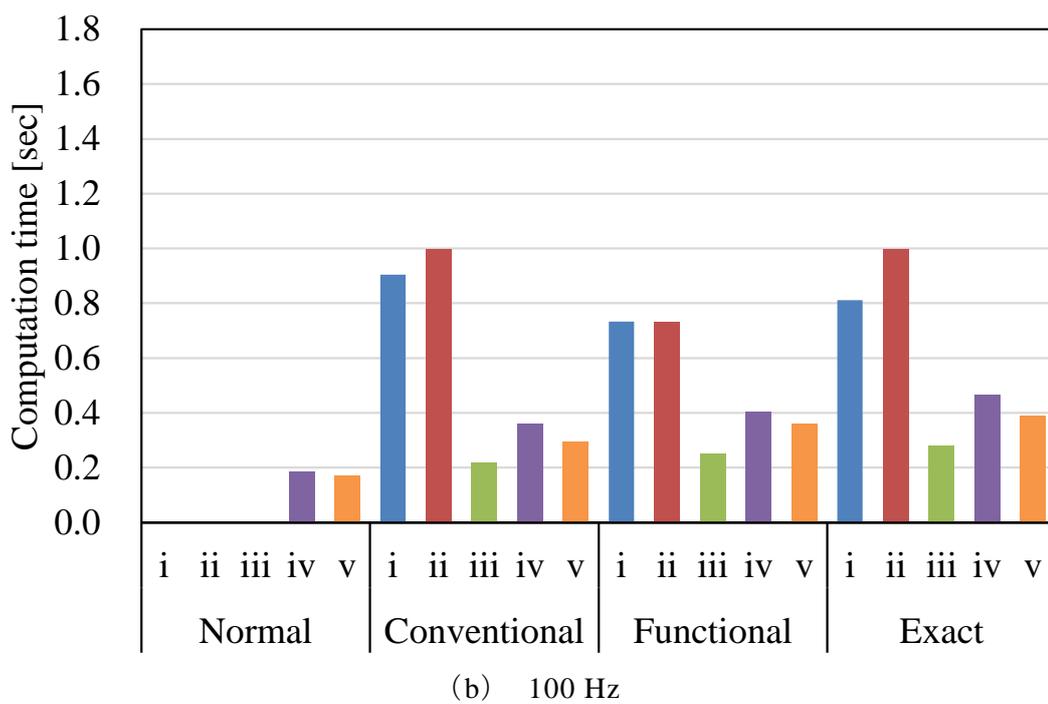


Fig. 3.11 Total computation time.

図 3.11 トータル計算時間

ステップサイズの決定方法では，Normal NR において収束しないケースがあったが，Conventional NR，Functional NR および Exact NR では，いずれのケースも収束解を得ている。また，手法 (i) および (ii) の非線形反復回数は，Normal NR (未収束) > Conventional NR > Functional NR > Exact NR の順であったが，手法 (iii) ~ (v) では，ステップサイズの決定方法による差異は小さいことが分かる。

初期値の決定方法では，非線形反復回数に対し，手法 (ii) による低減効果は非常に小さいが，手法 (iii) ~ (v) では，低減効果が認められた。特に，手法 (v) は Conventional NR，Functional NR および Exact NR と組み合わせることで，非線形反復回数が突出して低減できており，また計算時間も短縮されている。ただし，手法 (iii) は，前述のように 1，2 時間ステップ目および，時間ステップで連続して同じ磁束密度が続く場合においては，適用できない点に留意する必要がある。一方，手法 (iv) および (v) では，そのような時間ステップや磁束密度波形による制約はないことから，汎用性が高いと言える。但し手法 (iv) では，静磁界解析の解を初期値としているため，周波数による影響がより顕著になっており，手法 (v) に比べてロバスト性が低下する。

### 3.3.2 基礎検証の考察

ここでは，ステップサイズおよび初期値の改善によって得られた効果の要因について，方程式の残差およびベクトルポテンシャル分布に着目して考察する。

周波数が 100Hz における 256 時間ステップでの，各非線形反復における残差ベクトルの大きさを Fig. 3.12 に示す。図中の非線形反復が 0 回目の場合は，初期値の状

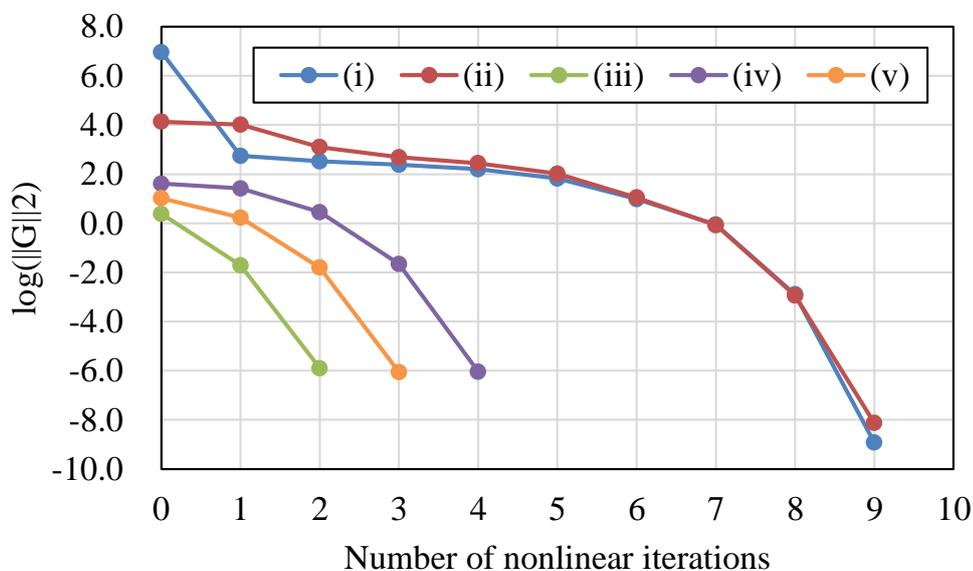
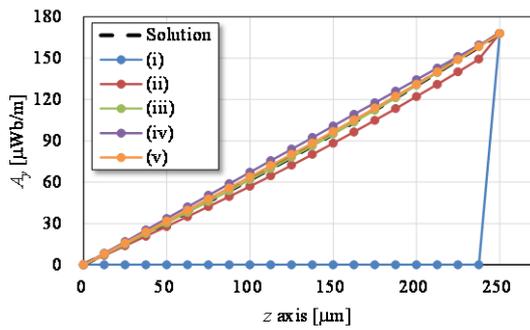


Fig. 3.12 Convergence characteristic (100 Hz, time step = 256).

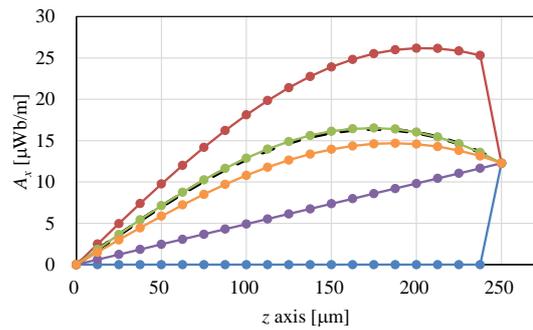
図 3.12 収束特性 (100Hz, time step = 256)

態を示す。初期値における残差（以下，初期残差）は，手法 (iii) が最も小さく，次いで手法 (v)，(iv)，(ii) の順であった。また，収束を得るまでに必要な非線形反復回数は，当初の狙い通り，初期残差が小さいものほど低減できている。これは初期の残差が小さいことそのものの効果および，初期残差が小さいことにより，非線形反復回数に対する残差の低減が加速されると解釈できる。ただし，手法 (ii) による初期残差低減による効果は小さく，非線形反復 5 回目辺りまで残差の低減が緩やかであることが起因していると考えられる。

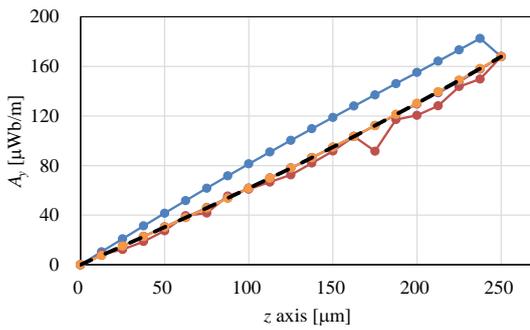
Fig 3.13 に，その時のベクトルポテンシャルの分布を示す。なおステップサイズの設定方法は，Functional NR である。手法 (iii) で推定した初期値は，真の解とほぼ一致しており，初期残差が最も小さかったこととの相関が推定される。



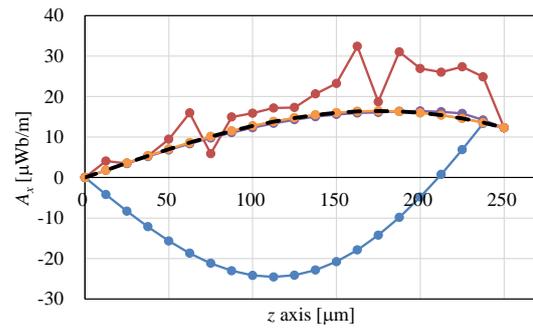
(a)  $k = 0$  ( $A_y$ )



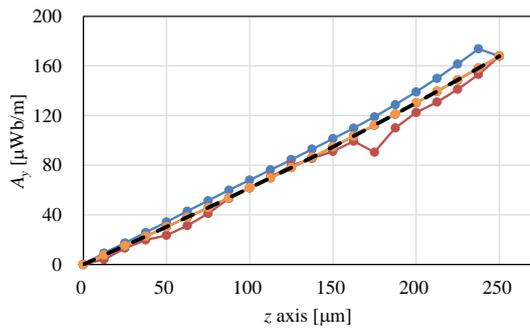
(b)  $k = 0$  ( $A_x$ )



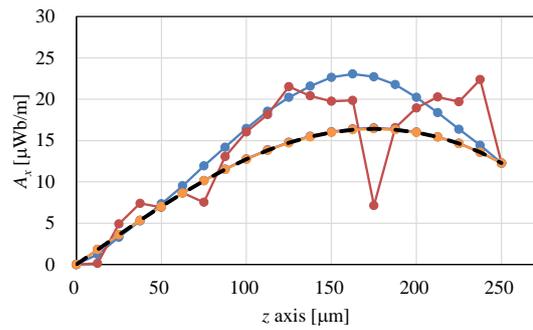
(c)  $k = 1$  ( $A_y$ )



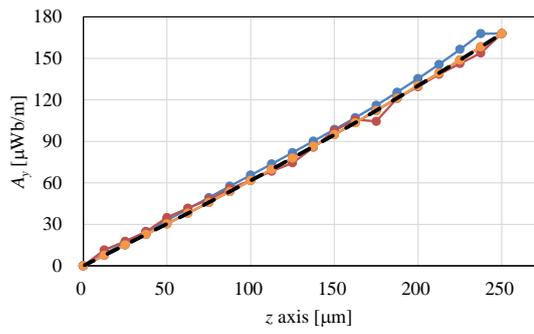
(d)  $k = 1$  ( $A_x$ )



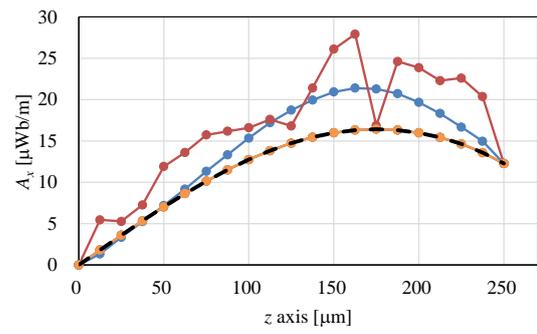
(e)  $k = 2$  ( $A_y$ )



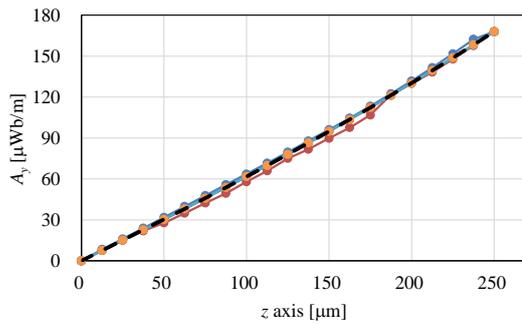
(f)  $k = 2$  ( $A_x$ )



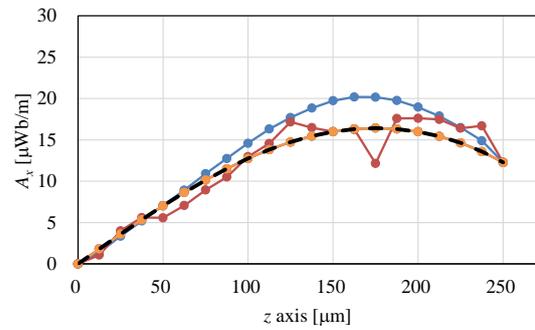
(g)  $k = 3$  ( $A_y$ )



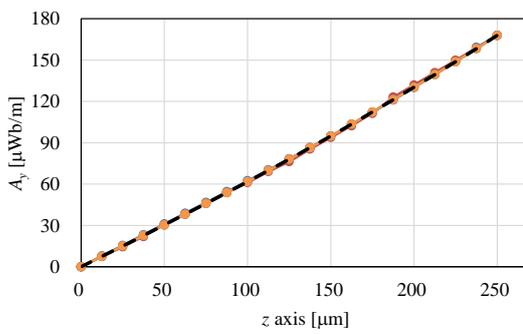
(h)  $k = 3$  ( $A_x$ )



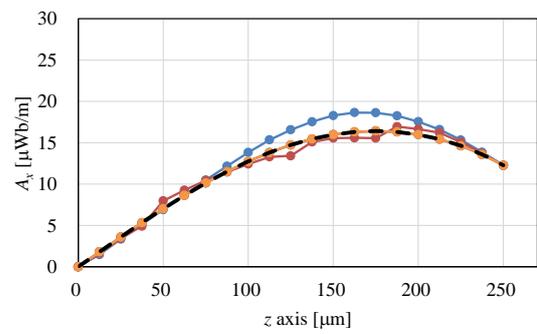
(i)  $k = 4$  ( $A_y$ )



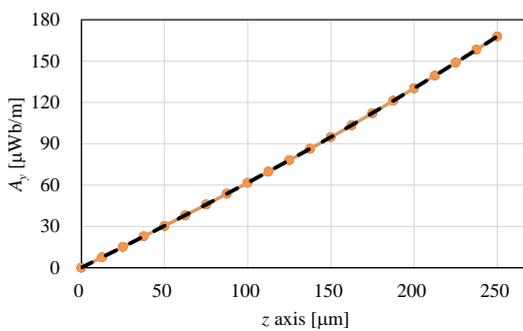
(j)  $k = 4$  ( $A_x$ )



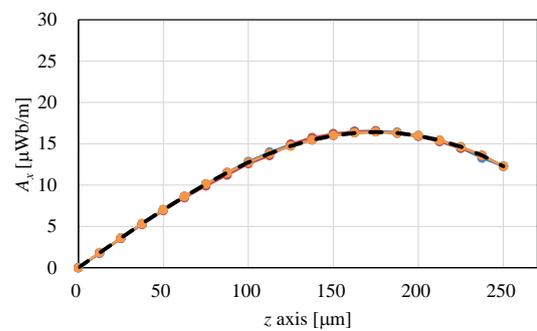
(k)  $k = 5$  ( $A_y$ )



(l)  $k = 5$  ( $A_x$ )



(m)  $k = 6$  ( $A_y$ )



(n)  $k = 6$  ( $A_x$ )

Fig. 3.13 Magnetic vector potential distribution (100 Hz, time step = 256).

図 3.13 磁気ベクトルポテンシャル分布 (100 Hz, time step = 256)

また、手法 (v) も真の解をよく近似できていることが確認された。手法 (v) の誤差の原因は、線形の磁気特性を前提しているため、磁束密度分布による透磁率分布を考慮していないためと考えられる。

非線形反復を重ねていくと、手法 (iv) ~ (v) は反復回数が 1~2 回程度で真の解にほぼ収束しているように見受けられるが、手法 (i) および (ii) では 6 回程度必要となっている。特に、手法 (ii) は、ベクトルポテンシャルの分布が滑らかではなく、その空間変化である磁束密度は、不連続な空間分布になっていると考えられ、収束特性に対する効果が非常に小さかったこととの相関が推察される。この原因については明確にはなっていないが、Fig. 3.14 に示すように、非線形反復回数が 1 回目の際の、ILUBiCGStab 法の反復回数が極端に増加することを確認しているから、手法 (ii) による初期値の与え方は、解くべき方程式の性質を悪化させ、解の更新量  $\delta A$  に誤差が含まれていたと推定する。

周波数が 100Hz における 256 時間ステップでの、各非線形反復における汎関数エネルギーの微分値 (各条件における最大値で正規化) を Fig. 3.15 に示す。汎関数エネルギーの微分値は、文献 (4) で報告されているように、解が収束に近づくにつれて、ステップサイズに対して直線となり、ステップサイズが 1 付近でゼロとなる。特に、手法 (iii) ~ (v) では、上記のように初期残差が非常に小さいため、非線形反復回数 1 回目から、ほぼ直線となっている。このため、手法 (iii) ~ (v) に、Functional NR および Exact NR を組み合わせた場合には、非線形反復回数の低減効果が小さかったと考えられる。

以上の結果から、非線形反復の収束特性および計算の時間で最もバランスの良い方法について考察する。

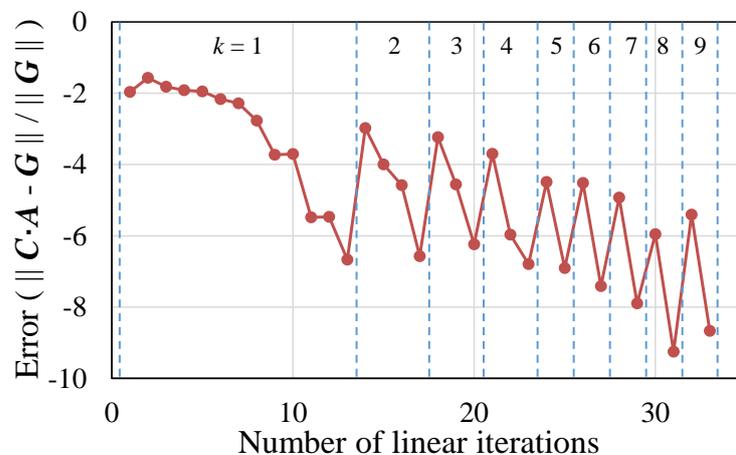
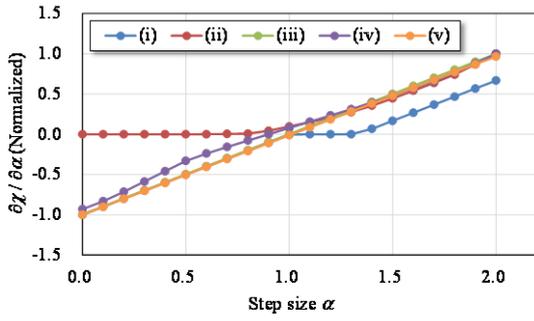
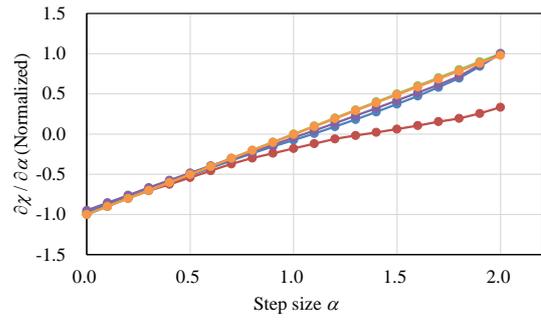


Fig. 3.14 Convergence characteristics of ILUBiCGStab method ( Method (ii) ).

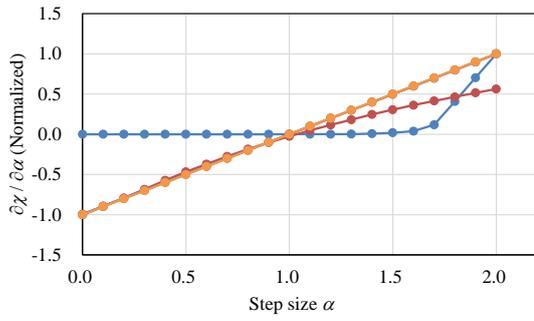
図 3.14 ILUBiCGStab 法の収束特性 (手法 (ii))



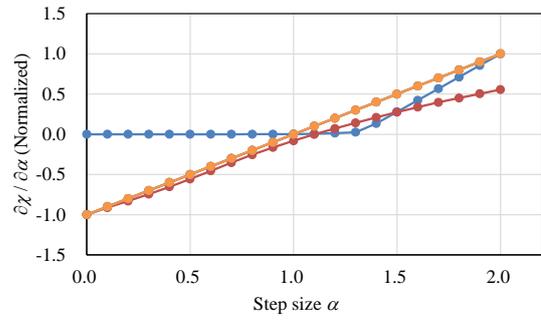
(a)  $k = 1$



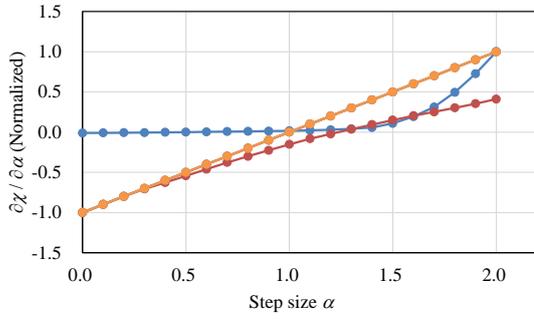
(b)  $k = 2$



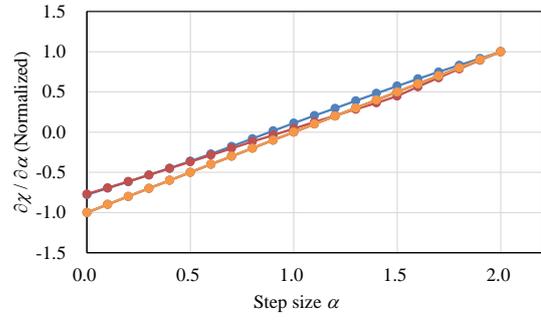
(c)  $k = 3$



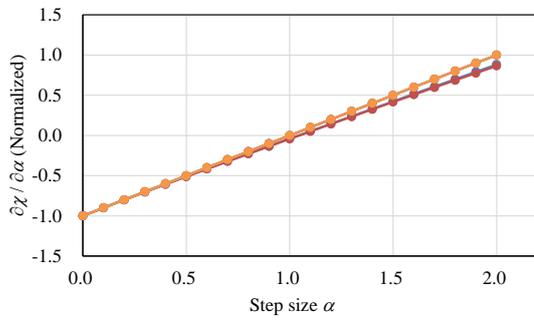
(d)  $k = 4$



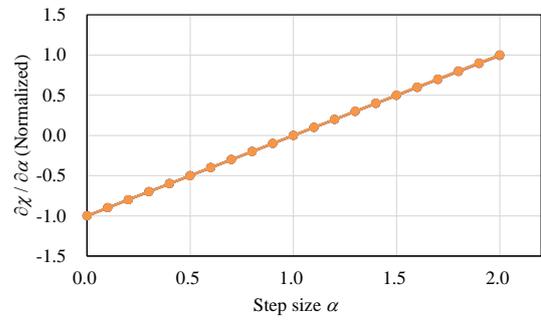
(e)  $k = 5$



(f)  $k = 6$



(g)  $k = 7$



(h)  $k = 8$

Fig. 3.15  $\alpha - \partial\chi / \partial a$  (100 Hz, time step = 256).

☒ 3.15  $\alpha - \partial\chi / \partial a$  (100 Hz, time step = 256).

まず、初期値の決定方法には、初期残差が最も小さく、計算負荷の小さい手法 (iii) を適用する。ただし、第 1 時間ステップおよび、時間ステップで連続して同じ磁束密度が続く場合には、初期残差が次点で小さい手法 (v) を適用する (手法 (iii+v))。次に、ステップサイズの決定方法には、Fig. 3.9 に示すように、非線形反復回数が少なく収束特性の安定している Functional NR または Exact NR が良い。一方、計算時間の観点では、Fig. 3.10 に示すように、Functional NR が優位である。ただし、Fig. 3.15 に示すように、手法 (iii) および (iv) では、汎関数エネルギーの微分値は非線形反復 1 回目からほぼ直線であることから、Exact NR においてステップサイズを求めるためのニュートン・ラプソンの法の反復回数を 1 回で固定しても、収束特性に与える影響は小さく、Functional NR に比べて、計算時間短縮できると期待できる (Exact NR(1))。

そこで収束特性および計算時間のバランスが最良の手法として、手法 (iii+v) に Exact NR(1) を組み合わせた手法 (Opt. NR) を提案する。以下、本提案手法をモータのモデルを用いて検証を行う。

### 3.3.3 モータモデルによる検証

Fig. 3.16 に解析モデルを示す。モデルは、空間対称性を考慮し、2 次元静磁界解析では、1/5 領域 (機械角 :  $72^\circ$ )、1 次元静磁界解析ではステータコアのみを計算対象とし 1/60 領域 (機械角 :  $6^\circ$ ) とした。Fig. 3.17 にメッシュ分割図を、Table 3.2 に解析条件を示す。

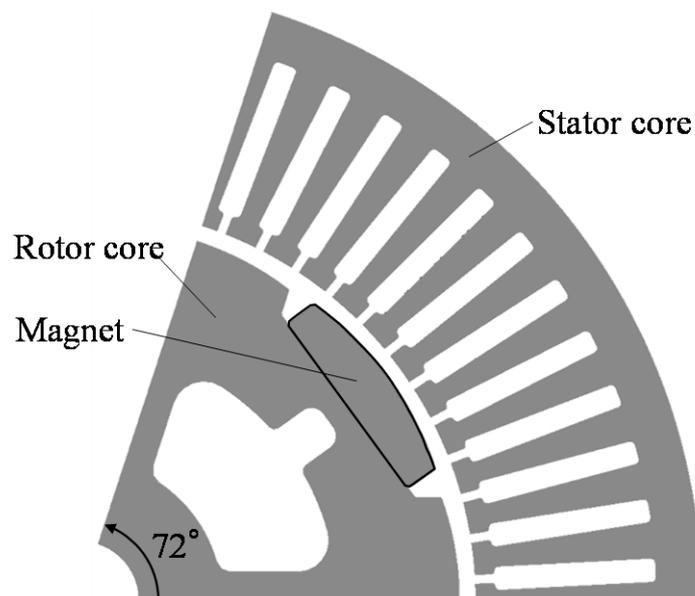
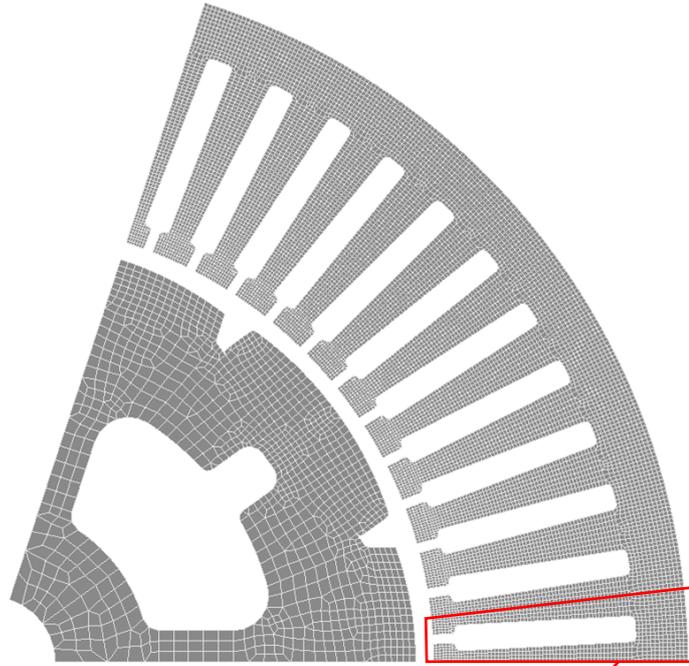


Fig. 3.16 Motor model.

図 3.16 モータモデル



Analysis area of iron loss

Fig. 3.17 Mesh model.

図 3.17 メッシュ図

Table 3.2 Analysis conditions.

表 3.2 解析条件

Material	Stator core	Equivalent to 50A290
	Rotor core	
Magnet	$B_r$ [T]	1.1
	$H_c$ [kA/m]	20
Speed[ $\text{min}^{-1}$ ]		1000
Outermeter of motor[mm]		100
Thickness of steel sheet[mm]		0.5
Number of time steps		256
Number of elements	2-D	12000(800)
	1-D	10
Linear solver	2-D	ICCG ( $\epsilon_{cg} = 10^{-6}$ )
	1-D	ILUBiCGStab ( $\epsilon_{cg} = 10^{-6}$ )

Fig. 3.18 に平均非線形反復回数を， Fig. 3.19 に計算に要した時間を示す。なお， 2次元静磁界解析に要した計算時間は含まないとする。

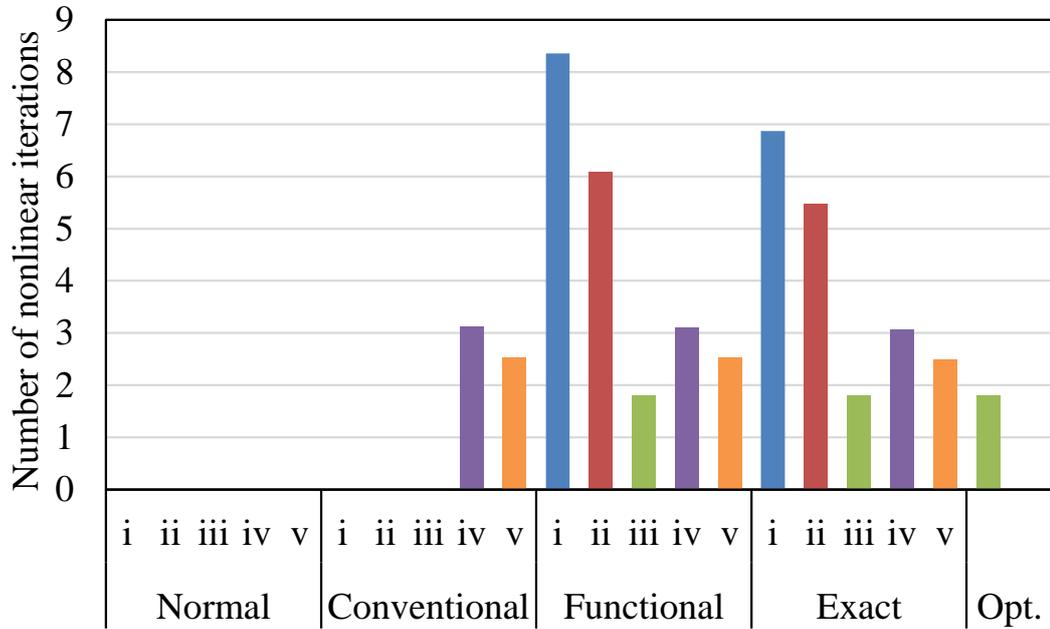


Fig. 3.18 Average number of nonlinear iterations.

図 3.18 平均非線形反復回数

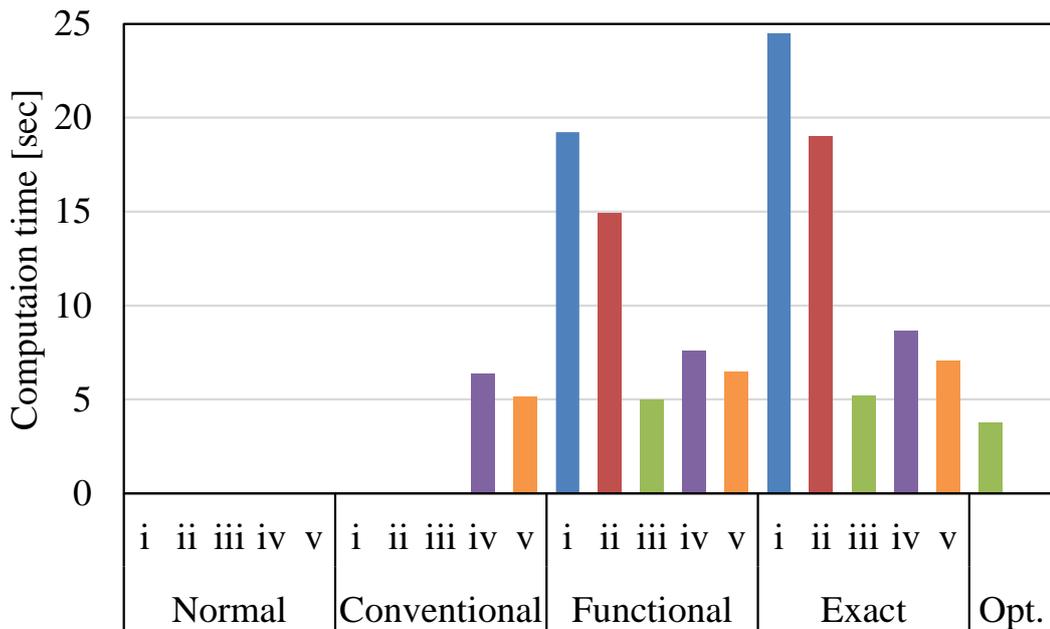


Fig. 3.19 Total computation time.

図 3.19 トータル計算時間

Normal NR では、初期値に寄らず、収束解が得られない要素があった。また、Conventional NR においても、手法 (i) ~ (iii) では収束解が得られない要素があり、基礎検証よりも収束が困難となっている。

一方、Functional NR および Exact NR では、収束解を得ることができているが、手法 (i) では計算時間が 20 分程度を要している。ここに、手法 (iii) を組み合わせることで、非線形反復回数は 2 回以下で収束し、計算時間は 5 分程度と 75% の短縮ができています。更に前節で述べた最適なバランスを図った方法 (Opt.) では、非線形反復回数は手法 (iii) と同等としながら、更に計算時間を約 7% 短縮している。

Fig. 3.20 に、渦電流損およびヒステリシス損の解析結果を示す。渦電流損は磁束密度の集中するティース部で、ヒステリシス損は回転磁束の発生するコアバックで高い値を示しており、妥当な結果と考えられる。また、収束した条件においては、鉄損計算結果に優位な差異はないことを確認している。

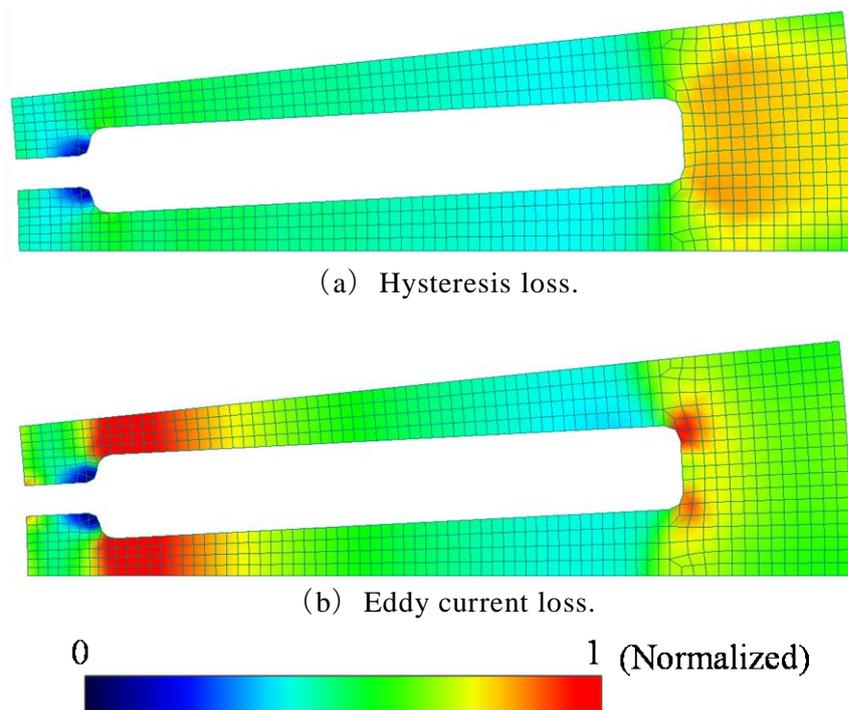


Fig. 3.20 Iron loss distribution.

図 3.20 鉄損分布

### 3.4 結言

本章では、ヒステリシスを考慮した 1 次元動磁界解析について、非線形磁界解析をニュートン・ラプソン法による数値解法によって解くことを前提に、ステップサイズと初期値の決定方法に着目した収束特性の安定化を検討し、以下の結論を得た。

- (1) ステップサイズの決定方法は、汎関数エネルギーの最小化に着目した **Functional NR** および **Exact NR** が、収束の安定性の観点から良いと考えられたが、残差ベクトルのノルムを求めるなどの計算量が増加し、計算時間が長くなる傾向にあった。
- (2) 初期値の決定方法として、手法 (i) : 0 とする場合、手法 (ii) : 1 時間ステップ前の解  $A_0$  とする場合、手法 (iii) : 境界条件の時間変化に比例するとした場合、手法 (iv) : 静磁界解析の解とした場合、手法 (v) : 線形方程式の解析解とした場合、を検討した。その結果、手法 (iii), (iv) および (v) が、非線形反復回数の低減効果の観点で良いと考えられる。なかでも、手法 (iii) は、初期値が真の解とほぼ一致しており、その効果が突出して大きいものとなった。
- (3) 初期値の決定手法 (iii) ~ (v) を適用した場合、初期残差が小さいことから、エネルギー汎関数のステップサイズに対する微分は、ほぼ線形となるため、**Exact NR** の反復回数を 1 回と固定した場合においても、収束特性に影響を与えることなく、計算の短縮化が図れると考え、最適な初期値とステップサイズの決定方法の組み合わせとして提案した。
- (4) モータモデルにおいて検証した結果、上記 (4) の組合せにおいて、平均非線形反復回数は 2 回以下と安定し、計算時間は従来手法 (**Functional NR** および手法 (i) を用いた場合) に比べて 75% 程度、短縮をできることを示した。

## 第 4 章 放射光を利用した電磁鋼板の打抜きひずみの計測

### 4.1 序言

モータのコア材料には、モータ運転時の高効率化を目的に、低鉄損な電磁鋼板が一般的に適用検討される。一方、モータコアの製造方法では、量産性や材料歩留まりの観点から、打抜き、かしめ、焼嵌めなどの生産性の高い加工方法を採用することが一般的である。しかし、加工時に材料が受けたひずみ（以下、加工ひずみ）は、磁壁移動を妨げる原因となるため、鉄損増大の要因となる。特に、小型且つ高効率を要求されるモータでは、その影響が顕著となることから、その影響を十分に検証する必要がある。

その影響評価には、従来、試作機による評価/確認に頼っていた為、工数増大および最適化困難という問題が有った。近年では、磁界解析を用いた鉄損計算を応用し、過去ひずみを考慮するための検討がなされてきたが、解析精度および解析手法の妥当性の検証については十分であるとは言えない状況である。そして、その原因の一つとして、構造解析シミュレーションによって求めた加工ひずみの検証が不十分であることが挙げられる。特に、モータコア加工時に必ず実施される打抜き加工では、材料の破壊を伴う大変形が局部的に生じることから、構造解析においては材料の破壊の判定式が必要となる。これに対し従来、様々な判定式が提唱されているが、用いる判定式によって求まる加工ひずみが異なる可能性があることから、鉄損解析への妥当性や計算精度に大きな影響を及ぼすと考えられる。

よって、構造解析による打抜きひずみの妥当性検証のため、打抜きひずみ分布の実測が重要であると考えられる。しかし、鉄鋼材料のひずみ計測には、X線回折法が一般的であるが、打抜きひずみは局所的な分布であることに加え、無方向性電磁鋼板の結晶粒径が $50\sim 200\mu\text{m}$ と粗大であることから、従来のラボ X線では十分な回折強度が得ることができない。

一方、既に方向性電磁鋼板のレーザによる磁区細分化に伴う熱ひずみにおいては、高輝度な放射光を利用することで、 $0.1\text{mm}$ 程度の空間分解能で3次元応力分布評価の実施例が報告がされている<sup>(6)</sup>。そこで、電磁鋼板の打抜き加工による内部ひずみを計測するためには、高輝度な放射光を利用することを考えた。

ただし、本実施例は、方向性電磁鋼板の

(1) 結晶粒径が $1\sim 2\text{mm}$ と非常に大きい。

(2) 結晶方位が鋼板の圧延方向に揃っている。

という特徴を利用し、角度分散法を用いている。これに対し無方向性の場合には、

(1) 結晶粒径が $50\sim 200\mu\text{m}$ と方向性電磁鋼板に比し小さい。

(2) 結晶方位は板厚方向を回転軸に鋼板面内でランダムに配置されている。

このため、角度分散法による 3 次元ひずみ分布の計測では、十分な回折強度得るには、試料の角度調整回数が膨大となる問題が想定される。

以上より、効率的に材料中のひずみ分布を明らかにするため、放射光を適用することをベースとした計測方法を検討した。

#### 4.2 X 線回折の原理

X 線は、その波長が  $10^{-12}\text{m}\sim 10^{-8}\text{m}$  程度の電磁波であり、多くの物質を透過できる性質から、レントゲンや CT などの医療分野だけでなく、物質の構造解析や、元素濃度計測、欠陥や亀裂の検査、ひずみ計測など、科学や工業の分野においても広い用途に利用されている。その内、X 線の回折現象を利用したひずみ計測の原理について説明する。

電磁鋼板を含む金属材料は、内部に多くの結晶粒を持つ多結晶体である。Fig. 4.1 に示すように、ここに X 線が照射されると、結晶の格子面によって、その一部が散乱 (=回折) する。各格子面で回折された X 線は、その光路差により、次式で示されるブラッグの回折条件が成立するときに、互いに強め合う。

$$n\lambda_0 = 2d_0 \sin \theta_0 \quad (4.1)$$

ここで、 $n$  は自然数、 $\lambda_0$  は無ひずみ状態の回折 X 線波長、 $d_0$  は無ひずみ状態の格

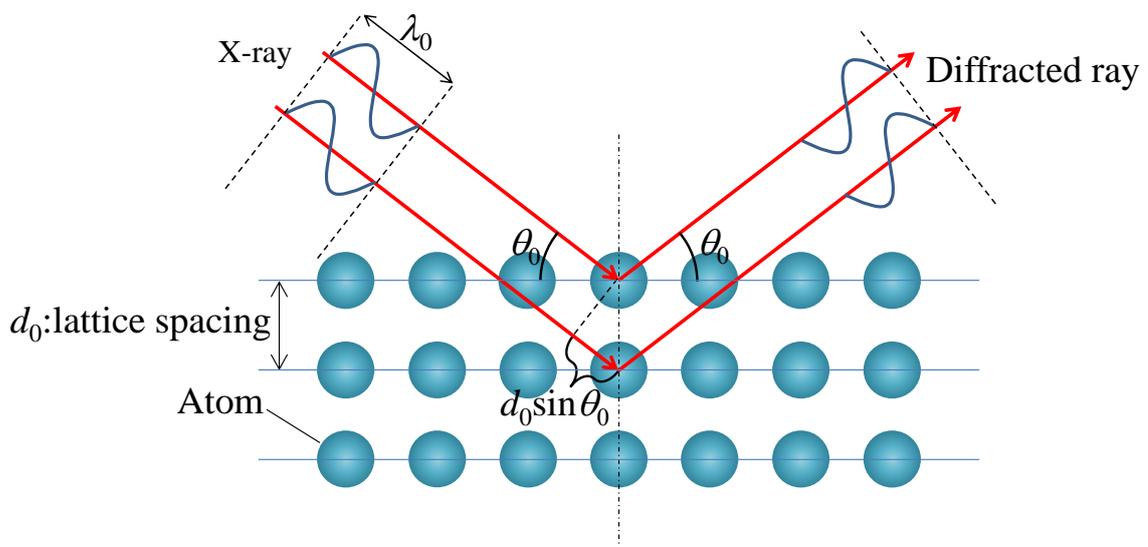


Fig. 4.1 X-ray diffraction without stress.

図 4.1 無応力下での X 線回折

子間距離、 $\theta_0$ は無ひずみ状態の回折角である。

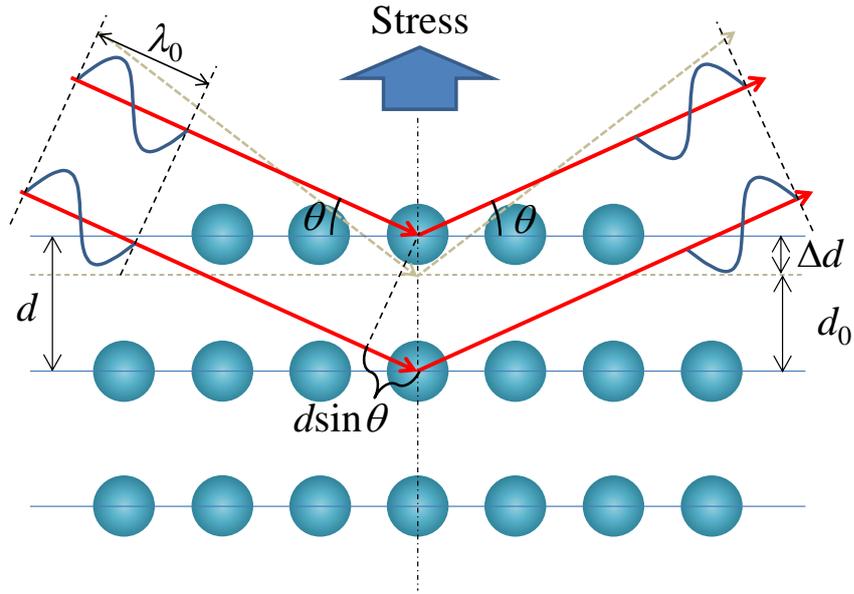


Fig. 4.2 X-ray diffraction with stress (Angular dispersive method).  
 図 4.2 応力下での X 線回折 (角度分散法)

ここで、金属に外部から応力が加わると、Fig. 4.2 に示すように、それらの結晶粒は応力の大きさに比例して、格子面間隔が変化する。

この時、X 線の波長が単一（単色 X 線）とすると、(4.1) 式から回折角が応力の大きさに比例して変化するため、次式のひずみの定義から、無ひずみ状態および応力印加状態の回折角を計測することで、ひずみを計測することが可能となる。

$$\varepsilon = \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} - 1 \quad (4.2)$$

ここで、 $\varepsilon$  はひずみ、 $d$  および  $\theta$  は、応力印加状態での格子面間隔と回折角である。このように、回折角の変化からひずみを求める方法を角度分散法と呼ぶ。

また、様々な波長をもつ X 線（白色 X 線）を用い、無ひずみ状態および応力印加状態で回折角を一定にとると、Fig. 4.3 に示すように、回折される白色 X 線の波長が変化するため、次式よりひずみを計測することが可能となる。

$$\varepsilon = \frac{d - d_0}{d_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} - 1 \quad (4.3)$$

ここで、 $\lambda$  は応力印加状態での回折 X 線の波長である。ただし、実際の計測においては、次式 X 線の波長とエネルギーの関係から、エネルギーを観測することで、ひずみを計測する。

$$U = h_p \frac{c}{\lambda} \quad (4.4)$$

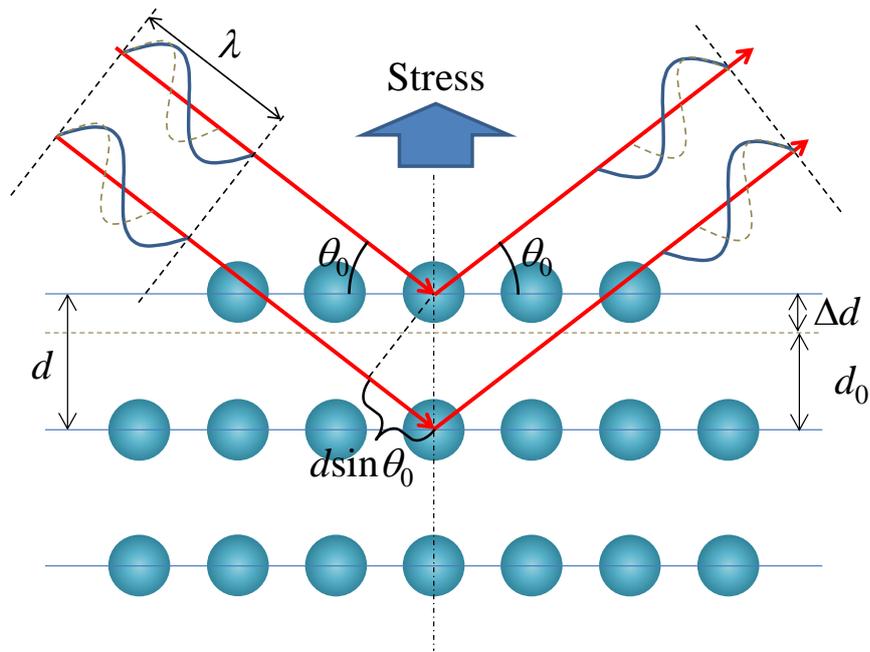


Fig. 4.3 X-ray diffraction with stress (Energy dispersive method).

図 4.3 応力下での X 線回折 (エネルギー分散法)

$$\varepsilon = \frac{U_0}{U} - 1 \quad (4.5)$$

ここで、 $h_p$  はプランク定数、 $c$  は光速、 $U_0$  および  $U$  は無ひずみおよび応力印加状態での回折 X 線のエネルギーである。このように、回折 X 線のエネルギーの変化からひずみを求める方法をエネルギー分散法と呼ぶ。

#### 4.3 ラボ X 線による打抜きひずみ計測の問題点

X 線回折によるひずみ計測では、前述の通り、結晶格子によって X 線が散乱することから、格子面と X 線の角度 (回折角) の関係が重要となる。特に、X 線と格子面が平行な場合には回折光は得られないし、低角の場合においても回折光は微弱となり、計測の信頼性が低下する。

無方向性電磁鋼板の場合、基本的に結晶方位は面内でランダムであることから、X 線照射範囲に十分な結晶粒の数が存在する場合には、確率論的に回折光を得ることが可能となる。十分な数とは、一般的に数百個以上と言われている。しかし、局所的なひずみの分布を観測する場合、分解能を高めるために X 線の照射範囲を絞る必要がある。その場合、観測する結晶粒の数が減少するため、不十分な場合には計測の信頼性が低下する。

本研究で対象とする打抜きひずみの範囲は、一般的に打抜き端面から塑性ひずみが板厚の 1/2 程度、弾性ひずみが板厚の倍程度と言われている。電磁鋼板の板厚は 0.3~0.5mm 程度であるから、打抜きひずみは、数百  $\mu\text{m}$  から数 mm 程度と考えられ

る。その範囲のひずみの分布を求めるためには、X線のビーム径は $100\mu\text{m}$ 程度に絞る必要がある。一方、無方向性電磁鋼板の結晶粒径は、 $50\sim 200\mu\text{m}$ 程度である。したがって、ビーム径内に存在する結晶粒の数は、数個 $\sim 10$ 個程度と極めて少なく、十分な回折強度が得られず、計測が困難となる。

またラボX線は出力が低いため、鉄に対しての透過性が得難く、数 $\mu\text{m}$ 程度が限界であると言われている。したがって、鋼板内部の打抜きひずみ分布を計測することは非常に困難になると考える。

しかしながら、ラボX線による電磁鋼板の打抜きひずみに関する報告は少ないため、実際のレベル把握をするために、以下の方法にて実測による検証を行った。

#### 4.3.1 ラボX線を用いたひずみ計測の検証

Fig. 4.4に、検証に用いたテストピースの作成方法およびX線照射位置を示す。テストピースは、短冊状の鋼板の一端をシャープで切断し、その他の端部は、ひずみが掛からないようワイヤーカットで切断し製作した。Table 4.1に、試験条件を示す。

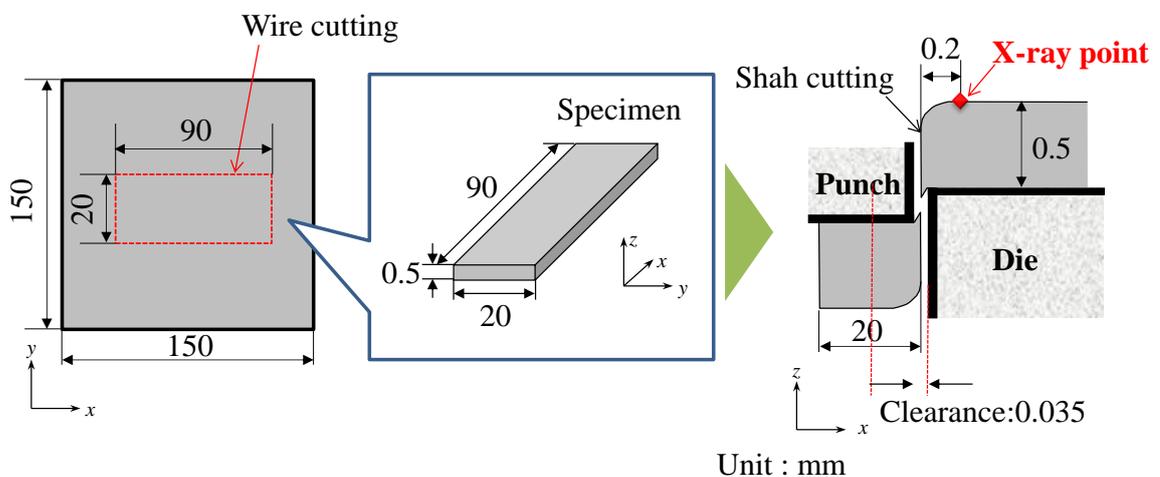


Fig. 4.4 Specimen for lab. X-ray diffraction.

図 4.4 X線回折用試料

Table 4.1 Experiment conditions.

表 4.1 実験条件

Specimen	Electric steel sheet JIS50A1300
Measuring equipment	Micro stress measuring equipment manufactured by Rigaku
Output	40kV-40mA
Detector	Position sensitive proportional counter
Measuring time [s/point]	1,000
Wavelength [ $\text{\AA}$ ]	2.29092

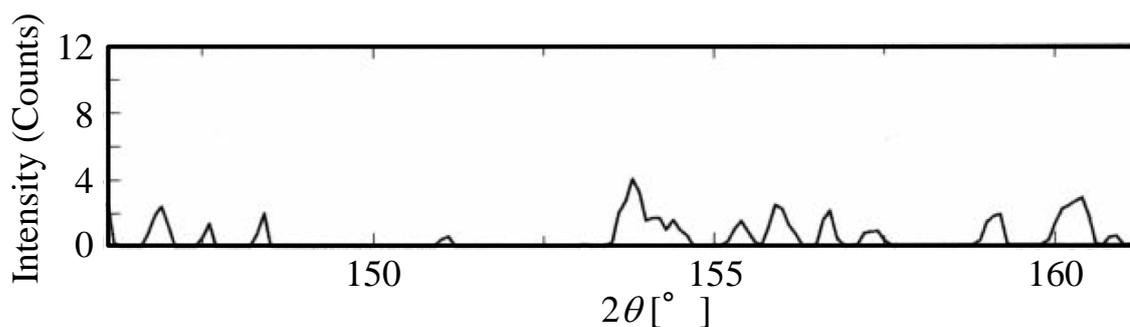


Fig. 4.5 Results of lab. X-ray diffraction.

図 4.5 ラボ X 線回折の結果

Fig. 4.5 に、ラボ X 線を用い、鋼板表面の打抜きひずみを計測した結果を示す。縦軸は、回折された X 線の強度を示す。X 線の回折ピークは数カウント程度しか確認されず、想定した通り、ガウス関数のような明確なピークは確認されず、波形分析が困難な状態であった。

このように、ラボ X 線では上記理由から回折強度が微弱であり、計測が不可能であることが明確となったことから、より高強度な回折線が期待できる放射光 X 線を利用することを以下に検討する。

#### 4.4 放射光 X 線を用いたひずみ計測

##### 4.4.1 放射光の利用

放射光とは、Fig. 4.6 に示すように、光速で直進する電子（電子ビーム）が磁場によるローレンツ力を受けて進行方向を強制的に曲げられた際に、その接線方向に集中して発生する指向性が高い強力なシンクロトロン放射光である。その光の強度は、電子のエネルギーおよび進行方向の変化が大きいほど強い光が得られ、ラボ X 線のおよそ 1 億倍程度に達する。

磁場の発生源には、Fig. 4.7 に示す偏光電磁石や挿入光源（アンジュレータ）などが用いられる。偏光電磁石は、リング状の加速器に電子を閉じ込めるために使用され、幅広い波長の電磁波（白色光）を得ることができる。一方、挿入光源は磁極が周期的に配置されたもので、特定波長の明るい光（単色光）が得られる。これらは、放射光の利用目的により使い分けられる。

上記のように発生した放射光は、分光器で特定の波長の光だけを取り出し、集光鏡で絞られた後、被計測物に照射される。

このようなシンクロトロン発生装置は、非常に大がかりで複雑な機構となり、専用装置が必要なることから、本研究では現時点で最も高強度な放射光が得られる SPring-8 を利用することとした。

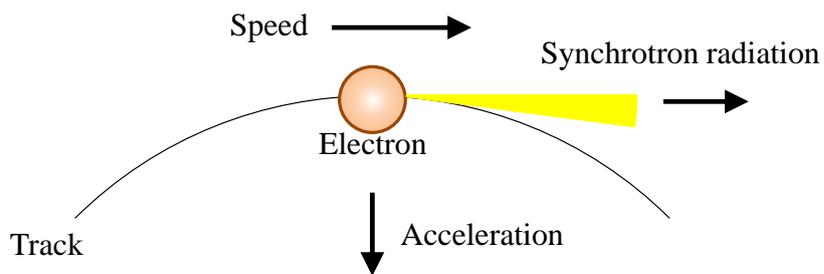
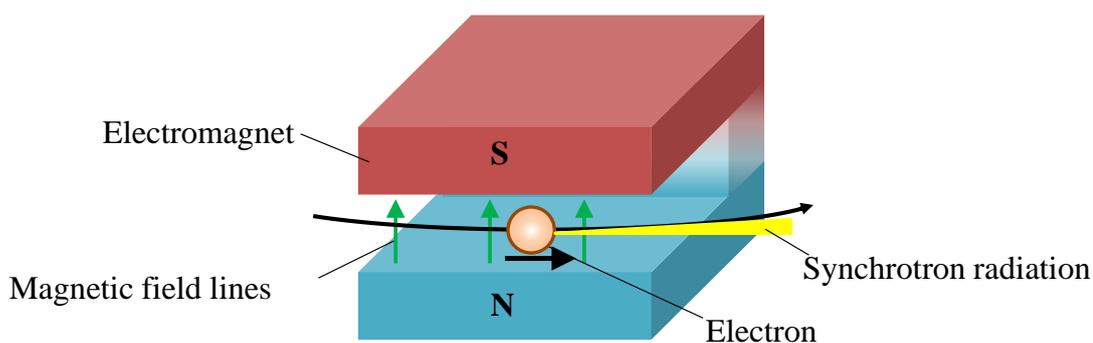
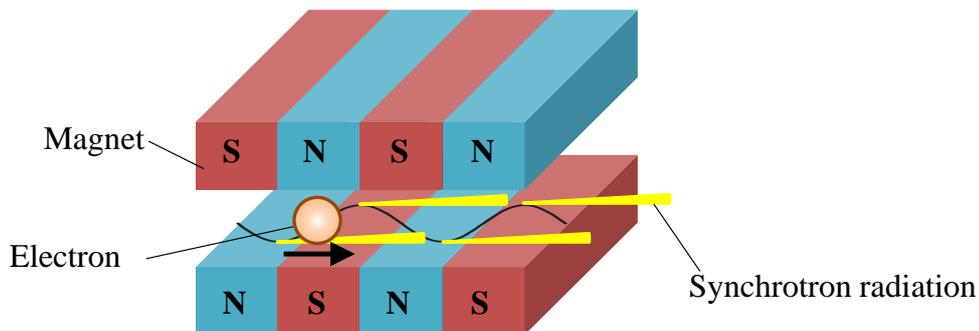


Fig. 4.6 Synchrotron radiation.

図 4.6 シンクロトロン放射



(a) Polarizing electromagnet.



(b) Undulator.

Fig. 4.7 Magnetic field source for synchrotron radiation.

図 4.7 シンクロトロン放射のための磁場ソース

具体的な計測内容としては、

- (1) 方向性電磁鋼板において、ひずみ分布測定の実績を有した単色放射光 X 線によるひずみ計測
- (2) 特に高いエネルギーを有し試料への透過性が高いこと、および 1 度に多くの回折線情報を取得できることを期待した白色放射光 X 線によるひずみ計測を実施した。以下に、それぞれの詳細を述べる。

#### 4.4.2 単色放射光 X 線によるひずみ計測

まず、単色 X 線によるひずみ計測では、(4.2) 式による角度分散法を用いてひずみを求めるが、無方向性電磁鋼板の打抜きひずみの計測に適用された前例がないことから、最初に既知のひずみを与えた試験片において、計測方法の確からしさを検討する。なお、本実験には、高エネルギーな単色 X 線を適用する必要から、SPring-8 の日本原子力研究開発機構専用であり、アンジュレータを光源とする BL22XU のビームラインを使用した。

##### 4.4.2.1 引張り試験片を用いた基礎検証

試験片に既知のひずみを負荷するため、Fig. 4.8 に示すように、引張り試験片の両面にひずみゲージを張る。この際、ひずみゲージが X 線と干渉しないよう、X 線照射位置から 3mm 距離をおいた。既知のひずみは、これら 4 つのひずみゲージの平均値とした。またひずみの付与方法は、Fig. 4.9 に示す引張用治具を用い、矢印の方向の引張ひずみを試料中央部で均一となるように付与した。Table 4.2 に実験の詳細条件を示す。既知のひずみの狙い値は、 $500\mu\text{ST}$  とした。

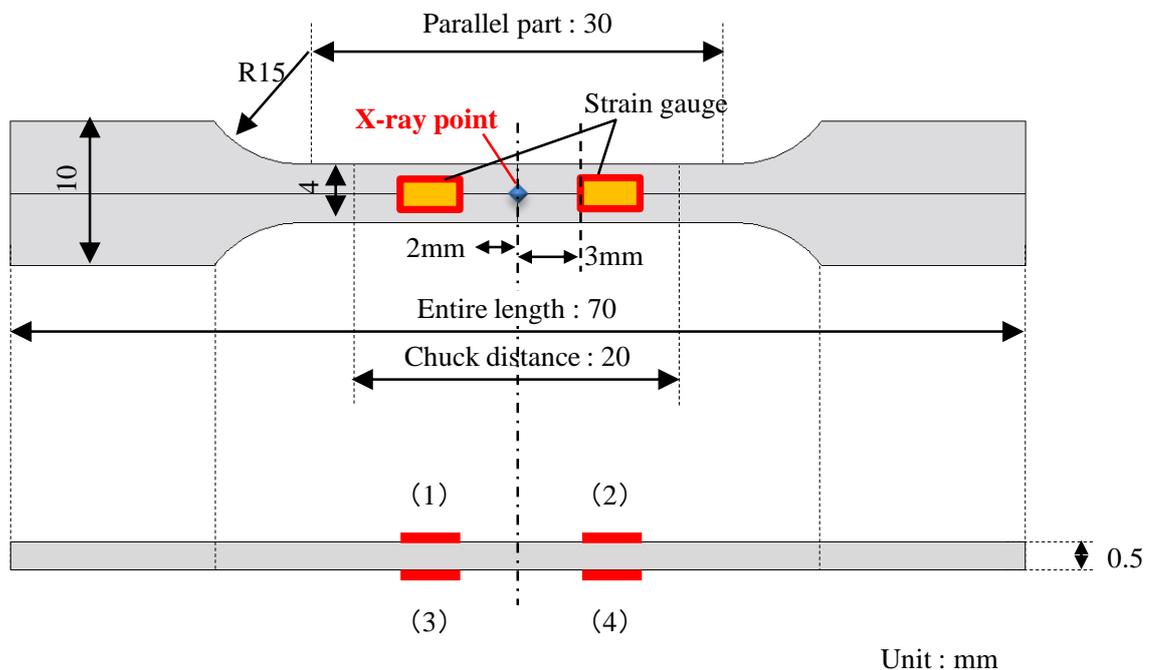


Fig. 4.8 Tensile specimen for synchrotron X – ray diffraction with .

図 4.8 放射光 X 線回折用の引張試験片

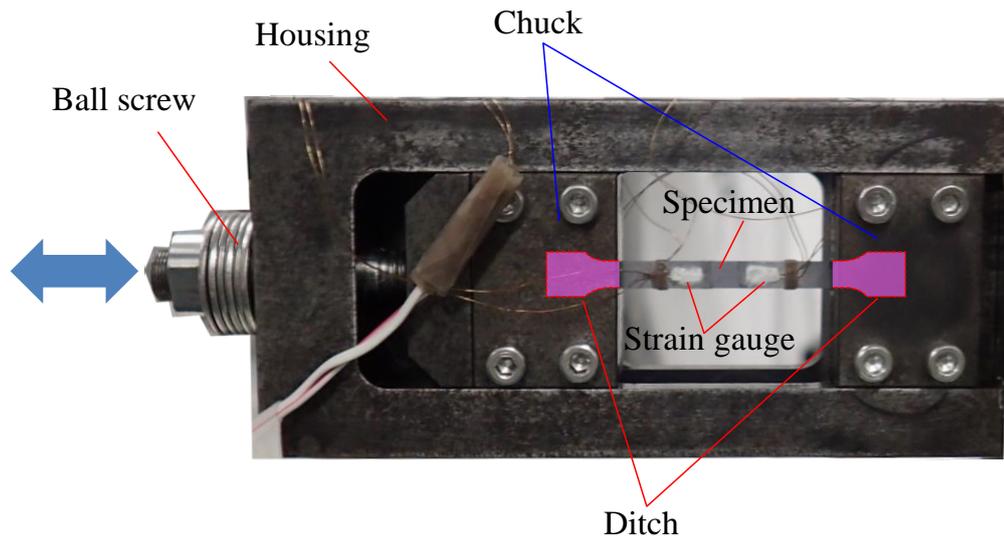


Fig. 4.9 Chucking jig for tensile test.

図 4.9 引張試験用治具

Table 4.2 Experiment condition.

表 4.2 実験条件

Specimen	Electric steel sheet JIS50A1300
Measuring equipment	SPring-8 BL22XU
Energy [keV]	30
Photon flux [photons / sec]	$2 \times 10^{13}$
Detector	Ge solid static detector
Slit size [ $\mu\text{m}$ ]	Height = 100, Width = 100
Measuring time [s/point]	420
Diffraction plane	( 4 4 0 )

Fig. 4.10 に、無負荷時および負荷時の状態の回折パターンを示す。回折強度は、5000～20000 カウント程度と、十分な強さを得ている。そこで、バックグラウンドを除去するため、次式で示すガウス関数に最小二乗法でフィッティングさせることで、回折角を求めた。

$$I(2\theta) = I_0 + 2\theta \cdot I_1 + I_p \cdot \exp \left\{ -2 \ln(2) \cdot \frac{(2\theta - 2\theta_p)^2}{w^2} \right\} \quad (4.6)$$

ここで、 $I_0$  および  $I_1$  は計測に含まれるバックグラウンドの 0 次および 1 次成分、 $I_p$  はバックグラウンド除去後の回折強度のピーク値、 $\theta_p$  はピーク時の回折角、 $w$  は半価幅である。

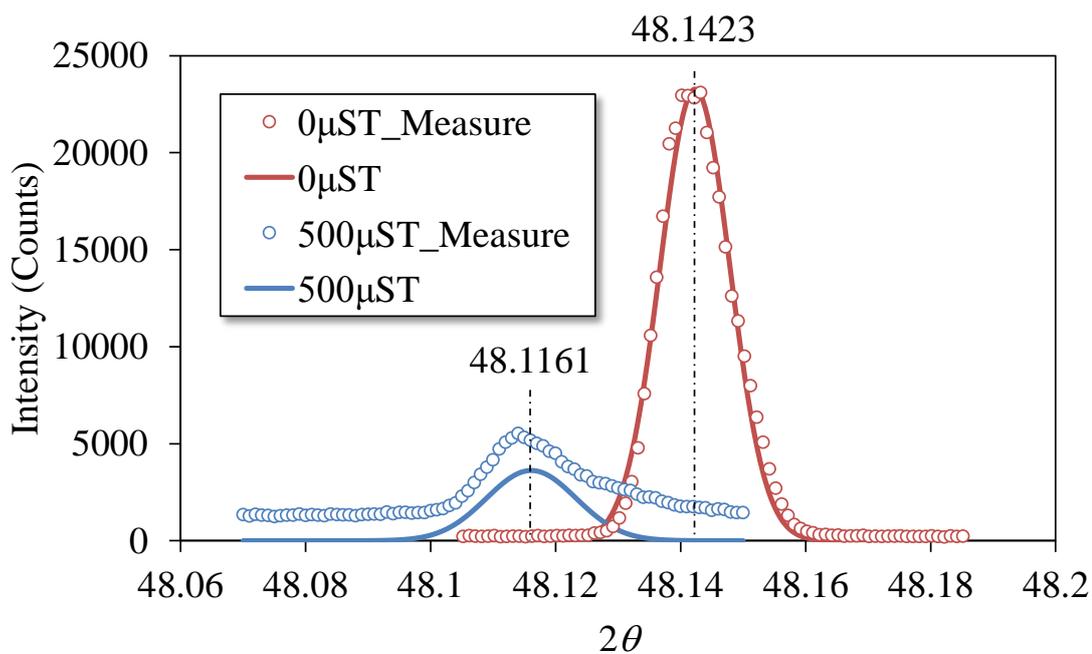


Fig. 4.10 Diffraction profile.

図 4.10 回折プロファイル

Table 4.3 Measurement results by strain gauge.

表 4.3 ひずみゲージによる計測結果

Strain gauge No.	Strain [ $\mu$ ST]
(1)	500
(2)	507
(3)	472
(4)	487

Fig. 4.10 に、ガウスフィッティング後の回折パターンを示す。無ひずみおよび負荷時の回折角  $2\theta$  はそれぞれ、 $48.1161^\circ$ 、 $48.1423^\circ$  であり、(4.2) 式からひずみは  $512\mu\text{ST}$  であった。一方、ひずみゲージによる計測結果を、Table 4.3 に示す。4つのひずみゲージにおいて若干のバラツキが生じているが、その平均値は  $491\mu\text{ST}$  と、放射光 X 線を用いた結果と誤差は 4%ほどと小さく、本計測手法の妥当性を確認することができた。

#### 4.4.2.2 打抜きひずみの検証

Fig. 4.11 に、無方向性電磁鋼板を打抜き加工で製作したテストピースを示す。テストピースは、最初に  $80\text{mm} \times 90\text{mm}$  の長方形に材料を打ち抜き、次にワイヤーカットで両サイドを切断し、 $20\text{mm} \times 90\text{mm}$  の短冊状の試験片を製作した。この際、 $y$  方向の応力がワイヤーカットによって一部解放されることが予測されるが、評価するひずみの方向は  $x$  方向（長手方向）および  $z$  方向（板厚方向）とすることから、評価結果に影響を与えないと考える。

計測方法は、上記で製作したテストピースを、Ge 半導体検出器が搭載された  $2\theta$  アームを天地、水平方向に移動させて、テストピースの長手、および板厚方向のひずみ分布を計測する。特に、今回実験では、効率的に信頼性の高いデータを得ることを目的に、

- (1) Fig. 4.12 に示すように、テストピースの打抜き断面に平行な方向に対し、 $x$  および  $z$  方向のひずみは均一と仮定し、回折角を一定に保った状態で平行方向にテストピースを揺動し、最も回折光が強く得られる位置（結晶粒）を探索する。
- (2) 探索した位置で、回折パターンを計測する（揺動探索法）。

Table 4.4 に実験の詳細条件を示す。また、(4.2) 式より、ひずみの算出で必要となる無ひずみ時の回折角は、打抜き端面から十分離れた位置（ $=3\text{mm}$ ）で計測した回折角の板厚方向の平均値を用いることとする。

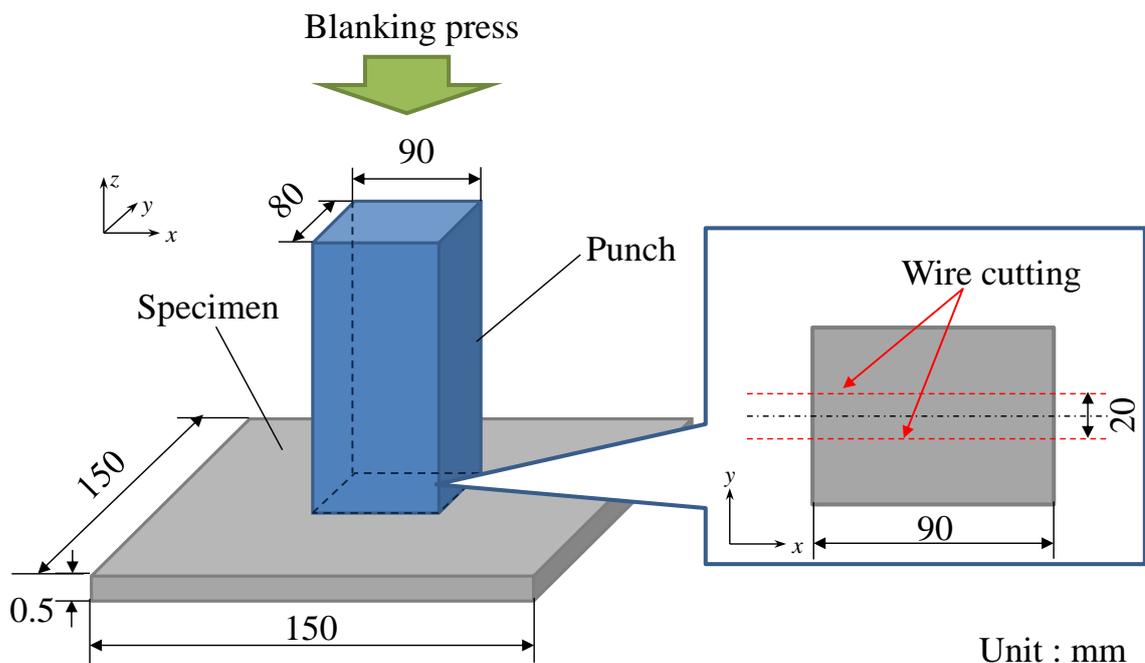


Fig. 4.11 Blanking specimen for synchrotron X – ray diffraction.

図 4.11 放射光 X 線用打抜きテストピース

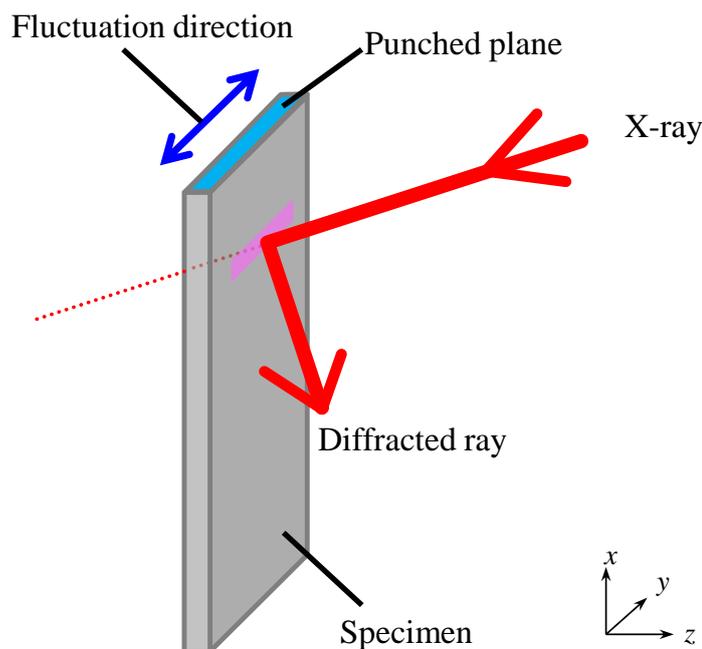


Fig. 4.12 Fluctuation of blanking specimen.

図 4.12 打抜き試験片の揺動

Table 4.4 Experiment condition.

表 4.4 実験条件

Specimen	Electric steel sheet JIS50A1300
Measuring equipment	SPring-8 BL22XU
Energy [keV]	30
Photon flux [photons / sec]	$2 \times 10^{13}$
Detector	Ge solid static detector
Slit size [ $\mu\text{m}$ ]	Height = 100, Width = 100
Measuring time [s/point]	420
Diffraction plane	( 3 2 1 )

#### 4.4.2.3 長手方向の打抜きひずみの計測結果

Fig. 4.13 に、明確なピークが得られた位置における回折パターンの計測結果を示す。回折パターンは、シングルピークを呈しており、(4.6) 式のフィッティングが適用可能であることが分かる。幾つかの計測点においては、明確なピークが得られず波形解析が不能となったが、Fig. 4.14 に示す回折強度の分布より、おおむね数百～数万程度の回折光のピークを得られていることが分かる。また、図中の上面がダレ側、下面がバリ側であるが、それらの形状変化を考慮せずひずみをマッピングした。

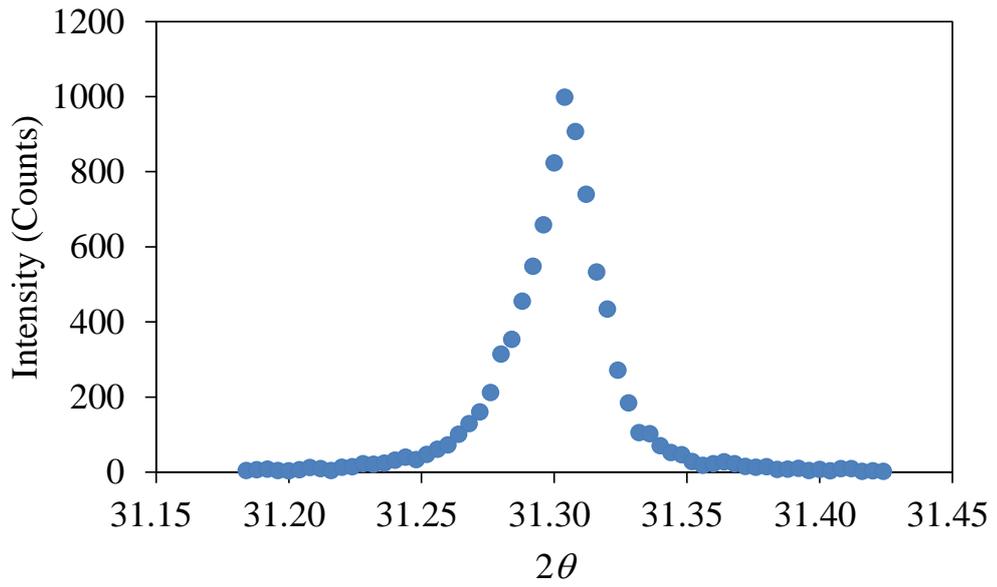


Fig. 4.13 Diffraction profile( $x = 0.2$  mm,  $z = 0.0$  mm).

図 4.13 回折プロファイル

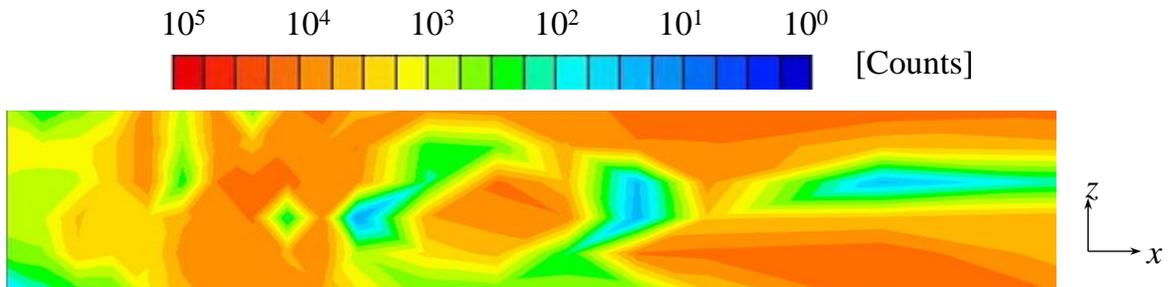


Fig. 4.14 Distribution of diffraction intensity.

図 4.14 回折強度分布

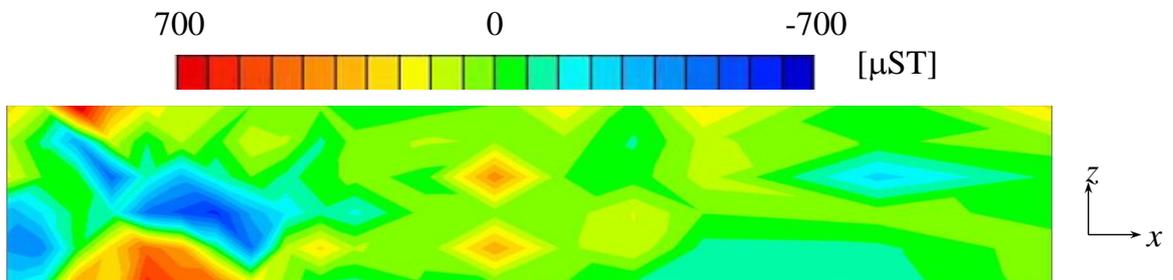


Fig. 4.15 Distribution of blanking press strain.

図 4.15 打抜きひずみ分布

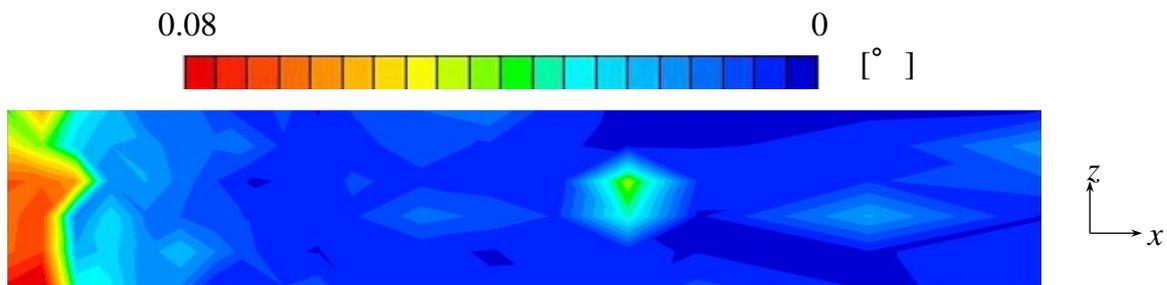


Fig. 4.16 Distribution of FWMH.

図 4.16 半価幅分布

Fig. 4.15 に、残留ひずみ分布の計測結果を示す。明確なピークが得られなかった計測点では、周辺の計測点のひずみから線形補間により、ひずみの推定を行っている。長手方向のひずみは、ダレおよびバリ面の端部付近で引張による大きいひずみが観察された。一方、板厚内部では、表面の引張のひずみとバランスをとるように圧縮応力が観察された。また、最大ひずみは約  $700 \mu\text{ST}$  程度であり、切断面から約  $0.5 \sim 1.0\text{mm}$  離れた位置では、ひずみはほぼ零となった。鋼板の中央付近に点在している引張ひずみは、X線が粗大な結晶粒を捉えたことによる誤差であると推定する。

Fig. 4.16 に、(4.6) 式から求まる半価幅の分布を示す。半価幅は塑性ひずみとの相関があることから、塑性ひずみの範囲を知ることができる。長手方向の半価幅の分布から、塑性ひずみの範囲は端部から約  $0.2 \sim 0.3\text{mm}$  程度であることが確認された。

#### 4.4.2.4 板厚方向の打抜きひずみの計測結果

Fig. 4.17 に、明確なピークが得られた位置における回折パターンの計測結果を示す。長手方向と同様にシングルピークを呈しており、(4.6) 式のフィッティングが適用可能であることが分かる。ただし鋼板内部の計測点において、Fig. 4.18 に示すように、明確なピークが得られておらず、波形解析が不能となった。これは、板厚方向のひずみは反射法による回折光を基に計測していたが、反射法は深い箇所ひずみを計測しようとするとき、材料中の光路が伸びるため、X線の減衰が大きくなり、回折強度が低下したと考えられる。なお、長手方向の回折は透過法を適用したため、深さに対するX線の減衰が少ないため、計測が可能だったと考えられる。

Fig. 4.19 に、残留ひずみ分布の測定結果を示す。明確なピークが得られなかった測定点では、長手方向と同様に、周辺の測定点のひずみから線形補間により、ひずみの推定を行っている。

板厚方向のひずみは、ダレ面の端部近傍にて圧縮応力が確認できるも、上記理由により、打抜き影響部全体の明確なひずみ分布を得るには至らなかった。

Fig. 4.20 に、半価幅分布を示す。ひずみ分布と同様に不鮮明ではあるが、端部から約  $0.2 \sim 0.3\text{mm}$  程度に塑性ひずみがあることが確認された。

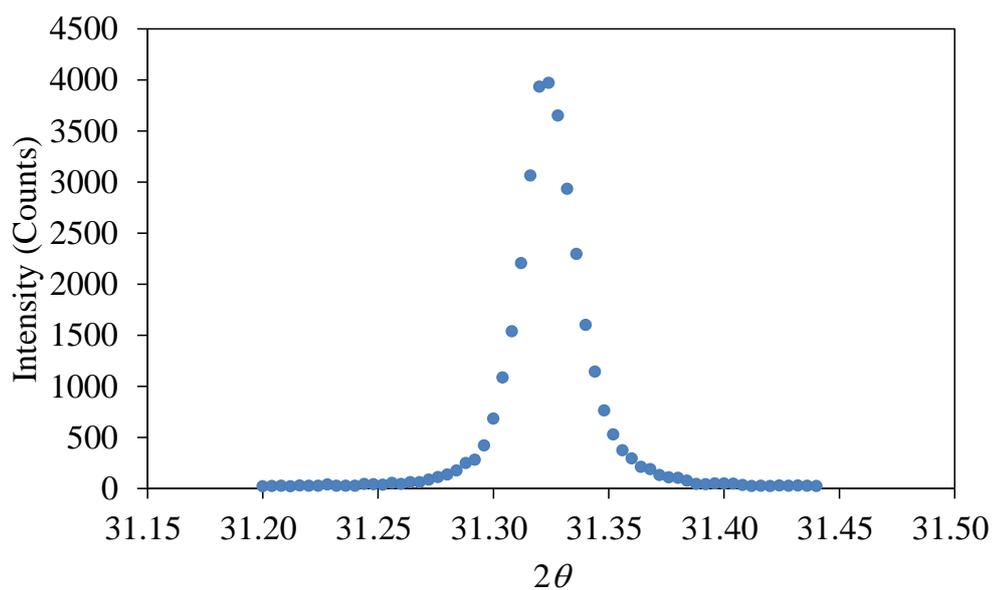


Fig. 4.17 Diffraction profile ( $x = 0.2$  mm,  $z = 0.0$  mm).

図 4.17 回折プロファイル

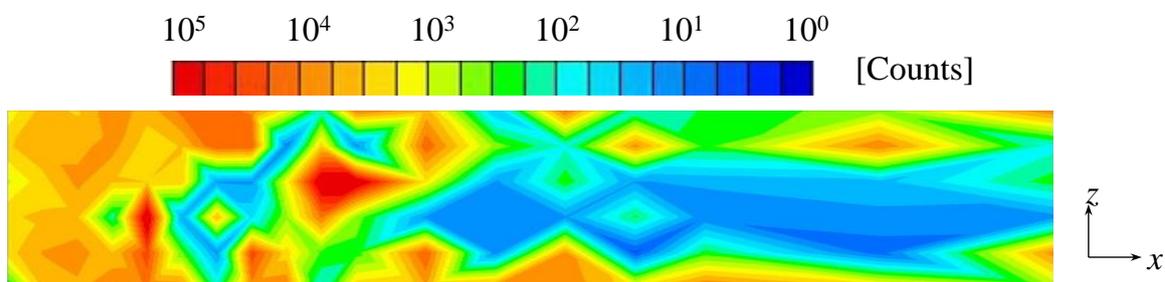


Fig. 4.18 Distribution of diffraction intensity.

図 4.18 回折強度分布

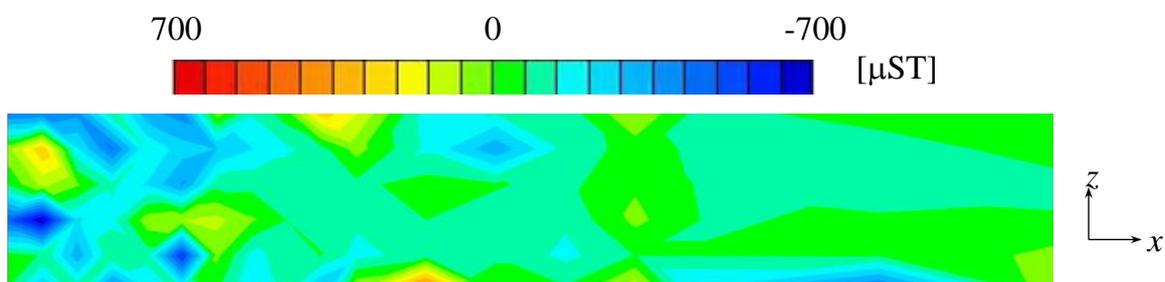


Fig. 4.19 Distribution of blanking press strain.

図 4.19 打抜きひずみ分布

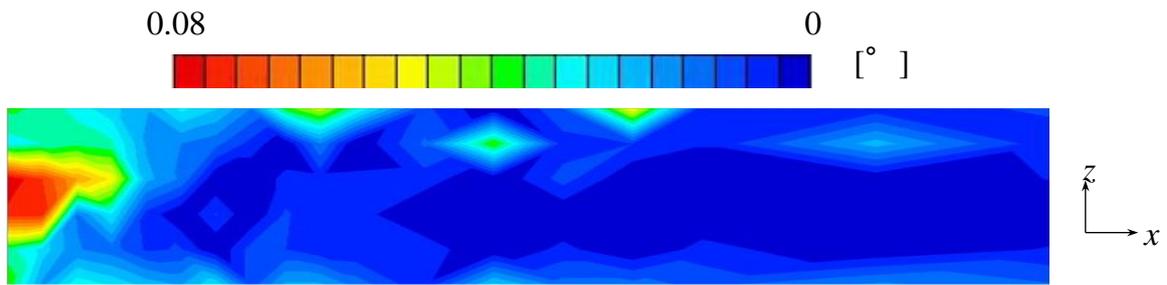


Fig. 4.20 Distribution of FWHM.

図 4.20 半価幅分布

#### 4.4.3 白色放射光 X 線によるひずみ計測

次に、白色 X 線によるひずみ計測を行った。本計測では、(4.5) 式によるエネルギー分散法を用い、ひずみを求める。なお、本実験には、高エネルギーな白色 X 線を適用する必要から、SPring-8 の日本原子力研究開発機構専用であり、偏光電磁石を光源とする BL28B2 のビームラインを使用した。

##### 4.4.3.1 打抜きひずみの検証

テストピースは、前述の単色 X 線での検証に用いたものと同様の方法で製作した。計測方法は、上記で製作したテストピースを、Ge 半導体検出器が搭載された  $2\theta$  アームを天地、水平方向に移動させて、テストピースの長手、および板厚方向のひずみ分布を計測する。特に、今回実験では、信頼性の高いデータを得ることを目的に、

- (1) 単色 X 線、テストピースの打抜き断面に対して平行方向のひずみは均一と仮定し、平行方向にテストピースを揺動させ、回折パターンを計測する。
- (2) 揺動の各位置で得られる回折パターンを積算する（揺動積算法）。

白色 X 線には、幅広いエネルギーの X 線が含まれることから、ブラッグの回折条件に当てはまる各格子面から回折 X 線が出る可能性があるため、回折パターンには複数のピークが出ると考えられる。なお、無方向性電磁鋼板を含む  $\alpha$  鉄では、体心立方格子の結晶構造を持ち、格子面の面指数とブラッグの回折条件式には、次式の関係が成り立つ。

$$\left(\frac{2\sin\theta}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{1}{d}\right)^2 = \frac{h^2 + k^2 + l^2}{a^2} \quad (4.7)$$

ここで、 $h, k, l$  は面指数、 $a$  は格子定数であり、 $\alpha$  鉄では、 $2.8664 \times 10^{-10}$  m となる。

さらに、(4.4) 式の関係代入すると次式を得る。

$$U^2 = \left(\frac{h_p c}{2a \sin\theta}\right)^2 (h^2 + k^2 + l^2) \quad (4.8)$$

したがって、(4.8) 式を満たす X 線のエネルギーにおいて、複数の回折ピークが現れる可能性がある。ただし、一部の回折ピークは、半導体検出器やコリメータに X 線が照射されたときに発生する蛍光 X 線であるため、混同しないよう留意し波形分析を行った。

また、X 線回折では、回折角が小さくなるほど原子散乱因子が大きくなるため、高い回折ピーク強度を得ることができる。一方、(4.8) 式より、回折角が小さくなるほど、同じ格子面によって発生する回折 X 線は、より高エネルギーへシフトすることが分かる。すなわち、複数発生する回折ピーク間の間隔が広がることから、回折角は小さいほど、ピークエネルギーの決定時の誤差を低減することが期待できる。ただし半導体検出器のチャンネル数および 1 チャンネルあたりのエネルギー分解能から決定される検出可能なエネルギー範囲内に、エネルギーピークの数が少ない場合には情報が不足する恐れが生ずる。今回利用した BL28B2 のビームラインで使用される検出器のチャンネル数は 4096 であり、分解能は 59.07eV であることから、約 240keV までのエネルギーの計測が可能となっている。菖蒲らは、同様の構造を持つ BL14B1 のビームラインにおいて上記の基礎検討を行い、鉄鋼材料の最適な回折角  $2\theta$  は  $10^\circ$  であることを見いだしていることから、本研究においても  $10^\circ$  と設定することとした<sup>(7)</sup>。

Table 4.5 に、実験の詳細条件を示す。ひずみの算出で必要となる無ひずみ時の回折角は、打抜き端面から十分離れた位置 (=3mm) で計測した回折角の板厚方向の平均値を用いることとする。

Table 4.5 Experiment condition.

表 4.5 実験条件

Specimen	Electirc steel sheet JIS50A1300
Measuring Equipment	SPring-8 BL28B2
Energy [keV]	~240keV
Photon flux [photons / sec]	$2 \times 10^{13}$
Detector	Ge solid static detector
Slit size [ $\mu\text{m}$ ]	Height = 100, Width = 100
Measuring time [sec/point]	420
Diffraction angle [deg.]	10

#### 4.4.3.2 長手方向の打抜きひずみの計測結果

Fig. 4.21 に、得られた回折パターンを示す。X 線エネルギーは、30keV 以下および 150keV 以上では明確なピークは確認されなかった。また、(4.8) 式から理論的に求めた各格子面の X 線エネルギーに一致するようにピークエネルギーが出ていることが確認できることから、妥当な実験が出来ていることが確認できる。

回折パターンの分析には、バックグラウンドを除去するため、次式のガウス関数に非線形最小二乗法でフィッティングすることで行った。

$$I(U) = I_0 + U \cdot I_1 + I_p \cdot \exp\left\{-2\ln(2) \cdot \frac{(U - U_p)^2}{w^2}\right\} \quad (4.9)$$

ここで、 $U_p$  はピーク時の回折 X 線のエネルギーである。フィッティングの結果、全計測点において明確なピークが立ち、波形解析が可能であった格子面は、(2 1 1) 面、(2 2 0) 面、(3 2 1) 面、(3 3 0) 面、(4 2 2) 面、(5 1 0) 面、(5 2 1) 面であった。

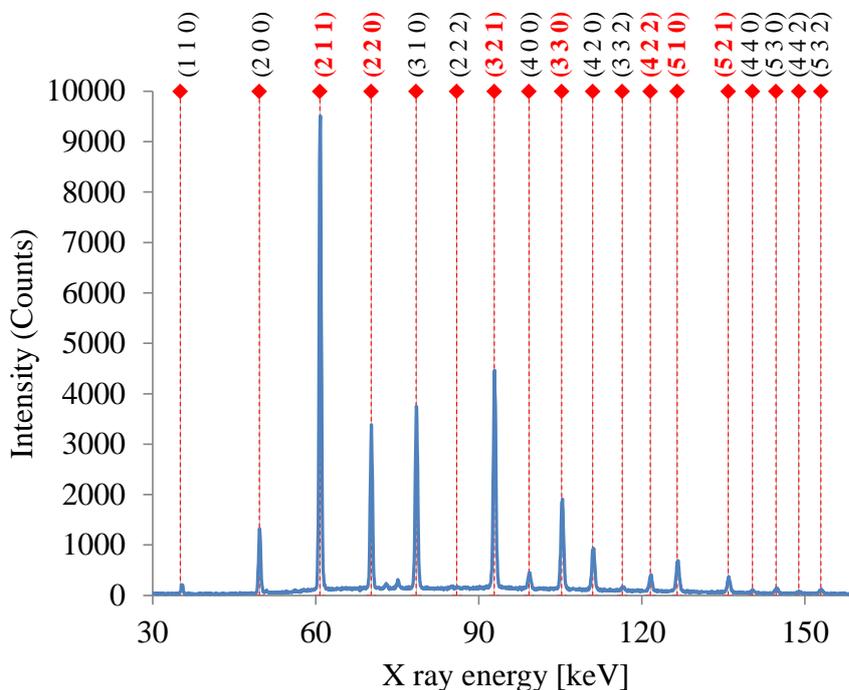
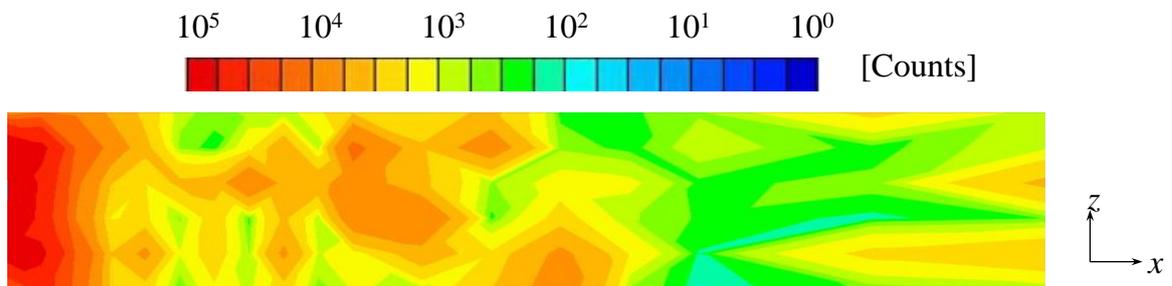


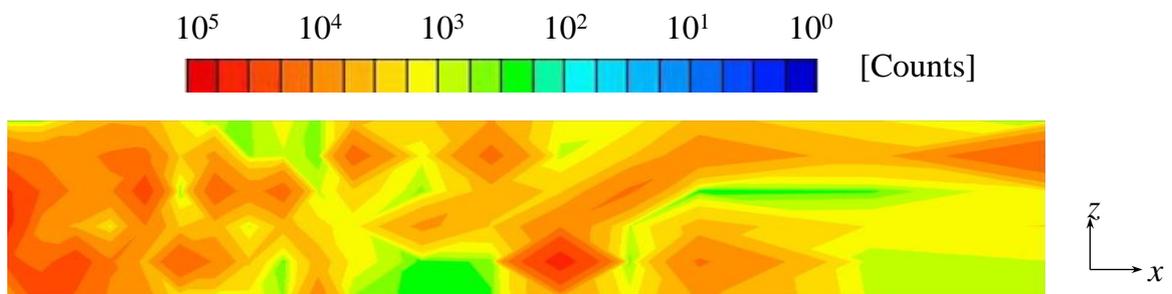
Fig. 4.21 Diffraction profile( $x = 0.2$  mm,  $z = 0.0$  mm).

図 4.21 回折プロファイル

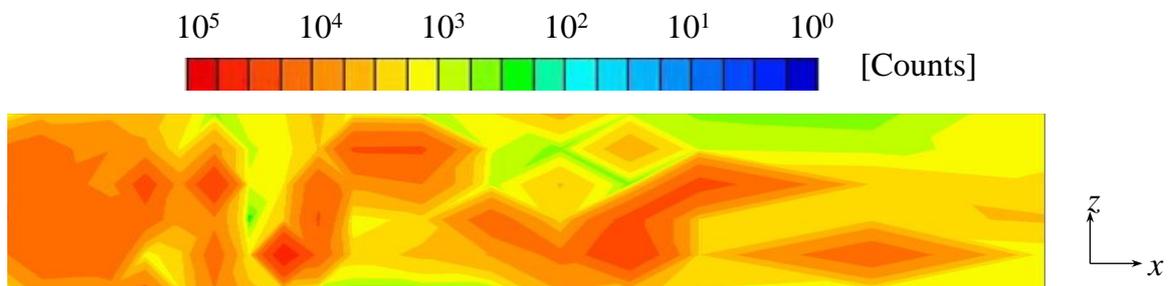
Fig. 4.22 に、各格子面における回折強度分布を示す。図中の上面がダレ側、下面がバリ側であるが、それらの形状変化を考慮せず、ひずみのマッピングを行っている。おおむね数百以上の強度を有することから、信頼性の観点では問題ないことが確認できる。局所的に非常に高い強度が得られているのは、ゲージボリューム内に粗大な結晶粒を含んでいたためと考えられるが、(330) 面以上の高エネルギー側ではその影響が緩和されていることが見受けられる。



(a) (2 1 1)



(b) (2 2 0)



(c) (3 2 1)

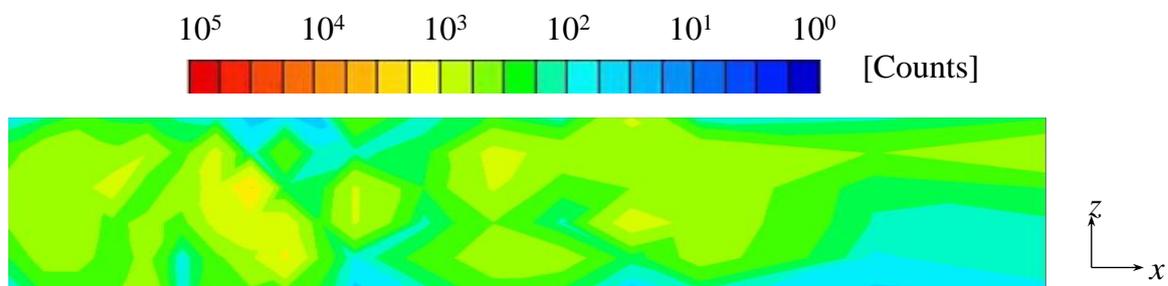
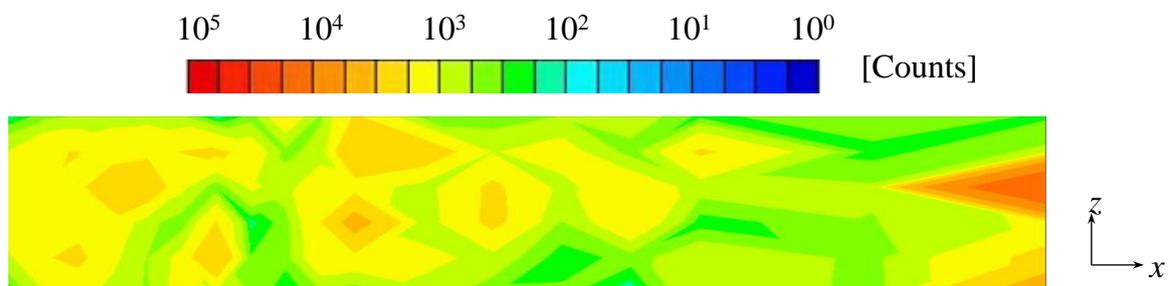
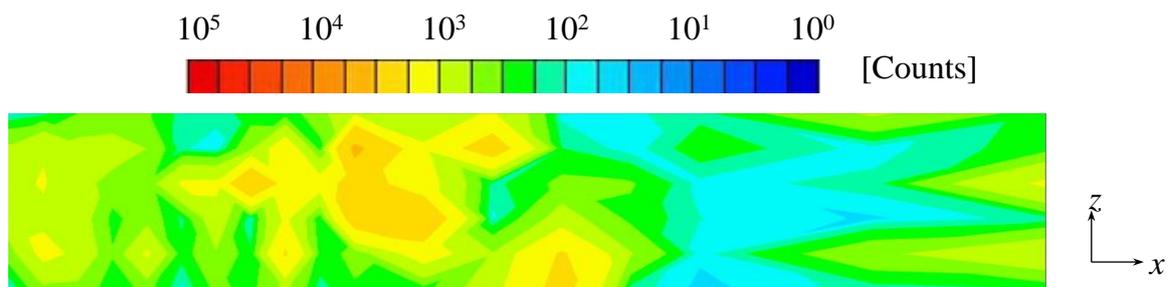
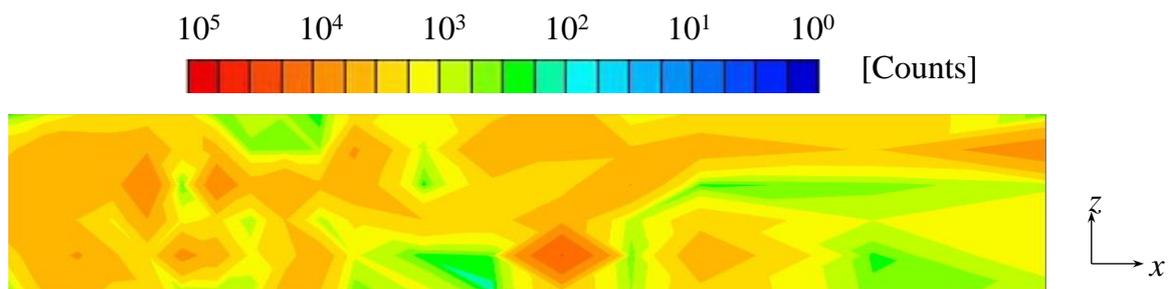
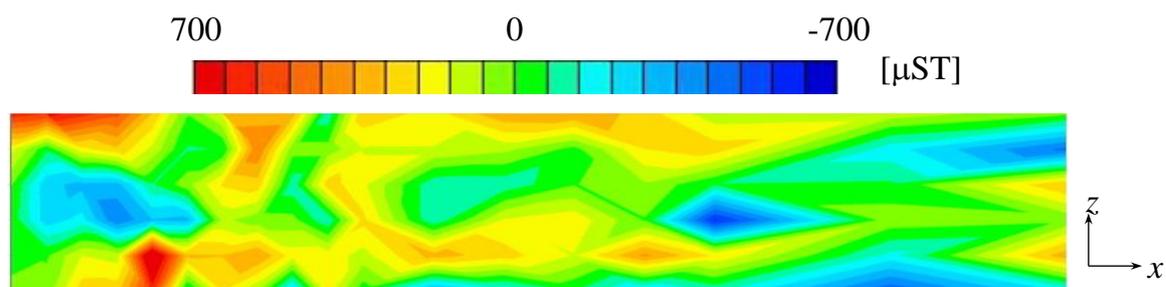


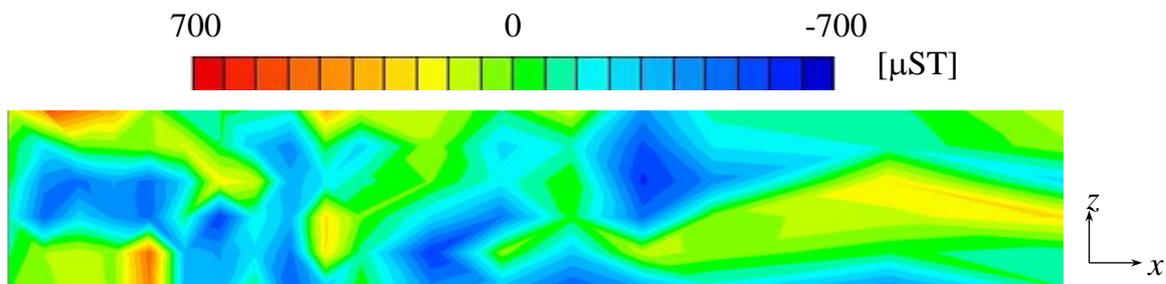
Fig. 4.22 Distribution of diffraction intensity.

图 4.22 衍射强度分布

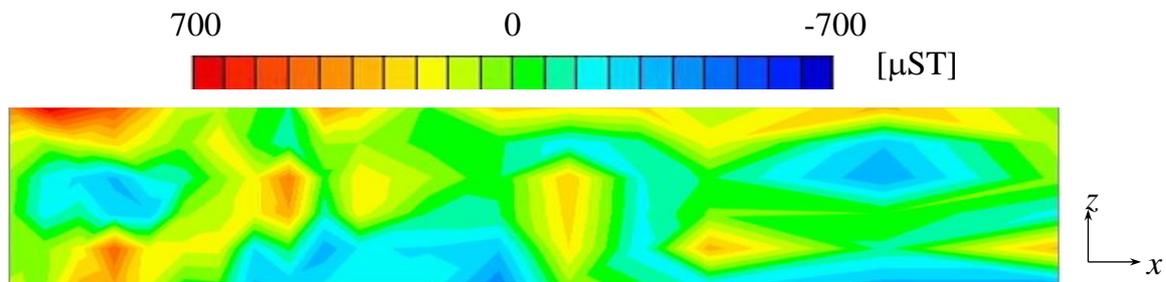
Fig. 4.23 に、各格子面におけるひずみ分布を示す。いずれの格子面でも一致して切断部近傍において、上限面に引張ひずみが、板内部で圧縮のひずみが出ていることが確認できる。しかし、切断部から離れた鋼板内部においてもひずみが出ており、その分布はランダムなものとなっている。これは、回折角を  $10^\circ$  にしたことにより、X線の照射される範囲が扁平な四辺形形状となったため、誤差を拾いやすい状況となり、かつ揺動により回折パターンを積算したことにより、誤差が蓄積し、小さなひずみが誤差に埋もれてしまったためと推定する。



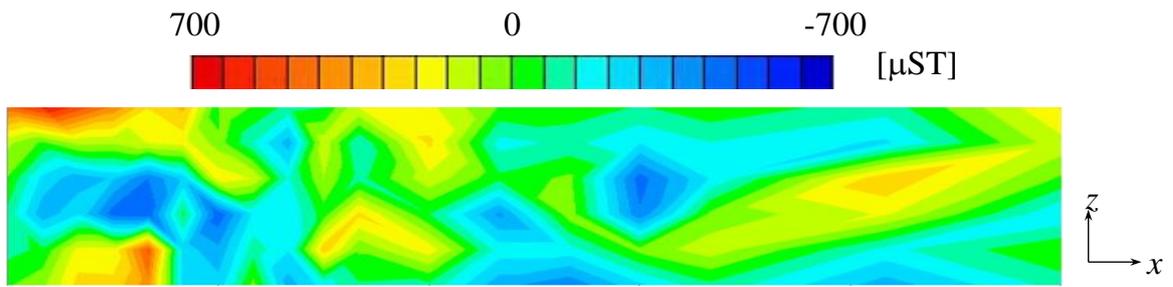
(a) (2 1 1)



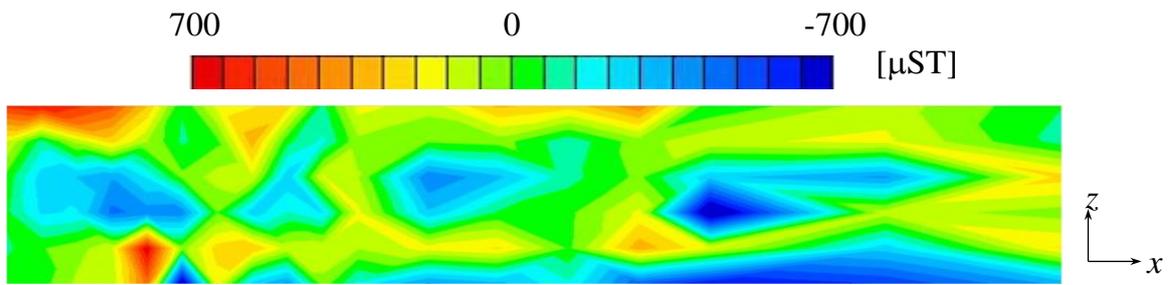
(b) (2 2 0)



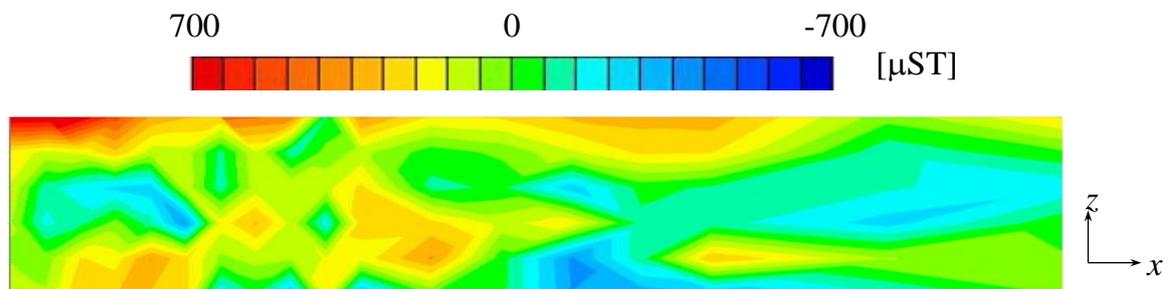
(c) (3 2 1)



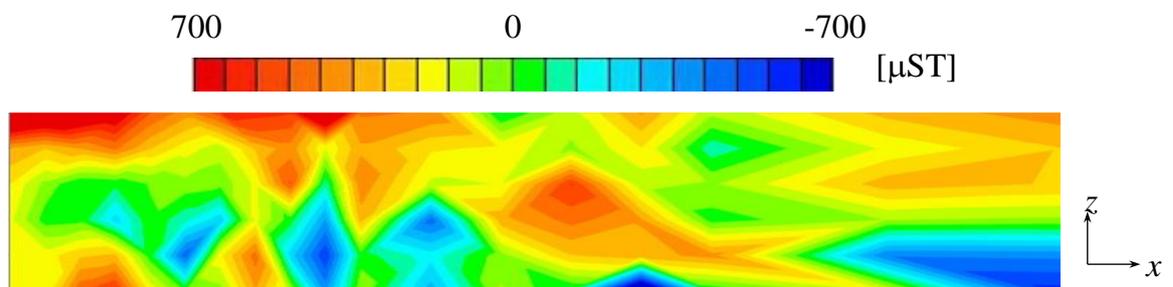
(d) (3 3 0)



(e) (4 2 2)



(f) (5 1 0)

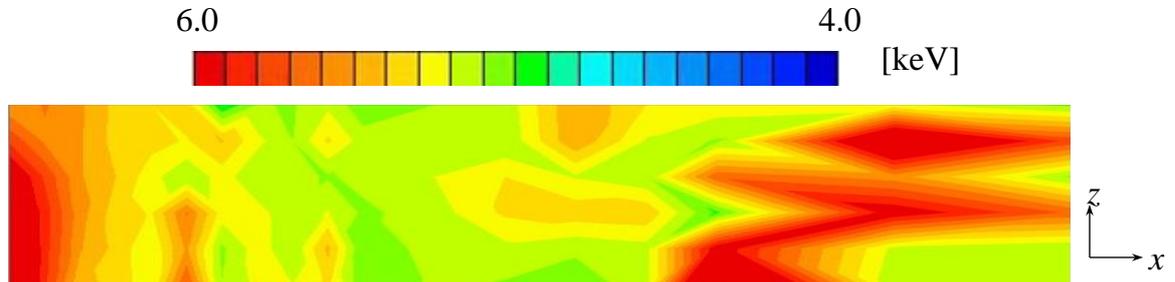


(g) (5 2 1)

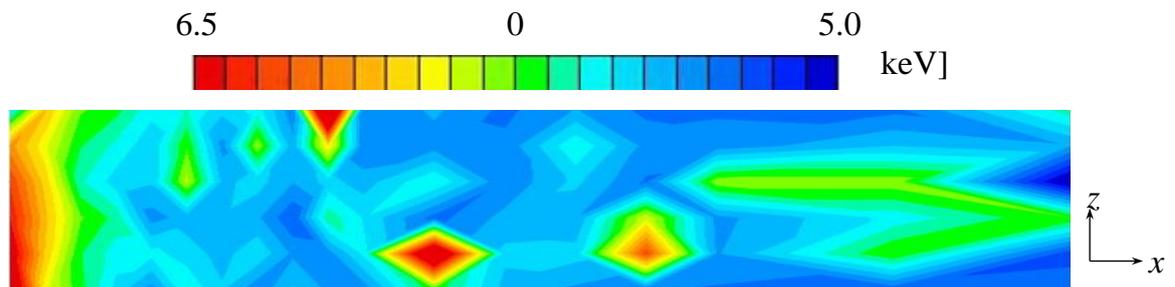
Fig. 4.23 Distribution of blanking press strain.

図 4.23 打抜きひずみ分布

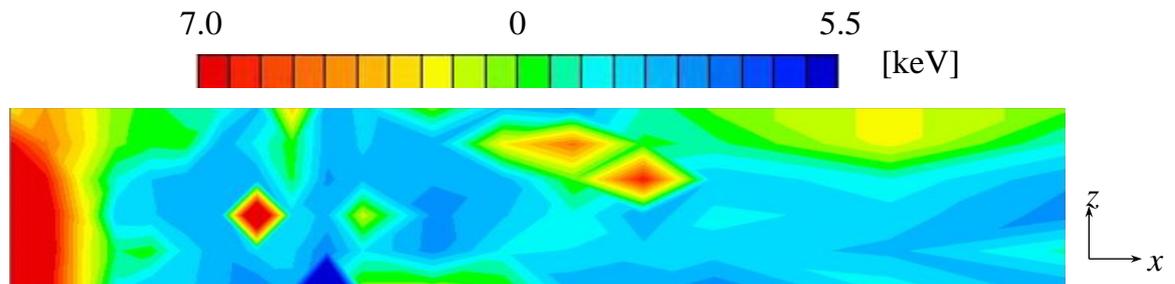
Fig. 4.24 に、各格子面における半価幅分布を示す。いずれの格子面でも切断部から 0.2~0.3mm の範囲において、打抜き時の塑性ひずみによって半価幅が大きくなっていることが分かる。



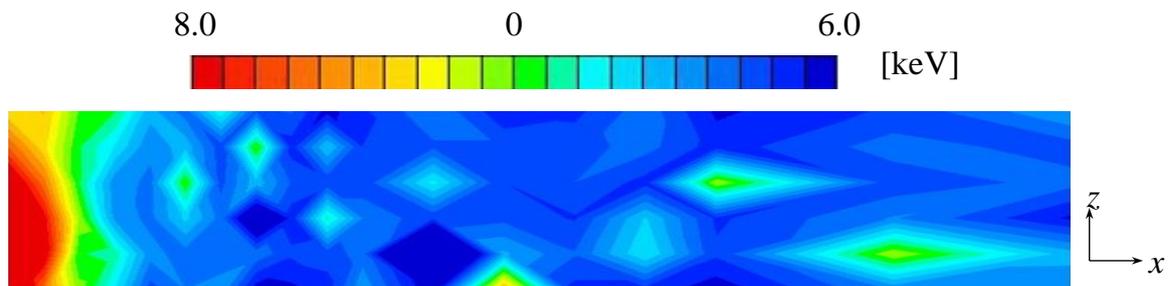
(a) (2 1 1)



(b) (2 2 0)



(c) (3 2 1)



(d) (3 3 0)

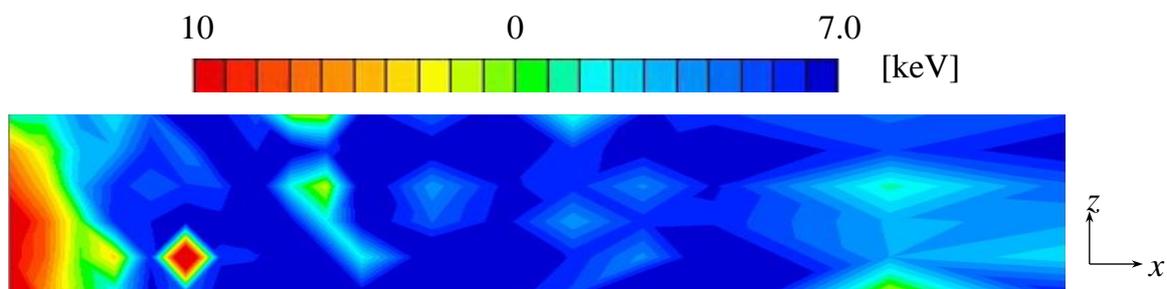
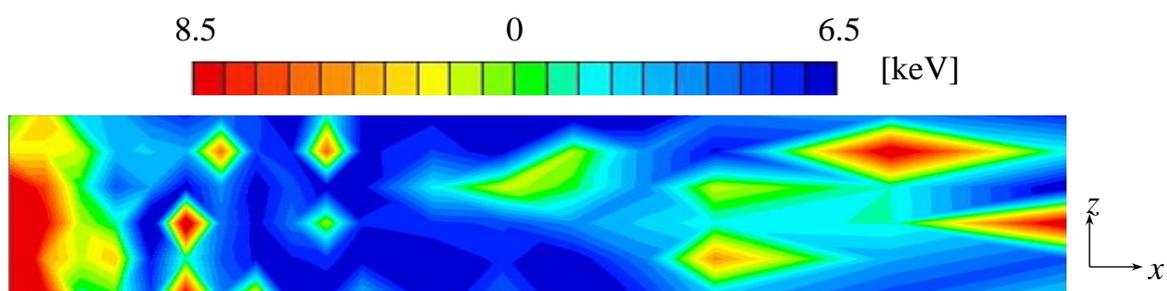
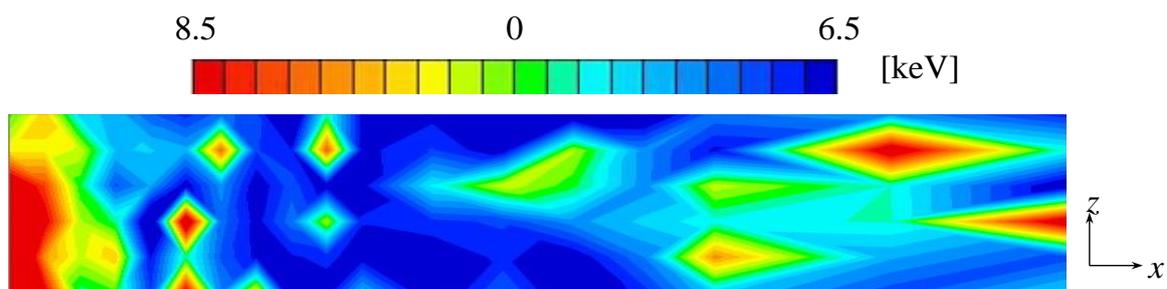


Fig. 4.24 Distribution of FWHM.

图 4.24 半幅分布

#### 4.4.3.3 板厚方向の打抜きひずみの計測結果

Fig. 4.25 に、得られた回折パターンを示す。(4.8) 式から理論的に求めた各格子面の X 線エネルギーに一致するようにピークエネルギーが出ていることが確認できるが、長手方向の計測時に対して、ピークエネルギーの本数が減少していることが分かる。これは、無方向性電磁鋼板は、面内に (1 0 0) 面が出るような集合組織であるため、板厚方向のひずみを反射法で計測する場合には、特定の面指数が現れ易いためと考えられる。各格子面の回折 X 線を、(4.9) 式を用いて解析した結果、全ての計測点においてピークが現れた格子面は無かったが、(3 3 0) 面はピークが得られなかった点数が 3 点のみと最も少なかったことから、ひずみ分布の評価は (3 3 0) 面を用いた。

Fig. 4.26 に、回折強度の計測結果を示す。鋼板下面において回折強度が低い傾向にあることが分かる。これは、前述のように反射法を用いたため、X 線の減衰が大きかったためと考えられる。

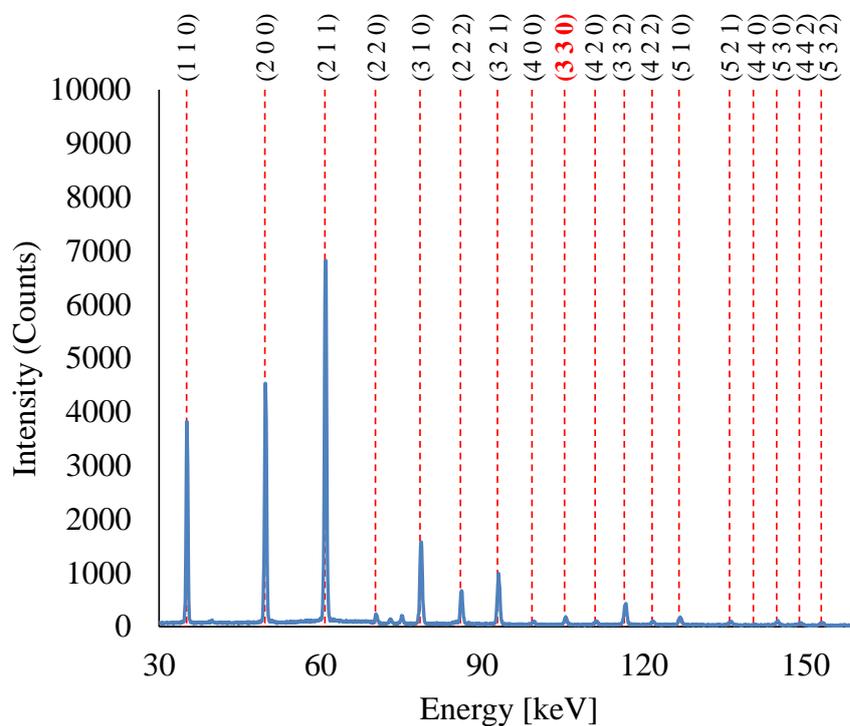


Fig. 4.25 Diffraction profile( $x = 0.2$  mm,  $z = 0.0$  mm).

図 4.25 回折プロファイル

Fig. 4.27 に、ひずみ分布を示す。ただし、ピークエネルギーの得られなかった計測点のひずみは、周囲の計測点から線形補間を行った。切断端部に引張のひずみが、端部からやや内部に圧縮のひずみが出ていることが確認できる。しかし、切断部から離れた鋼板内部においては、長手方向と同様にランダムなひずみが出ており、揺動による誤差が大きいことが分かる。

Fig. 4.28 に、半価幅の分布を示す。長手方向と同様に、切断端部から 0.2~0.3mm 程度の範囲において、塑性ひずみによって半価幅が大きくなっていることが分かる。

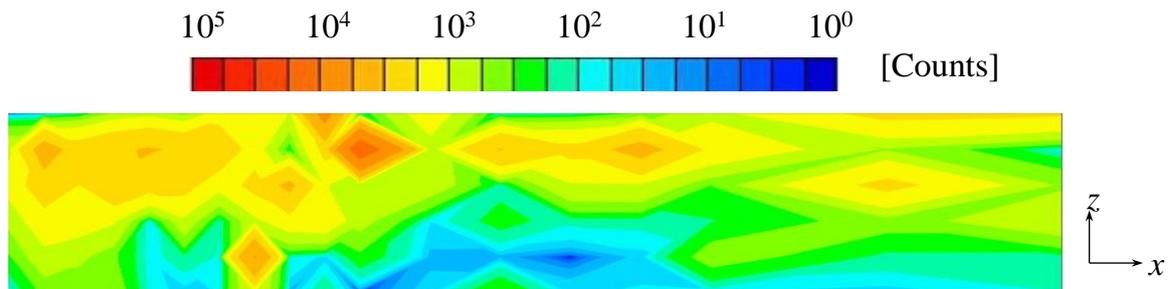


Fig. 4.26 Distribution of diffraction intensity.

図 4.26 回折強度分布

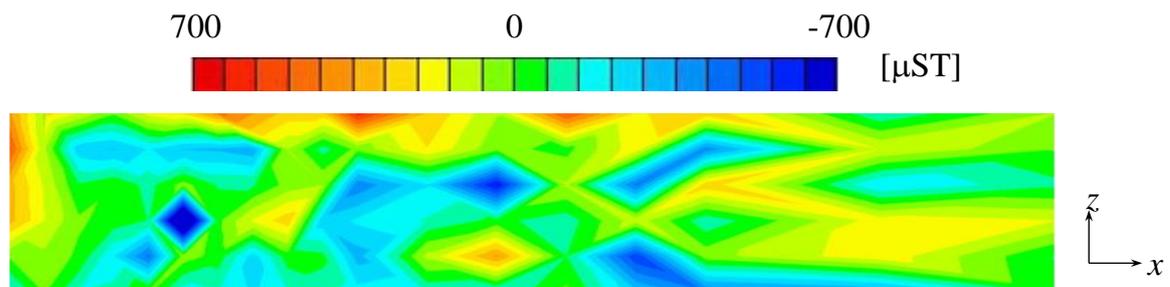


Fig. 4.27 Distribution of blanking press strain.

図 4.27 打抜きひずみ分布

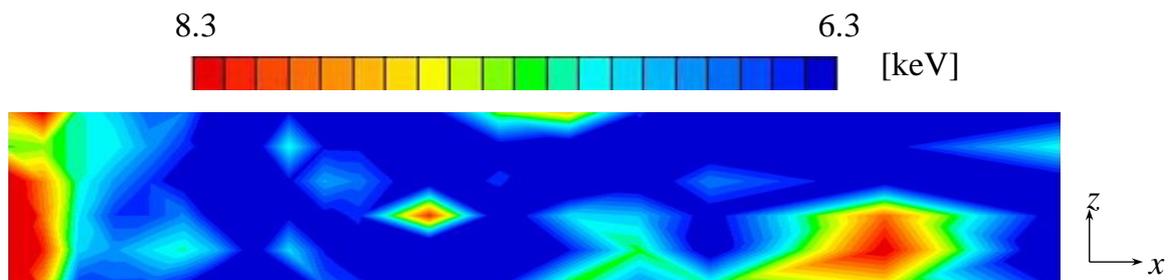


Fig. 4.28 Distribution of FWHM.

図 4.28 半価幅分布

#### 4.5 結言

本章では，放射光 X 線を用いた無方向性電磁鋼板における，打抜き加工ひずみの実測方法について検討し，以下の結論を得た。

- (1) 無方向性電磁鋼板の結晶粒径は 50~200nm 程度と粗大であることから，局所なひずみを X 線回折によって計測する場合，照射範囲の結晶粒数が数個~数十個程度になるため，ラボ X 線では出力が過小となり，信頼性のある回折パターンを得ることができない。
- (2) 放射光を用いた角度分散法に揺動探索法を適用した X 線回折によって，引張試験片に加えた既知のひずみを実測した結果，ひずみゲージとの誤差は約 4%と小さく，無方向性電磁鋼板におけるひずみ計測が定量的に可能であることを明らかにした。
- (3) 放射光を用いた角度分散法に揺動探索法を適用した X 線回折によって，打抜き加工ひずみを実測した結果，長手方向のひずみ分布は回折ピークが得られなかった点を除いて妥当な結果を得，ひずみ分布を明らかにすることができた。一方，板厚方向のひずみは，反射法による X 線の減衰が大きいと考えられ，ピークが得られない点が多く存在し，全体の分布を把握するまでには至らなかった。
- (4) 放射光を用いたエネルギー分散法に揺動積算法を適用した X 線回折によって，打抜き加工ひずみを実測した結果，長手方向は複数のエネルギーピークが観測され，定性的なひずみ分布を求めることができたが，微小なひずみは揺動で積算された誤差に埋もれた影響により，ランダムな分布となった。定性的に得られた分布は，角度分散法による分布の傾向と一致していた。一方，板厚方向のひずみは，電磁鋼板の面内の集合組織と考えられる影響により，特定の回折面からの情報が得られたが，長手方向と同様に誤差の影響が大きく，ランダムな分布となった。

## 第 5 章 打抜きひずみを考慮した鉄損計算手法の基礎的検討

### 5.1 序言

モータの損失には巻線で発生するジュール損失である銅損，モータコアで発生する磁氣的損失である鉄損，軸受けの摺動抵抗や風損である機械損に大別される。高回転化においては，特に鉄損の増大が懸念されることから，モータコアの材料には，低鉄損である電磁鋼板の適用が検討される。一方，モータコアの製造工程では，量産性を目的として，打抜き，かしめ，焼嵌めなどの生産性の高い加工方法を採用することが一般的であるが，加工時のひずみ（以下，加工ひずみ）が材料に残留するため，鉄損を増大させる要因となる。特に，低鉄損な材料ほどひずみに対する感度が高いことや，小型化によってコア全体に占める加工影響範囲が増大することから，小型・高効率化を突き詰めた設計においては，加工ひずみによる損失増加が大きな問題となる。このため，設計段階における加工ひずみを考慮した鉄損予測が，モータの最適化において重要であると考えられる。

従来，様々な加工ひずみを考慮した鉄損予測手法の提案がなされてきた。しかし，それらは正弦波磁束を前提とするスタインメッツの式を基礎としたモデル化であり，モータの高回転化によって顕著となる高調波磁束による鉄損（以下，高調波鉄損）を精度良く考慮することができなかった<sup>(8)</sup>。

そこで，本章ではモータの加工において最も汎用的な打抜き加工によるひずみを考慮した高調波鉄損のモデル化手法について検討し，テストピースによる基礎的検証を行う。

### 5.2 解析方法

#### 5.2.1 鉄損計算方法

鉄損の計算方法には，高調波による鉄損を精度良く考慮するため，前章までに検討を行ってきた後処理型 1 次元動磁界ヒステリシス解析をベースとし，さらに加工ひずみが考慮可能なモデルへの拡張を検討する。その具体的な解析手法を以下に述べる。

#### 5.2.2 打抜きひずみの考慮方法

電磁鋼板の打抜き加工では，打抜き部近傍にひずみが残留し，磁気特性を劣化させる。そこで鉄損計算フローは，

- (1) まず，加工解析において，打抜きひずみ分布を予測する。
- (2) 次に，磁界解析を用いて鉄損を計算するが，その際，ひずみ分布に応じた劣化した磁気特性分布を与えることで，ひずみを考慮した鉄損を求める。

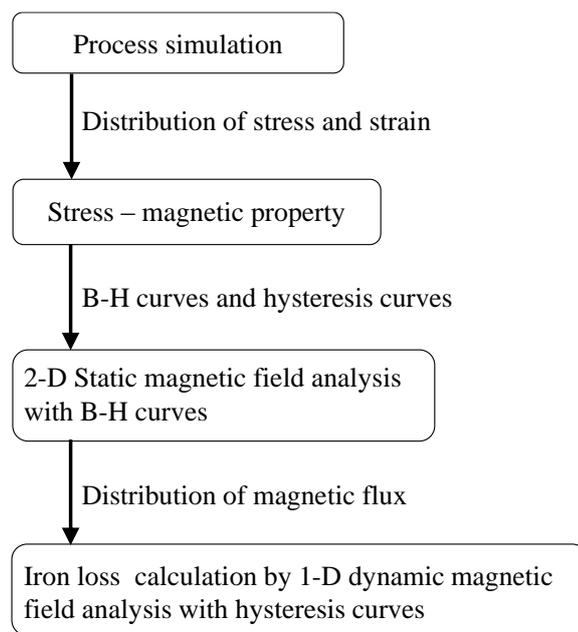


Fig. 5.1 Analysis flow.

図 5.1 解析フロー

有限要素法による加工解析では，材料破断時に残留ひずみが一部解放される影響を考慮するため，延性金属の塑性変形および破壊を表す Gurson モデルを適用する。

Fig. 5.1 に，具体的な解析フローを示す。まず静磁界解析では，打抜きひずみによる磁束密度分布の変化を考慮するため，2次元有限要素メッシュに打抜きひずみに応じた初磁化特性を与え，磁束密度分布を求める。

そして，1次元動磁界解析では，上記で得た磁束密度分布を (2.33) 式で示される境界条件として与え，1次元有限要素メッシュに打抜きひずみに応じたヒステリシス特性を与え，解析を行う。

以上のように，本手法ではあらかじめ各ひずみ値における初磁化曲線およびヒステリシスの磁気特性データが必要となることから，その取得方法について次節で説明する。

### 5.3 ひずみ－磁気特性データの取得方法

#### 5.3.1 解析で必要となる磁気特性データ

電磁鋼板を含む強磁性体は，磁化の方向の揃ったサイト（磁区）群によって構成される。磁区は，Fig. 5.2 に示すように，消磁状態ではランダムな向きであるが，外部からの磁界によって回転し，磁界が取り除かれた後も磁区同士の磁氣的な摩擦により元の向きには戻らず，ヒステリシス特性を示す。そして，弾性応力や塑性ひずみは，その磁氣的摩擦増加の一因となるが，影響メカニズムが異なるため，解析での考慮法および必要な磁気特性の取得方法をそれぞれで検討する。

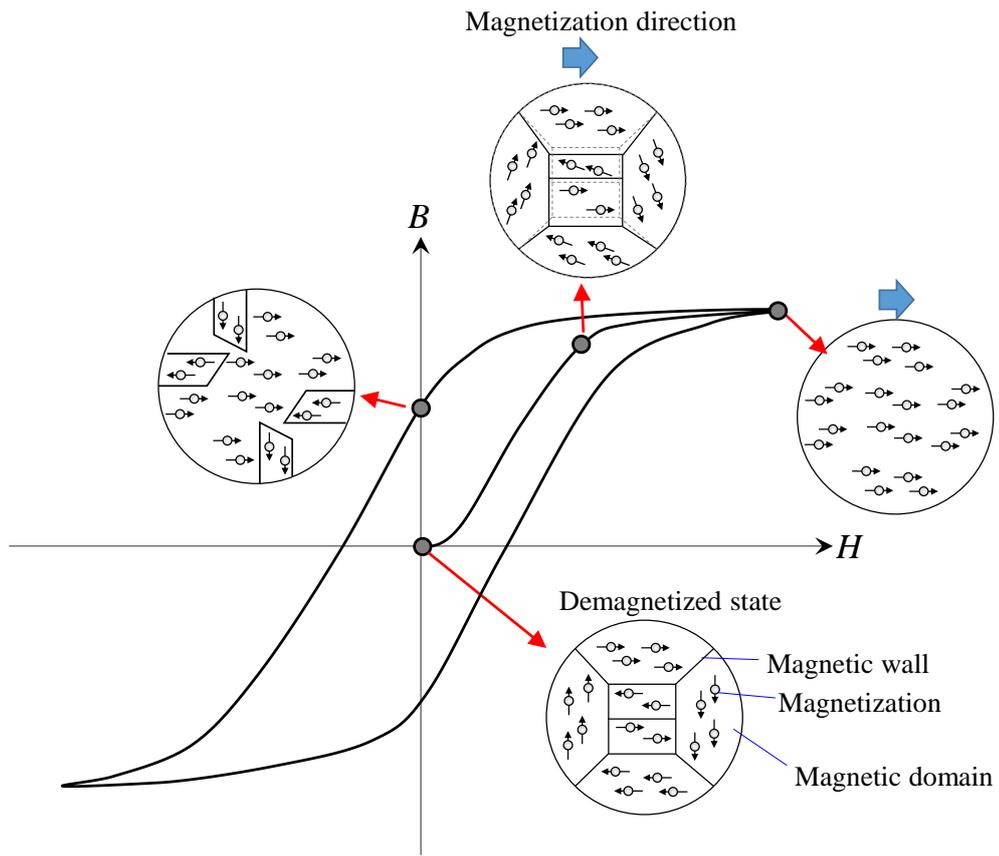


Fig. 5.2 Relationship between magnetic domain and magnetic property.

図 5.2 磁区と磁気特性の関係

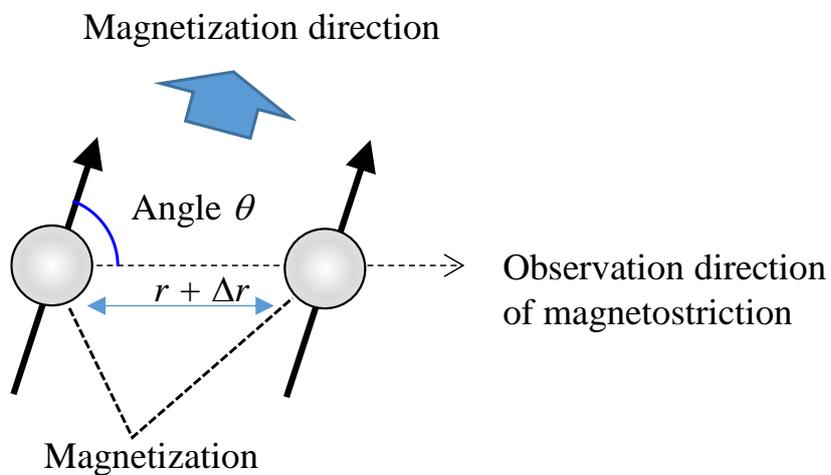


Fig. 5.3 Magnetostriction direction.

図 5.3 磁歪の方向

まず、弾性応力は磁区回転の際に生ずる磁歪と呼ばれる極僅かな材料の伸び縮みを阻害し、磁氣的摩擦を増加させる。つまり弾性応力によるヒステリシス増量は、磁歪量に比例すると考えられる。

磁歪は、Fig. 5.3 に示すように磁化同士の間働く交換相互作用エネルギーと変形エネルギーに基づく磁気弾性エネルギーが最小となるように、その距離が変化する。さらに磁歪量は磁化方向に対する方向性を持つ。したがって、弾性応力による影響は磁化方向との関係性が生ずる。このため解析では、応力の大きさおよび方向と磁気特性との関係データが必要となるが、測定すべき水準が膨大となる。ただし等方性材料の場合には、磁歪量の方向性は次式で表現される<sup>(9)</sup>。

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{3}{2} \lambda_M \left( \cos^2 \theta_M - \frac{1}{3} \right) \quad (5.1)$$

ここで、 $l$  は試料長、 $\lambda_M$  は磁歪定数、 $\theta_M$  は磁化方向と磁歪の観測方向との相対角度である。(5.1) 式より、磁化方向の磁歪を $\lambda_M$ とすると、磁化直角方向の磁歪は  $-\lambda_M/2$  となる。したがって本論文では、Fig. 5.4 に示す応力が印加された場合、磁気特性に影響を及ぼす応力 $\sigma_B$ は次式で求まると仮定する。

$$\sigma_B = \sigma_{//} - \frac{1}{2} \sigma_{\perp} \quad (5.2)$$

ここで、 $\sigma_{//}$  は磁化方向の応力、 $\sigma_{\perp}$  は磁化直角方向の応力である。

以上から、磁化方向の応力と磁気特性の関係を取得しておけば、解析で応力の考慮が可能となる。また本論文では、電磁鋼板で特に感度が高い圧縮応力のみを考慮する。

一方、塑性ひずみは磁区回転を阻害する転位密度を上昇させるため磁気特性を低下させる。ただし、転位による異方性は生じないため、任意の方法でひずみを与えた試料の磁気特性を測定しておけば解析で塑性ひずみの考慮が可能となる。

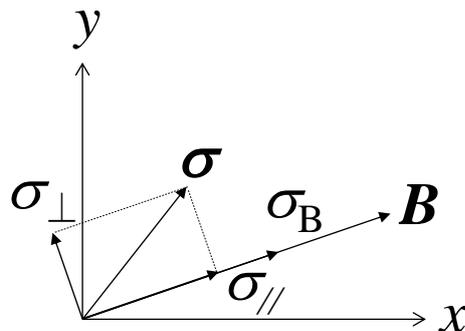


Fig. 5.4 Effects of stress.

図 5.4 応力の影響

### 5.3.2 ひずみ-磁気特性の測定方法

ここでは上記データの具体的な磁気測定法について説明する。

磁気測定では、測定領域の均一磁界を前提とするため、測定試料へ均一ひずみの付与が必要となる。このため弾性応力は、Fig. 5.5 に示す応力印加機構付き単板磁気特性試験器によって与える。

一方、塑性ひずみは、Fig. 5.6 に示すように、あらかじめ測定試料を圧延機で圧下することで、鋼板の面直方向に一様に付与する。

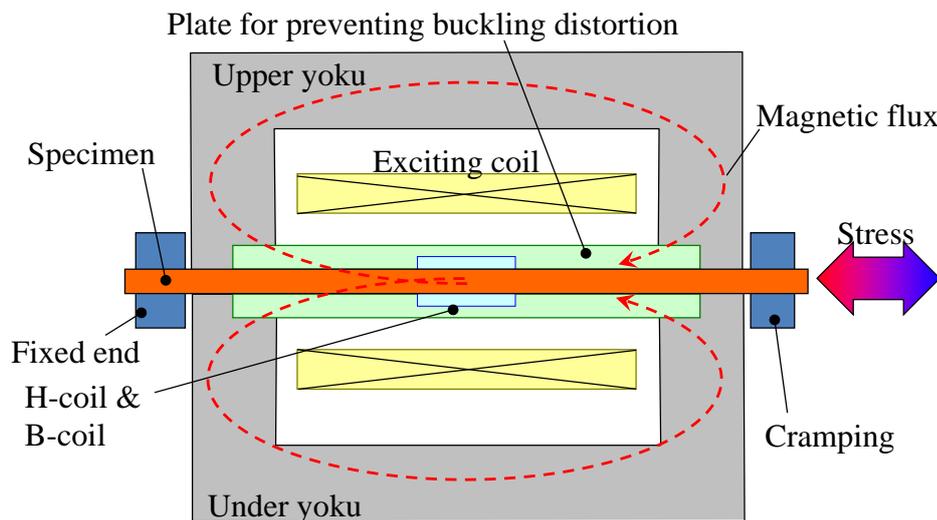


Fig. 5.5 Single sheet tester with a stress applying part.

図 5.5 応力印加機構付き単板磁気特性試験器

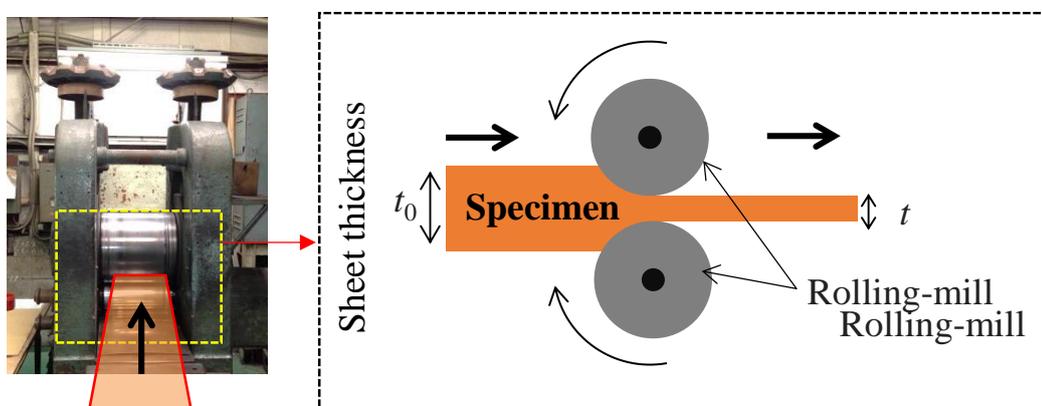


Fig. 5.6 Reduction of steel sheet by rolling-mill.

図 5.6 圧延機による鋼板の圧下

磁界強度の計測には、ヨークや空隙などの磁気抵抗による測定誤差を軽減するため、H コイル法の適用が必要である。しかし、ベクトルプレイモデルで必要となるヒステリシスは準直流条件のため、H コイルの信号が弱く、測定の信頼性が得られない可能性がある。そこで、交流磁気測定結果から準直流ヒステリシスを推定する。従来の手法<sup>(10), (11)</sup>では、異常渦電流を見積るために実験や経験に基づく合せ込みが必要であり、必ずしも良い推定を与えることができない可能性があるため、以下に示す方法を検討した。

### 5.3.3 準直流ヒステリシス特性の推定

交流ヒステリシスループの面積  $S_{\text{hys}}$  は、1 周期あたりの鉄損  $W$  であり、正弦波磁束密度条件では、ヒステリシス損は正弦波の周波数  $f$  に比例し、渦電流損はその 2 乗に比例するため、次式の関係となる。

$$S_{\text{hys}} = K_h + K_e \cdot f = \frac{W}{f} \quad (5.3)$$

ここで、 $K_h$  はヒステリシス損係数、 $K_e$  は渦電流損係数である。一方、 $N-1$  個の頂点を持つ多角形の面積  $S_p$  は次式となる。

$$S_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} (B_i H_{i+1} - B_{i+1} H_i) \quad (5.4)$$

$$H_N = H_1, B_N = B_1$$

ここで、面積  $S_p$  が (5.3) 式と一致するよう、Fig. 5.7 のように磁界強度  $H$  を周波数の 1 次関数と仮定し、(5.5) 式のように表現する。

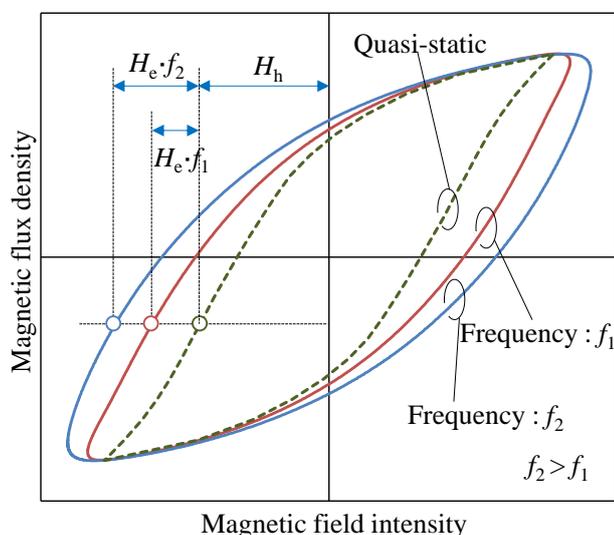


Fig. 5.7 Estimation of quasi-static magnetic hysteresis.

図 5.7 準直流の磁気ヒステリシスの推定

$$H_i(f) = H_{h,i} + H_{e,i} \cdot f \quad (5.5)$$

(5.5) 式を (5.4) 式に代入すると、次式が得られる。

$$S_{\text{hys}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \{ (B_i H_{h,i+1} - B_{i+1} H_{h,i}) + (B_i H_{e,i+1} - B_{i+1} H_{e,i}) \cdot f \} \quad (5.6)$$

ここで、第 1 項が  $K_h$ 、第 2 項が  $K_e$  に相当し、 $H_h$  が準直流ヒステリシス、 $H_e$  が渦電流による磁界強度とわかる。以上から、2 つの周波数での交流ヒステリシスおよび (5.5) 式から、準直流ヒステリシス  $H_h$  を推定する。

$$H_{h,i} = H_i(f_1) - \frac{H_i(f_1) - H_i(f_2)}{f_1 - f_2} f_1 \quad (5.7)$$

ただし、実際のヒステリシスループは、表皮効果や異常渦電流損の影響を受けるため、測定周波数は低い方が良くと考えられることから、本研究では 50 Hz と 80 Hz を用いた。

### 5.3.4 ひずみ－磁気特性の測定結果

まず、Fig. 5.8 にひずみ下のヒステリシス損の測定結果を、Fig. 5.9 に透磁率の測定結果を示す。なお、図中の塑性ひずみ値は、鋼板の圧下前後の板厚比率  $t / t_0$  から求めた真ひずみの大きさを表す。

図より、ヒステリシス損および透磁率は、弾性応力および塑性ひずみ、それぞれによって数倍に増加している。特に、弾性応力の影響は、低磁束密度ほど顕著となっていることに比べ、塑性ひずみによる影響は、高磁束密度まで顕著となっていることが分かる。一方、塑性ひずみと弾性応力が複合的に加わる場合は、弾性応力の影響は小さいため、塑性ひずみのみを考慮する。その際、加工解析の計算誤差を考慮し、塑性ひずみの閾値を 0.01 とした。

Fig. 5.10 に弾性応力下、Fig. 5.11 に塑性ひずみ下の準直流のヒステリシスの推定結果を示す。Fig. 5.7 において示した通りであるが、弾性応力下では、約 0.4 T 以下でヒステリシスの面積の増加が顕著り、塑性ひずみ下では高磁束密度まで面積が増加傾向にあることが見て取れる。

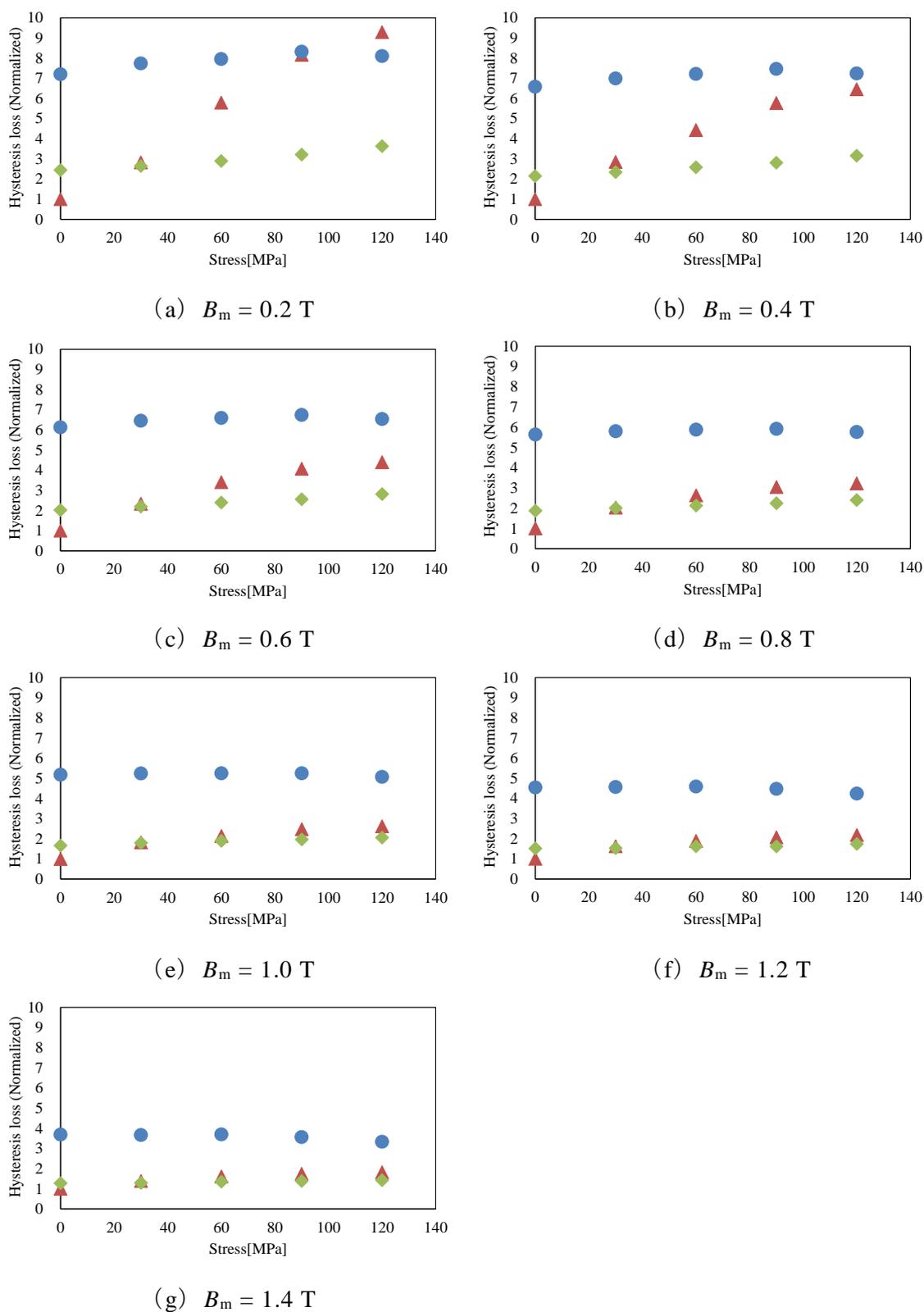


Fig. 5.8 Stress - Hysteresis loss.

図 5.8 応力-ヒステリシス損 (正規化)

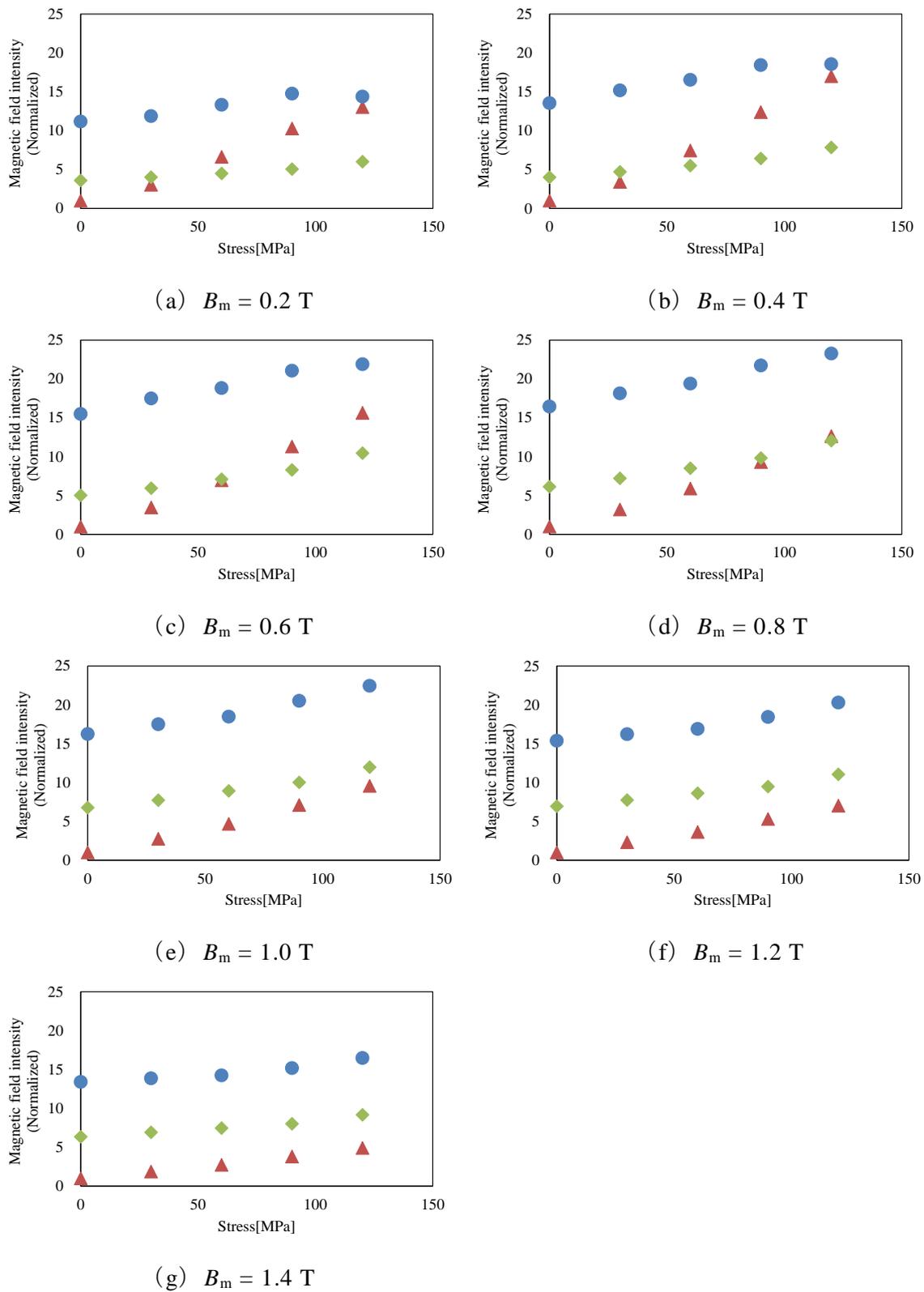


Fig. 5.9 Stress - Magnetic field intensity.

図 5.9 応力－磁界強度（正規化）

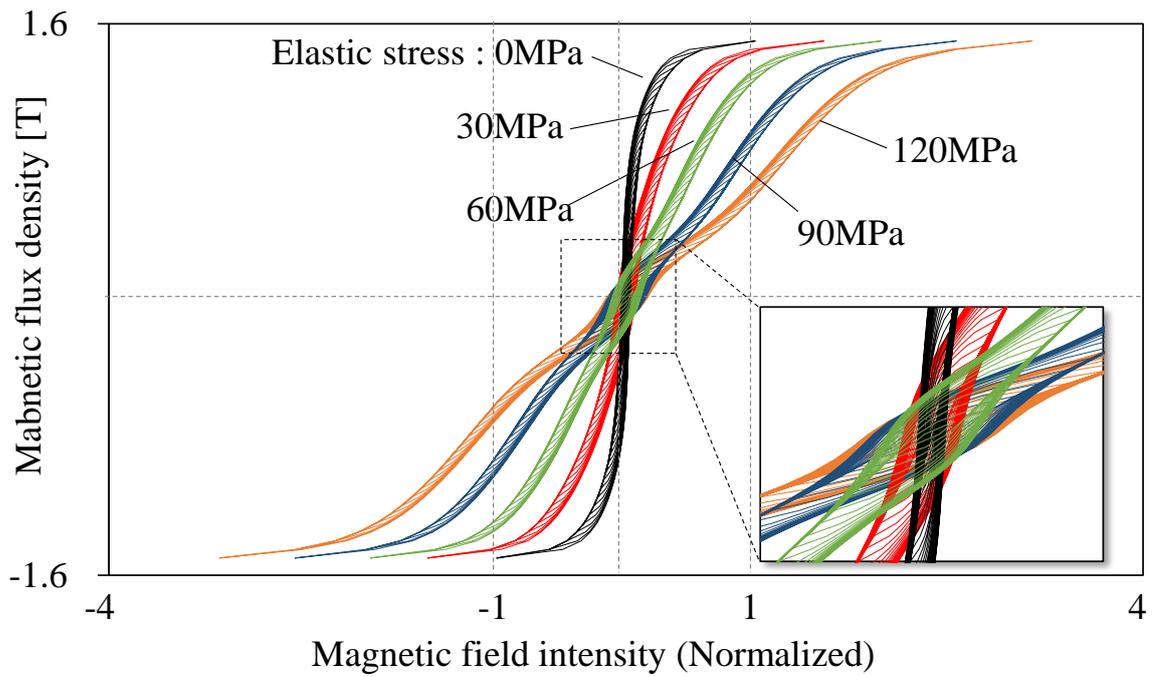


Fig. 5.10 Quasi-static magnetic hysteresis under elastic stress.  
 図 5.10 弾性応力下における準直流の磁気ヒステリシス

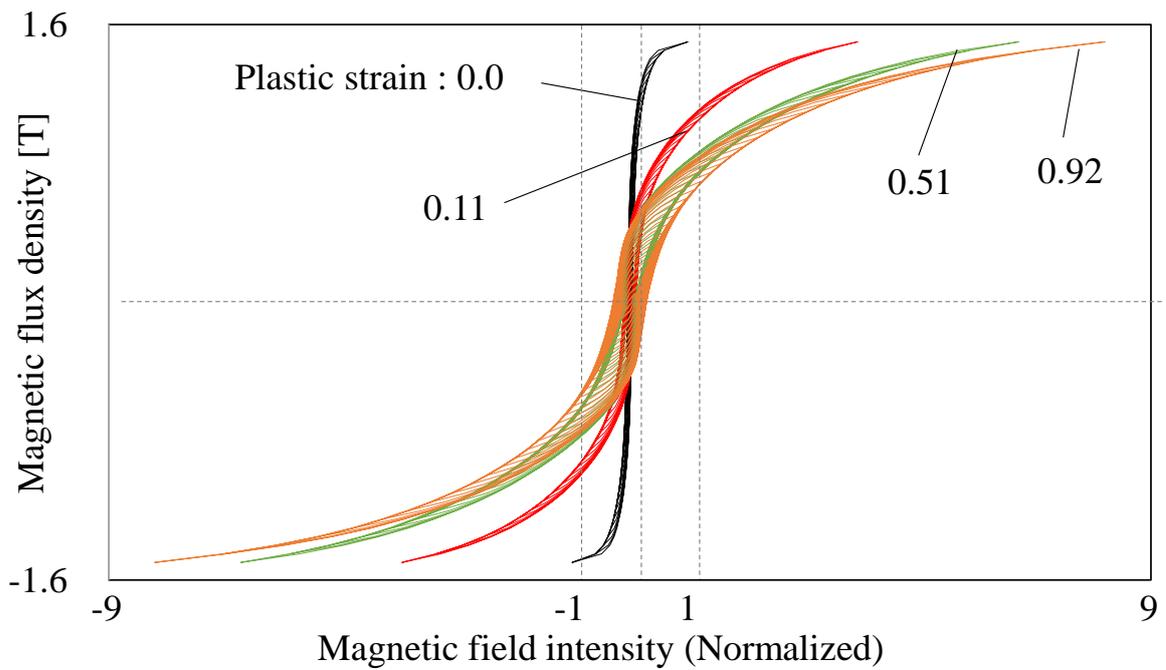


Fig. 5.11 Quasi-static magnetic hysteresis under plastic stress.  
 図 5.11 塑性ひずみ下における準直流の磁気ヒステリシス



実測の鉄損は、励磁電流法に基づく次式によって求める。

$$W = \frac{N_1}{VN_2T} \int_0^T v_2 \cdot i_1 dt \quad (5.8)$$

ここで、 $V$ は試料の体積、 $v_2$ は試料に直巻きした B コイルの誘導起電力、 $i_1$ は励磁巻線の電流である。 $N_1$ および  $N_2$ は、それぞれ励磁巻線および B コイルの巻数である。

一方、解析では空間対称性を考慮し、Fig. 5.13 に示す 1/360 モデルを用い、実測した一次電圧波形を入力とした。

Table 5.1 に、解析条件を示す。打抜きで作製する試料（以下、打抜き試料）のひずみは、内外径端部に分布するため、内外径差（以下、リング幅）が小さいほど影響が大きいことから、リング幅を水準とし検証する。ただし、磁束密度の内外径方向の偏りが試料形状で変化するため相似形となるように内外計比率を調整した。また、比較用に無ひずみの試料をエッチングによって作製した（以下、エッチング試料）。

加工解析モデルは打抜き断面での軸対称 2 次元解析とし、リング試料では磁化方向が周方向であるため、応力方向の考慮は (5.2) 式を用い、次式とした。

$$\sigma_B = \sigma_\theta - \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_z) \quad (5.9)$$

Table 5.1 Analysis conditions

表 5.1 解析条件

Evaluate conditions	Ring1		Ring2	
	P*1	E*2	P	E
Inner diameter [mm]	25		50	
Outer diameter [mm]	30		60	
Thickness of steel sheet [mm]	0.5			
Number of laminations	10			
Number of turns N1	574	291	240	388
Number of turns N2	135	73	30	39
Material	Equivalent to JIS50A290			
Number of elements (2-D)	39		64	
Number of nodes (2-D)	79		129	
Number of elements (1-D)	10			
Number of nodes (1-D)	11			

また本論文では、計算で与える磁気特性  $H_{\text{calc}}$  は、次式のように、板厚方向の応力またはひずみの平均値  $x$  と磁気測定結果から、区分線形補間により内挿することで求めた。

$$H_{\text{calc}} = \frac{H_i - H_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}(x - x_{i-1}) + H_{i-1} \quad (5.10)$$

$$x_{i-1} \leq x \leq x_i$$

ここで、 $x_i$  は内挿に用いた磁気測定点における応力またはひずみ、 $H_i$  は磁気測定点での磁界強度である。

#### 5.4.2 打抜きひずみの計算結果

Fig. 5.14 に、打抜きひずみの解析結果を示す。弾性応力は、破断面から約 1 mm（板厚の 2 倍）の範囲に複雑に分布している。径方向の応力は、破断面近傍の鋼板上下面で引張応力が内部で圧縮応力が強く発生している。また破断面から離れるにつれて、鋼板下面に圧縮応力が、鋼板上面に引張応力が分布しており、引張と圧縮の応力がバランスしていることがわかる。この応力分布の傾向は、前章の放射光で実測した長手方向の応力分布の傾向と一致しており、加工解析によって妥当な応力の計算結果が得られていることを示している。

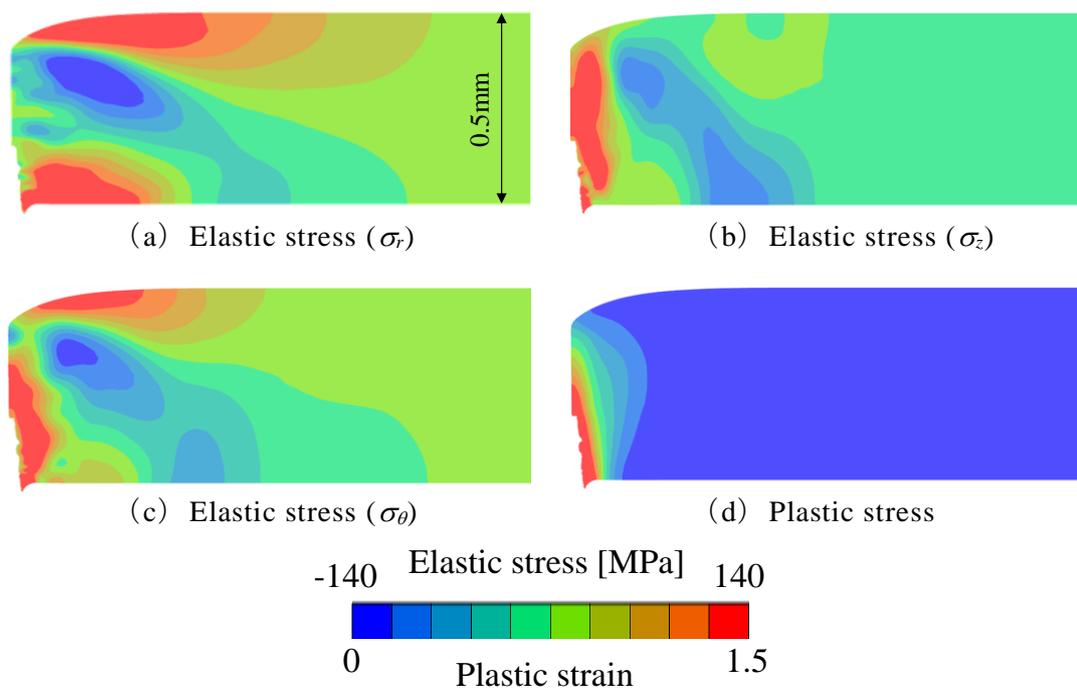


Fig. 5.14 Distributions of elastic stress and plastic strain.

図 5.14 弾性応力および塑性ひずみの分布

塑性ひずみの範囲は、打抜き端部から 0.20~0.25 mm 程度と板厚の 1/2 程度、塑性ひずみの最大値は 1.5 程度であった。なお、打抜き端部の形状変化の影響は小さいとし、本研究では考慮しないこととした。

### 5.4.3 正弦波励磁下における鉄損の計算結果

波形条件は、50 Hz の磁束密度の正弦波 (1.0 T) とした。Fig. 5.15 に、鉄損の実測および計算の結果を示す。エッチング試料は無ひずみのため、リング幅に依存せず鉄損は一定となっている。一方、打抜き試料の鉄損は、リング幅が狭いほど増大する傾向が見受けられ、リング幅 2.5 mm の場合に、エッチング試料に比べて約 2.1 倍増加している。提案手法による計算値においても同様の傾向が得られており、誤差は約 9 % と高精度に計算できている。さらに、鉄損の内訳も一致しており、妥当な計算と確認できる。一方、ミーゼス応力に着目する計算 ( ) では、誤差が 20 % 程度と大きくなっている。

Fig. 5.16 に、鉄損分布の計算結果を示す。打抜きひずみにより特に端部でのヒステリシス損が増加している。一方、渦電流損は端部で低下し逆に中央部で増加している。これは、打抜きひずみにより端部の透磁率が低下するため、磁束密度が低下し、逆に中央部が上昇するためであると考えられる。

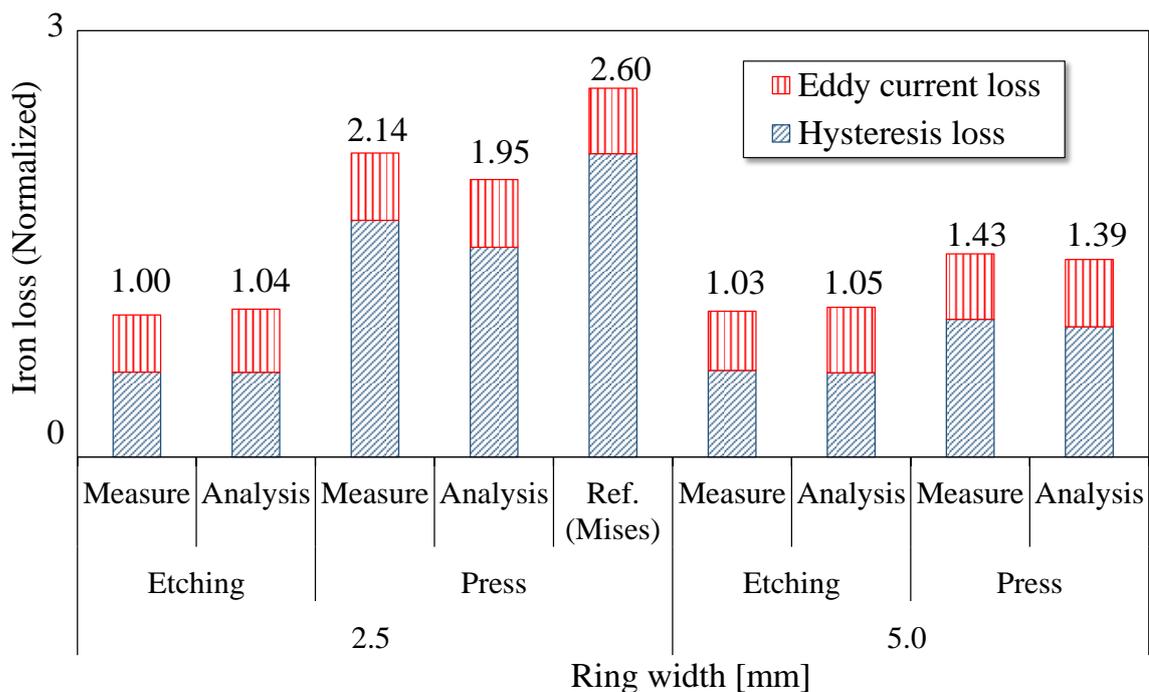


Fig. 5.15 Results of computation (Sine wave).

図 5.15 計算結果 (正弦波)

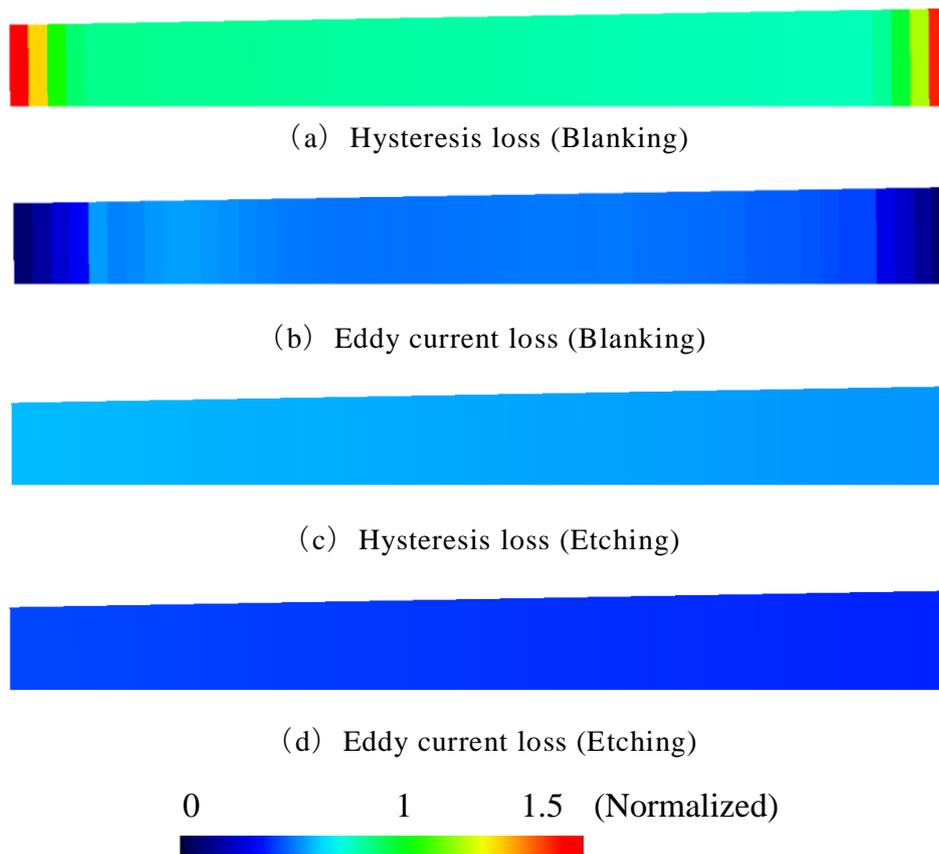


Fig. 5.16 Distributions of iron loss (Ring width : 5 mm).

図 5.16 鉄損分布（リング幅：5mm）

#### 5.4.4 高調波励磁下における鉄損の計算結果

波形条件は、ヒステリシスにマイナーループが生じること狙い、Fig. 5.17 に示すように、50 Hz の磁界強度の基本波に 5 次の高調波を 1 : 1 の割合で  $90^\circ$  の位相差で重畳する。その際、磁界強度の最大値は、前節で正弦波磁束密度に励磁した際の最大磁界強度となるよう、励磁電流をコントロールした。

Fig. 5.18 に、リング試料内部の平均的なヒステリシス曲線の測定結果を示す。打抜きひずみの有無によって、その形状が大きく異なることがわかる。

Fig. 5.19 に、鉄損の実測結果および計算結果を示す。ただし、実測結果は磁束密度の高調波成分を含み、ヒステリシス損と渦電流損を分離できないため、鉄損の合計値を表す。計算値は実測と良く一致しており、その誤差は 10 % 程度と高調波磁束条件においても妥当な計算結果が得られていることが確認できる。また、解析結果によれば打抜き試料ではヒステリシス損だけでなく渦電流損の増加が顕著である。これは Fig.5.16 のように、リング中央部に磁束密度が集中したことに加え、さらに高調波成分によって渦電流の影響が顕著になったためであると考えられる。

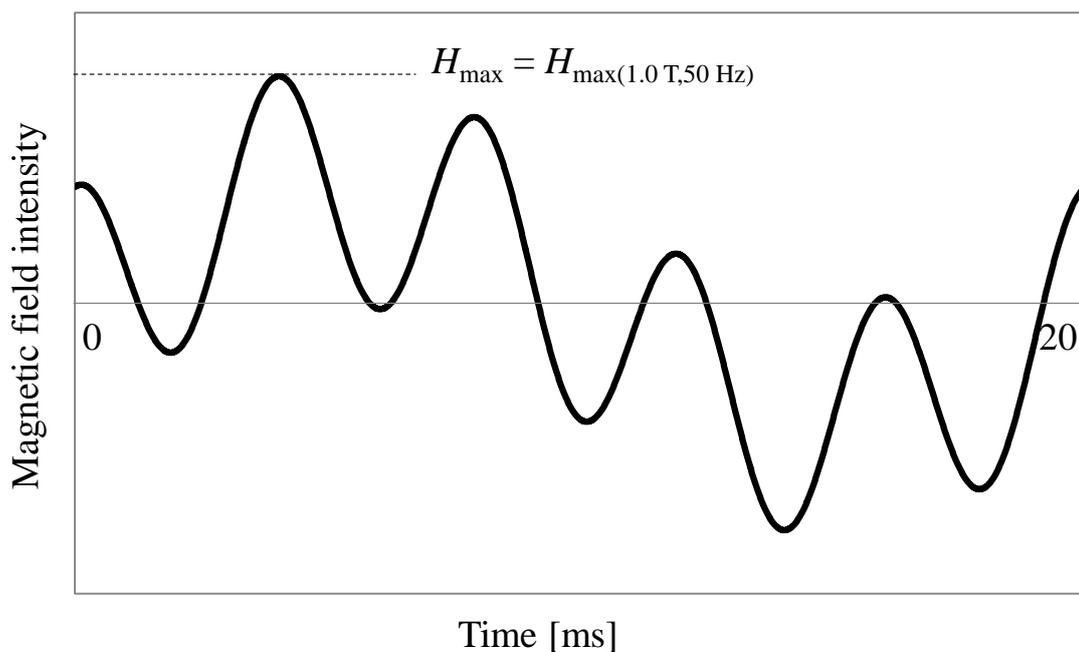


Fig. 5.17 Waveform of magnetic field intensity.

図 5.17 磁界強度波形

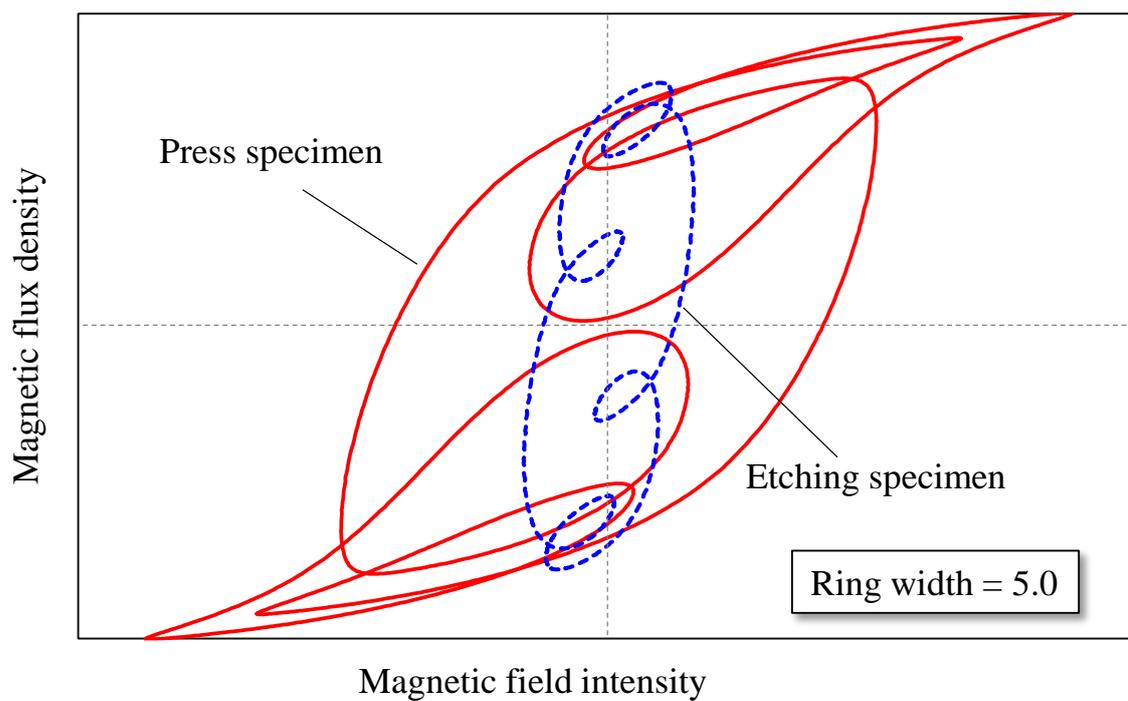


Fig. 5.18 Magnetic hysteresis curves under harmonic excitation.

図 5.18 高調波励磁下における磁気ヒステリシスカーブ

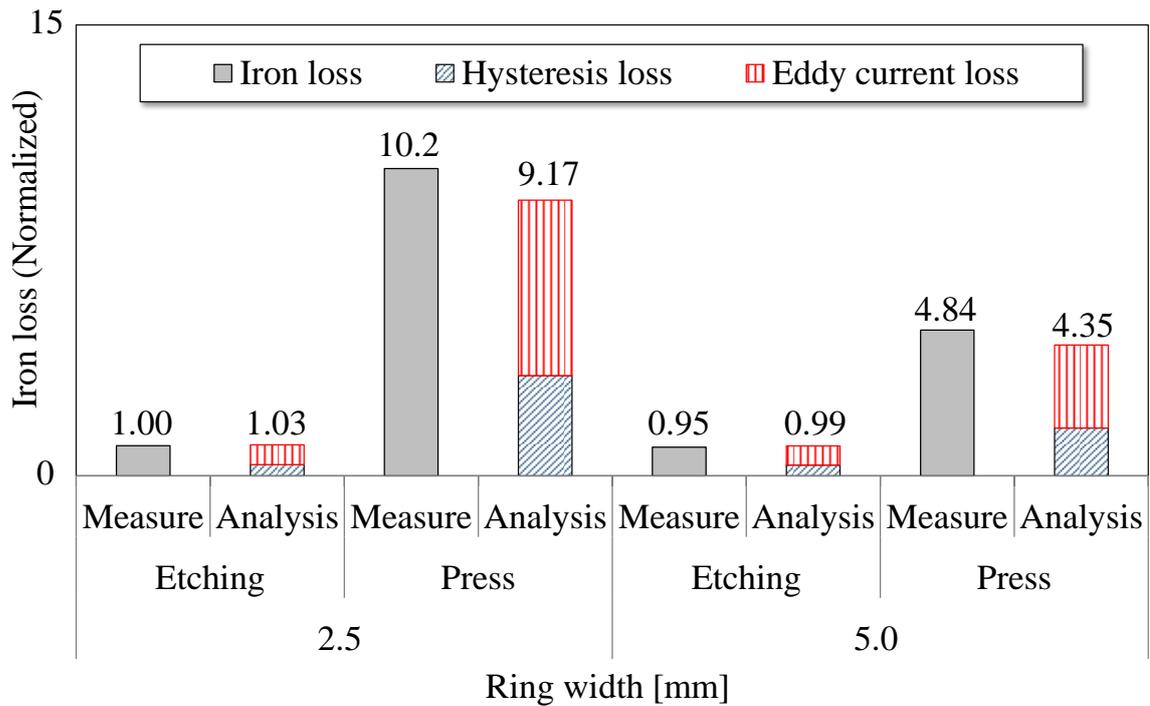


Fig. 5.19 Results of computation (Harmonic wave).

図 5.19 計算結果（高調波）

## 5.5 結言

本章では、高調波磁束下における打抜きひずみによる鉄損を予測するため、1次元動磁界ヒステリシス解析に、ひずみ-ヒステリシスの材料データを入れ込む鉄損計算手法を提案し、磁気測定用リング試料を用いて、その妥当性を検証した。提案手法は、

- (1) 破断を考慮した加工解析により、打抜きひずみを求め、塑性ひずみと弾性応力に分け、磁気特性への影響を考慮する。
- (2) 2次元静磁界解析において、打抜きひずみ分布に応じた初磁化特性データを与え、磁束密度分布を算出する。
- (3) 1次元動磁界ヒステリシス解析において、打抜きひずみ分布に応じたヒステリシス特性データおよび上記(2)で得られた磁束密度分布を入力として鉄損を算出する。

提案手法を用いた結果、正弦波および高調波の励磁条件において誤差10%以内と精度良く計算できており、提案手法の妥当性を確認することができた。

## 第6章 打抜きひずみを考慮した鉄損計算のモータへの適用

### 6.1 序言

前章では、打抜きリングテストピースを用い、打抜きひずみを考慮した鉄損推定手法について基礎的な検討を行い、高精度化の効果および手法の妥当性を確認することができた。そこで本章では、磁束の流れがより複雑となるモータを対象とし、打抜きひずみによるモータ特性への影響を検証する。

打抜きリングテストピースでは、リング端部に沿ってひずみが均一に分布するため、径方向の磁束密度の偏りは発生するが、材料の持つ磁気異方性を無視すれば、磁束は円周方向に流れる。したがって、弾性応力と磁化のベクトルの相対方向が予め分かることから、円周方向の磁化が受ける弾性応力の影響を与えることができた。

一方モータでは、Fig. 6.1 に示すイメージのように磁化の向きは、ティース中央部などの一部を除けば、ロータの磁石およびステータの巻線電流によって回転磁界が発生することから、磁化の向きは時々刻々と変化する。このため、磁化の向きを予測することは困難であり、予め弾性応力と磁化の相対方向を決めることができない。また、磁化ベクトルの向きは、弾性応力の方向の影響を受けると考えられる。したがって、前節で検討した鉄損予測手法をモータへ適用する場合には、磁束密度分布を求める際に、弾性応力と磁化の方向の影響を如何に取り扱うが問題となる。

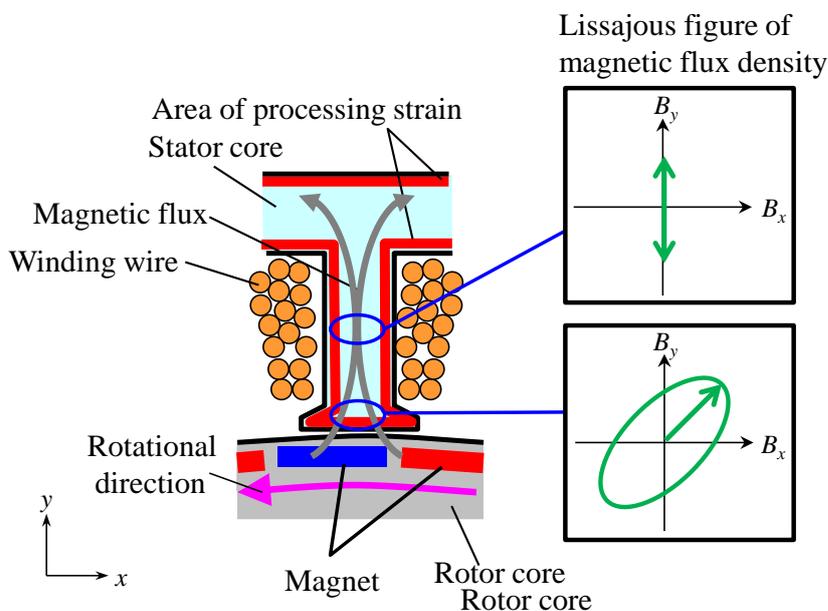


Fig. 6.1 Flow of magnetic flux in electric motor.

図 6.1 モータ内部における磁束の流れ

そこで、本章では磁束密度分布を求める際の弾性応力と磁化の方向のモデル化手法について検討を行い、最初にリングテストピースを用いて、様々な方向パターンの一様応力をシミュレーションし、解析結果である磁束密度および磁界強度の分布から、その妥当性を検証する。次にモータの打抜きひずみへ適用を検討し、モータの諸特性に与える影響および、磁束密度分布、磁界強度分布へ与える影響を考察する。

## 6.2 応力が磁化方向に与える影響の考慮手法

前章で述べたように、磁化が受ける応力からの影響は、(5.2) 式で与えられることから、磁化方向の応力と磁化直角方向の応力が求めれば算出が可能である。このため、Fig. 6.2 に示すように、ある応力が印加された状態において、磁化の角度が $\phi$  度回転した場合、磁化が受ける応力の大きさは、応力を $\phi$  度回転させ、磁化方向の応力と磁化直角方向の応力を求める。応力テンソルの回転は一般に次式で表される。

$$[\sigma'] = [T]^T [\sigma] [T], \quad [T] = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

ここで、 $\sigma'$  は回転後の応力テンソル、 $T$  は $z$  軸周りの回転行列である。

Fig. 6.3 に、 $x$  軸方向に 10MPa の引張応力が加わった場合における、磁化が回転した際の各方向で受ける応力の大きさを示す。磁化の受ける応力の大きさは、 $0 \sim 90^\circ$  にかけて 10MPa の引張応力から 5MPa の圧縮応力へ正弦波的に変化し、 $90^\circ$  対称となること

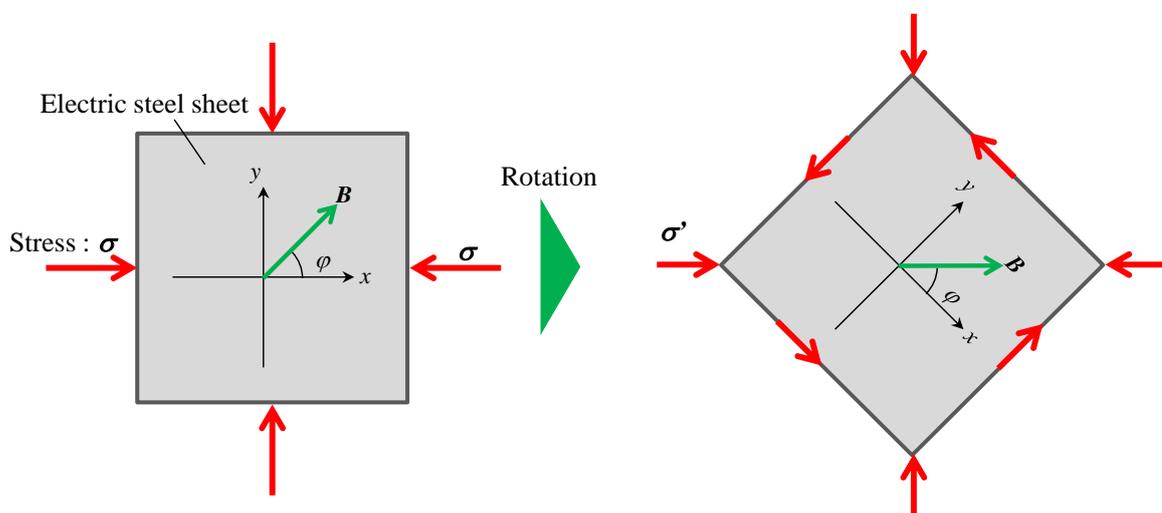


Fig. 6.2 Rotation of stress.

図 6.2 応力の回転

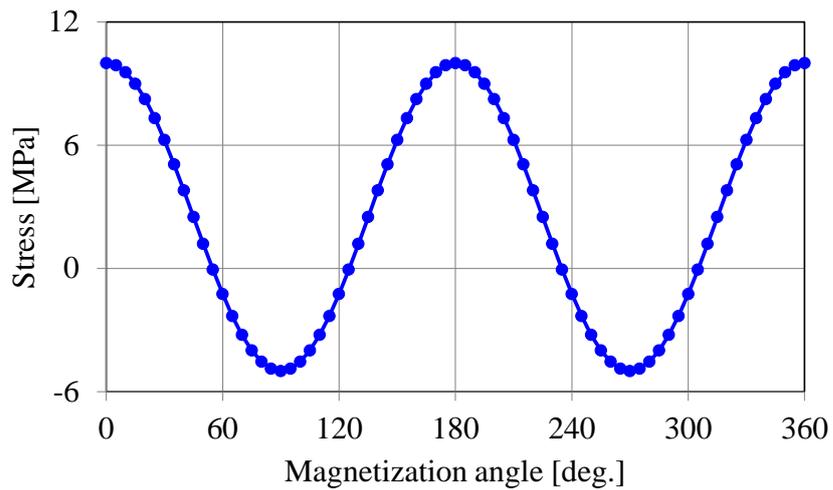
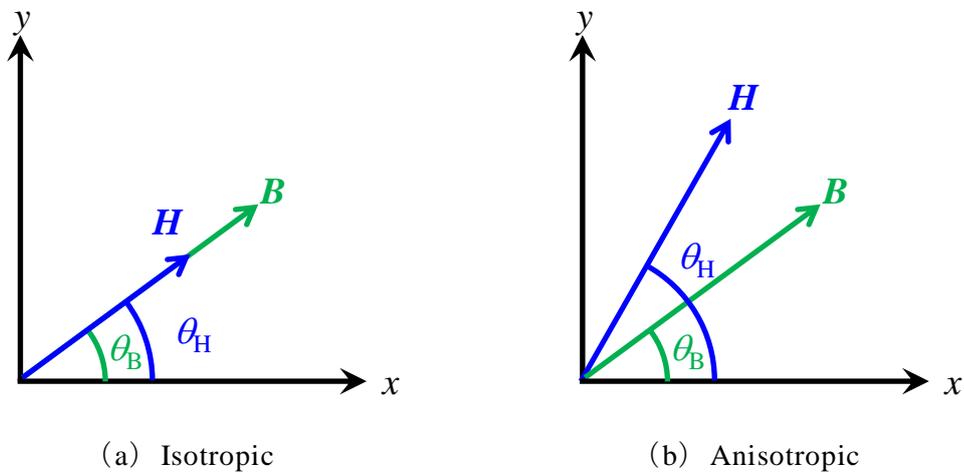


Fig. 6.3 Magnetization angle – Stress that affects magnetization.

図 6.3 磁化の角度－磁化が受ける応力



(a) Isotropic

(b) Anisotropic

Fig. 6.4 Magnetic anisotropy.

図 6.4 磁気異方性

が分かる。このように、平面応力中を磁化が回転する場合には、磁化が受ける応力は正弦波的に変化する。打抜きひずみの場合には、板厚 ( $z$  軸) 方向の応力も発生するが、本研究では磁束密度分布は 2 次元磁界解析で求めるため、磁化と常に直角の関係となる。したがって、磁化回転の影響は面内応力についてのみを考える。

### 6.2.1 応力磁気異方性のモデル化

面内応力中の磁化が受ける応力が、その方向によって変化することは、磁気特性が各方向によって異なることを意味する。すなわち、応力によって磁気異方性が生じると考えられる。鉄心材料の磁気特性が理想的な等方性を示す場合には、磁束密度ベクトル  $B$  と磁界強度ベクトル  $H$  の方向は、Fig. 6.4 (a) に示すように同一とな

る。一方、磁気異方性を示す場合には、 $B$  と  $H$  は、Fig. 6.4 (b) に示すように空間的位相差を生じる。したがって、磁気異方性をモデル化する場合には、空間的位相差を考慮することが重要となる。

このような面内の磁気異方性は、磁気特性測定によって取得をする必要があり、従来は2次元磁気特性測定器を用いる必要があった。しかし、測定システムが2系統分必要になることや、制御系が複雑化すること、高磁束密度での測定が困難になること、などの問題点があった。加えて、応力による磁気異方性を取得するためには、応力印加機構を2軸に付加することが必要になり、均一応力を印加することおよび試料の座屈防止が困難になると考えられる。

そこで、樋口らは材料の磁気異方性を1次元磁気測定結果から推定する手法を提案している<sup>(12)~(15)</sup>。本推定法では、各方向の材料を切り出し、磁気測定用の短冊試験片を用意し、1次元磁気測定を行う。その際、短冊試験片における磁界強度および磁束密度の方向は、磁気異方性によってFig. 6.5の状態であると予測される。すなわち、磁気測定で得られる磁界強度は、磁束密度ベクトルの接線方向成分  $H_r$  のみとなる。上述のように、空間的位相差を把握するためには、磁界強度の直角成分  $H_\theta$  が必要となるが、測定では直接的に計測できない。そこで、次式で表される磁気エネルギー  $F$  に着目する。

$$F(B, \theta_B) = \int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} = \int_0^B H_r dB = \int_0^B H \cos(\theta_H - \theta_B) dB \quad (6.2)$$

ここで、 $\theta_B$  は磁束密度の角度、 $\theta_H$  は磁界強度の角度である。

磁気エネルギーは、ヒステリシスを無視すれば、積分の経路に寄らない。このとき、磁界強度の接線成分および直角成分は次式で表される。

$$H_r = \frac{\partial F}{\partial B} \quad (6.3)$$

$$H_\theta = \frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial \theta_B} \quad (6.4)$$

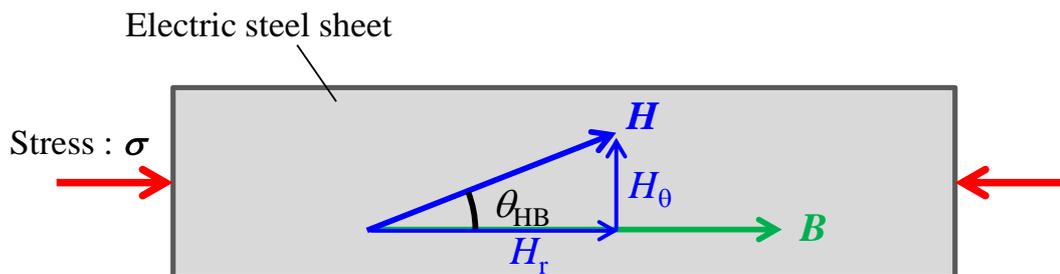


Fig. 6.5 Magnetic anisotropy at magnetic measurement.

図 6.5 磁気測定における磁気異方性

磁気エネルギーは、材料の磁気異方性が  $90^\circ$  対称となることから、次式のようにフーリエ級数展開により近似可能と仮定する。

$$F(B, \theta_B) = \sum_{k=0}^{N_f} f_k(B) \cos(2k\theta_B) \quad (6.5)$$

ここで、 $N_f$  はフーリエ級数の次数 (=角度方向の測定点数)、 $f_k$  はフーリエ級数の各次数成分である。

(6.5) 式を (6.3) 式および (6.4) 式に代入すると、次式を得る。

$$H_r = \sum_{k=0}^{N_f} \frac{\partial f_k(B)}{\partial B} \cos(2k\theta_B) \quad (6.6)$$

$$H_\theta = -\frac{2}{B} \sum_{k=0}^{N_f} k f_k(B) \sin(2k\theta_B) \quad (6.7)$$

このように、フーリエ級数の各次数成分  $f_k$  を求めることで、磁界強度の各成分を求めることができる。応力による磁気異方性も、Fig. 6.3 のように  $90^\circ$  対称となることから同様に表現できると仮定し、応力磁気異方性のモデル化に適用する。

各次数成分  $f_k$  の求め方は、まず (6.2) 式から、各磁束密度および各角度の磁気エネルギー  $F$  を求める。次に、各磁束密度で (6.5) 式が満たすように、次式の方程式を解く。

$$\begin{bmatrix} 1 & \cos(2\theta_{B0}) & \cdots & \cos(2k\theta_{B0}) \\ 1 & \cos(2\theta_{B1}) & \cdots & \cos(2k\theta_{B1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos(2\theta_{Bk}) & \cdots & \cos(2k\theta_{Bk}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(\theta_{B0}) \\ F(\theta_{B1}) \\ \vdots \\ F(\theta_{Bk}) \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

非線形磁界解析をニュートン・ラプソン法で解くにあたっては、(2.12) 式および (2.26) 式で示すように、 $H_x$ 、 $H_y$ 、 $\partial H_x / \partial B_x$ 、 $\partial H_x / \partial B_y$ 、 $\partial H_y / \partial H_x$ 、 $\partial H_y / \partial B_y$  が必要となることから、それぞれを次式から算出する。

$$H_x = H_r \cos \theta_B - H_\theta \sin \theta_B \quad (6.9)$$

$$H_y = H_r \sin \theta_B + H_\theta \cos \theta_B \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial B_x} &= \frac{\partial H_r}{\partial B_x} \cos \theta_B + H_r \frac{\partial \cos \theta_B}{\partial B_x} - \frac{\partial H_\theta}{\partial B_x} \sin \theta_B - H_\theta \frac{\partial \sin \theta_B}{\partial B_x} \\ &= \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_x} + \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_x} \right) \cos \theta_B + H_r \frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_x}{B} \right) \\ &\quad - \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_x} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_x} \right) \sin \theta_B - H_\theta \frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_y}{B} \right) \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_x}{\partial B_y} &= \frac{\partial H_r}{\partial B_y} \cos \theta_B + H_r \frac{\partial \cos \theta_B}{\partial B_y} - \frac{\partial H_\theta}{\partial B_y} \sin \theta_B - H_\theta \frac{\partial \sin \theta_B}{\partial B_y} \\
&= \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_y} + \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_y} \right) \cos \theta_B + H_r \frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_x}{B} \right) \\
&\quad - \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_y} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_y} \right) \sin \theta_B - H_\theta \frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_y}{B} \right)
\end{aligned} \tag{6.12}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_y}{\partial B_x} &= \frac{\partial H_r}{\partial B_x} \sin \theta_B + H_r \frac{\partial \sin \theta_B}{\partial B_x} + \frac{\partial H_\theta}{\partial B_x} \cos \theta_B + H_\theta \frac{\partial \cos \theta_B}{\partial B_x} \\
&= \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_x} + \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_x} \right) \sin \theta_B + H_r \frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_y}{B} \right) \\
&\quad + \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_x} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_x} \right) \cos \theta_B + H_\theta \frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_x}{B} \right)
\end{aligned} \tag{6.13}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_y}{\partial B_y} &= \frac{\partial H_r}{\partial B_y} \sin \theta_B + H_r \frac{\partial \sin \theta_B}{\partial B_y} + \frac{\partial H_\theta}{\partial B_y} \cos \theta_B + H_\theta \frac{\partial \cos \theta_B}{\partial B_y} \\
&= \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_y} + \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_y} \right) \sin \theta_B + H_r \frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_y}{B} \right) \\
&\quad + \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \frac{\partial B}{\partial B_y} + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{\partial \theta_B}{\partial B_y} \right) \cos \theta_B + H_\theta \frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_x}{B} \right)
\end{aligned} \tag{6.14}$$

(6.11) 式～ (6.14) 式の各偏微分項は、次式から求めることができる。

$$\frac{\partial B}{\partial B_x} = \frac{\partial}{\partial B_x} \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \cos \theta_B \tag{6.15}$$

$$\frac{\partial B}{\partial B_y} = \frac{\partial}{\partial B_y} \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sin \theta_B \tag{6.16}$$

$$\frac{\partial \theta_B}{\partial B_x} = \frac{\partial}{\partial B_x} \tan^{-1} \frac{B_y}{B_x} = -\frac{B_y}{B_x^2} \frac{B_x^2}{B_x^2 + B_y^2} = -\frac{1}{B} \sin \theta_B \tag{6.17}$$

$$\frac{\partial \theta_B}{\partial B_y} = \frac{\partial}{\partial B_y} \tan^{-1} \frac{B_y}{B_x} = \frac{1}{B_x} \frac{B_x^2}{B_x^2 + B_y^2} = \frac{1}{B} \cos \theta_B \tag{6.18}$$

$$\frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_x}{B} \right) = \frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_x}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}} \right) = \frac{1}{B} \left( 1 - \frac{B_x^2}{B^2} \right) = \frac{1}{B} \sin^2 \theta_B \tag{6.19}$$

$$\frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_x}{B} \right) = \frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_x}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}} \right) = -\frac{B_x B_y}{B^3} = -\frac{1}{B} \cos \theta_B \sin \theta_B \quad (6.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_y}{B} \right) = \frac{\partial}{\partial B_x} \left( \frac{B_y}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}} \right) = -\frac{B_x B_y}{B^3} = -\frac{1}{B} \cos \theta_B \sin \theta_B \quad (6.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_y}{B} \right) = \frac{\partial}{\partial B_y} \left( \frac{B_y}{\sqrt{B_x^2 + B_y^2}} \right) = \frac{1}{B} \left( 1 - \frac{B_y^2}{B^2} \right) = \frac{1}{B} \cos^2 \theta_B \quad (6.22)$$

(6.15) 式～ (6.22) 式を (6.11) 式～ (6.14) 式に代入すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial B_x} = & \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \sin \theta_B \right) \cos \theta_B + \frac{H_r}{B} \sin^2 \theta_B \\ & - \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \sin \theta_B \right) \sin \theta_B + \frac{H_\theta}{B} \cos \theta_B \sin \theta_B \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial B_y} = & \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \sin \theta_B + \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \cos \theta_B \right) \cos \theta_B - \frac{H_r}{B} \cos \theta_B \sin \theta_B \\ & - \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \sin \theta_B + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \cos \theta_B \right) \sin \theta_B - \frac{H_\theta}{B} \cos^2 \theta_B \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial B_x} = & \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \sin \theta_B \right) \sin \theta_B - \frac{H_r}{B} \cos \theta_B \sin \theta_B \\ & + \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \cos \theta_B - \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \sin \theta_B \right) \cos \theta_B + \frac{H_\theta}{B} \sin^2 \theta_B \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial B_y} = & \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} \sin \theta_B + \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \cos \theta_B \right) \sin \theta_B + \frac{H_r}{B} \cos^2 \theta_B \\ & + \left( \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \sin \theta_B + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \cos \theta_B \right) \cos \theta_B - \frac{H_\theta}{B} \cos \theta_B \sin \theta_B \end{aligned} \quad (6.26)$$

ここで、(6.3) 式および (6.4) 式から次式のように変換する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_\theta}{\partial B} = & \frac{\partial}{\partial B} \left( \frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial \theta_B} \right) = \frac{1}{B} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial \theta_B \partial B} - \frac{1}{B} \frac{\partial F}{\partial \theta_B} \right) \\ = & \frac{1}{B} \left( \frac{\partial H_r}{\partial \theta_B} - H_\theta \right) \end{aligned} \quad (6.27)$$

(6.27) 式を (6.23) 式～ (6.26) 式に代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial H_x}{\partial B_x} = \frac{\partial H_r}{\partial B} \cos^2 \theta_B + \frac{\sin^2 \theta_B}{B} \left( H_r + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \right) - 2 \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \cos \theta_B \sin \theta_B \quad (6.28)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial B_y} = \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} - \frac{H_r}{B} - \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \right) \cos \theta_B \sin \theta_B + \frac{\partial H_\theta}{\partial B} (\cos^2 \theta_B - \sin^2 \theta_B) \quad (6.29)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial B_x} = \left( \frac{\partial H_r}{\partial B} - \frac{H_r}{B} - \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \frac{1}{B} \right) \cos \theta_B \sin \theta_B + \frac{\partial H_\theta}{\partial B} (\cos^2 \theta_B - \sin^2 \theta_B) \quad (6.30)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial B_y} = \frac{\partial H_r}{\partial B} \sin^2 \theta_B + \frac{\cos^2 \theta_B}{B} \left( H_r + \frac{\partial H_\theta}{\partial \theta_B} \right) + 2 \frac{\partial H_\theta}{\partial B} \cos \theta_B \sin \theta_B \quad (6.31)$$

(6.29) 式および (6.30) 式から非対角項は等しくなり，磁界解析で解くべき方程式の係数行列は対称となることから，線形ソルバーには ICCG 法を適用する。

## 6.2.2 応力磁気異方性の推定

ここでは，前節で述べたモデル化によって求めることができる応力磁気異方性の推定結果について検証する。なお，応力および磁化は  $x$ - $y$  平面内にのみ発生するものとし，特に，電磁鋼板の場合には圧縮応力による影響が大きいことから，圧縮応力についてのみ検討する。なお以降は，圧縮応力のみを扱うため，応力の符号は全て正とする。

面内応力のみを考える場合，応力テンソルは次式で与えられる。

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

最初に，無応力の磁気特性を Fig. 6.6 に示す。当然であるが，応力による磁気異方性が生じないため， $H_\theta$  成分は磁化方向  $\theta_B$  に寄らず常に零， $H_r$  成分は磁化方向に寄らず一定となっており，磁化と磁界に空間的位相差がないことが確認できる。

次に，応力テンソルの対角成分，すなわち垂直応力成分について検討する。代表例として， $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$  で固定し， $\sigma_{yy}$  を 30, 45, 60MPa と変化させた。

Fig. 6.7 に，磁化方向に対する磁化が受ける応力値の変化を示す。 $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の条件では，磁化方向  $\theta_B$  が  $0^\circ$  の時に，受ける応力が 45MPa と最大となり， $90^\circ$  で 0MPa と最小となる。 $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$  の条件では，磁化方向  $\theta_B$  が  $0^\circ$  の時に受ける応力が 37.5MPa と最大となり， $90^\circ$  で 15MPa と最小となる。 $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$  の条件では，30MPa の条件と比較すると，空間的な位相に変化はないが，応力の平均値が大きくなって

いる一方、応力の振幅は小さくなっている。さらに、 $\sigma_{yy}$  が 60MPa の条件では、応力の振幅はなく、等方的に 30MPa の影響が出ることが分かる。 $\sigma_{xx} = \sigma_{yy}$  の状態は、いわゆる静水圧と呼ばれる静止した水の中で働く水圧に相当する状態である。つまり、磁化が等方的な応力を受けると理解できる。

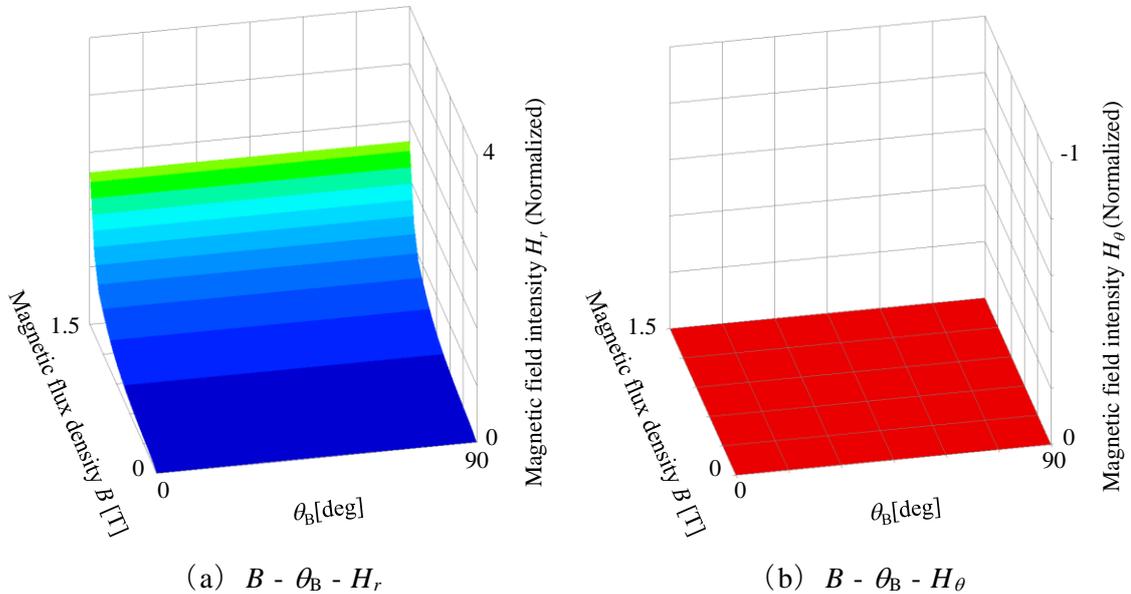


Fig. 6.6 Magnetic property without stress ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ ).

図 6.6 無応力下の磁気特性 ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ )

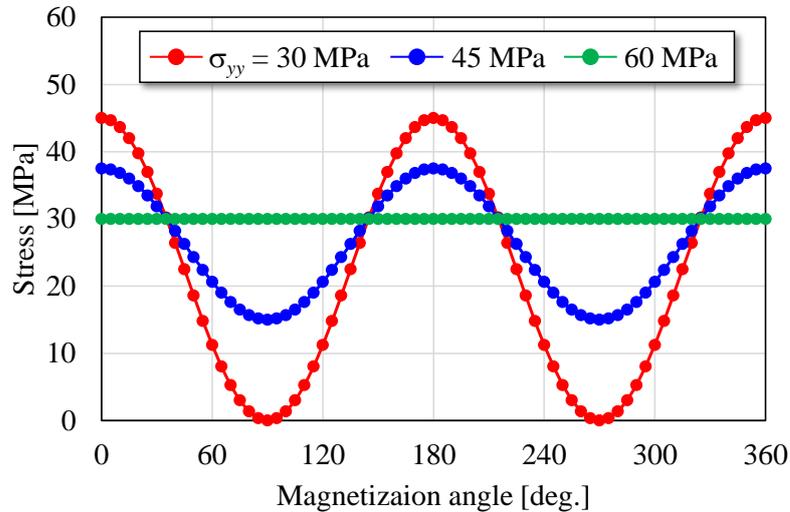


Fig. 6.7 Magnetization angle – Stress that affects magnetization ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ).

図 6.7 磁化の角度－磁化が受ける応力 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ )

Fig. 6.8～Fig. 6.10 に各応力条件の磁気特性を推定した結果を示す。 $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  および  $45\text{MPa}$  の条件では、 $H_\theta$  成分は磁化方向  $\theta_B$  に  $45^\circ$  で最大となり、 $0$  および  $90^\circ$  で零となっている。 $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の条件では、 $H_\theta$  成分が  $45\text{MPa}$  の条件よりも大きくなっている。これは、Fig. 6.7 が示すように応力の振幅が、 $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の条件の方が大きいため、磁気異方性が顕著であると考えることが出来る。また  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$  では等方性となるため、 $H_\theta$  成分は出てないことが分かる。各応力条件における  $H_r$  成分は、磁化方向に対する応力の変化に伴って変化していることが分かる。

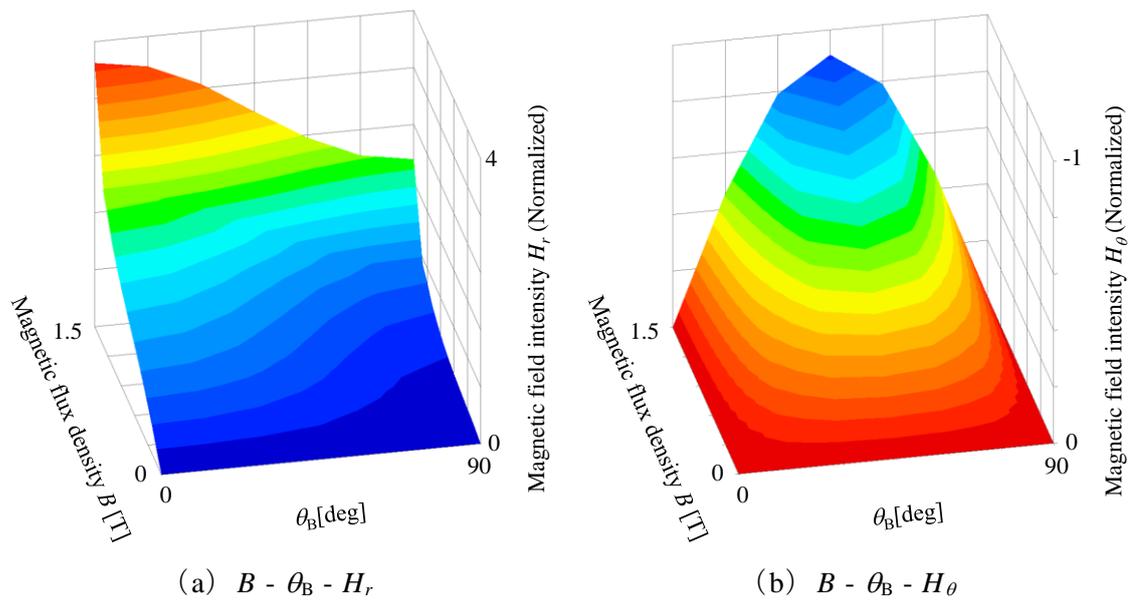


Fig. 6.8 Magnetic property with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ ).

図 6.8 応力下の磁気特性 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ )

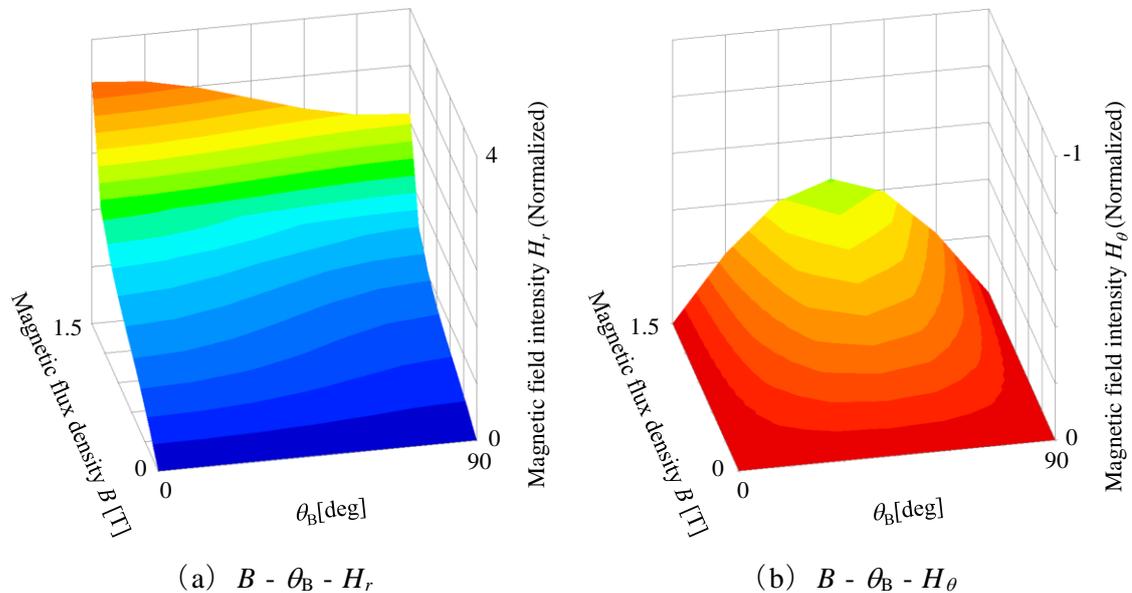


Fig. 6.9 Magnetic property with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ).

図 6.9 応力下の磁気特性 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ )

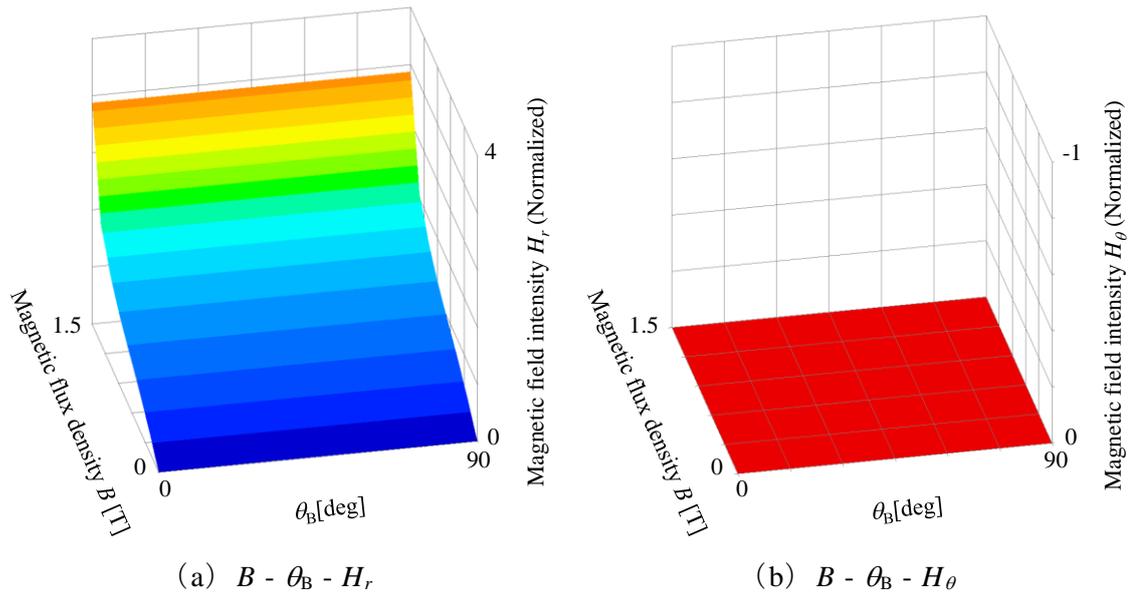


Fig. 6.10 Magnetic property with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ).

図 6.10 応力下の磁気特性 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ )

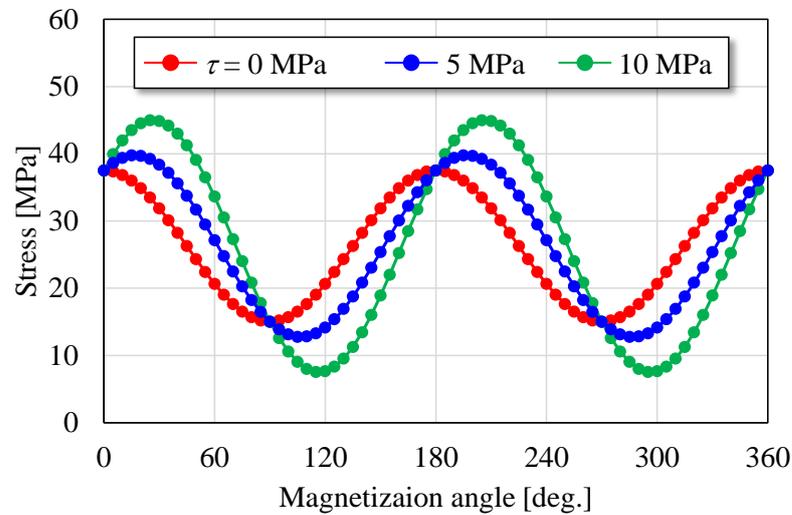


Fig. 6.11 Magnetization angle – Stress that affects magnetization ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ).

図 6.11 磁化の角度 – 磁化が受ける応力 ( $\sigma_{xx} = 60$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ )

次に、応力テンソルの非対角成分、すなわちせん断応力成分について検討する。代表例として、 $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ 、 $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$  で固定し、応力テンソルは対称とし、せん断応力を  $\tau = \sigma_{xy} = \sigma_{yx} = 0, 5, 10\text{MPa}$  と変化をさせた。

Fig. 6.11 に、磁化方向に対する磁化が受ける応力値の変化を示す。 $\tau = 0\text{MPa}$  の条件では、磁化方向  $\theta_B$  が  $0^\circ$  の時に応力が最大となっているのに対し、 $\tau = 5, 10\text{MPa}$  の条件では最大となる位相がせん断応力の大きさに比例し進んでいき、応力振幅が大きくなることが分かる。2次元磁気特性では、 $90^\circ$  対称となることを前提としてい

ることから、せん断応力による位相進みを表現するために、磁化方向 $\theta_B$ の基準座標軸を回転させることを考える。つまり、磁化が受ける応力が最大となる磁化方向 $\theta_{Bm}$ が $0^\circ$ 方向となるように座標軸（応力軸）を回転させる。(6.32)式で表現される応力テンソルを、(6.1)式の回転の式を用いて、 $\theta$ 回転させたときの応力テンソルの各成分は次式となる。

$$\begin{aligned} [\sigma'] &= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau \\ \tau & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \cos^2 \theta \begin{bmatrix} \sigma_{xx} + 2\tau \tan \theta + \sigma_{yy} \tan^2 \theta & (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \tan \theta + \tau(1 - \tan^2 \theta) \\ (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \tan \theta + \tau(1 - \tan^2 \theta) & \sigma_{xx} \tan^2 \theta - 2\tau \tan \theta + \sigma_{yy} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6.33)$$

ここで、応力が最大となる回転の条件は、応力テンソルの非対角項が零となることであるから次式で求まる。なお、非対角項が零の場合の応力であるから、この操作は主応力の方向を求めていることと等価であると言える。

$$\theta_{Bm} = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx} \pm \sqrt{(\sigma_{yy} - \sigma_{xx})^2 + 4\tau^2}}{2\tau} \right\} \quad (6.34)$$

Fig. 6.12 および Fig. 6.13 に、磁気特性を推定した結果を示す。なお、各条件で $\theta_{Bm}$ 回転させていることから、垂直応力成分のみの場合と同様に、 $H_\theta$ は $\theta_B = 0^\circ$ および $90^\circ$ において零、 $\theta_B = 45^\circ$ で最大となることが分かる。

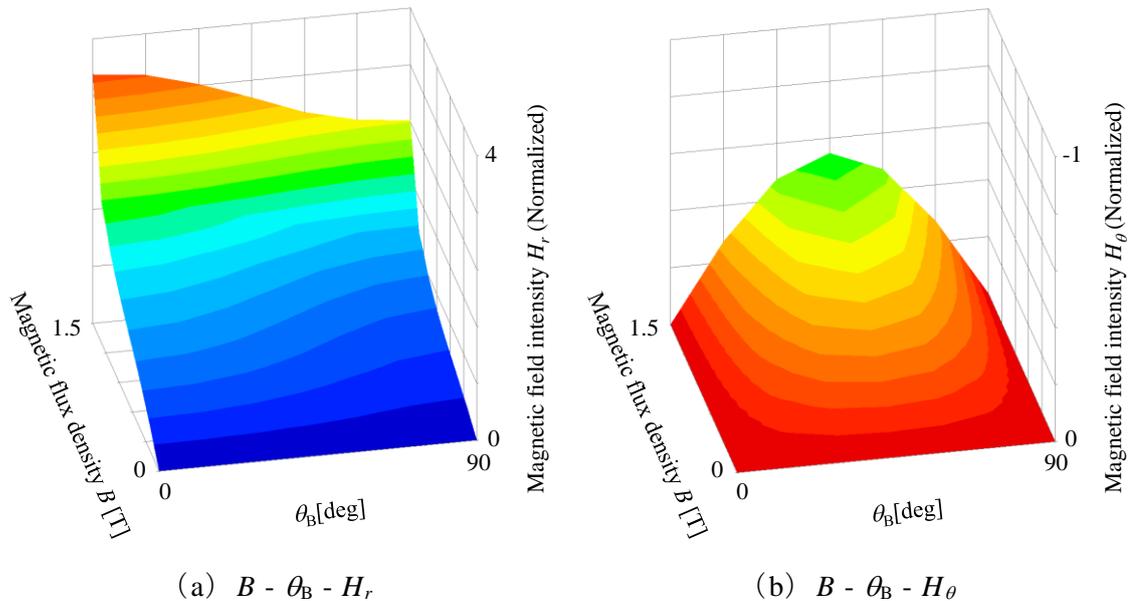


Fig. 6.12 Magnetic property with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 5\text{MPa}$ ).

図 6.12 応力下の磁気特性 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 5\text{MPa}$ )

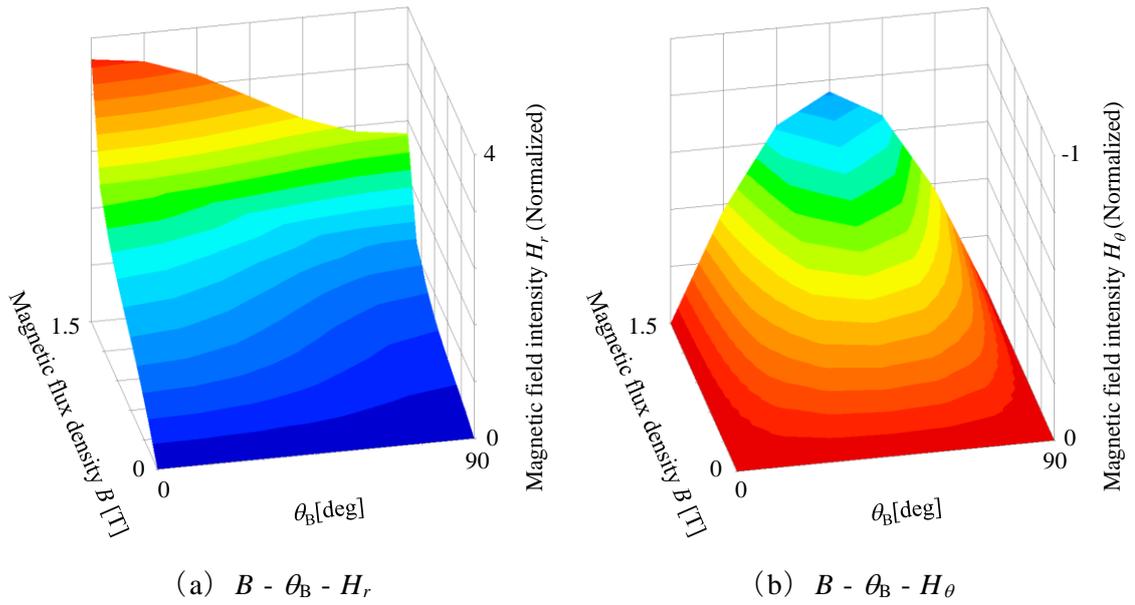


Fig. 6.13 Magnetic property with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ ).

図 6.13 応力下の磁気特性 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ )

ただし，磁界解析で用いる場合には，(6.9) 式および (6.10) 式で求まる磁界強度および，(6.28) 式～ (6.31) 式で求まる磁界強度の磁束密度微分を，応力軸から元の物理的な座標軸へ， $\theta = \theta_{Bm}$  として，次式を用いて戻す。

$$\begin{bmatrix} B_x & H_x \\ B_y & H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{\sigma x} & H_{\sigma x} \\ B_{\sigma y} & H_{\sigma y} \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_x}{\partial B_x} \\ \frac{\partial H_x}{\partial B_y} \\ \frac{\partial H_y}{\partial B_x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial B_y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta & -\sin^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H_{\sigma x}}{\partial B_{\sigma x}} \\ \frac{\partial H_{\sigma x}}{\partial B_{\sigma y}} \\ \frac{\partial H_{\sigma y}}{\partial B_{\sigma x}} \\ \frac{\partial H_{\sigma y}}{\partial B_{\sigma y}} \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

ここで， $B_{\sigma x}$ ,  $B_{\sigma y}$ ,  $H_{\sigma x}$ ,  $H_{\sigma y}$  は，応力座標軸での磁束密度および磁界強度である。

### 6.2.3 基礎検証モデルによる応力磁気異方性の検証

ここでは、応力磁気異方性を Fig. 6.14 に示すトロイダルリングモデルを用い、基礎的な検証を行う。具体的には、リングに種々の応力を一様に負荷し、磁界分布および磁束分布について考察する。Fig. 6.15 にメッシュモデルを、Table 6.1 に解析条件を示す。応力による影響は一般に磁束密度によって変化することから、アンペアターンを水準にとった。

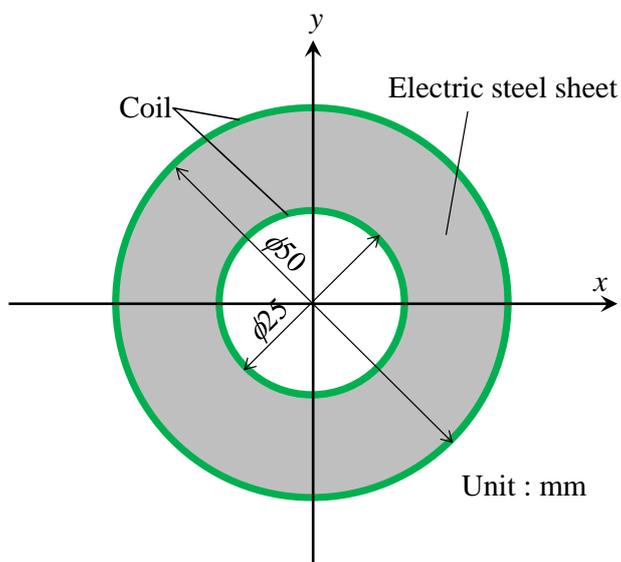


Fig. 6.14 Analyzed model.

図 6.14 解析モデル

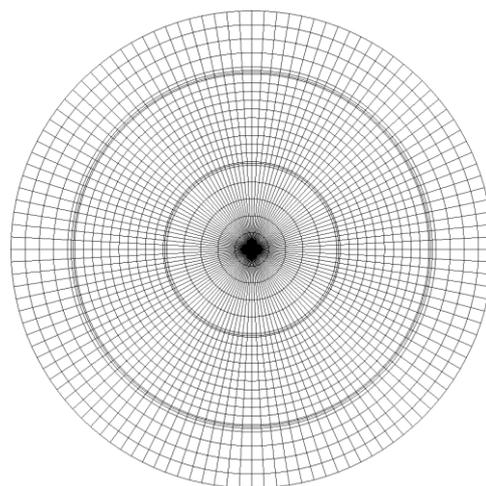


Fig. 6.15 Mesh model.

図 6.15 メッシュ図

Table 6.1 Analysis conditions.

表 6.1 解析条件

Material	Equivalent to JIS50A290					
Exciting current [AT]	30, 60, 90, 120					
Number of elements	2881					
Number of nodes	2880					
Stress [MPa]	$\sigma_{xx}$	0	60	60	60	60
	$\sigma_{yy}$	0	30	45	60	45
	$\tau$	0	0	0	0	10

最初に比較として、無応力状態の磁束密度分布を Fig. 6.16 に、磁界強度分布を Fig. 6.17 に示す。当然のことながら応力による異方性は生じないため、周方向に対して均一な分布となっていることが分かる。径方向の磁束密度の偏りは、内径ほど磁路長が短く磁気抵抗が低いため、磁束が集中することで生じる。ただしアンペアターンが増加し、透磁率が低下してくると、分布は均一となっている。

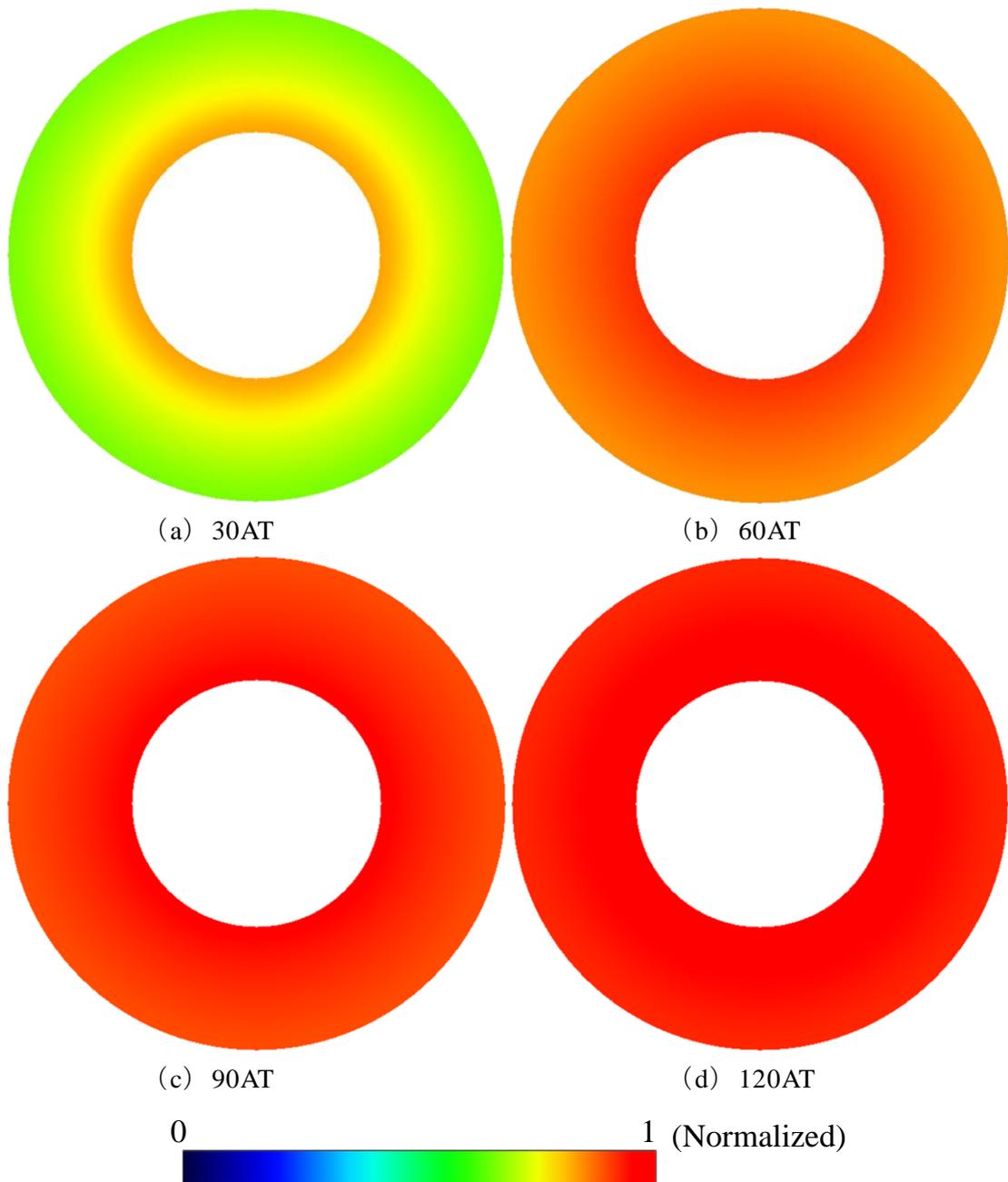


Fig. 6.16 Distribution of magnetic flux density without stress ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ ).

図 6.16 無応力下の磁束密度分布 ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ )

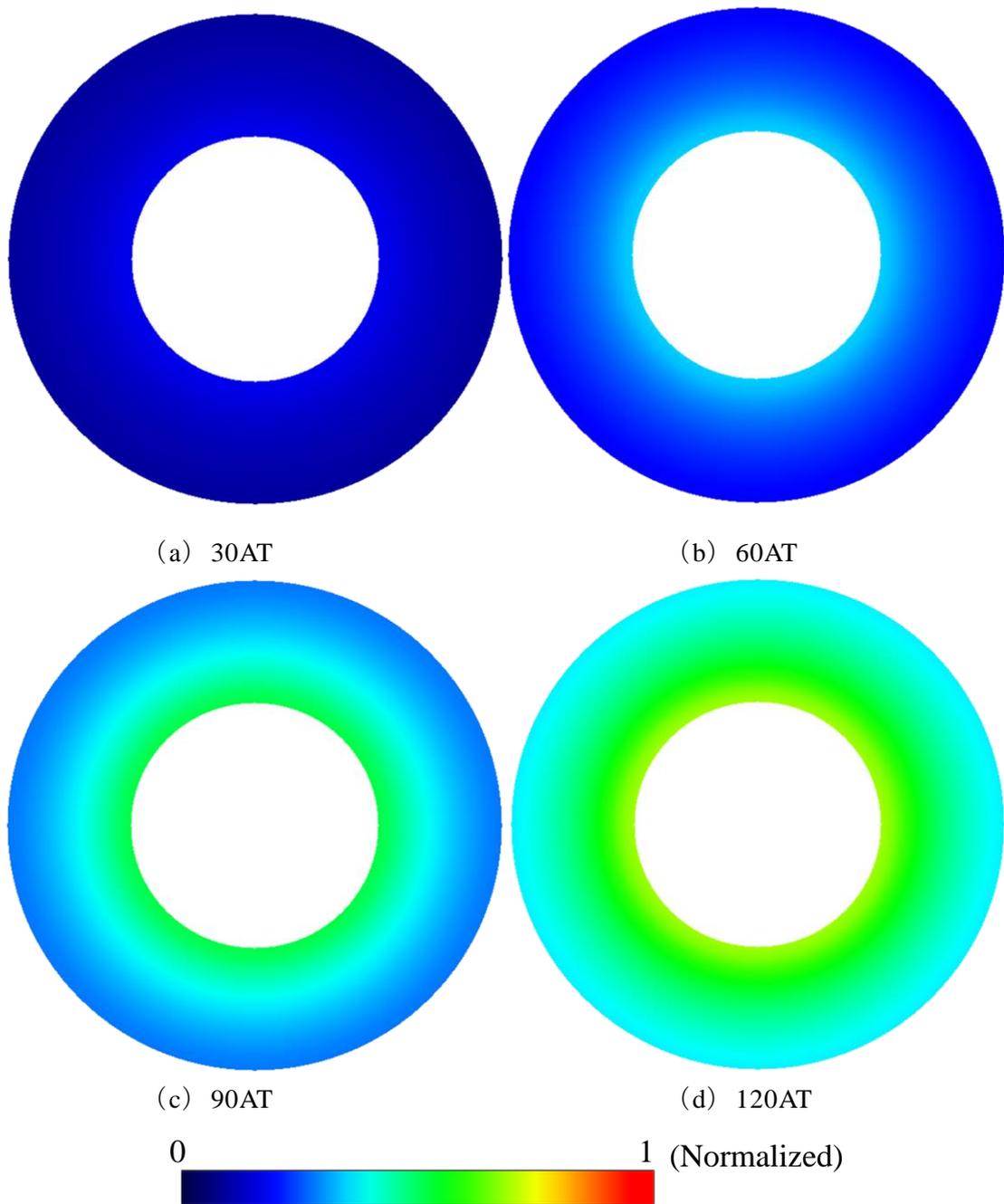


Fig. 6.17 Distribution of magnetic field intensity without stress ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ ).

図 6.17 無応力下の磁界強度分布 ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ )

Fig. 6.18 に磁束密度ベクトルを，Fig. 6.19 に磁界強度ベクトルを示す。磁束密度と磁界強度のベクトルに空間的な位相差が生じていないことが確認できる。

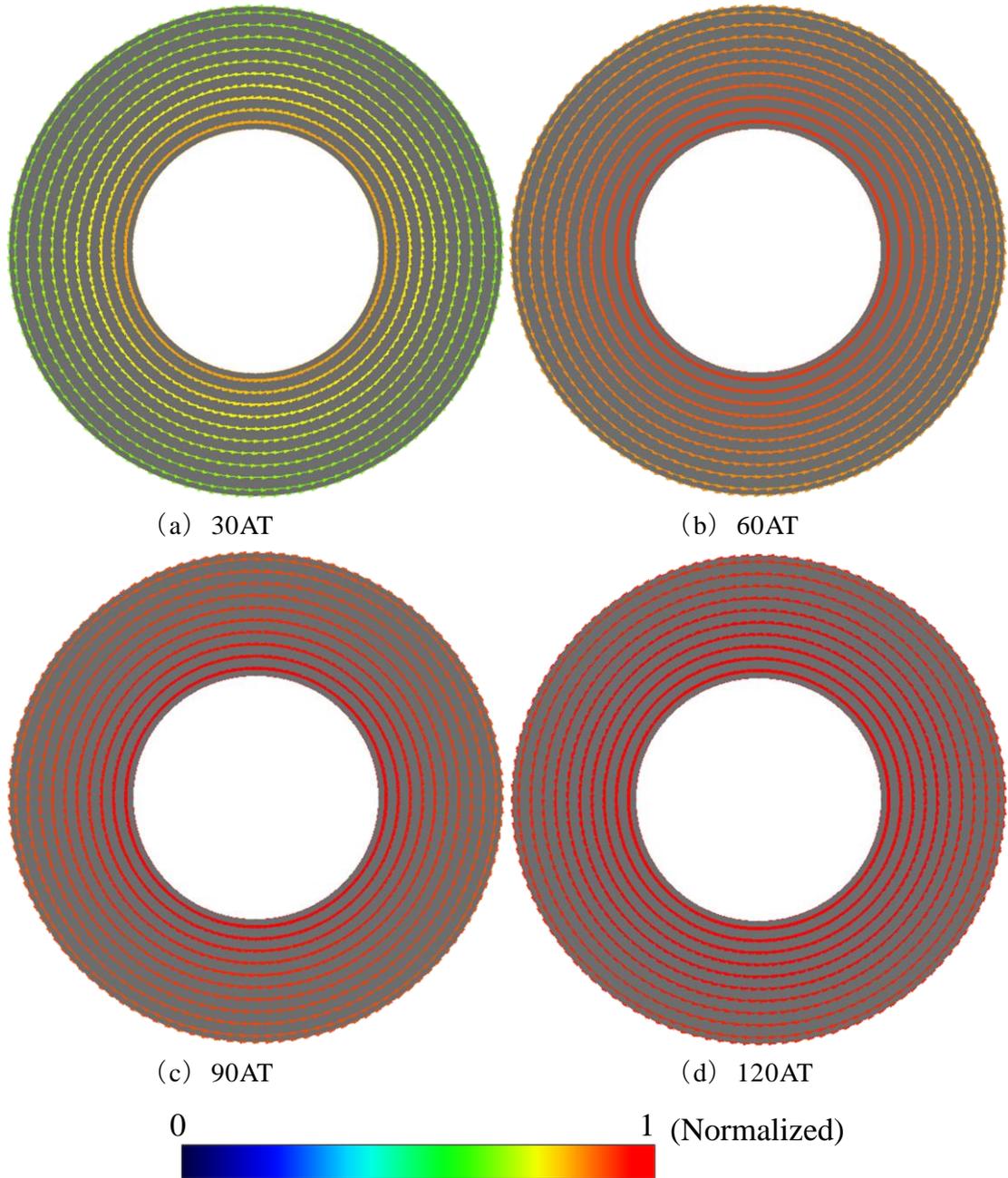


Fig. 6.18 Vector of magnetic flux density without stress ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ ).

図 6.18 無応力下の磁束密度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ )

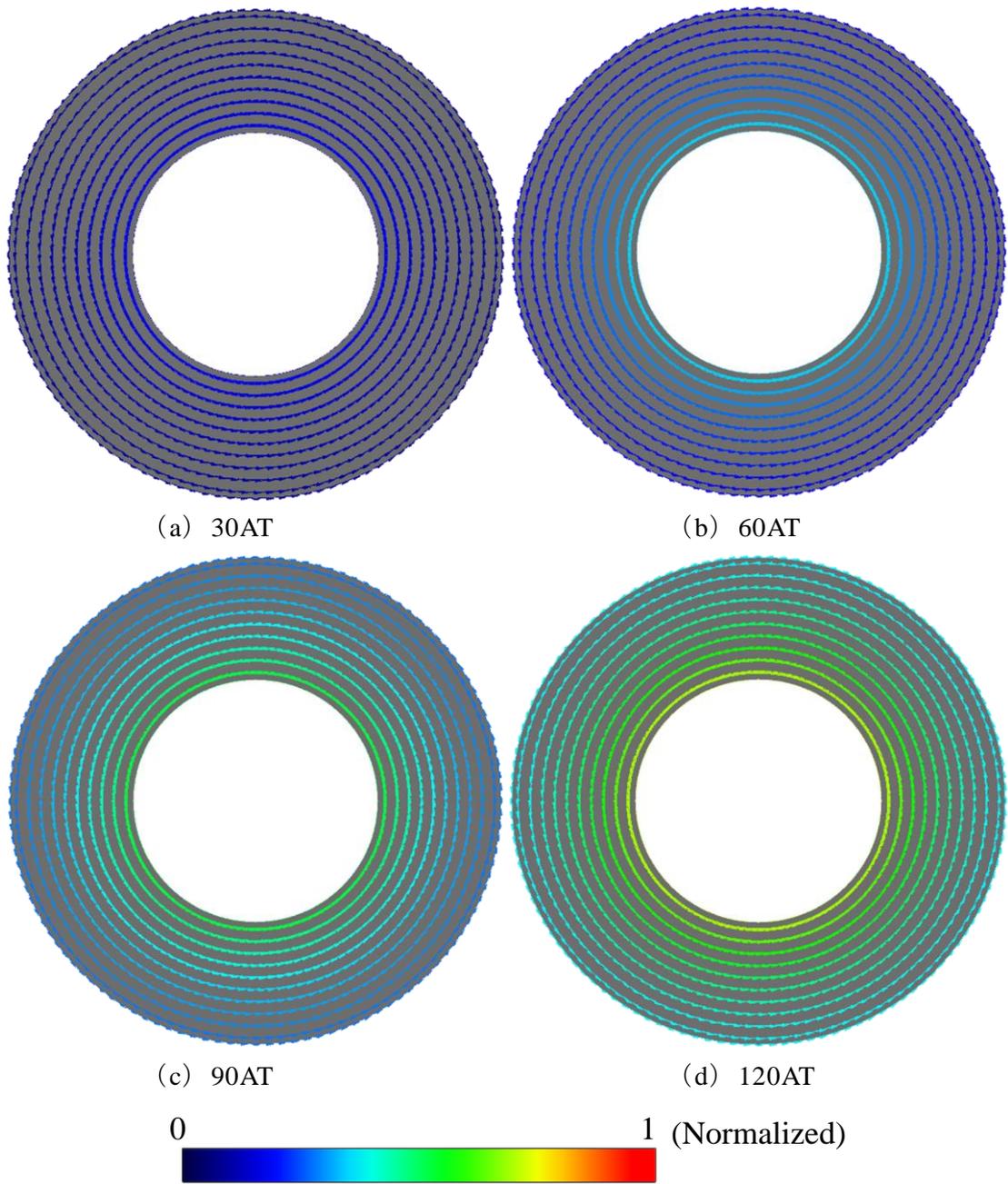


Fig. 6.19 Vector of magnetic field intensity without stress ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ ).  
 図 6.19 無応力下の磁界強度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 0\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 0\text{MPa}$ )

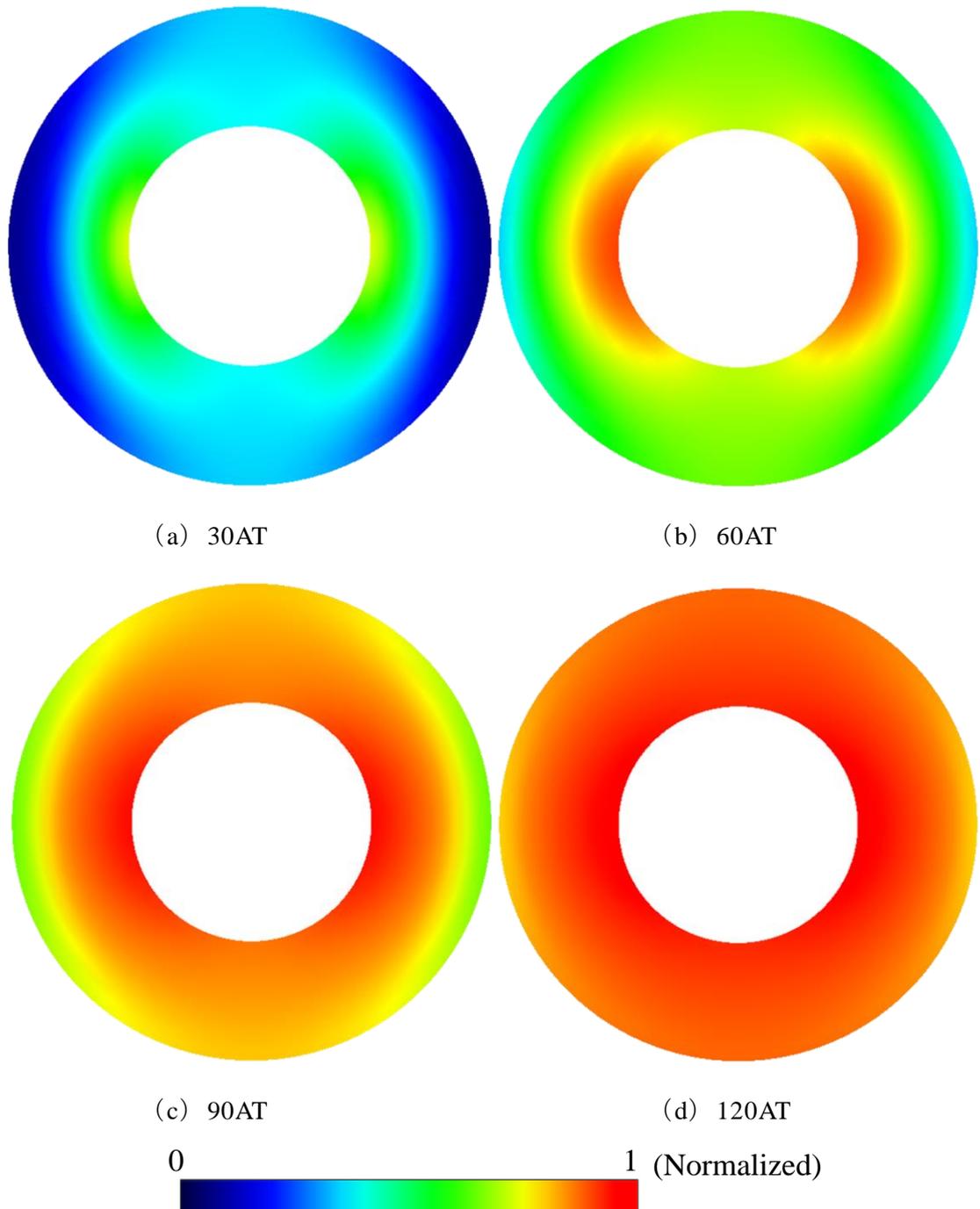


Fig. 6.20 Distribution of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ ).

図 6.20 応力下の磁束密度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ )

$\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の状態における磁束密度分布を Fig. 6.20 に、磁界強度分布を Fig. 6.21 に示す。 $x$  軸上の磁束密度は内径側に集中しているが、 $y$  軸上ではそれに比べ均一な分布となっている。これは  $x$  軸では、 $y$  方向の磁束の向きとなるため、受ける応力の影響が最小となり透磁率が高いが、 $y$  軸上では、 $x$  方向の磁束の向きとなるため、受ける応力の影響が最大となり透磁率が低くなるためと考えられる。ただし、アンペ

アターンが増加し磁気飽和していくと、この傾向は隠微となり、周方向に対して均一な分布へと近づいている。これは、一般的に応力による透磁率低下の影響が低磁界 ( $\propto$  アンペアターン) で顕著となる傾向と一致している。磁界強度分布は、y 方向に伸びるように分布していることが分かる。

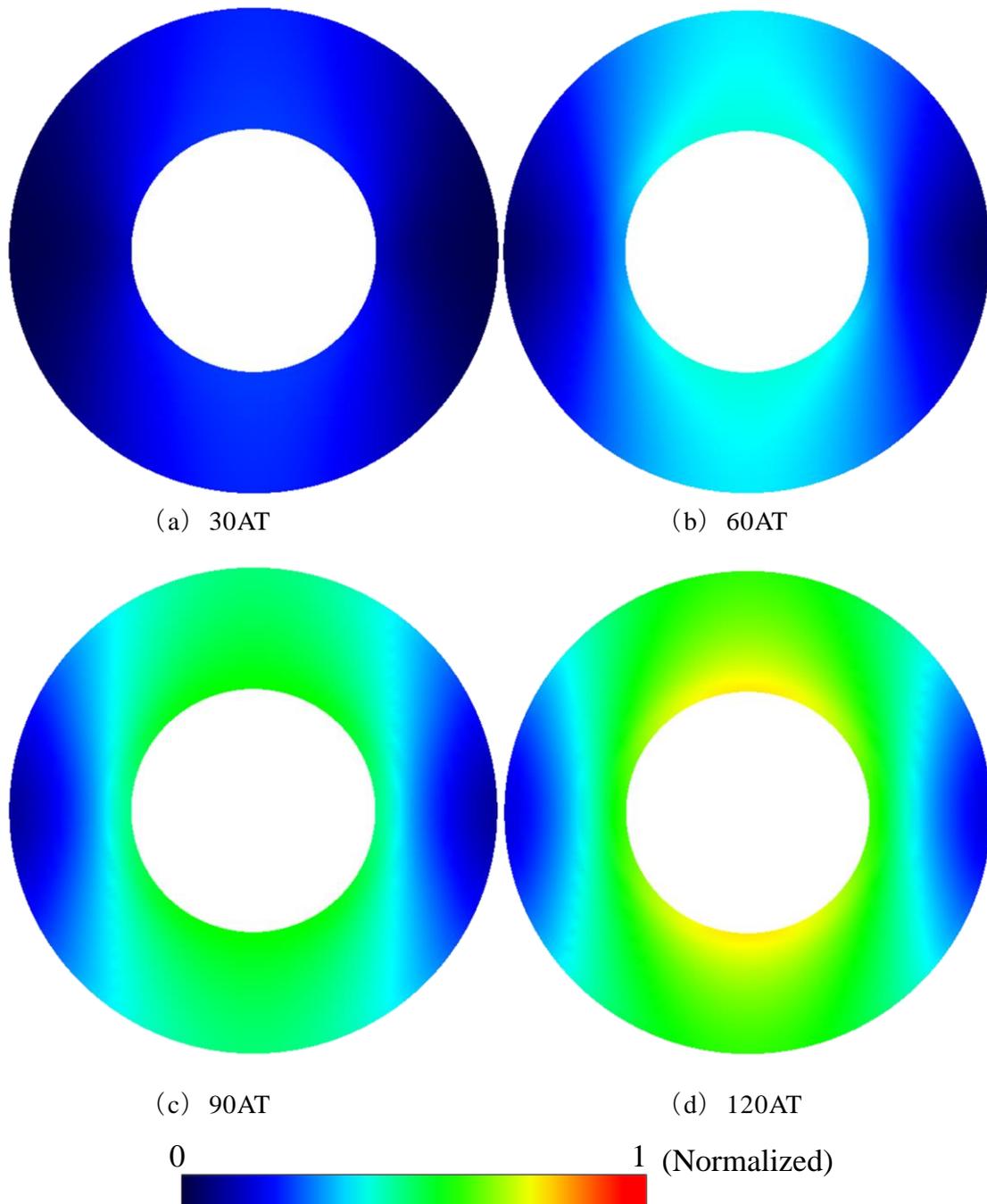


Fig. 6.21 Distribution of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ ).

図 6.21 応力下の磁界強度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ )

Fig. 6.22 に磁束密度ベクトルを，Fig. 6.23 に磁界強度ベクトルを示す。磁束密度ベクトルの向きは，無応力状態である等方性の場合と同様に，各部において周方向に向いていることが分かる。一方，磁界強度ベクトルの向きは，周方向ではなく，磁束密度ベクトルと空間的な位相差が生じていることが分かる。また空間的な位相差は，アンペアターンが増加していくと，減少いき，等方性へ近づいていくことが分かる。

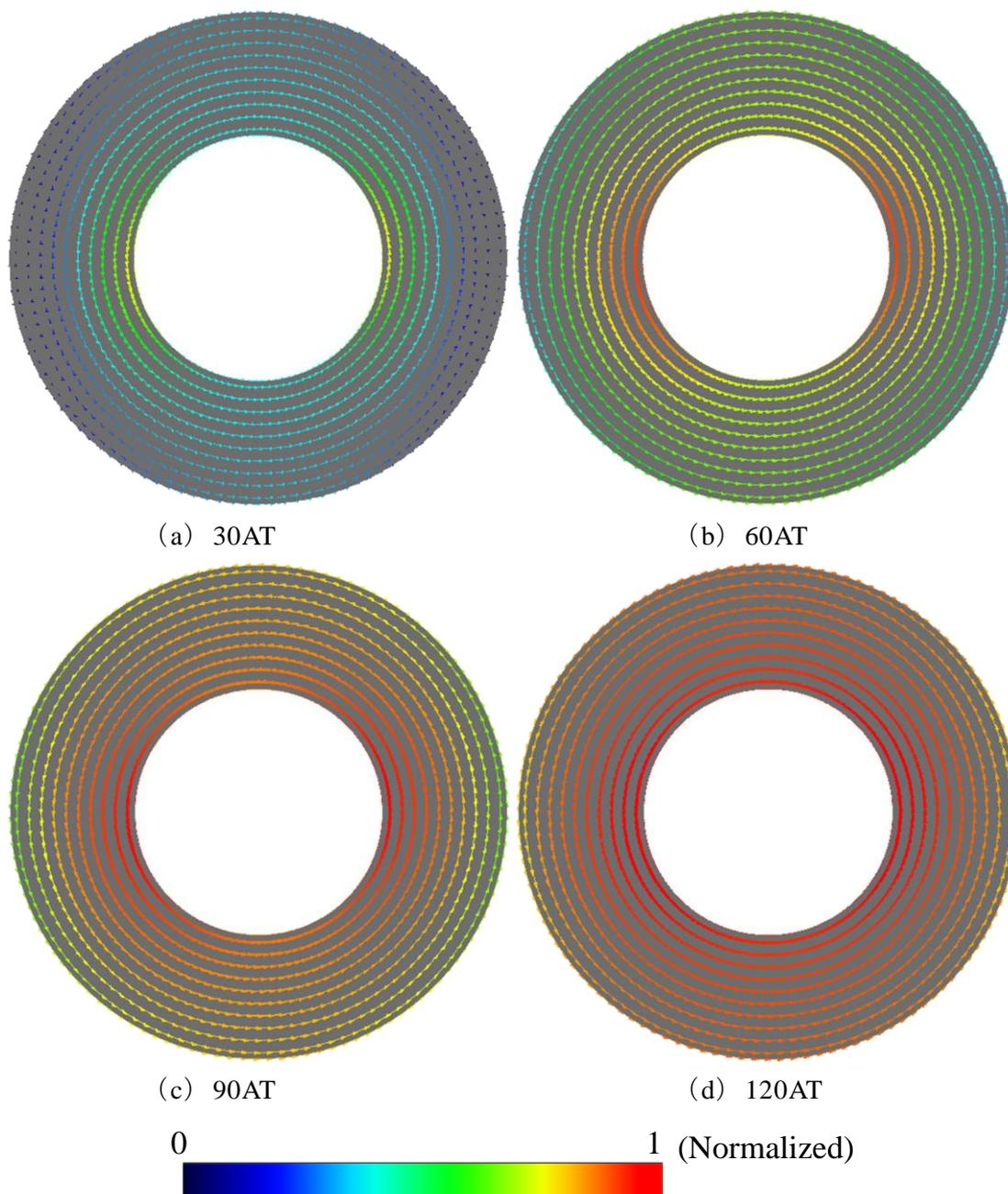


Fig. 6.22 Vector of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ ).

図 6.22 応力下の磁束密度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ )

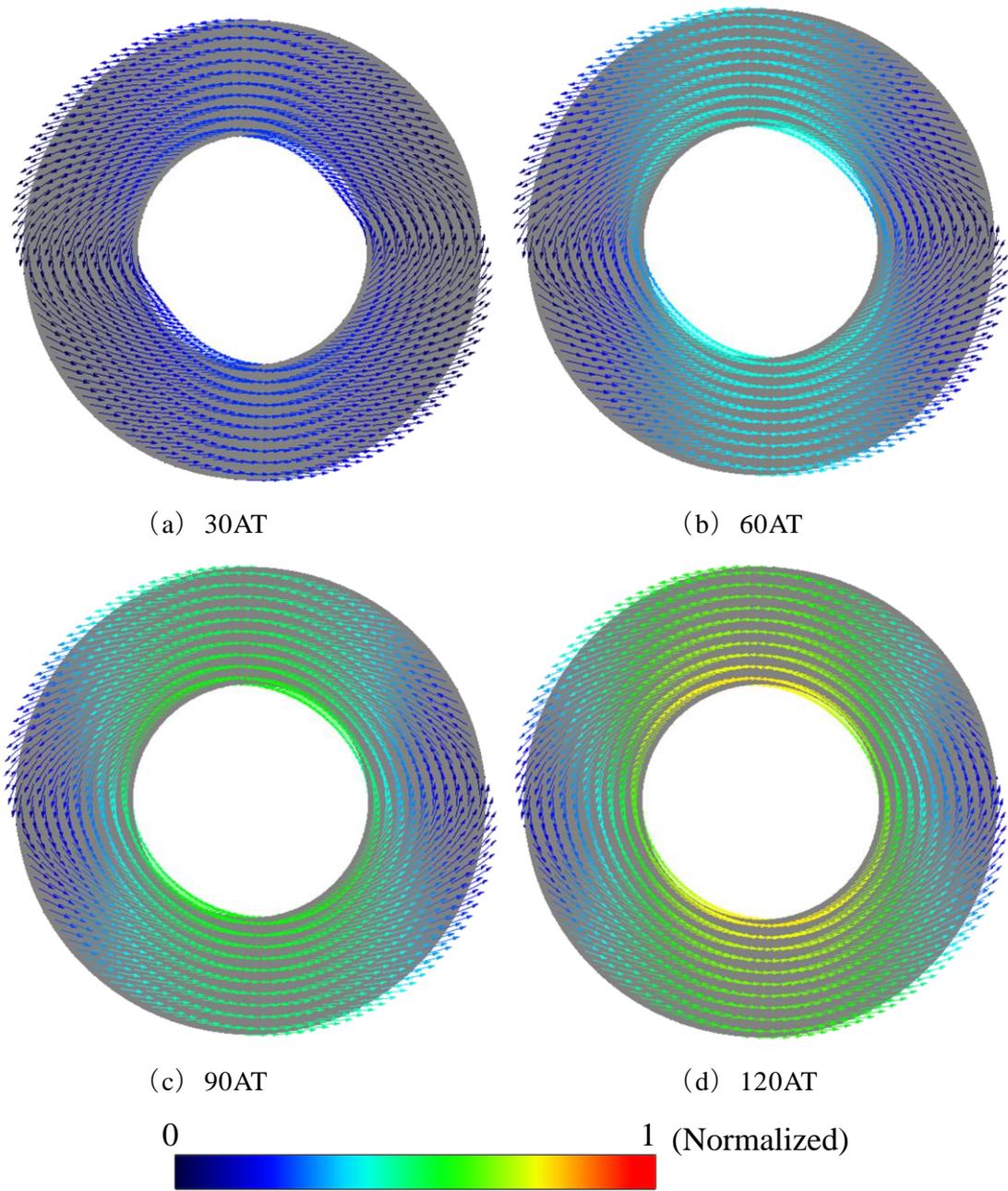


Fig. 6.23 Vector of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ ).

図 6.23 応力下の磁界強度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$ )

$\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ , の状態の磁束密度分布を Fig. 6.24 に、磁界強度分布を Fig. 6.25 に示す。 $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の場合と同様に、 $x$  軸上の磁束密度が内径側に集中し、 $y$  軸上ではそれに比べ均一な分布となっているが、 $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の場合に比べ、分布の偏りが低減し、均一化していることが分かる。磁界強度も同様に、 $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の場合に比べ、分布の偏りが低減し、均一化していることが分かる。

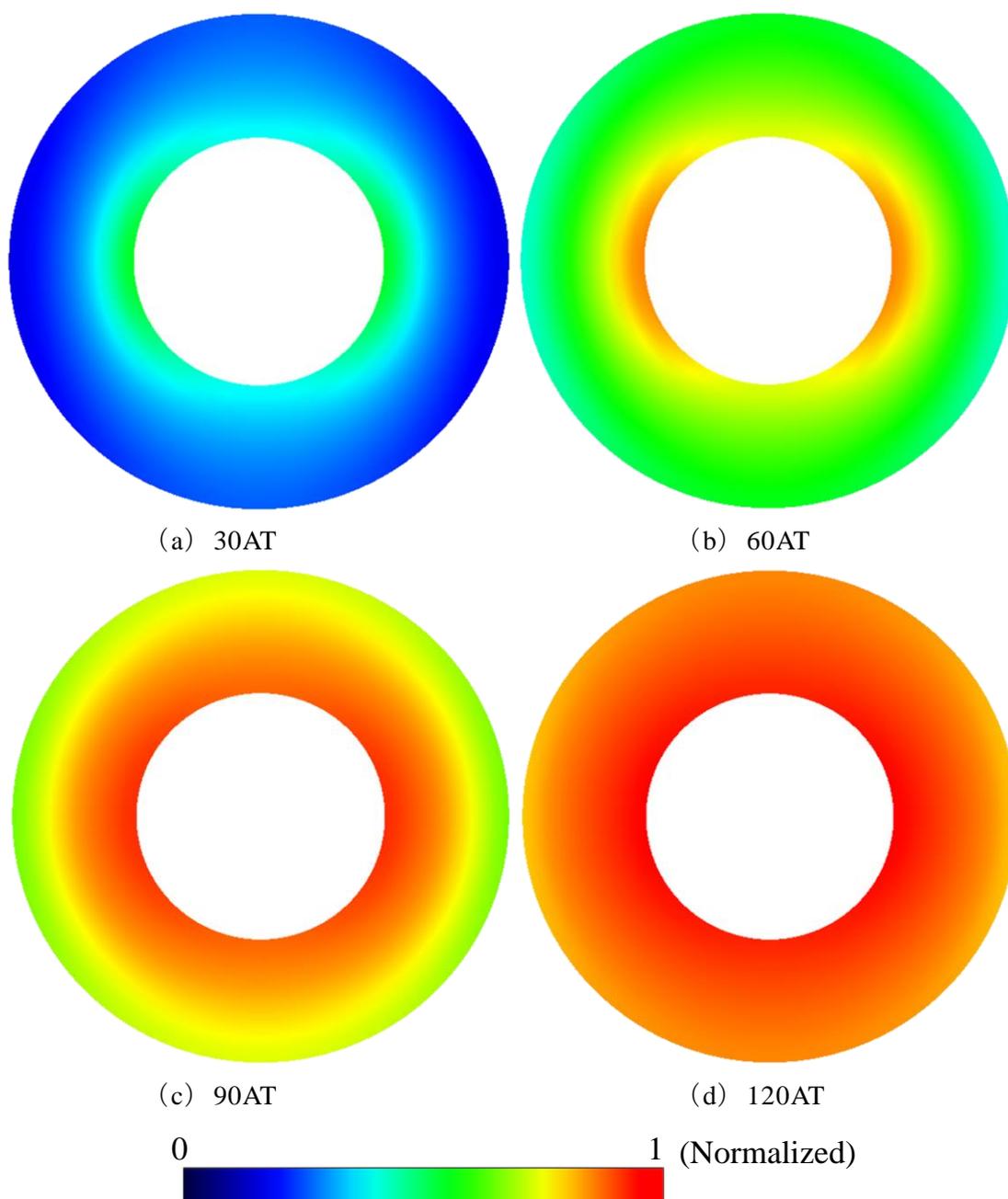


Fig. 6.24 Distribution of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ).

図 6.24 応力下の磁束密度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ )

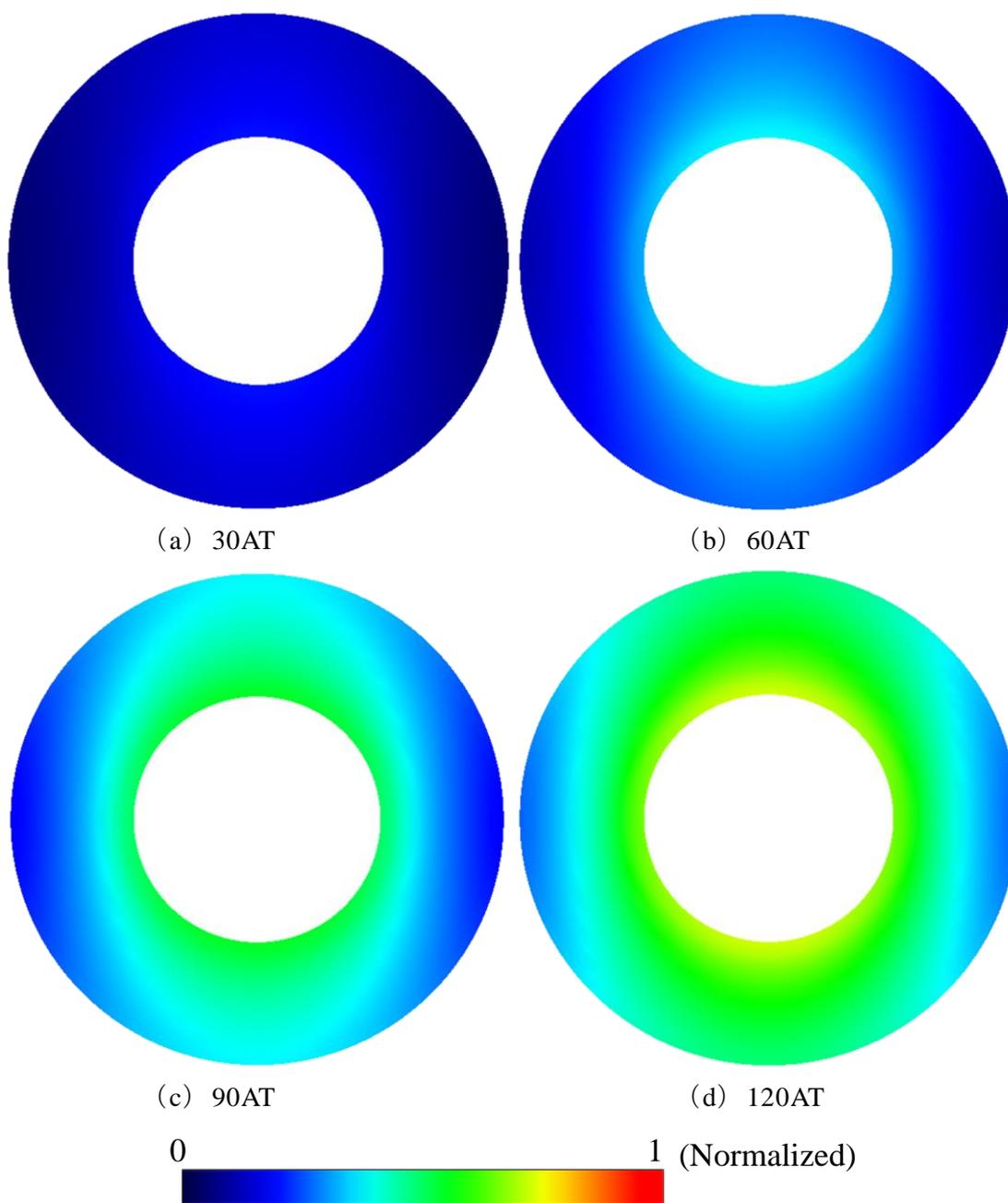


Fig. 6.25 Distribution of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ).

図 6.25 応力下の磁界強度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ )

Fig. 6.26 に磁束密度ベクトルを，Fig. 6.27 に磁界強度ベクトルを示す。磁界強度と磁束密度ベクトルの空間的な位相差は， $\sigma_{yy} = 30\text{MPa}$  の場合に比べ，小さくなっており，やはり等方性に近くなっていることが分かる。

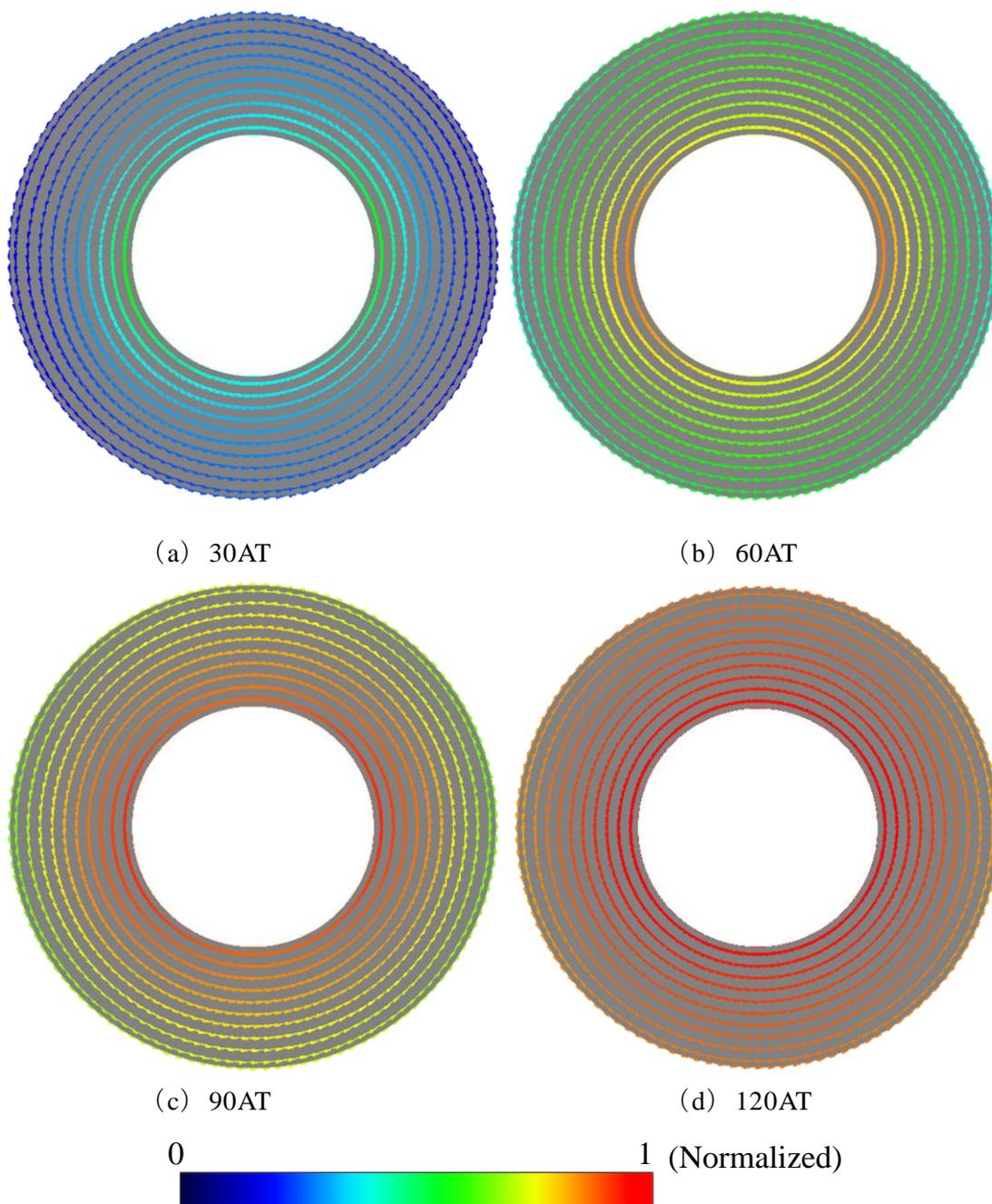


Fig. 6.26 Vector of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ).

図 6.26 応力下の磁束密度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ )

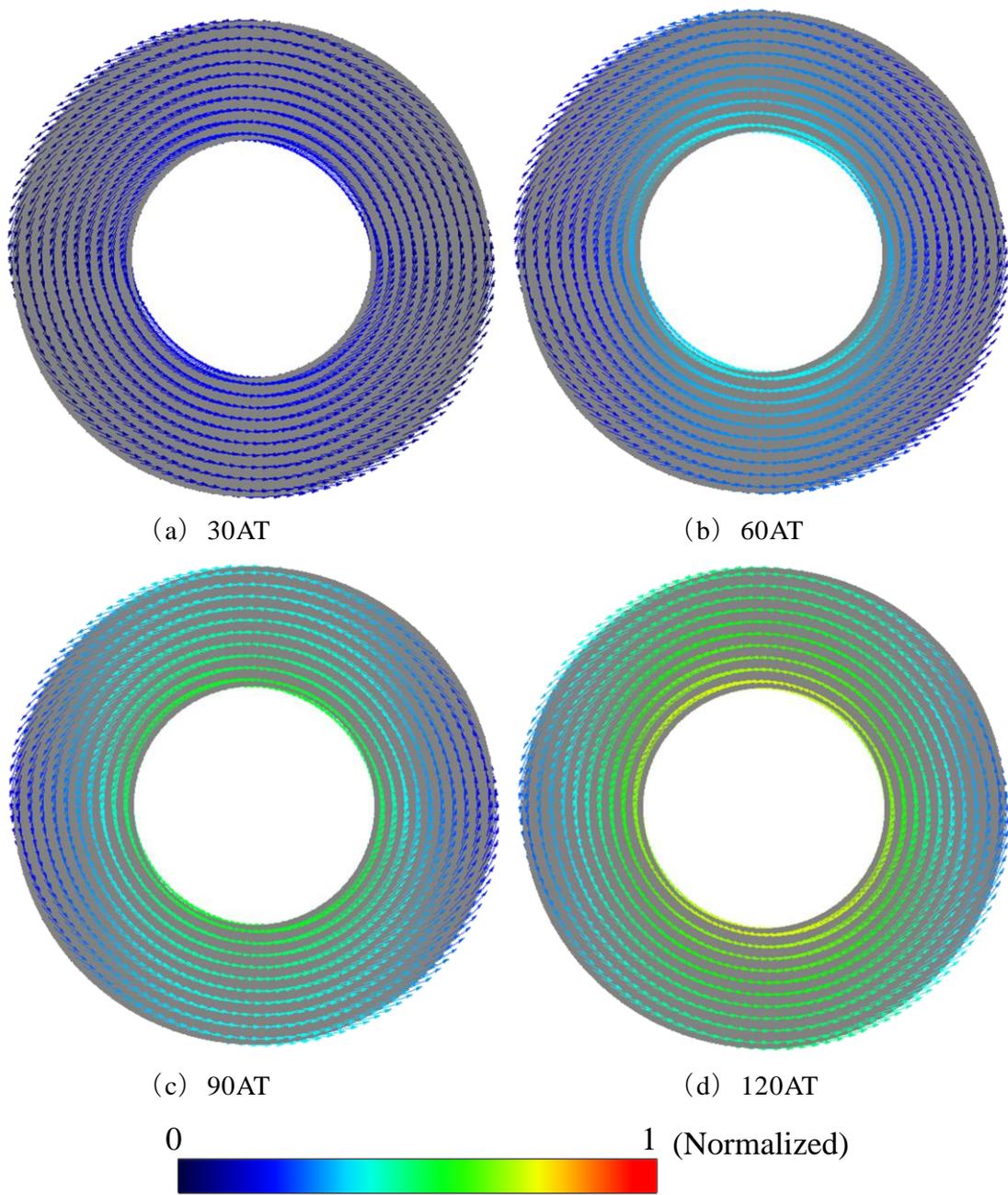


Fig. 6.27 Vector of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ).

図 6.27 応力下の磁界強度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ )

$\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ , の状態の磁束密度分布を Fig. 6.28 に、磁界強度分布を Fig. 6.29 に示す。磁束密度および磁界強度は、周方向に対して均一な分布となっており、等方性であることが分かる。また無応力状態に比して、磁束密度が低下していることが分かる。

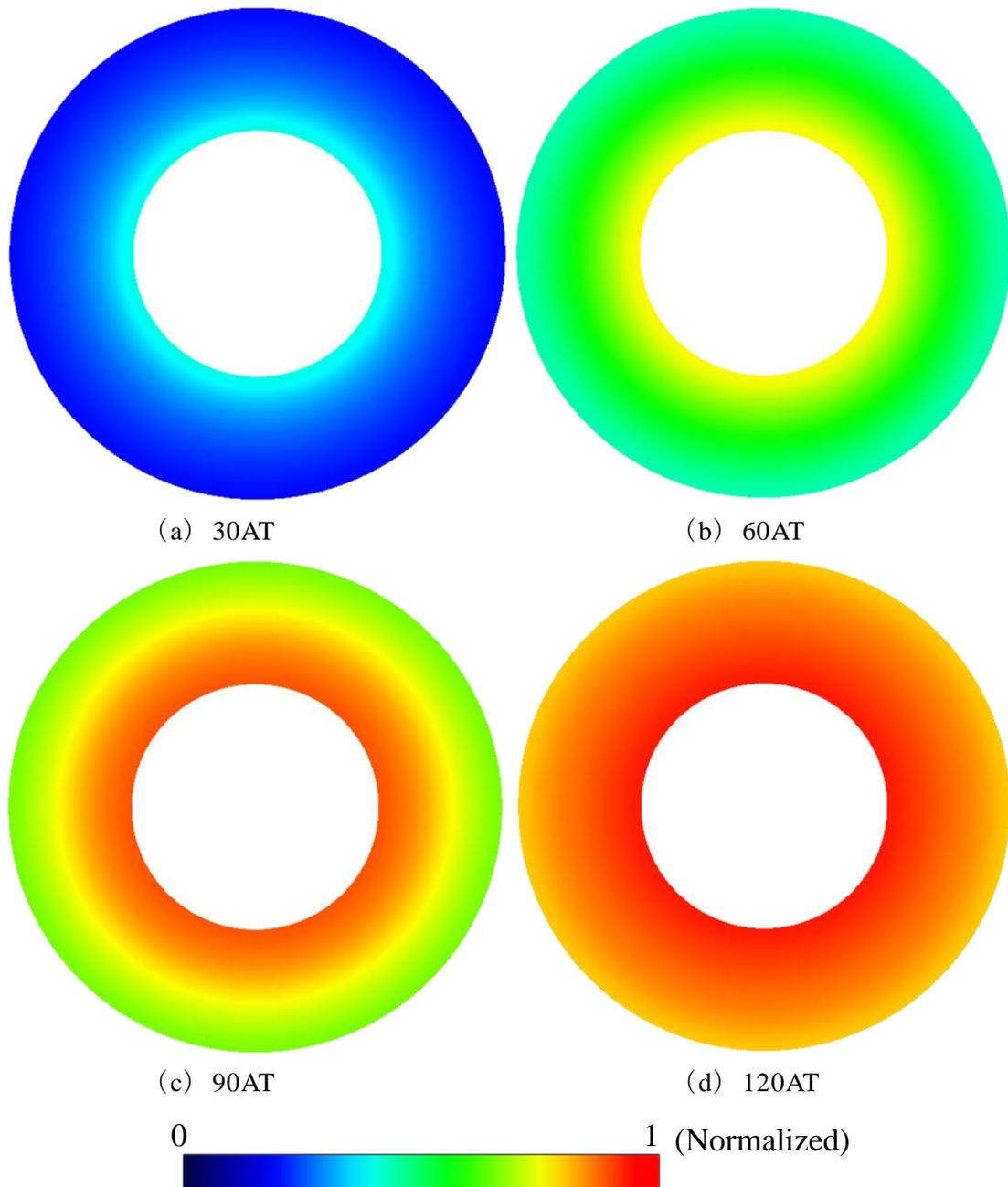


Fig. 6.28 Distribution of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ).  
 図 6.28 応力下の磁束密度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ )

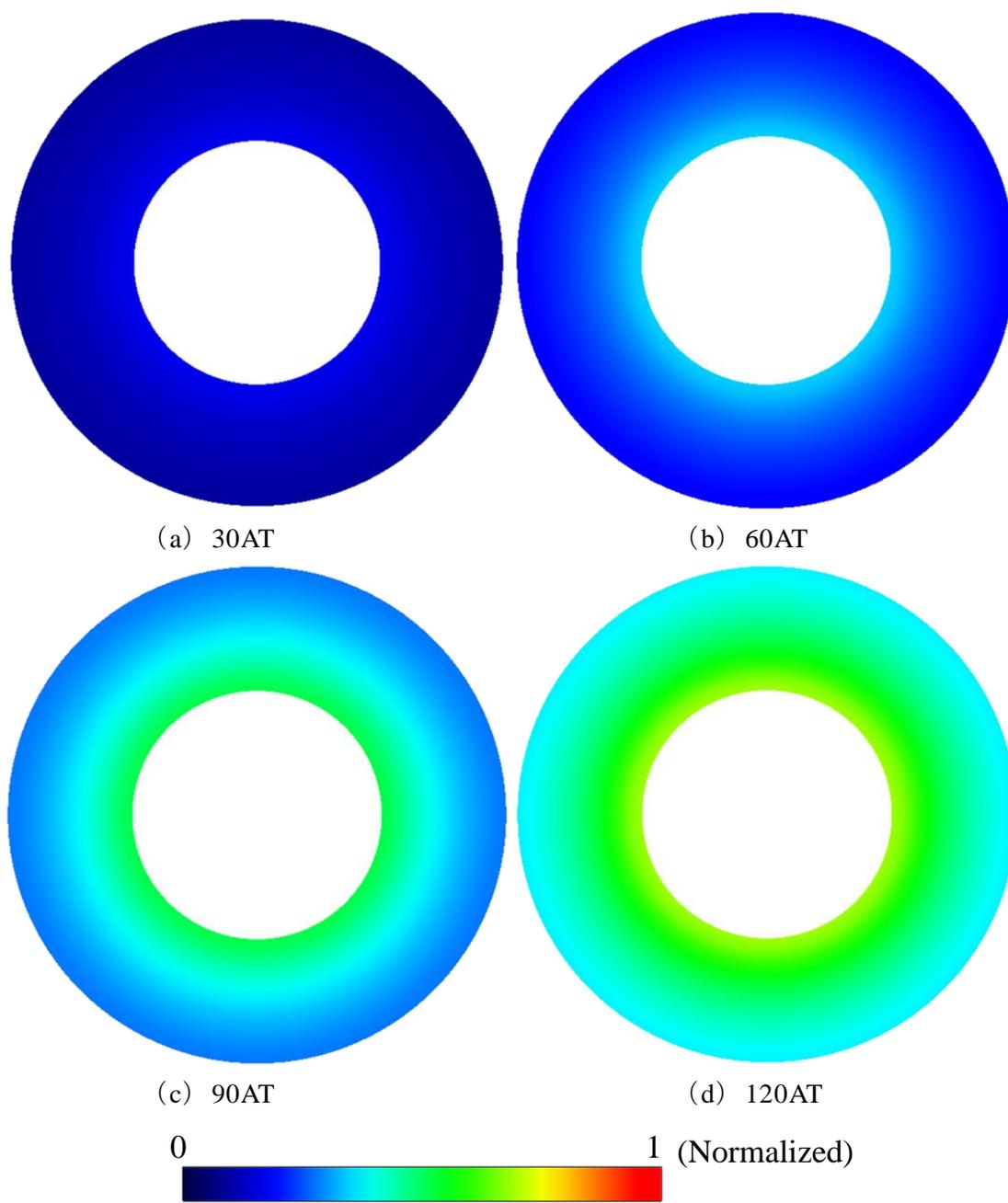


Fig. 6.29 Distribution of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ).

図 6.29 応力下の磁界強度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ )

Fig. 6.30 に磁束密度ベクトルを，Fig. 6.31 に磁界強度ベクトルを示す。磁界強度と磁束密度ベクトルの空間的な位相差は生じていないことが分かる。以上から，静水圧下の磁気特性低下を表現できていることが分かる。

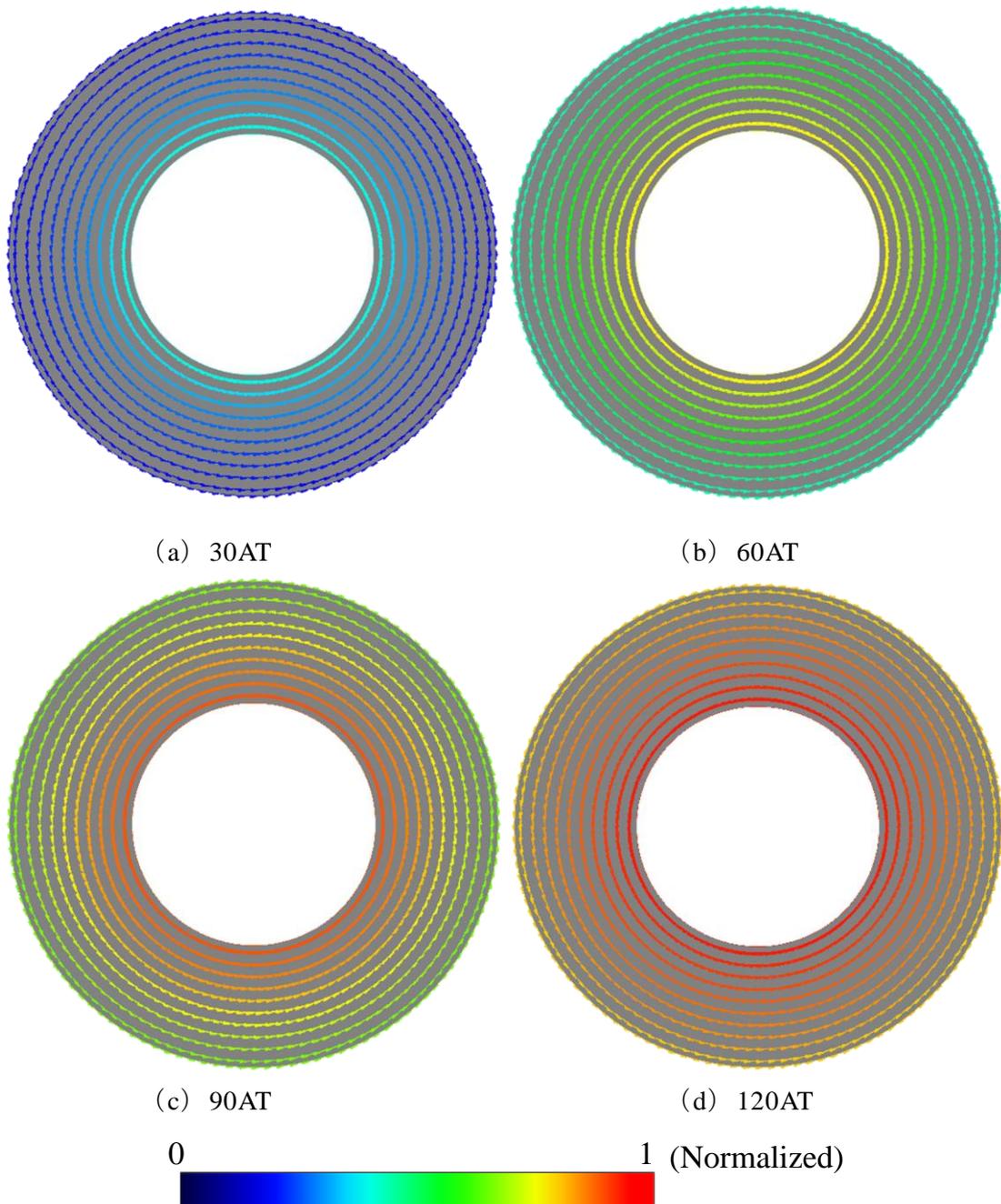


Fig. 6.30 Vector of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ).

図 6.30 応力下の磁束密度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ )

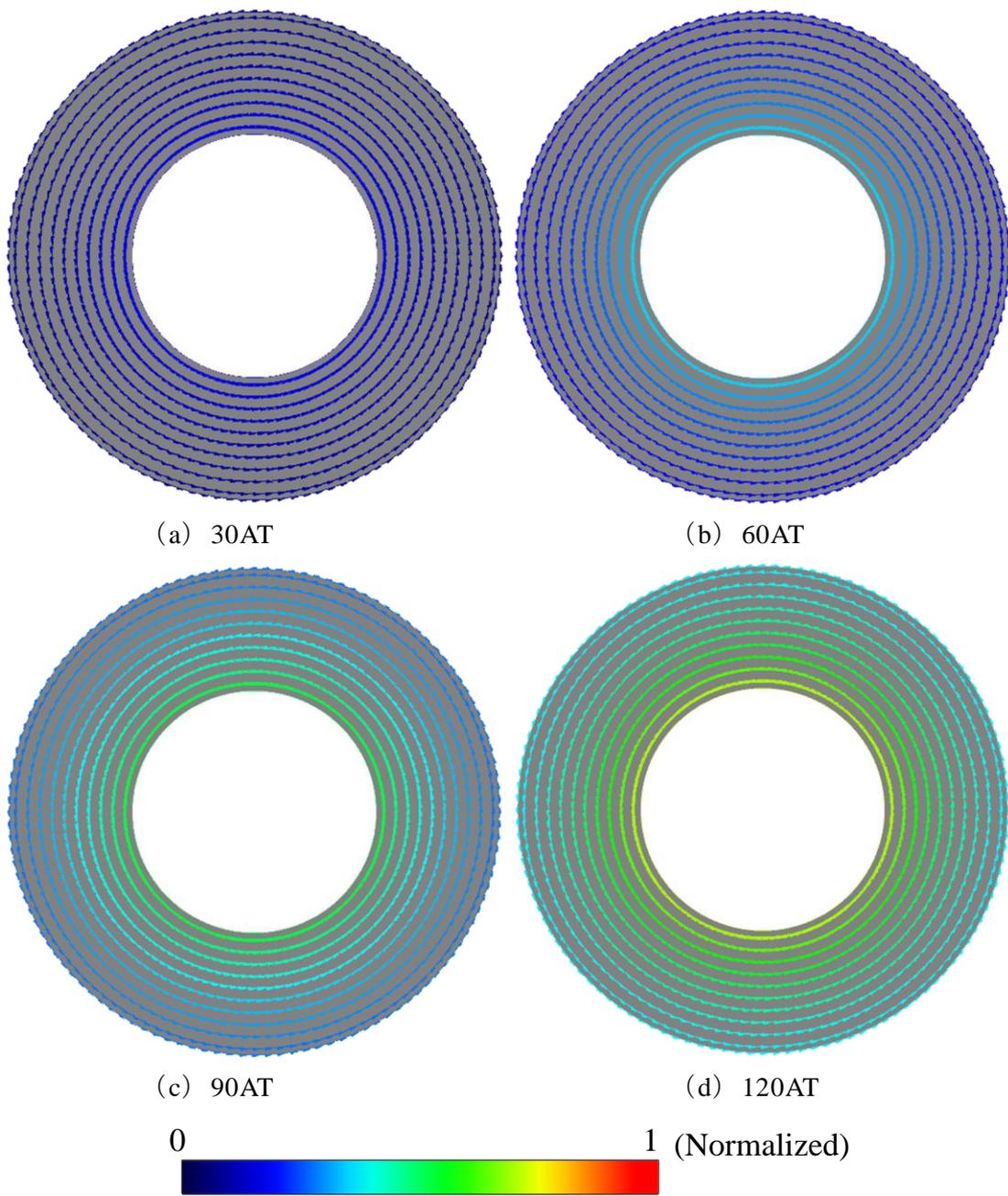


Fig. 6.31 Vector of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ).

図 6.31 応力下の磁界強度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ )

$\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$  の状態 ( $\theta_{Bm} = 26.5^\circ$ ) における磁束密度分布を Fig. 6.32 に、磁界強度分布を Fig. 6.33 に示す。磁束密度が応力磁気異方性により内径側に集中しているが、その方向が  $x$  軸から回転していることが確認でき、せん断応力による応力軸の回転が再現できている。磁界強度についても、応力軸が回転していることが分かる。

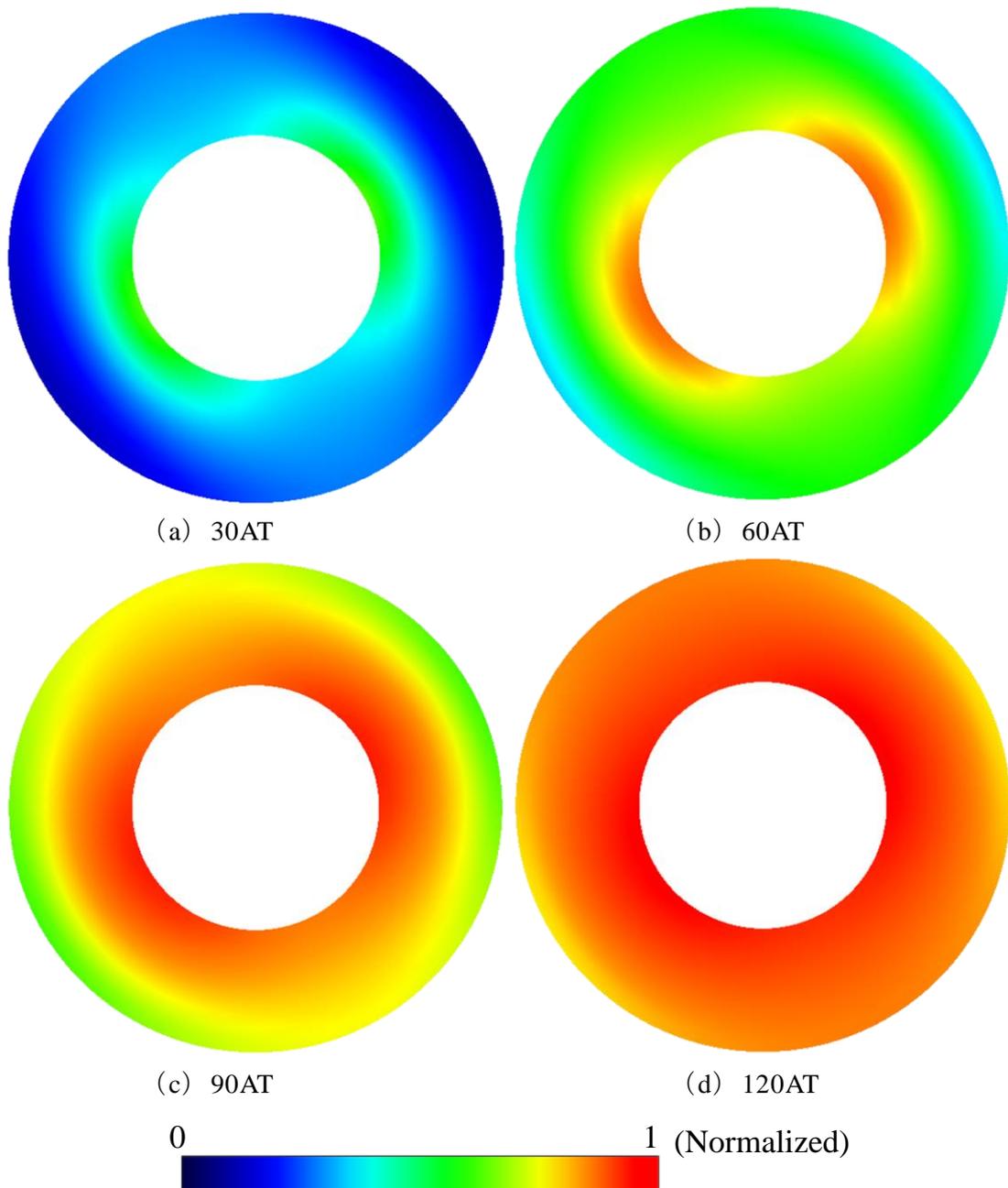


Fig. 6.32 Distribution of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 10$ ).

図 6.32 応力下の磁束密度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 10$ )

また， Fig. 6.24 に示す  $\tau = 0\text{MPa}$  の状態に比べて， 内径側への集中度合いが顕著になっていることが分かる。これは，  $\theta_{Bm}$  回転後の主応力成分が，  $65\text{MPa}$  および  $40\text{MPa}$  となり， その差が広がるためであると考えられる。

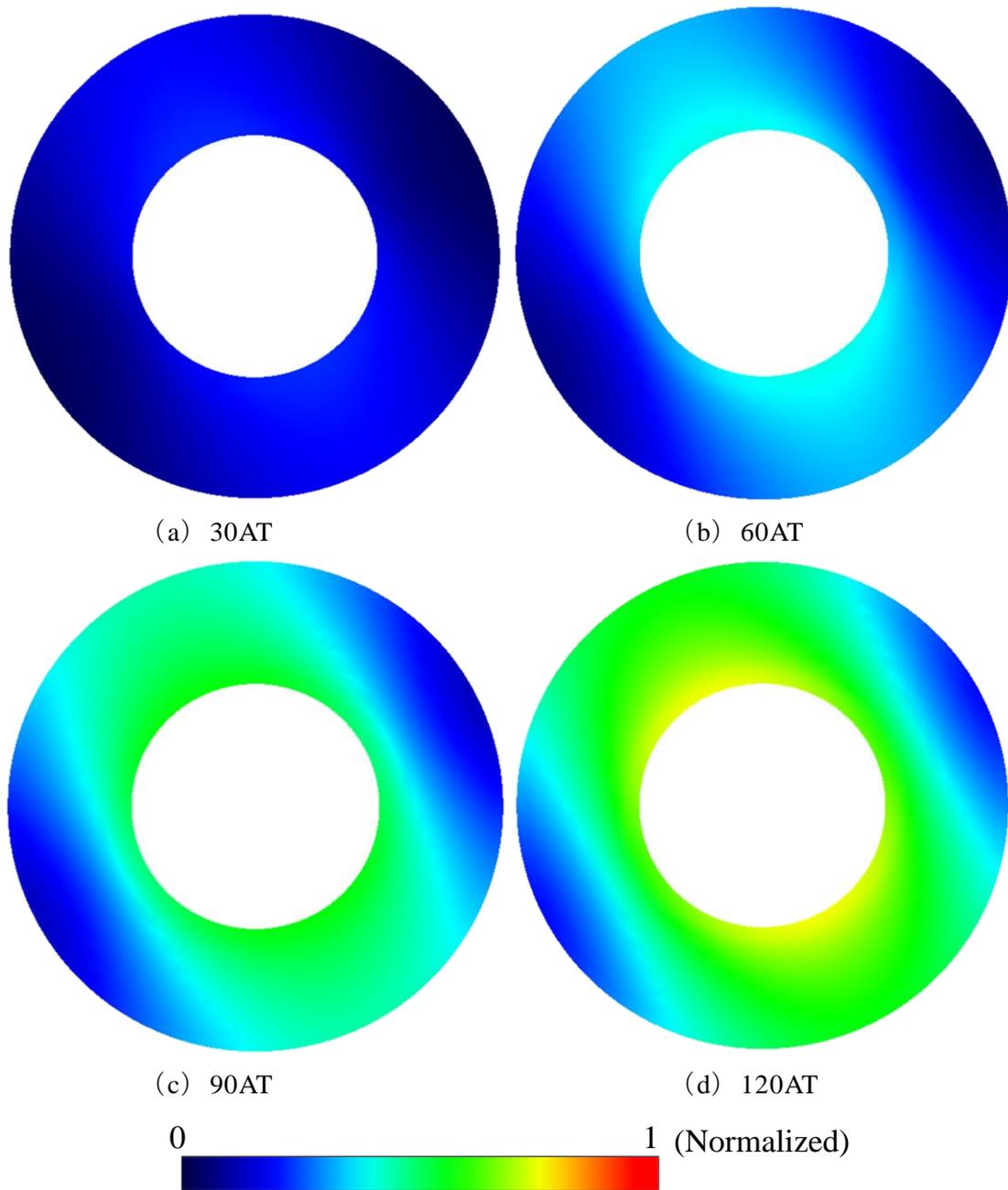


Fig. 6.33 Distribution of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ ).

図 6.33 応力下の磁界強度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 45\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ )

Fig. 6.34 に磁束密度ベクトルを，Fig. 6.35 に磁界強度ベクトルを示す。磁界強度と磁束密度ベクトルで空間的な位相差が確認でき，応力軸が回転できていることが分かる。

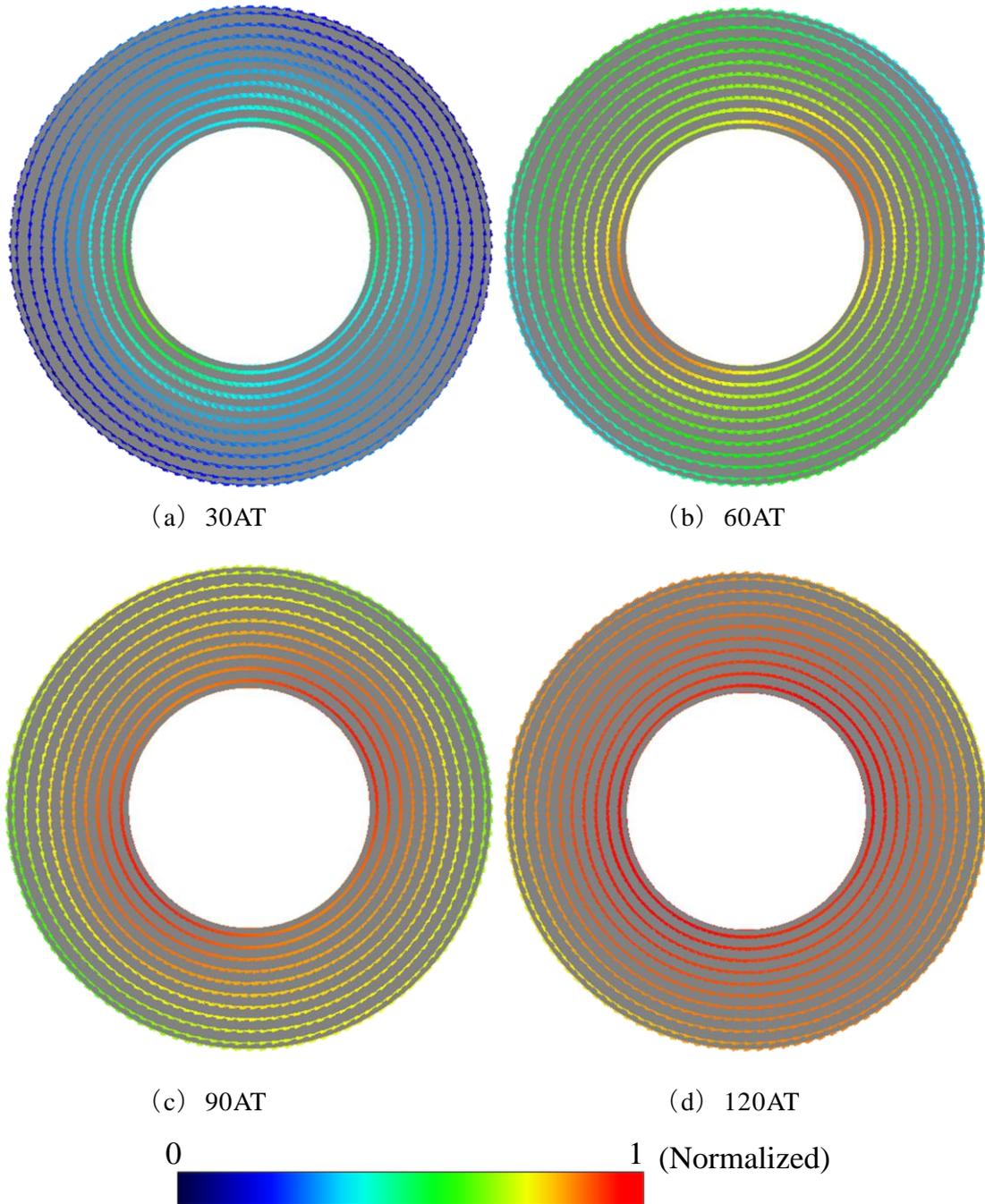


Fig. 6.34 Vector of magnetic flux density with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ ).

図 6.34 応力下の磁束密度分布 ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ )

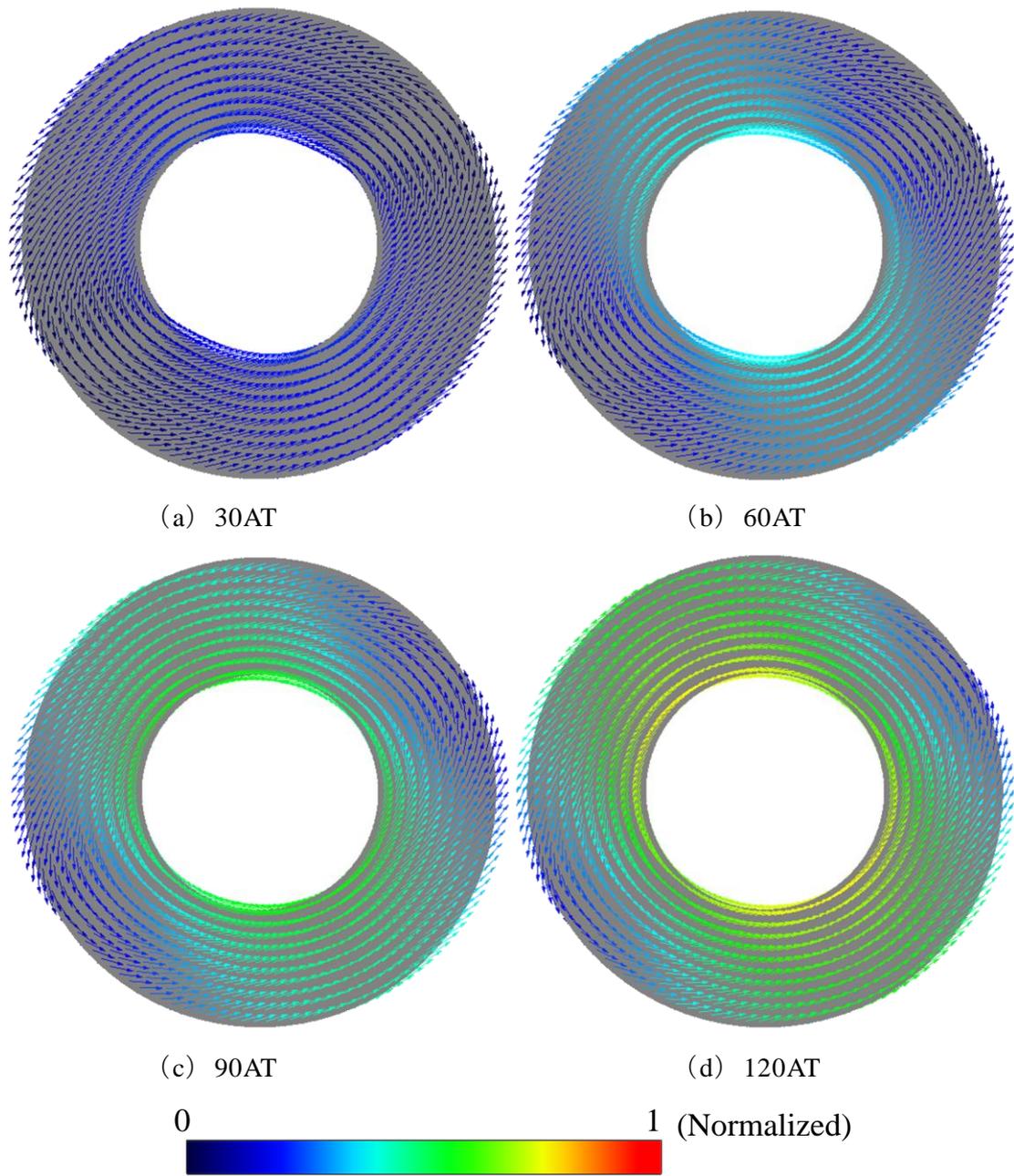


Fig. 6.35 Vector of magnetic field intensity with stress ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ ).

図 6.35 応力下の磁界強度ベクトル ( $\sigma_{xx} = 60\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy} = 60\text{MPa}$ ,  $\tau = 10\text{MPa}$ )

基礎的な検証の結果、応力による磁気異方性が各方向の主応力差が大きいほど顕著となることや、静水圧の場合には等方性となることなど、応力による磁気特性への影響を磁界解析でモデル化できていることを確認できた。

### 6.3 モータにおける応力磁気異方性を考慮した鉄損の計算方法

前節の応力磁気異方性のモデル化により，応力によるモータ内部の磁束密度への影響を捉えることが可能となるが，ベクトルプレイモデルを用いた鉄損計算で必要となるヒステリシス特性は，前節で述べた磁気エネルギーが経路に寄らないことを前提とするモデル化が適用できないことから，以下のようにモデル化を行う。

モータ内部を流れる磁束は，Fig. 6.1 に示すようにティース中央部では交番磁束となるがコアバックなどでは回転磁束となるため，応力場と磁化の相対的な関係は 1 周期の間に変化すると考えられる。そこで，Fig. 6.36 に示すようなモータの磁界解析中の各要素の磁束密度ベクトル軌跡の長軸  $B_l$  および短軸成分  $B_s$  を記憶しておき，長軸および短軸が受ける応力成分を (6.33) 式を基に次式から求める。

$$\sigma_{B_l} = \frac{1}{2} \langle \sigma_1 \{3 \cos^2(\theta_{B_l} - \theta_{B_m}) - 1\} + \sigma_2 \{3 \sin^2(\theta_{B_l} - \theta_{B_m}) - 1\} \rangle \quad (6.37)$$

$$\sigma_{B_s} = \frac{1}{2} \langle \sigma_1 \{3 \cos^2(\theta_{B_s} - \theta_{B_m}) - 1\} + \sigma_2 \{3 \sin^2(\theta_{B_s} - \theta_{B_m}) - 1\} \rangle \quad (6.38)$$

ここで， $\sigma_{B_l}$  は長軸方向の磁化が受ける応力， $\sigma_{B_s}$  は短軸方向の磁化が受ける応力， $\theta_{B_l}$  は長軸方向の磁化の角度， $\theta_{B_s}$  は短軸方向の磁化の角度， $\sigma_1$  および  $\sigma_2$  は主応力。このように求めた各軸の応力から，ヒステリシスが受ける応力  $\sigma_{hys}$  を以下のように重みづけをして求める。

$$\sigma_{hys} = \frac{B_l \sigma_{B_l} + B_s \sigma_{B_s}}{B_l + B_s} \quad (6.39)$$

このように求めた応力に基づき，前節の (5.10) 式からヒステリシス特性を推定し，等方性のベクトルプレイモデルとして鉄損を求める。

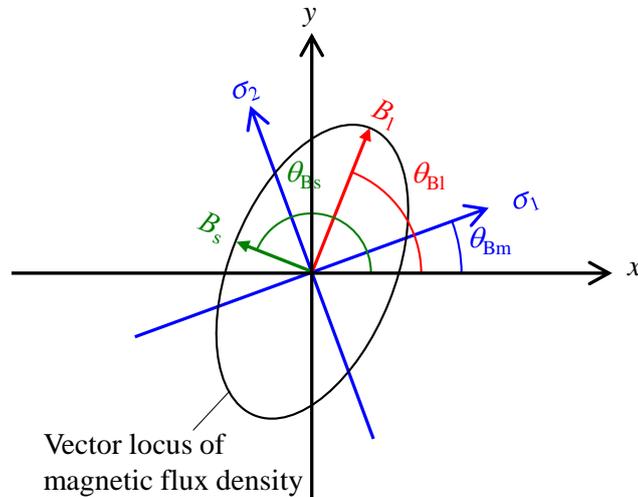


Fig. 6.36 Vector locus of magnetic flux density.

図 6.36 磁束密度のベクトル軌跡

#### 6.4 モーターにおける打抜きひずみの検証

本節では，打抜き加工ひずみがモーターの諸特性に与える影響を，提案モデルを用いて検証する。Fig. 6.37 に解析モデルを，Fig. 6.38 にメッシュモデルを示す。

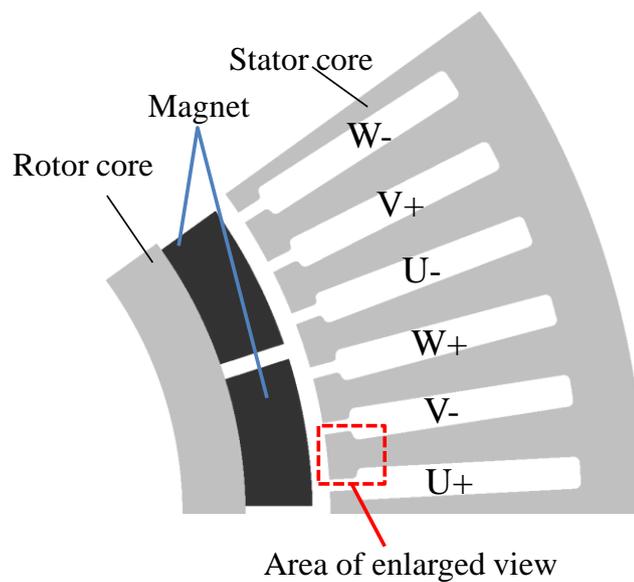


Fig. 6.37 Analyzed model.

図 6.37 解析モデル

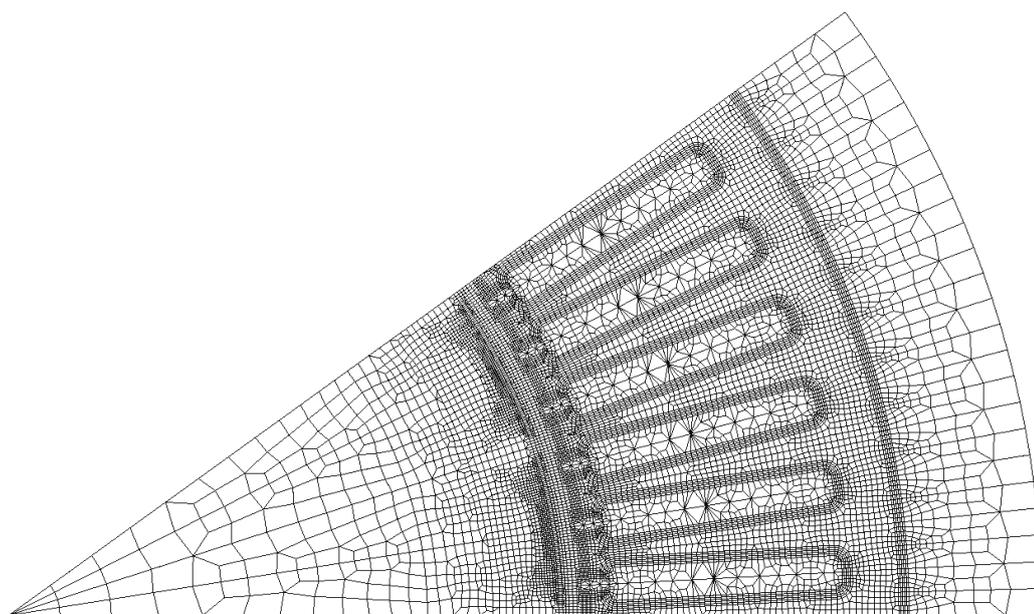


Fig. 6.38 Mesh model.

図 6.38 メッシュ図

Table 6.2 に解析緒言を示す。2次元解析モデルは空間対称性を考慮し、1/10モデルとした。Fig. 6.39 に打抜きひずみの与え方を示す。ひずみを与える範囲は、ステータコアの周囲の端面から0.5mmの範囲とする。その中を0.1mmピッチで5等分にプロパティを分割し、端面から近い2層には塑性ひずみを与え、遠い側の3層には弾性ひずみを与える。弾性応力の主応力の方向は、打抜き端面に対し、直角方向 $\sigma_1$ と平行方向 $\sigma_2$ とした。Table 6.3 にひずみおよび応力の条件を示す。なお本論文では、電磁鋼板で顕著となる圧縮応力のみを考慮することとし、応力は打抜き端面に対して直角方向でほぼ無応力となり、水平方向に最大の圧縮応力になるとした。

Table 6.2 Analysis conditions.

表 6.2 解析条件

Material	Stator core	Equivalent to JIS50A290
	Rotor core	
Magnet	$B_r$ [T]	0.8
	$H_c$ [kA/m]	637
Thickness [mm]		10
Rotational Speed [ $\text{min}^{-1}$ ]		600
Number of winding wire		100
Number of elements		11788
Number of nodes		11780
Number of time steps		180

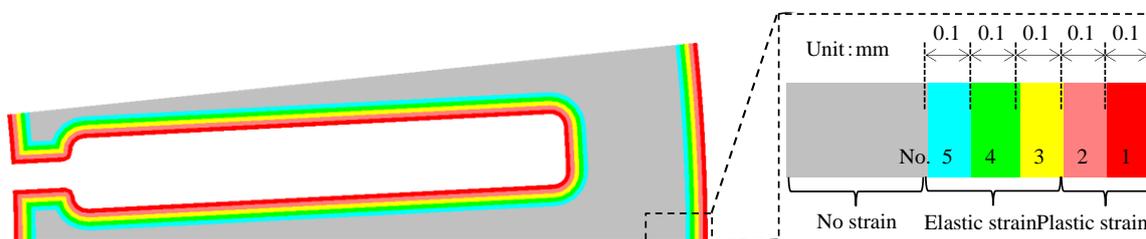


Fig. 6.39 Area of plastic strain and elastic stress (1 teeth).

図 6.39 塑性ひずみと弾性応力の領域 (1 ティース分)

Table 6.3 Analysis conditions.

表 6.3 解析条件

No.	Plastic strain	Elastic strain	
		$\sigma_1$ [MPa]	$\sigma_2$ [MPa]
1	0.94		
2	0.20		
3		31.6	57.4
4		14.1	28.2
5		3.80	7.70

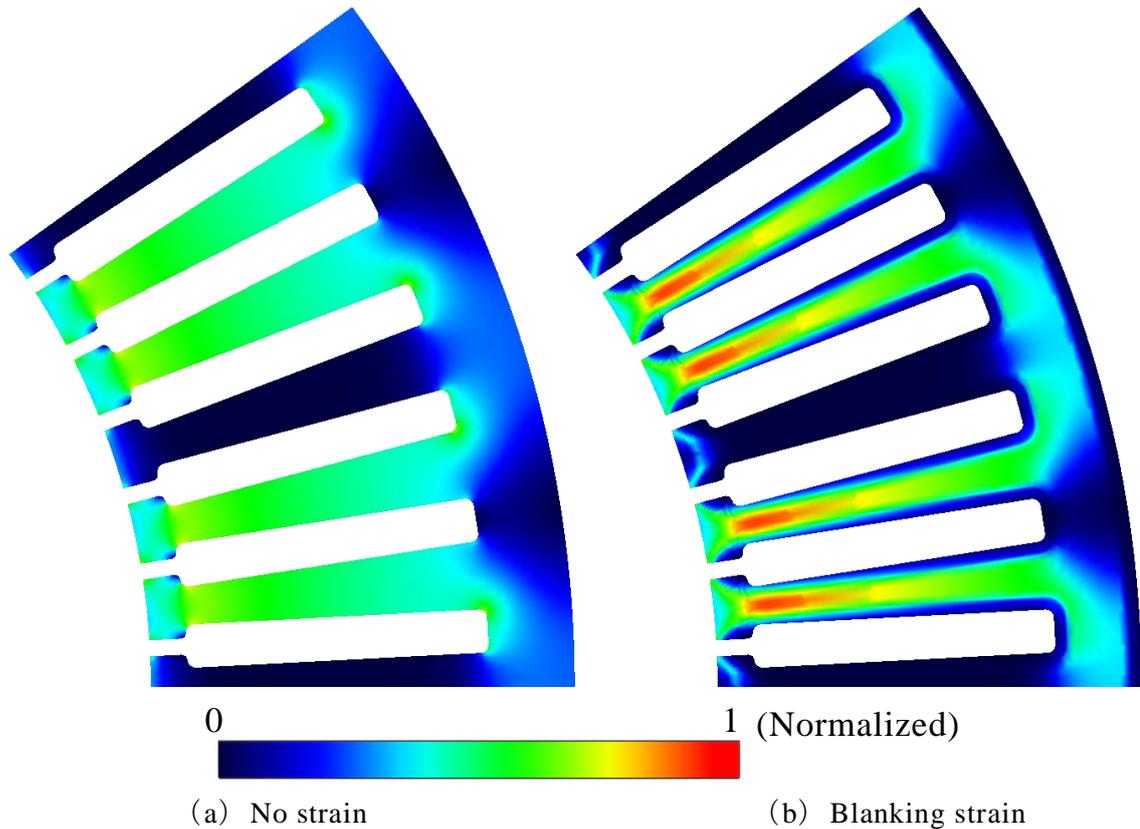


Fig. 6.40 Distribution of magnetic flux density.

図 6.40 磁束密度分布

#### 6.4.1 無負荷時のモータ特性に与える打抜きひずみの影響

Fig. 6.40 に、時間ステップ : 1 における、打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合の磁束密度分布を示す。

各磁石に対向するティースの中央部において、無ひずみの場合は幅方向に均一な磁束密度分布となっているのに比べ、打抜きひずみを考慮した場合には、塑性ひずみおよび弾性ひずみの領域で磁束密度が低下しており、無ひずみの領域で磁束密度が集中していることが分かる。これは、塑性ひずみでは磁気抵抗が大きいことに加

え、弾性ひずみ部では、磁化の方向が圧縮応力の最大となる方向のため、磁気抵抗が大きくなっていると考えられる。

また、磁石と非対向なティースの先端部において、無ひずみの場合は磁束が、ティース表面を通過しているのに比べ、打抜きひずみを考慮した場合には、角部から磁束が渡り、表面からやや内部を通過しているのが分かる。これは、ティース端面は塑性ひずみであり、ティース端面と平行方向は圧縮応力となるため、磁束が通り難くなる。そのため、応力の影響が小さくなるよう、ティース角部から磁束が渡り、磁気抵抗の低い無ひずみ部をティース端面と平行に通っていくと考えられる。

打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合の磁束密度ベクトルを Fig. 6.41 に、磁界強度ベクトルを Fig. 6.42 に示す。

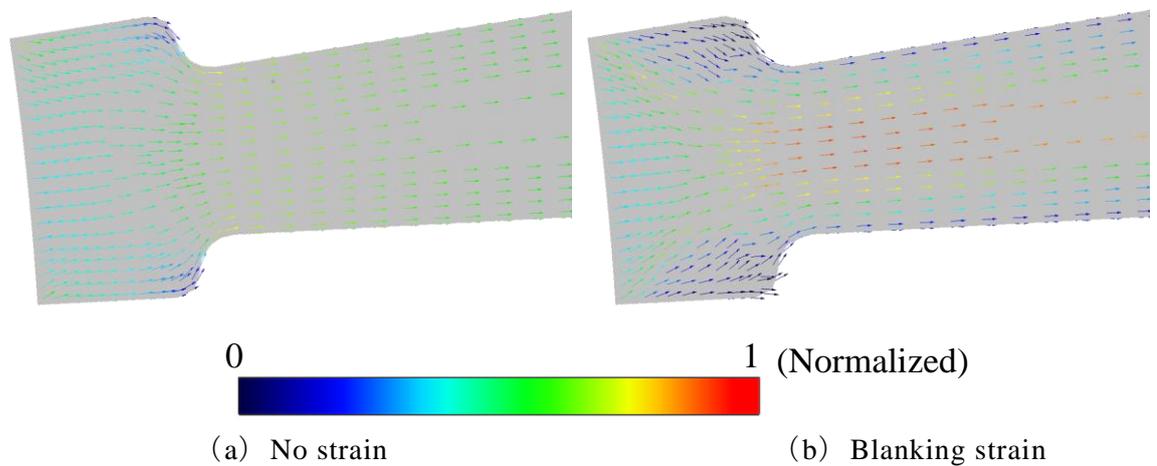


Fig. 6.41 Vector of magnetic flux density.

図 6.41 磁束密度ベクトル

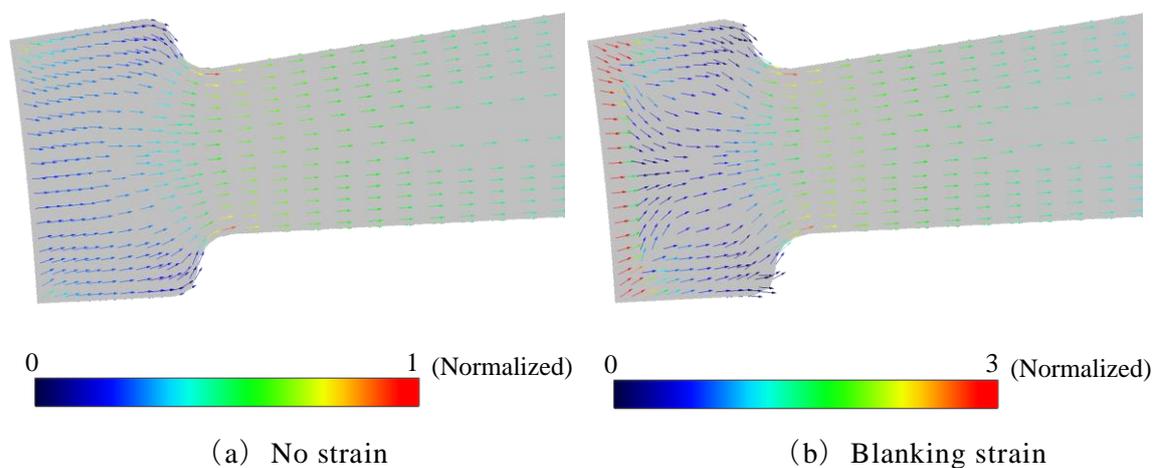


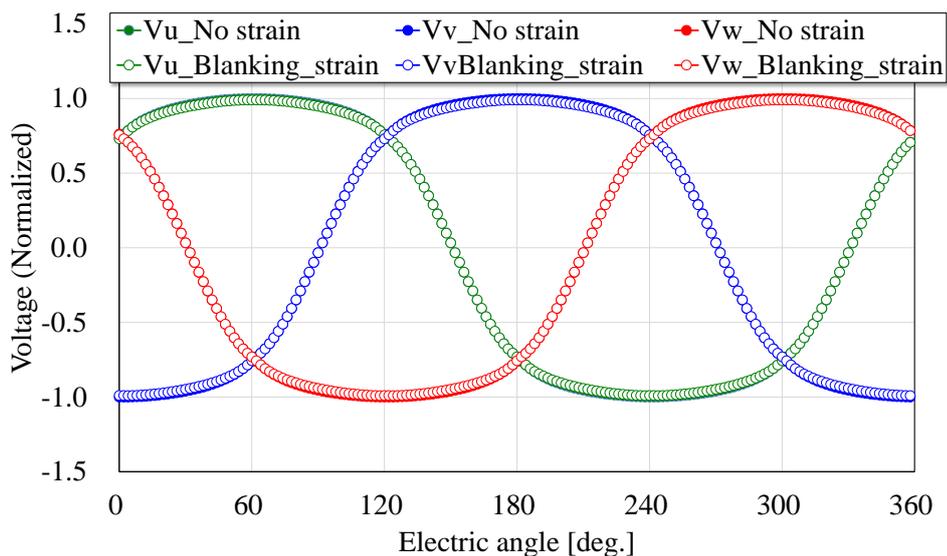
Fig. 6.42 Vector of magnetic field intensity.

図 6.42 磁界強度ベクトル

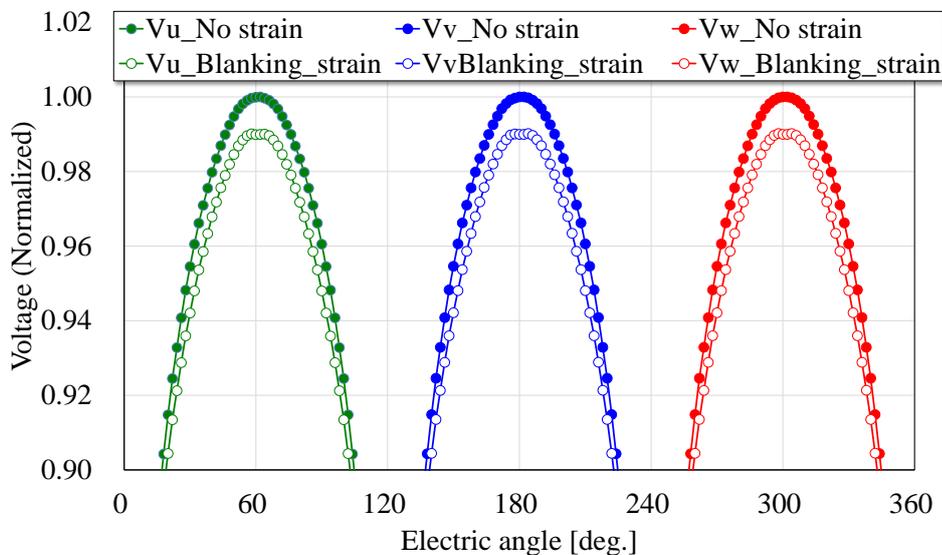
図は Fig. 6.37 に示す拡大表示領域である。打抜きひずみを考慮した場合、弾性ひずみ部において、磁束密度および磁界強度のベクトルに空間的な位相差が生じている。

打抜きひずみを考慮した場合、ティース先端から流入した磁束は、斜め 45 度方向に集束している。これは、応力磁気異方性によりティースエッジ平行方向の磁気抵抗が大きいため、無ひずみ部に磁束が流れた影響と考えられる。

また、スロット根元部の塑性ひずみ域で磁束密度が上昇している。これは、形状的な磁気絞りおよび、応力磁気異方性により無ひずみ部に磁束が集中し、磁気飽和することによって、塑性ひずみ部へ磁束が流れたためと考えられる。



(a) Overall view



(b) Enlarged view

Fig. 6.43 Inductive voltage waveform.

図 6.43 誘導起電圧波形

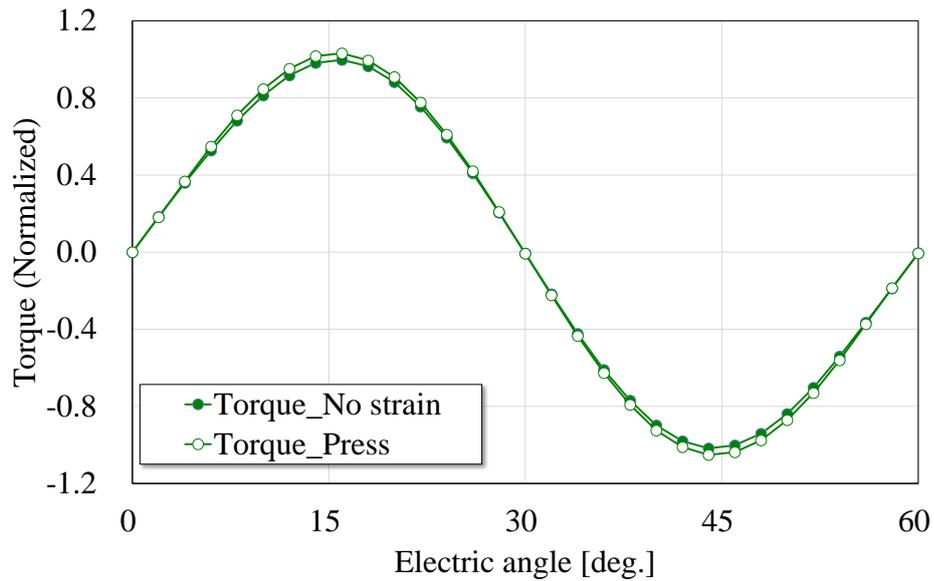


Fig. 6.44 Cogging torque waveform.

図 6.44 コギングトルク波形

Fig.6.43 に、コイル各相に発生する誘導起電圧を示す。打抜きひずみを考慮した場合は、無ひずみの場合に比べて小さくなっているが、その程度は最大値で約 1%程度であった。これは、打抜きひずみにより磁気抵抗が増加し磁束量が低下するが、エアギャップの磁気抵抗が支配的であるため、その影響が限定的になったと考えられる。

Fig. 6.44 に、コギングトルク波形を示す。打抜きひずみを考慮した場合は、無ひずみの場合に比べて大きくなっているが、その程度は最大値で約 3%程度であった。コギングトルクは、ロータとステータ間のギャップの径方向磁束密度の空間分布に依存し、打抜きひずみによって空間分布が乱されるためコギングトルクが増加するが、磁石の作る磁束密度分布に依存するところ大きいいため、その影響度は小さくなったと考えられる。

Fig. 6.45 に、(6.39) 式から求めたヒステリシス特性が受ける応力の大きさの分布を示す。鉄損計算では、空間対称性を考慮し、1 ティース分だけ計算することとする。ティース中央部およびバックヨークの内外径部などの磁束が打抜き端面と平行に流れる部位で、応力が大きくなっている。また、ティース先端やスロット根元部などの磁束が打抜き端面に対して直角あるいは角度を持っている部位では、応力が小さくなっている。

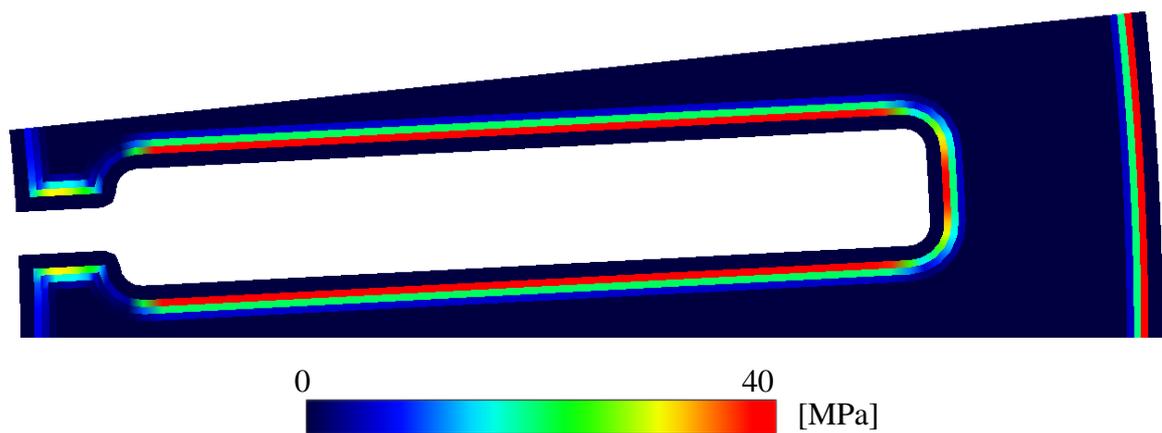


Fig. 6.45 Distribution of  $\sigma_{\text{hys}}$ .

図 6.45  $\sigma_{\text{hys}}$  の分布

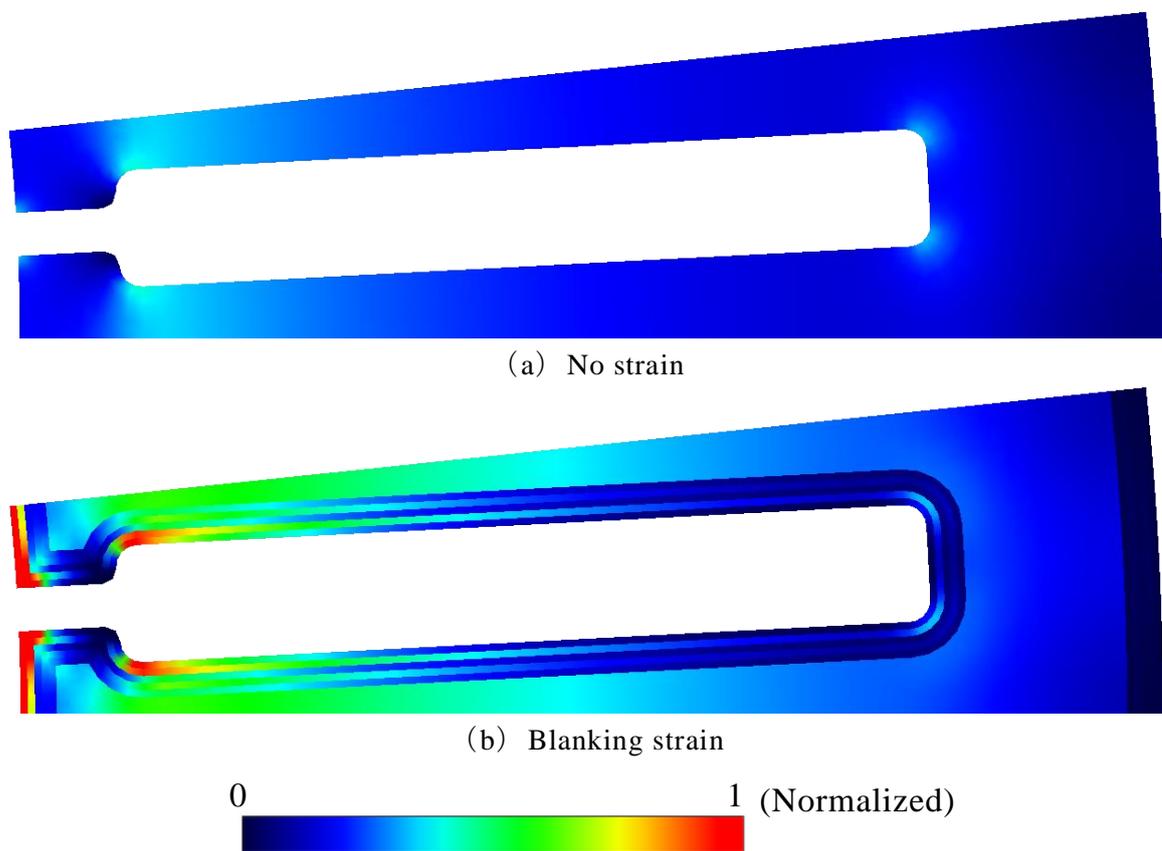


Fig. 6.46 Distribution of hysteresis loss.

図 6.46 ヒステリシス損分布

Fig. 6.46 に、打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合のヒステリシス損分布の計算結果を示す。打抜きひずみを考慮した場合、無ひずみの場合に比べて、ティース先端部およびスロット根元部で損失密度が特に高いことが分かる。ティース先端部では、塑性ひずみに磁石磁束が通るため、損失が高くなって

いる。またティース先端角部では弾性ひずみでもやや損失密度が高くなっているが、これは、Fig. 6.40 で示したように応力磁気異方性により磁束が集中するためであると考えられる。また、スロット根元部近傍では、Fig. 6.41 で示したように応力磁気異方性により、塑性ひずみ部に磁束が流れたため損失密度が高くなったと考えられる。無ひずみ部においても損失密度が高くなっているが、これは打抜きひずみの影響により無ひずみ部に磁束が集中したためと考えられる。

Fig. 6.47 に、打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合の渦電流損分布の計算結果を示す。打抜きひずみを考慮した場合、無ひずみの場合に比べて、ティース先端角部およびティース中央部の磁束密度が集中する部位において損失密度が特に高いことが分かる。

Fig.6.48 に、打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合の鉄損の計算結果を示す。打抜きひずみを考慮した場合、無ひずみの場合に比べて、ヒステリシス損は約 52%，渦電流損は約 39%，増加している。その結果、鉄損としては、約 45%の増加となっており、その影響が大きいことが分かる。渦電流損が増加している理由は、前述のように打抜きひずみにより磁束が集中し、磁束の 2 乗に比例するためと考えられる。

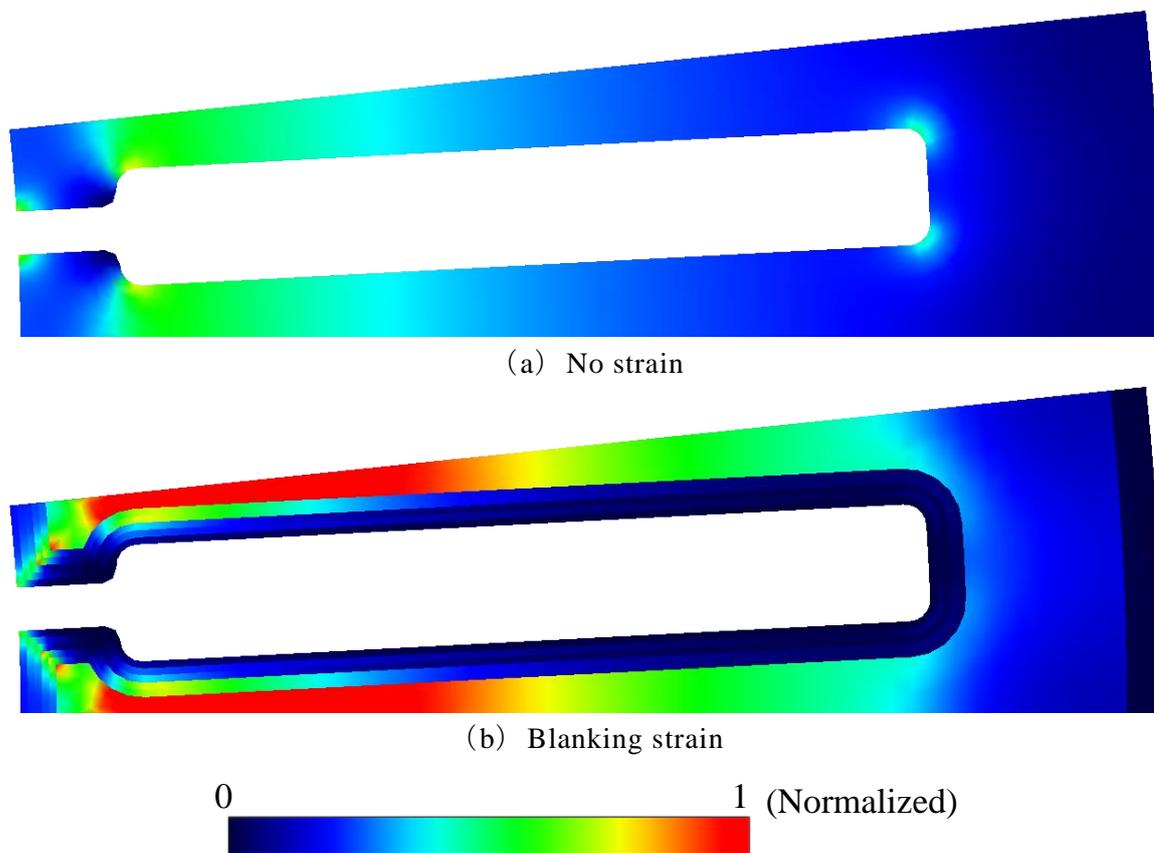


Fig. 6.47 Distribution of eddy current loss.

図 6.47 渦電流損分布

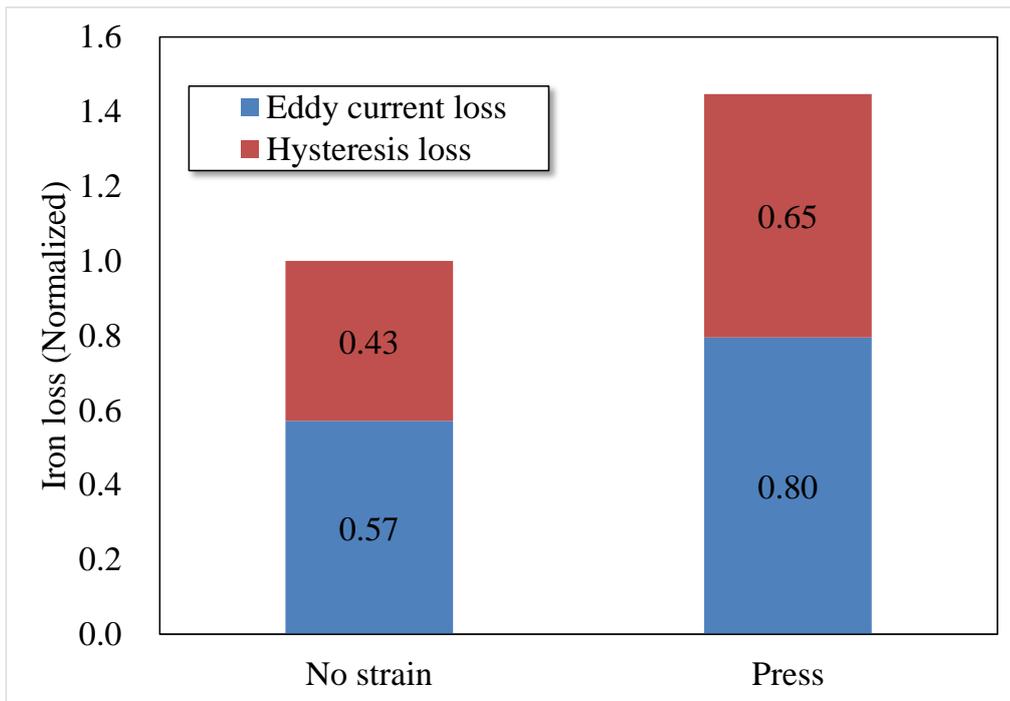


Fig. 6.48 Computation results of iron loss.

図 6.48 鉄損の計算結果

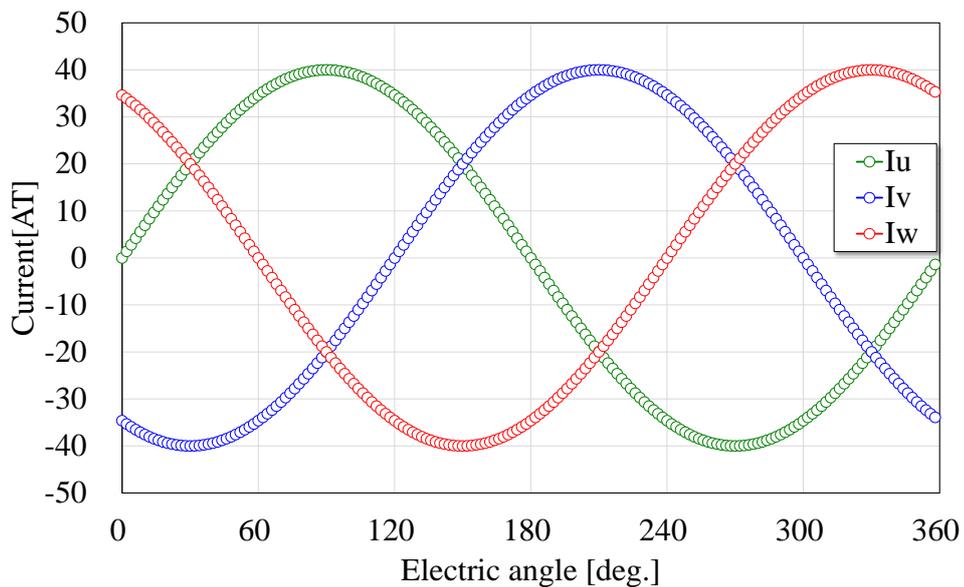


Fig. 6.49 Exciting current waveform.

図 6.49 励磁電流波形

#### 6.4.2 負荷時のモータ特性に与える打抜きひずみの影響

負荷の与え方は、各コイルに Fig. 6.49 に示す強制電流を流し、ロータを一定速度で回転させた場合を想定する。Fig. 6.50 に、時間ステップ : 1 における、打抜きひずみを考慮した場合および比較として無ひずみの場合の磁束密度分布を示す。

無負荷時と同様に，各磁石に対向するティースの中央部において，幅方向の磁束密度分布は，打抜きひずみを考慮した場合，塑性ひずみおよび弾性ひずみの領域において磁束密度が低下し，無ひずみの領域で磁束密度が集中していることが分かる。

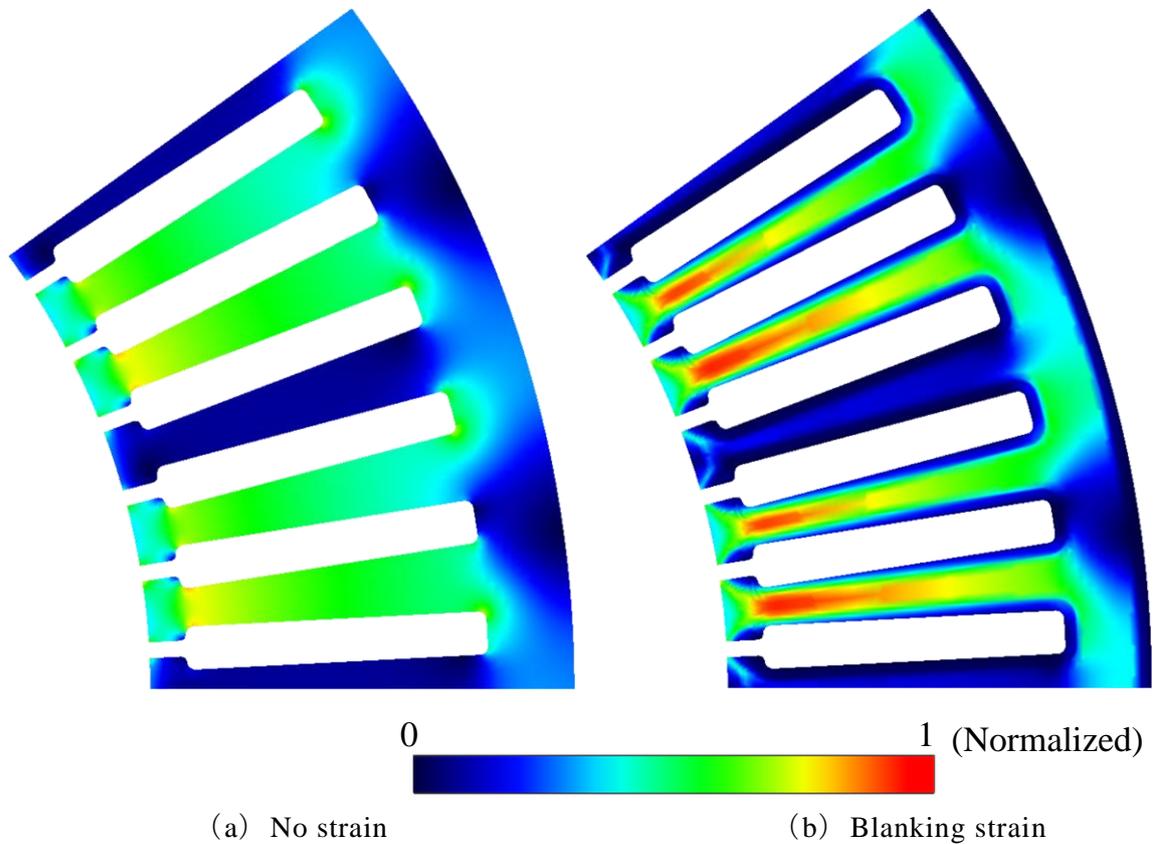


Fig. 6.50 Distribution of magnetic flux density.

図 6.50 磁束密度分布

打抜きひずみを考慮した場合および比較として無ひずみの場合の、磁束密度ベクトルを Fig. 6.51 に、磁界強度ベクトルを Fig. 6.52 に示す。図は、Fig. 6.37 に示す拡大表示領域である。無負荷時と同様に、打抜きひずみを考慮した場合、弾性ひずみ部において空間的な位相差が生じている。また、スロット根元部の塑性ひずみ域の磁束密度上昇は、コイル界磁による磁束量増加のため、無負荷時よりも顕著化していることが確認できる。

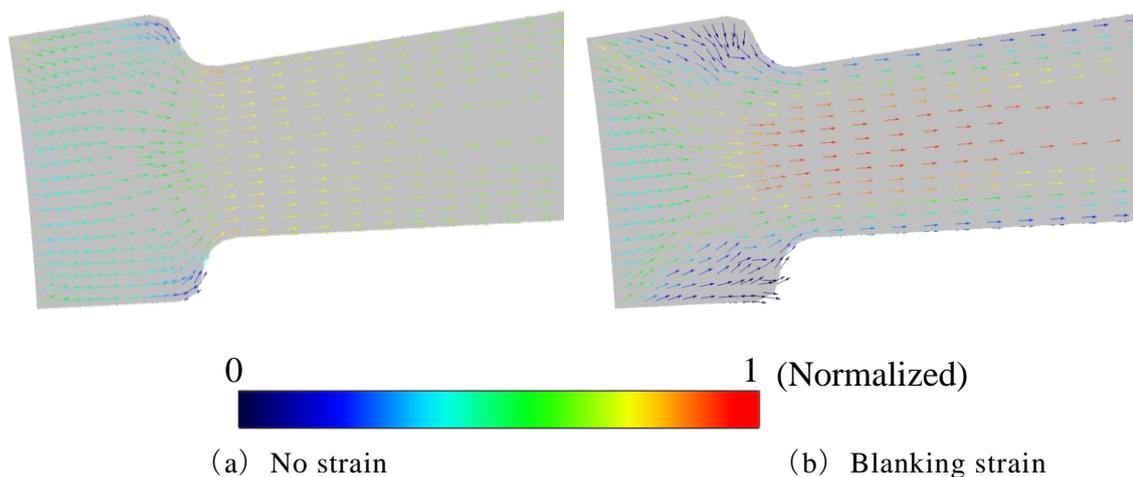


Fig. 6.51 Vector of magnetic flux density.

図 6.51 磁束密度ベクトル

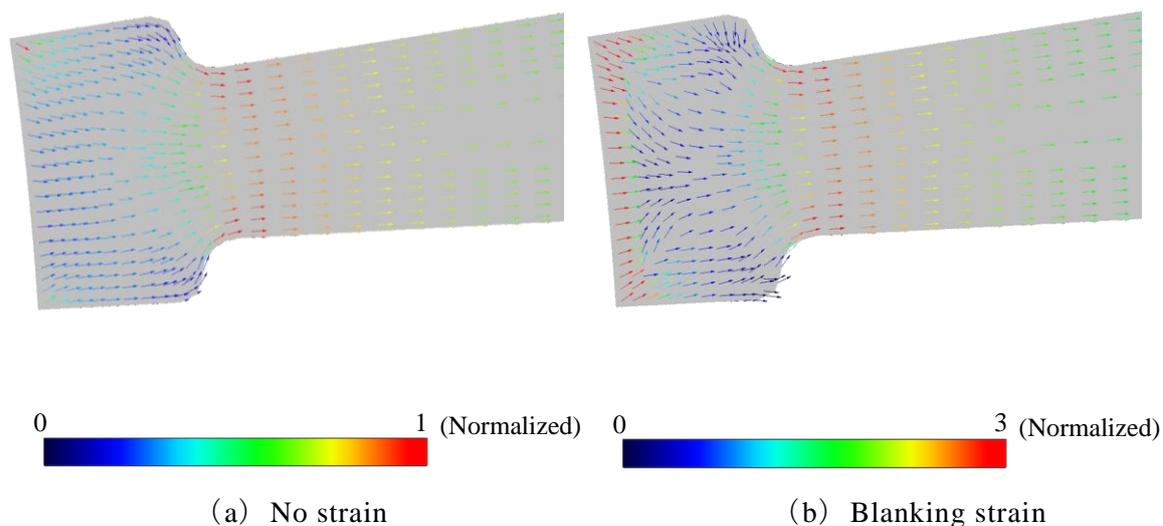
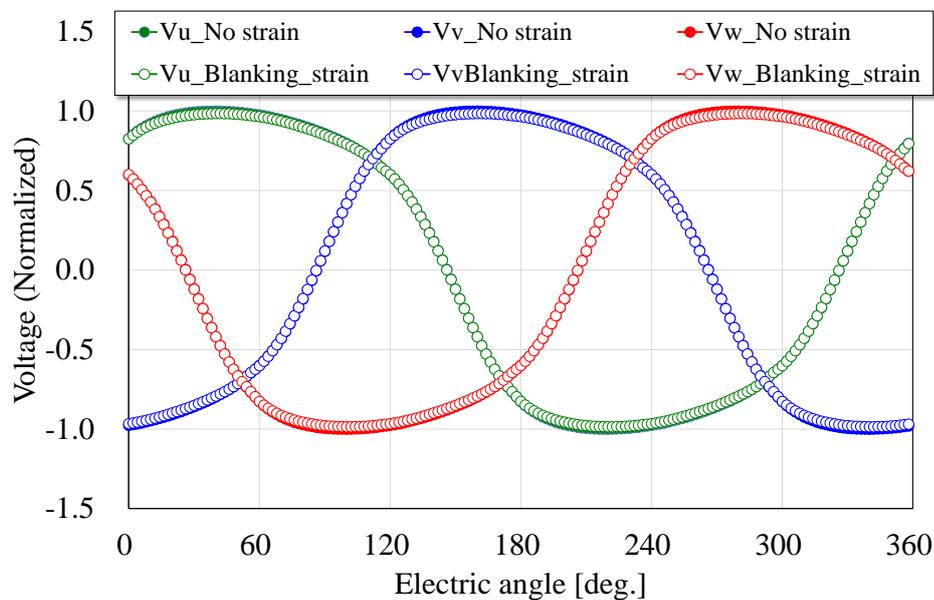


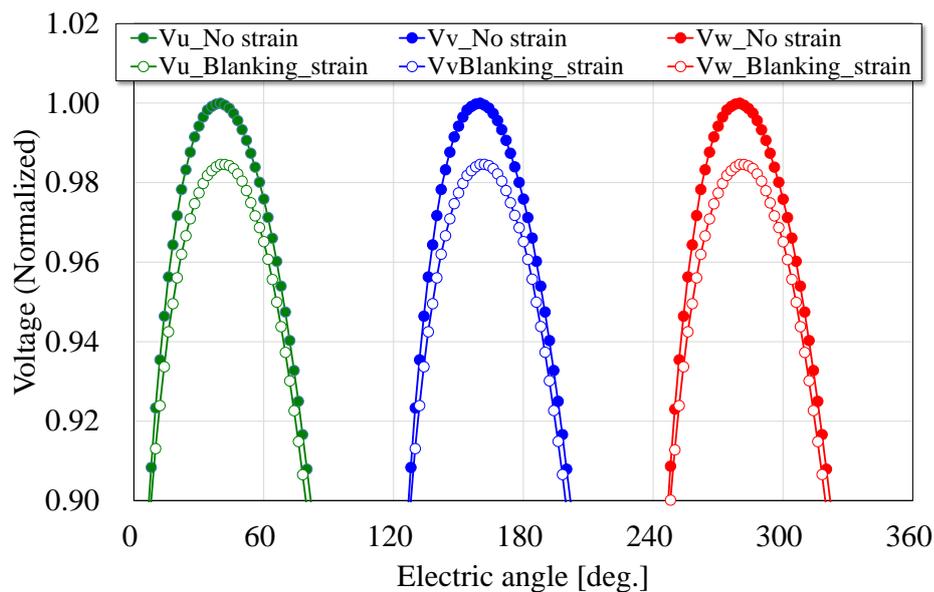
Fig. 6.52 Vector of magnetic field intensity.

図 6.52 磁界強度ベクトル

Fig.6.53 に、コイル各相に発生する誘導起電圧を示す。無負荷時と同様に、打抜きひずみを考慮した場合は、無ひずみの場合に比べて小さくなっているが、その程度は最大値で約 3%程度である。



(a) Overall view



(b) Enlarged view

Fig. 6.53 Inductive voltage waveform.

図 6.53 誘導起電圧波形

Fig. 6.54 に、トルク波形を示す。打抜きひずみを考慮した場合は、無ひずみの場合に比べて平均値が約 1.5%程度低下している。これは、打抜きひずみによる磁気抵抗増加により、磁束量が低下したためと考えられる。一方でトルク脈動は、打抜きひずみを考慮した場合、無ひずみの場合に比べて約 3%程度増加している。これは、前述のようにロータとステータ間のギャップ磁束密度の空間分布が、打抜きひずみによって乱されるためであると考えられる。平均トルク当たりのトルク脈動で見れば、その影響は約 5%程度の増加となる。

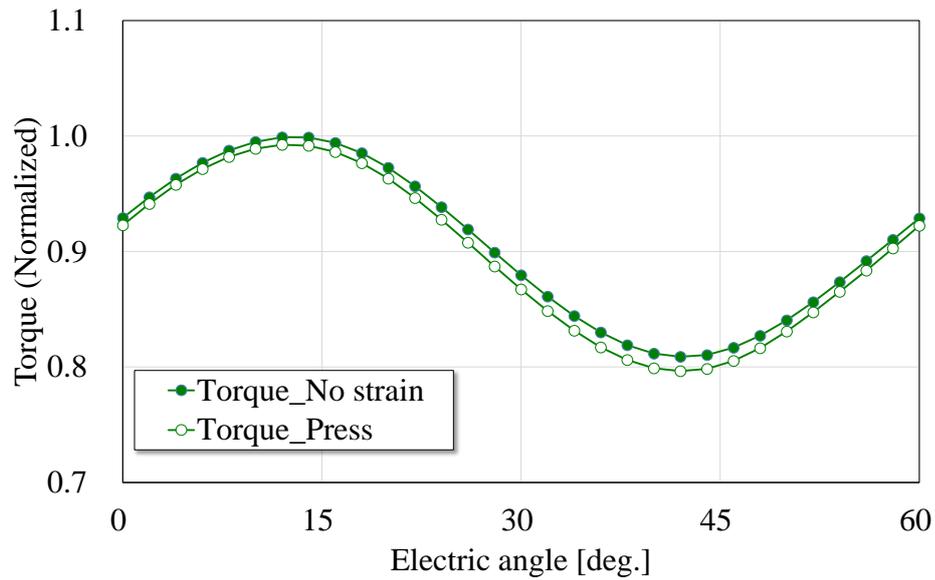


Fig. 6.54 Torque waveform.

図 6.54 トルク波形

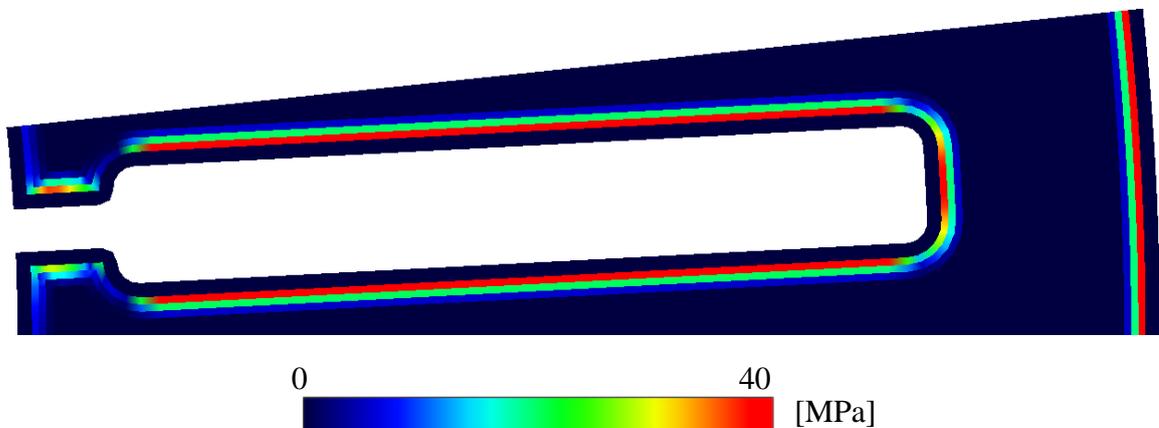


Fig. 6.55 Distribution of  $\sigma_{\text{hys}}$ .

図 6.55  $\sigma_{\text{hys}}$  の分布

Fig. 6.55 に、(6.39) 式から求めたヒステリシス特性が受ける応力の大きさの分布を示す。無負荷時と同様に、ティース中央部およびバックヨークの内外径部などの磁束が打抜き端面と平行に流れる部位で、応力が大きくなっている。また、ティース先端やスロット根元部などの磁束が打抜き端面に対して直角あるいは角度を持っている部位では、応力が小さくなっている。特に、無負荷時における応力の分布は、スロットを挟んでティース部で対称となっていたが、負荷時にはティース先端付近において非対称となっていることが分かる。このように負荷の状態により、応力による影響が変化することを示唆する結果となっている。

Fig. 6.56 に、打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合のヒステリシス損分布の計算結果を示す。無負荷時と同様に、打抜きひずみを考慮した場合、無ひずみの場合に比べて、ティース先端部およびスロット根元部近傍で損失密度が特に高いことが分かる。

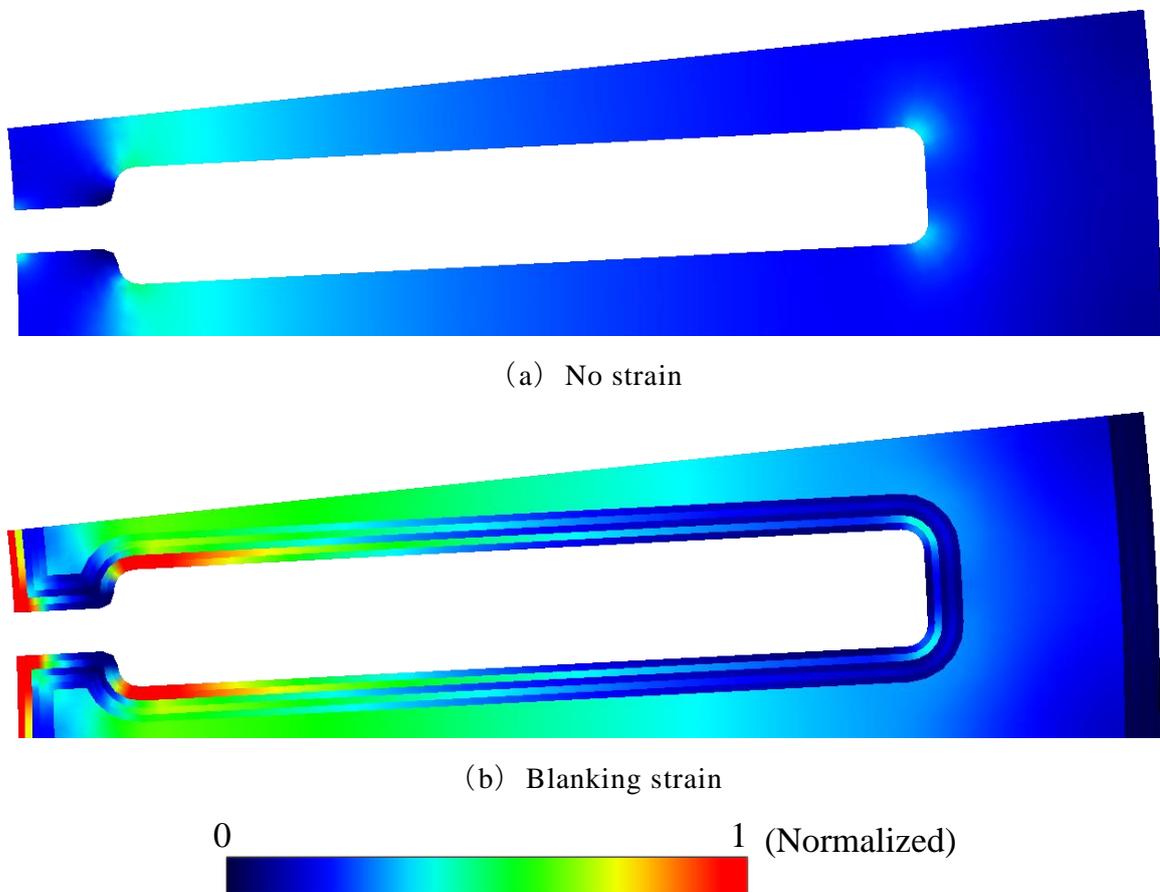


Fig. 6.56 Distribution of hysteresis loss.

図 6.56 ヒステリシス損分布

Fig. 6.57 に、打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合の渦電流損分布の計算結果を示す。打抜きひずみを考慮した場合、無ひずみの場合と比べて、ティース先端角部およびティース中央部の磁束密度が集中する部位において損失密度が特に高くなっていることが分かる。

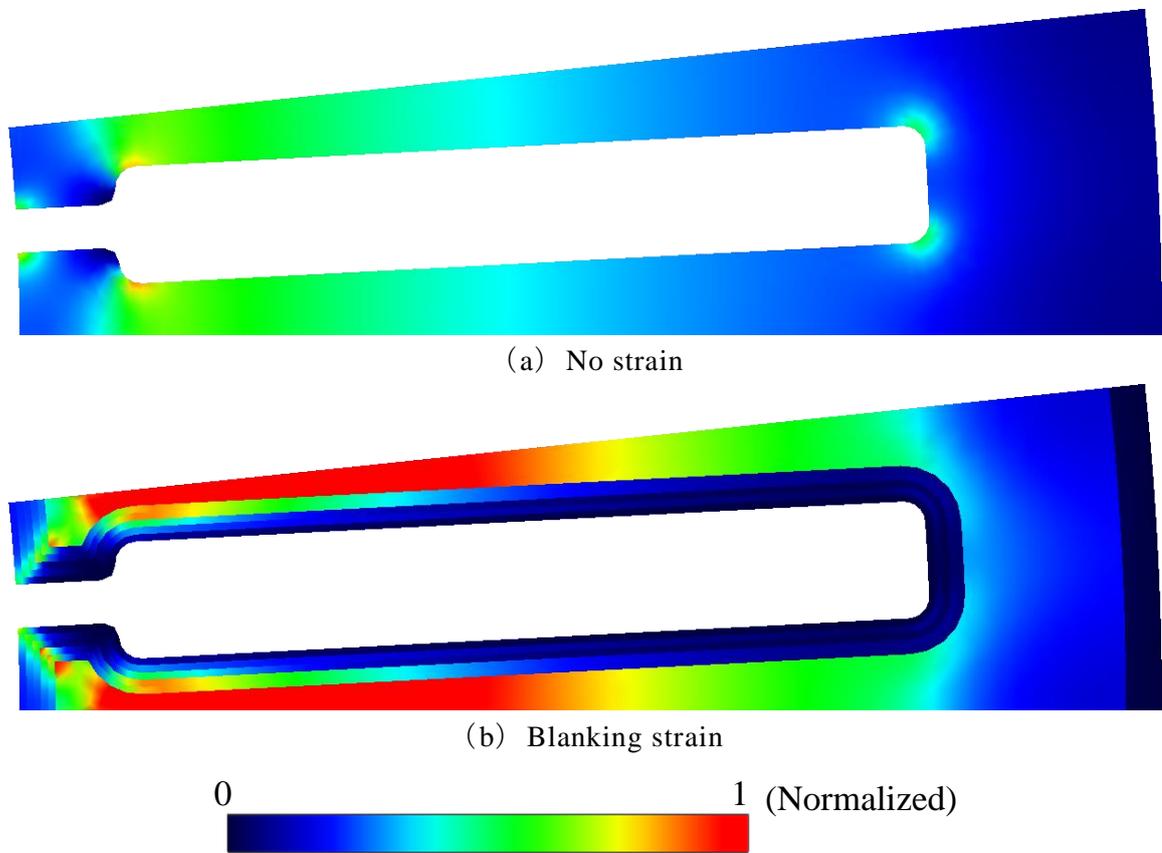


Fig. 6.57 Distribution of eddy current loss.

図 6.57 渦電流損分布

Fig.6.58 に、打抜きひずみを考慮した場合および、比較として無ひずみの場合の鉄損の計算結果を示す。打抜きひずみを考慮した場合、無ひずみの場合に比べて、ヒステリシス損は約 51%，渦電流損は約 36%，増加している。その結果、鉄損としては、約 42%の増加となっており、その影響が大きいことが分かる。

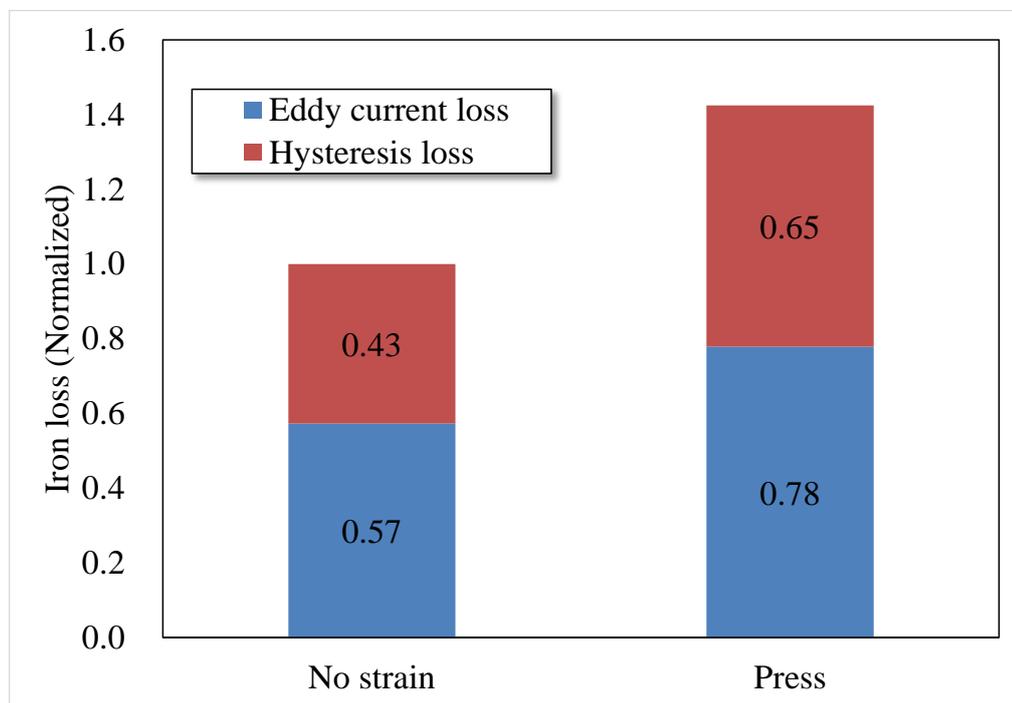


Fig. 6.58 Computation results of iron loss.

図 6.58 鉄損の計算結果

## 6.5 結言

本章では、打抜きひずみがモータ諸特性におよぼす影響を検討するため、必要となる応力磁気異方性のモデル化方法を検討し、諸特性への影響を考察した。

- (1) 応力による磁気異方性は、応力中を磁化が回転した際、各方向において影響を受ける応力の大きさの変化によって生じるとし、その変化は主応力軸を基準に  $90^\circ$  対称の正弦波的に変化するとしてモデル化を行った。
- (2) モデル化の方法は、樋口らが提案する材料の磁気異方性を 1 次元磁気測定結果から推定する手法をベースとし、1 次元の応力-磁気特性の測定結果から、応力による磁気異方性を推定する手法を用いた。
- (3) リングテストピースによる基礎的な検証の結果、得られた磁束密度および磁界強度の分布ならびにベクトルの空間的位相差などから、磁界解析において上記の意図したモデル化が再現できていることを確認した。
- (4) 提案手法をモータモデルに適用した結果、無ひずみ状態に対して打抜きひずみを考慮した場合、トルクについては脈動の増加ならびに平均値の低下が、誘導起電圧については最大値の低下が、数%ではあるが確認された。一方、鉄損に対しては 40%以上の増加が確認された。特にヒステリシス損の増加は、弾性応力部の応力磁気異方性によって、塑性ひずみ部の磁束密度が高くなり、結果として塑性ひずみ部の損失密度が大きく上昇することが明らかとなった。

## 第 7 章 結論

### 7.1 本研究の総括

今後ますます需要が高まってくると想定されるハイブリッド自動車において、駆動用のメインモータに対する小型・高効率化の要求が一層高まってくることが予測される。一方、モータコアの製造工程では、打抜き、かしめなどの生産性の良い加工方法を採用することが一般的であるが、加工時のひずみにより鉄損が増大する。特に小型化によって、コア全体に占める加工影響範囲が増大することから、その影響が顕著化する。このため、モータの最適化には、設計段階において加工ひずみを考慮した鉄損予測が重要と考え、計算機を用いた磁界解析による高精度予測手法について研究を行い、第 2 章から第 6 章において、その結果を述べた。ここでは、その内容をまとめる。

第 2 章では、加工ひずみを考慮した鉄損計算のベース手法として、モータ動作時に鉄芯内部に流れると想定される高調波磁束によって発生する鉄損を、高精度に計算することが期待できる後処理型 1 次元動磁界ヒステリシス解析の定式化手法について詳細にまとめた。

第 3 章では、第 2 章で述べた 1 次元動磁界ヒステリシス解析で実用上の問題点となるニュートン・ラプソンを用いた非線形反復計算の収束特性について、その安定化手法を検討した。その具体的な検討方法は、収束特性に強い影響を与えられと考えるニュートン・ラプソンの初期値およびステップサイズの決定方法に着目した。

まず、初期値の最適な決定方法としては、鋼板内部のベクトルポテンシャル分布が、境界条件である鋼板表面の磁束密度の時間変化に比例すると仮定した手法を提案した。

次に、ステップサイズの最適な決定方法としては、エネルギー汎関数を厳密に最小化する手法である Exact NR を適用し、さらに上記の初期値の決定方法を組み合わせた場合には、エネルギー汎関数のステップサイズに対する微分がほぼ線形となるため、Exact NR の反復回数を 1 回と固定する手法を提案した。

本手法をモータモデルに適用した結果、平均非線形反復回数は 2 回以下と安定し、計算時時間は従来の非線形反復手法に比べて 75% 程度短縮したことから、実用化の可能性を示した。

第 4 章では、加工解析で得られるひずみの妥当性を検証するため、従来のラボ X 線を用いた X 線回折では、強度が弱く信頼性のあるデータが得られないことから、

Spring-8 における放射光 X 線を用い、無方向性電磁鋼板の打抜きひずみ分布の実測方法について検討した。その具体的な方法は、単色の放射光 X 線を用いた角度分散法に被測定物のひずみの均一分布である方向を考慮した揺動探索を適用した手法および、白色の放射光 X 線を用いたエネルギー分散法に揺動積算を適用した手法を検討した。その結果、単色の放射光 X 線による手法の基礎検証として、既知のひずみを与えた引張試験片において、ひずみゲージとの測定誤差は 4%と、妥当な評価手法であることを示した。打抜きひずみの計測においては、板厚方向ひずみについては、反射法を適用したことにより X 線が試料自体に吸収され明確なピークが得られなかったものの、長手方向ひずみについては鋼板内部までの詳細な分布を明らかにした。一方、白色の放射光 X 線による手法では、揺動積算による誤差が大きく、特にひずみの小さい場合にはその影響が顕著となるため、定性的な評価にとどまったが、得られたひずみ分布の傾向は単色の放射光 X 線による手法と一致していた。以上の結果から、放射光 X 線によって、加工解析の精度検証に用いることができる打抜きひずみ分布を測定できたとと言える。

第 5 章では、第 2 章で述べた 1 次元動磁界ヒステリシス解析による鉄損計算法に打抜きひずみを考慮する手法についての基礎的な検討を行った。その具体的な方法は、破断を考慮した加工解析により、打抜きひずみを求め、塑性ひずみと弾性応力に分け、磁気特性への影響を考慮する。2 次元静磁界解析において、打抜きひずみ分布に応じた初磁化特性データを与え、磁束密度分布を算出し、1 次元動磁界ヒステリシス解析において、打抜きひずみ分布に応じたヒステリシス特性データおよび 2 次元解析で得られた磁束密度分布を入力として鉄損を算出した。

提案手法を用い、リングテストピースで検証を行った結果、正弦波および高調波の励磁条件において誤差 10 %以内と精度良く計算できており、提案手法の妥当性を確認することができた。

第 6 章では、第 5 章で述べた加工ひずみを考慮した鉄損計算法をモータへ適用する方法について検討を行った。モータでは、回転磁界が発生することから、リングテストピースのように、予め弾性応力と磁化の相対方向を決めることができない。また、磁化の向きは、弾性応力の方向の影響を受けると考えられる。したがって、2 次元解析により磁束密度分布を求める際に、弾性応力が磁化の方向に与える影響を考慮する必要がある。そこで、1 次元の応力-磁気特性の測定結果を用いた応力磁気異方性のモデル化手法を提案した。本提案手法によりモータの諸特性を計算した結果、打抜きひずみによるトルクおよび誘導起電圧の影響は数%程度であったが、鉄損に対しては 40%以上の増加を確認した。特に、ヒステリシス損の増加は、弾性応力部の応力磁気異方性によって、塑性ひずみ部の磁束密度が高くなり、結果として塑

性ひずみ部の損失密度が大きく上昇することが明らかとなった。

## 7.2 今後の研究課題

今後の研究課題は、以下の通りである。

### (1) モータ鉄損計算精度の更なる高精度化

電磁鋼板で生ずる鉄損のうち、磁壁移動によって生じるとされる異常渦電流は、加工による塑性ひずみ（すなわち転位密度の上昇）が、磁壁移動に影響を与えることから、その損失特性が変化すること予測される。

一方、最近の研究において、磁壁移動と異常渦電流損の関係を理論的に考察した研究や、測定された鉄損に基づいた傾向的予測によるアプローチがなされてきたものの、モータ内部の高調波磁束によって発生する異常渦電流損までを、発生メカニズムに基づき、高精度に予測する手法は確立には至っていないのが実情である。そこで今後、異常渦電流の発生メカニズムに基づいた物性表現方法に関する検討を行い、さらに加工ひずみの影響を考慮可能なモデル化の検討を行っていく予定である。その具体的な研究ステップは、交番磁界などの時間変化する磁界中における磁区の挙動および、局所的に生ずる鉄損や熱量変化を、放射光 X 線や中性子線による回折、磁気測定、熱分布測定などを組み合わせたその場観察を行うことで、従来の理論的な予測から理解を進め、数値的な表現方法を検討する。そして、磁区単位で生ずるマイクロな異常渦電流の現象を、実用的な計算規模での磁界解析に適用可能とするマクロ的な物性表現に発展させていくことを検討する。

### (2) 加工ひずみを考慮したモータの最適設計

本研究で構築した加工ひずみを考慮した鉄損計算手法によって、モータに与える影響を詳細に検討できるようになったことから、本手法により得られた計算結果を指針にし、モータの小型・高効率化で必要となる、磁気回路構造・製造工程・鉄芯材料の最適化設計および開発を推進していく予定である。

## 参考文献

- (1) K. Yamazaki and N. Fukushima, “Iron Loss Model for Rotating Machines Using Direct Eddy Current Analysis in Electrical Steel Sheets,” *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 25, no. 3, pp. 633-641 (2010).
- (2) Y. Takeda, Y. Takahashi, K. Fujiwara, A. Ahagon, and T. Matsuo, “Iron Loss Estimation Method for Rotating Machines Taking Account of Hysteretic Property,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 5, no. 3, 7300504 (2015).
- (3) T. Matsuo and M. Shimasaki, “Two Types of Isotropic Vector Play Models and Their Rotational Hysteresis Losses,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 44, no. 6, pp. 898-901 (2008).
- (4) K. Fujiwara, Y. Okamoto, A. Kameari, and A. Ahagon, “The Newton-Raphson Method Accelerated by Using a Line Search – Comparison Between Energy Functional and Residual Minimization,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 41, No. 5, pp. 1724–27, (2005).
- (5) Y. Okamoto, K. Fujiwara, and R. Himeno, “Exact Minimization of Energy Functional Newton-Raphson Method with Line-Search Technique,” *IEEE Trans. Magn.*, Vol. 45, No. 3, pp. 1288–99, (2008).
- (6) 菖蒲敬久：「鉄単結晶内部における局所歪み・応力場の解明」，SPRING-8 利用課題実験報告書，課題番号：2007A3772
- (7) J. Shibano, T. Shobu, K. Suzuki, T. Hirata, H. Kaneko, and M. Kobayashi, “Measurement of Internal Strain in Materials Using High Energy Synchrotron Radiation White X – Rays,” *Journal of the Society of Materials Science, Japan*, Vol. 56, No. 10, pp. 985-992, (2007) (in Japanese).  
柴野純一・菖蒲敬久・鈴木賢治・平田智久・金子 洋・小林道明：「高エネルギー放射光白色 X 線を用いた材料内部ひずみ測定」，材料，vol. 56, no. 10, pp. 985-992 (2007)
- (8) M. Nakano, C. Fujino, Y. Tani, A. Daikoku, Y. Toide, Y. Shinichi, H. Arita, and T. Toshioka, “High-precision Calculation of Iron loss by Considering Stress Distribution

of Magnetic Core,” *IEE Japan Trans. IA*, vol. 129, no. 11, pp. 1060-1067 (2009) (in Japanese).

中野正嗣・藤野千代・谷 良浩・大穀晃裕・都出結花利・山口信一・有田秀哲・吉岡孝：「鉄心内部の応力分布を考慮した高精度鉄損解析手法」, 電学論 D, vol. 129-D, no.11, pp. 1060-1067 (2009)

- (9) 近角 聡信：「強磁性体の物理（下）」, 裳華房（1978）
- (10) G. Bertotti, “General properties of power losses in soft ferromagnetic materials,” *IEEE Trans. Magn.*, vol. 24, no. 1, pp. 621-630 (1988).
- (11) K. Fujita, K. Nakamura, and O. Ichinokura, “Consideration of Anomalous Eddy Current Loss in Magnetic Circuit,” *J. Magn. Soc. Jpn.*, vol. 37, no. 2, pp. 44-47 (2013) (in Japanese).  
藤田健太郎・中村健二・一ノ倉理：「磁気回路における異常渦電流損の考慮」, 日本磁気学会論文誌, vol. 37, no.2, pp. 44-47 (2013)
- (12) S. Higuchi, Y. Takahashi, T. Tokumasu, k. Fujiwara, Y. Ishihara, “Modeling of 2-D Magnetic Property Based on 1-D Measurements,” *The Papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-11-67, RM-11-80 (2011) (in Japanese)  
樋口真伍・高橋康人・徳増正・藤原耕二・石原好之：「一次元的な磁気特性の評価に基づく二次元磁気特性モデリング」, 電気学会静止器・回転機合同研究会, SA-11-67, RM-11-80 (2011)
- (13) S. Higuchi, T. Nakao, Y. Takahashi, T. Tokumasu, k. Fujiwara, Y. Ishihara, “Modeling of 2-D Magnetic Property Based on 1-D Measurements (2),” *The Papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-12-5, RM-12-5 (2012) (in Japanese)  
樋口真伍・中尾友則・高橋康人・徳増正・藤原耕二・石原好之：「一次元的な磁気特性の評価に基づく二次元磁気特性モデリング（その2）」, 電気学会静止器・回転機合同研究会, SA-12-5, RM-12-5 (2012)
- (14) S. Higuchi, Y. Takahashi, T. Tokumasu, k. Fujiwara, Y. Ishihara, “Modeling of 2-D Magnetic Property Based on 1-D Measurements (Pt. 3),” *The Papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-12-

112, RM-12-127 (2012) (in Japanese)

樋口真伍・高橋康人・徳増正・藤原耕二・石原好之：「一次元的な磁気特性の評価に基づく二次元磁気特性モデリング（その3）」，電気学会静止器・回転機合同研究会，SA-12-112，RM-12-127（2012）

- (15) S. Higuchi, Y. Takahashi, T. Tokumasu, k. Fujiwara, Y. Ishihara, “Modeling of 2-D Magnetic Property Based on 1-D Measurements (Pt. 4),”, *The Papers of Joint Technical Meeting on Static Apparatus and Rotating Machinery, IEE Japan*, SA-13-10, RM-13-10 (2013) (in Japanese)

樋口真伍・高橋康人・徳増正・藤原耕二・石原好之：「一次元的な磁気特性の評価に基づく二次元磁気特性モデリング（その4）」，電気学会静止器・回転機合同研究会，SA-13-10，RM-13-10（2013）

## 謝辞

本研究（第4章 単色放射光 X 線に関する研究。SPring-8 BL22XU ビームラインを利用。課題番号：2015A3788）は、文部科学省委託事業ナノテクノロジープラットフォーム課題として物質・材料研究機構微細構造解析プラットフォームの支援を受けて実施されました。

本研究（第4章 白色放射光 X 線に関する研究。SPring-8 BL28B2 ビームラインを利用。課題番号：2015A1699）は、日本シンクロトン放射学会（JASRI）の承認を得て、実施されました。

最後になりましたが、本研究を進めるにあたり貴重なご助言および多大なるご指導を賜りました同志社大学工学部の藤原耕二教授，高橋康人准教授，に心から感謝の意を表します。

そして、本研究にあたり惜しみない協力ならびに助言をいただきました，株式会社デンソー材料技術部金属材料室の小澤正恒氏，岡崎恵一氏，妹尾剛士氏，青木哲也氏，伊藤登史政氏をはじめとし，同室の皆様にも心より感謝いたします。

## 研究業績一覧

項目	西暦		論文・著述・その他
	年	月	
修士論文	2009	3	「二次元磁気特性を考慮した磁界解析法の安定化に関する検討」(同志社大学修士論文)
論文	2016	3	“Improvement of Convergence Characteristics of 1-D Dynamic Magnetic Field Analysis with Hysteresis for Iron Loss Estimation,” S. Doi, T. Aoki, K. Okazaki, Y. Takahashi, and K. Fujiwara, IEEE Transactions on Magnetics, Volume: 52, Issue: 3, Article #: 2000504
	2016	11	「打抜き歪を考慮した高精度モータ鉄損解析手法の基礎的検討」, 土井 智史・青木 哲也・岡崎 恵一・高橋 康人・藤原 耕二, 電気学会論文誌B, 137 巻・8号, pp.254-260
発表	2017	1	「加工残留応力による磁気異方性を考慮した鉄損解析手法の検討」, 土井 智史・青木 哲也・岡崎 恵一・高橋 康人・藤原 耕二, 電気学会論文誌B(投 稿中)
	2007	9	「整流回路を考慮した発電機の磁界解析法に関する検討」, 土井 智史・藤原 耕二・石原 好之・戸高 敏之・國松 英明・下村 徹・北村 慎 吾, 電気学会静止器回轉機合同研究会(岡山)
	2008	9	「二次元磁気特性を考慮した磁界解析法の安定化に関する検討」, 土井 智史・岡本 吉史・藤原 耕二・石原 好之・戸高 敏之, 電気学会静止器回轉機 合同研究会(大分)
	2013	3	「モータにおける高調波鉄損のモデリング手法」, 土井 智史・青木 哲也・岡崎 恵一・藤原 耕二, 電気学会全国大会(愛知)
	2015	7	“Improvement of Convergence Characteristics of 1-D Dynamic Magnetic Field Analysis with Hysteresis for Iron Loss Estimation,” S. Doi, T. Aoki, K. Okazaki, Y. Takahashi, and K. Fujiwara, Compumag 2015 (Montreal)