

# 財の耐久性と中古市場\*

小 橋 晶

## 1 はじめに

一般に中古市場では財を生産する企業とは異なる企業が流通販売を行っている。しかし、生産企業自ら中古財の買い取り、販売をする場合もある。中古市場が生産企業にとってどのように位置づけられるのかにより企業行動は異なる。つまり、中古市場が財の生産企業に利益をもたらすとすれば積極的に中古財の流通を促進するだろうし、そうでなければ中古財へのアフターケアを保障しないなど中古財の流通を妨げるかもしれない。本論文では、中古市場の存在が企業の利潤に与える影響について分析を試みる。

中古市場で流通する財は言うまでもなく耐久財であり、その特徴をまず考える必要がある。耐久財の品質が良いかどうかは、財が単位時間当たりに産み出すサービスの大きさだけでなく、その財の耐久性の大小にも依存する。これらの異なる種類の“品質”は区別して考えなければならない。例えば、より高性能な新製品がつぎつぎと開発されるような状況を考えよう。新製品の登場によって以前に生産された性能の低い財は、すぐれた耐久性を持っていたとしても陳腐化し相対的な価値は低下する。つまり、機能の向上という“品質”向上によって、耐久性という“品質”の価値は低くなるのである<sup>1)</sup>。

---

\* 本稿は、2002年5月日本経済政策学会（神戸大学）にて報告した論文を加筆修正したものである。討論者である立命館大学の石垣浩晶先生、関西学院大学の桑原秀司先生には有益なコメントを頂いた。また、論文の作成にあたって中尾武雄先生からも多くの助言を頂いた。ここに記して感謝する。

1) 以後、“品質”という言葉で、財の耐久性を指す言葉として使わない。

耐久財市場に関する初期の研究である Swan (1970) や Coase (1972), Bulow (1986) などでは独占企業が社会的に最適な耐久性を持つ財を供給するかどうかについて分析されている。しかしこれらの研究では、より品質の高い財が繰り返し市場に導入されるという環境を捉えてはいない。Lee and Lee (1997) や Waldman (1993, 1996) はこの点に注目し、研究開発などの企業行動を分析しているが、耐久性の選択については考察されていない。そこで本稿では、財の品質向上は外生的に与え消費者が繰り返し耐久財を買い換える状況をモデル化し、企業の耐久性選択と中古市場との関係を明らかにする。第2節では基本モデル、社会的に最適な耐久性の水準と品質の向上との関係を確認する。

中古市場が耐久財独占企業に与える影響を研究したものとして、Anderson and Ginsburgh (1994) や Hendel and Lizzeri (1999) がある。そこでは、中古財は新製品の代替財となるにもかかわらず、中古市場の存在は耐久財独占企業にとって望ましい場合があることが示されている。しかし、彼らの研究は離散時間のモデルによるものであり、耐久性の選択という問題を十分取り扱っていないとは言えない。第3節では連続時間のモデルによって、中古市場が独占企業にとって望ましいかどうかは耐久性を選択可能かどうか依存し、Hendel and Lizzeri (1999) とは逆の、耐久性を選択できない場合にのみ中古市場は望ましい、という結果を得た。

## 2 基本モデル<sup>2)</sup>

### 2.1 社会計画者の問題

時間に関して、連続的かつ無限期までを考える。財の生産企業はいつでも  $Q_t$  の品質の財を生産する技術を持ち、この技術は学習効果や基礎技術の発展などにより時間とともに一定の割合  $a$  で外生的に上昇する： $Q_t = A_0 + at$ 。規模に関しては収穫一定を仮定するが、限界費用は財の耐久性に依存する： $C(d)$ ,

2) 基本モデルについては Kobashi (2001) も参照。

ここで  $d$  は耐久性を表し、生産されてから時間  $d$  が経過すると財は使用できなくなる。また、この関数は次のように仮定される  $C'(d) > 0$ ,  $C''(d) < 0$ ,  $C(0) > 0^3$ 。

連続的に分布する消費者を想定し、その人口は1とする。消費者は1単位の耐久財を消費するか、全く消費しないかを選択するが、時間  $t$  に製造された財を所有する消費者は (フロー) の効用  $u = Q_t$  を得る。またこの選好を持つ消費者をタイプ1と呼ぶ。消費者、生産企業はともに一定の割引率  $r(0 < r < 1)$  を持つとする。

まず社会計画者が財の生産を行う場合を考えよう。社会計画者は時間  $t_n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) に財を生産するが、世代  $n$  の財の耐久性は  $t_{n+1} - t_n$  と等しくなるように決定される。なぜなら新製品が導入されると旧製品の余分な耐久性は意味がないからである<sup>4)</sup>。また収穫一定を仮定により、社会計画者がある時期に財の生産を決定するならば、それは消費者全員への財の供給を意味する。社会計画者は次式を最大にするように  $t_n (n=1, 2, \dots)$  を決定する：

$$SW = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \int_{t_n}^{t_{n+1}} e^{-rs} (A_0 + at_n) ds - e^{-rt_n} C(t_{n+1} - t_n) \right\}$$

これは消費者余剰から財の生産費用を引いたものの割引現在価値である。一階の条件は、 $n=1$  について、

$$\begin{aligned} -e^{-rt_1}(A_0 + at_1) + \frac{e^{-rt_1} - e^{-rt_2}}{r} a + re^{-rt_1} C(t_2 - t_1) \\ + e^{-rt_1} C'(t_2 - t_1) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$n=2, 3, \dots$ , については

$$\begin{aligned} -e^{-rt_n} a(t_n - t_{n-1}) - e^{-rt_{n-1}} C'(t_n - t_{n-1}) + \frac{e^{-rt_n} - e^{-rt_{n+1}}}{r} a + re^{-rt_n} C(t_{n+1} - t_n) \\ + e^{-rt_n} C'(t_{n+1} - t_n) = 0 \end{aligned}$$

3) 仮定  $C(0) > 0$  は瞬時に壊れてしまうような耐久財でも費用0では生産できないことから正当化される。 $C'(d) > 0$  はより大きな耐久性を持つ財を生産するにはより費用が必要であり、 $C''(d) < 0$  は無限の耐久性を持つ財の生産は実質的に不可能であることを意味する。

4) もちろん、異質な消費者の存在を仮定し中古市場を想定する場合は自明ではない。

となる。定常状態  $t_{n+1} - t_n = d \quad \forall n$  では<sup>5)</sup>,

$$-a\left(d - \frac{1 - e^{-rd}}{r}\right) - (e^{rd} - 1)C'(d) + rC(d) = 0 \quad (2)$$

となる。最初の品質水準  $A_0$  が財の生産費用よりも十分に高いが、品質の向上はまったくない場合、つまり  $a=0$  の時の一階の条件は

$$\frac{C'(d)}{C(d)} = \frac{r}{e^{rd} - 1} \quad (3)$$

となる。この条件は耐久財の品質が向上していくという環境を考慮していない Swan (1970) で導きだされた条件とまったく同じである。よって(2)式の最初の項は品質が向上していくという点を反映していることがわかる。次の命題は品質の向上は最適な生産間隔(耐久性)とどのような関係にあるかを示している。

### 命題 1

財の品質の向上速度  $a$  が大きいほど、社会的に最適な耐久性の水準は低くなる。

### 証明

(2)式を全微分することによって次を得る。

$$\frac{\partial d}{\partial a} = \left( \frac{1 - e^{-rd}}{r} - d \right) / (1 - e^{-rd}) \left( a + \frac{C''(d) + rC'(d)}{e^{-rd}} \right)$$

分母は明らかに正であり、分子は、

$$\frac{1 - e^{-rd}}{r} = \int_0^d e^{-rs} ds < \int_0^d ds = d$$

より負であるから  $\frac{\partial d}{\partial a} < 0$  となる。■

財の生産間隔を短くすると、生産費用の合計は増加するものの品質の向上

5) 実際、最初の品質が十分に大きく  $t=0$  に第一世代の財が生産されるならば、最適な生産間隔は全て一定となる。補論を見よ。

による利益を効率的に享受することが可能となる。品質向上の速度が高くなればなるほど、前者より後者の効果が上まわり最適な生産の間隔（財の耐久性）は短くなる。

## 2.2 独占企業

$t_n$  に生産される第  $n$  世代のモデルの価格  $p_{t_n}$  とする。消費者は正の余剰を得られる限り、つまり、 $\int_0^{t_n} e^{-rs}(A_0 + at_n) ds - p_{t_n} \geq 0$  が成り立つ限り第  $n$  世代の財を購入する。独占企業がある  $t_n$  に設定できる価格は  $p_{t_n} = \int_0^{t_{n+1}-t_n} e^{-rs}(A_0 + at_n) ds$  となるので、利潤の割引現在価値は

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \int_{t_n}^{t_{n+1}} e^{-rs}(A_0 + at_n) ds - e^{-rt_n} C(t_{n+1} - t_n) \right\}$$

と表現できる。これは社会計画者の目的関数と同じであるから、社会計画者によって生産される間隔と同じ間隔で財を生産することによって最大の利潤を得ることができる。

## 3 中古市場と独占企業

この節では中古市場の存在と耐久財独占企業の利潤との関係を分析する。そのために、財から得る効用が  $u = \beta Q_i$ ,  $\beta < 1$  であるような人口 1 の消費者を想定し、タイプ 2 の消費者と呼ぶ。煩雑な計算を避けるため以下の仮定を置く。生産技術に関しては  $C'(d) = 0$  とする。また、 $i$  世代の財はすでに生産されているものとし、 $t_i$  期以降の利潤のみを考える。中古市場が存在しないケースはすべての消費者は品質  $Q_{t_i}$  の財を所有し、中古市場があるケースはタイプ 1 の消費者は  $Q_{t_i}$ 、タイプ 2 の消費者は  $Q_{t_{i-1}}$  の品質の財を所有するものとする。

以下の記号を後のために記しておく。中古市場が存在するケースで、利潤を最大にする生産間隔、最大化された利潤を  $k^s$ ,  $\pi^s$  で表すことにする。中古市

場が存在しない場合のそれは、タイプ 1 にのみ財を供給する場合は  $k^1$ ,  $\pi^1$ , タイプ 2 にのみ供給する場合は  $k^2$ ,  $\pi^2$ , 両方のタイプに供給する場合は  $k^{12}$ ,  $\pi^{12}$  で表す。

### 3.1 耐久性を選択できない場合 (中古市場がないケース)

まず、独占企業が財の耐久性を選択できない場合を考えよう。簡単化のため、財は無限の耐久性を持つと仮定する。 $t_{n-1}$  期に生産された財を所有するタイプ 1 の消費者が  $t_n$  に新しいモデルに買い換えるための条件は、

$$\int_0^{t_{n+1}-t_n} e^{-rs} Q_{t_n} ds - p_{t_n} \geq \int_0^{t_{n+1}-t_n} e^{-rs} Q_{t_{n-1}} ds$$

となる。これは新しいモデルに買い換えた場合の消費者余剰が旧モデルを使い続けた場合の余剰よりも大きいことを意味する。市場にタイプ 1 の消費者のみが存在する場合の独占企業の利潤は、

$$\pi_1 = \max_{t_n} \sum_{n=i+1}^{\infty} e^{-rt(n-i)} \left( \frac{1 - e^{-r(t_{n+1}-t_n)}}{r} a(t_n - t_{n-1}) - C \right)$$

となる。そして、 $i$  世代の財はすでに生産されているという仮定により最適な生産の間隔は必ず一定となる。生産間隔を  $k$  とおくと、企業が設定できる価格は一定の  $\frac{1 - e^{-rk}}{r} ak$  となり、利潤は

$$\pi_1 = \max_k \frac{e^{-rk}}{1 - e^{-rk}} \left( \frac{1 - e^{-rk}}{r} ak - C \right) \quad (4)$$

と表すことができる。

このモデルでは、消費者の財への評価の上昇は品質の向上速度の上昇と同じ意味を持つ。つまり、 $u = \beta Q_t$  において  $\beta$  の上昇は  $a$  が上昇するのと同じ効果を持つので次の命題を得る。

#### 命題 2

消費者の財への評価が大きいほど利潤を最大にする財の生産間隔は短くなる。

## 証 明

(4)式の一階の条件は,

$$a(1-e^{-rk})^2\left(-k+\frac{1}{r}\right)+rc=0 \quad (5)$$

となる. これを全微分すると,

$$\frac{dk}{da}=(1-e^{-rk})\left(k-\frac{1}{r}\right)/\left(2are^{-rk}\left(-k+\frac{1}{r}\right)-(1-e^{-rk})a\right)$$

一階の条件より  $-k+\frac{1}{r}<0$  が成り立つので, 分母は負, 分子は正となり  $\frac{dk}{da}<0$ . ■

我々は命題 2 より,  $k^1 < k^2$  という関係を得る. 次に, 市場に両方のタイプの消費者が存在する場合を考えよう. しかし, 企業は  $\pi^1 + \pi^2$  の利潤を得ることはできない. なぜなら, タイプ 1 とタイプ 2 の消費者に差別的に販売することができないからである. タイプ 1 の消費者は間隔  $k^1$ , 価格  $\frac{1-e^{-rk^1}}{r}ak^1$  で供給される財を購入しても消費者余剰はゼロである. しかし, 企業がタイプ 2 を対象に間隔  $k^2$ , 価格  $\frac{1-e^{-rk^2}}{r}ak^2$  で財を販売するならば, タイプ 1 の消費者はこの財を購入することによってより大きい (正の) 消費者余剰を得ることができ, もはや間隔  $k^1$ , 価格  $\frac{1-e^{-rk^1}}{r}ak^1$  で財を供給することはできない. 市場に両方のタイプが存在する場合の最大化された利潤  $\pi^{12}$  は  $\pi^1 + \pi^2$  を越えることはない.

## 3.2 耐久性を選択できない場合 (中古市場があるケース)

中古市場が存在するケースを考えよう. タイプ 1 の消費者は新製品を購入するさい旧モデルを売り, タイプ 2 がその中古財を購入する. タイプ 1 の消費者が間隔  $k$  で新製品を購入するならば, 中古財も同じ間隔で中古市場に供給される. タイプ 2 の消費者が財を購入するための条件から, 中古価格  $p^u$  は次を満たす.

$$\int_0^k e^{-rs} \beta Q_{t_{n-1}} ds - p^u \geq \int_0^k e^{-rs} \beta Q_{t_{n-2}} ds$$

ここではタイプ 2 の消費者が特に交渉力を持たないものと仮定し、中古財の価格は  $p^u = \frac{1-e^{-rk}}{r} \beta ak$  となる。中古財の取引にかかわる費用を無視すると、タイプ 1 の消費者が新しいモデルを購入するための条件は以下ようになる。

$$\int_0^k e^{-rs} Q_{t_n} ds - p^s + p^u \geq \int_0^k e^{-rs} Q_{t_{n-1}} ds$$

ここで、 $p^s$  は中古市場が存在する場合の新しいモデルの価格である。よって独占企業が設定できる最も高い価格は

$$p^2 = \frac{1-e^{-rk}}{r} ak(1+\beta)$$

となり、利潤は、

$$\pi^s = \max_k \frac{e^{-rk}}{1-e^{-rk}} \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} ak(1+\beta) - C \right)$$

と表すことができる。

### 命題 3

財が無限の耐久性を持つ時（企業が耐久性を選択できない時）、独占企業は中古市場の存在によってより大きな利潤を得ることができる。

証 明

中古市場が存在する場合の利潤  $\pi^s = \max_k \frac{e^{-rk}}{1-e^{-rk}} \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} ak(1+\beta) - C \right)$  は、財から得る効用が  $u_t = (1+\beta)Q_t$  であるようなタイプの消費者のみが市場に存在する場合と同じである。よって命題 2 より  $k^s < k^1 < k^2$  という関係が成り立つ。

市場にタイプ 1 の消費者しかいない時、売上げを  $k$  で偏微分すると  $\frac{\partial R}{\partial k} = ae^{-rk} \left( -k + \frac{1}{r} \right)$  となる。よって  $k > \frac{1}{r}$  の領域では、売上げは  $k$  とともに減少する。一階の条件より  $a(1-e^{-rk})^2 \left( -k + \frac{1}{r} \right) < 0$  が成り立つので、 $k > \frac{1}{r}$



の領域では、売上げは  $k$  とともに減少することがわかる。よって、 $\frac{e^{-rk^s}}{r} ak^s \beta > \frac{e^{-rk^1}}{r} ak^1 \beta > \frac{e^{-rk^2}}{r} ak^2 \beta$  となる。

上記の不等式より次の関係を得る。

$$\begin{aligned} \pi^s &= \frac{e^{-rk^s}}{1-e^{-rk^s}} \left( \frac{1-e^{-rk^s}}{r} ak^s (1+\beta) - C \right) > \frac{e^{-rk^1}}{r} ak^1 + \frac{e^{-rk^1}}{r} ak^1 \beta \\ &\quad - \frac{e^{-rk^1}}{1-e^{-rk^1}} C > \frac{e^{-rk^1}}{r} ak^1 + \frac{e^{-rk^2}}{r} ak^2 \beta - \frac{e^{-rk^1}}{1-e^{-rk^1}} C - \frac{e^{-rk^2}}{1-e^{-rk^2}} C \\ &= \pi^1 + \pi^2 \geq \pi^{12} \quad \blacksquare \end{aligned}$$

この命題は次のように解釈できる。中古市場の存在は、タイプ1が購入する新しいモデルの実質的な価格を下げるので、より頻繁な買い替えを引き起こす。さらに、タイプ2の消費者に関しても費用ゼロで販売しているのと同様の利潤を得ることができ、中古市場は企業により多くの利潤をもたらす。

### 3.3 耐久性を選択できる場合

第2節で社会計画者の問題を考えた時、財の生産間隔より長い耐久性は無駄となるだけなので、生産間隔と等しいだけの耐久性を持つ財を供給すると説明した。今、 $C'(d)=0$  であるから余分な耐久性を持つ財を生産しても何の問題もなく、厚生水準に変化はない。しかし市場においては、独占企業が決して余分な耐久性を持つ財を生産することはない。

これを確認するために、企業が生産の間隔  $k$  よりも長い耐久期間  $d$  をもつ財を生産するケースを考えよう。  $k$  の耐久性を持つ財が間隔  $k$  で供給される時、  $t_n$  に消費者が払ってもよいと思う価格  $p_n^k$  は  $\int_0^k e^{-rs} Q_n ds$  に等しい。しかし、耐久性が  $d > k$  の財を間隔  $k$ 、価格  $\int_0^k e^{-rs} Q_n ds$  で供給されるならば、消費者はすべてのモデルを購入しないだろう。なぜなら、消費者が  $t_{n-1}$  期に生産された財を所有しているならば、  $t_n$  期に供給されるモデルの購入を見送

ることによって正の消費者余剰を得るからである。消費者にすべてのモデルを購入させようとするならば、企業は価格を  $\int_0^k e^{-rs} Q_{t_n} ds - \int_0^{d-k} e^{-rs} Q_{t_{n-1}} ds$  まで下げなければならなくなり、余分な耐久性は企業の利潤を減少させるだけである。

以上を踏まえて中古市場と企業の利潤の関係を考えよう。企業が利潤を得る方法として3つ考えられる。第1は、タイプ1の消費者に価格  $\int_0^k e^{-rs} Q_{t_n} ds$  で販売するが、タイプ2の消費者は無視する。この時の利潤は、 $t = (i+1)k, (i+2)k, \dots, (i+n)k, \dots$  期に財が生産されることに注意すると、

$$\pi^1 = \max_k \sum_{n=1}^{\infty} e^{-rnk} \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} Q_{(n+i)k} - C \right)$$

と表すことができる。

第2は、価格  $\int_0^k e^{-rs} \beta Q_{t_n} ds$  で両方のタイプの消費者に販売する。この時の利潤は、

$$\pi^{12} = \max_k \sum_{n=1}^{\infty} e^{-rnk} 2 \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} \beta Q_{(n+i)k} - C \right)$$

と書ける。第3は耐久性が  $d > k$  ( $d < 2k$ ) であるような財を生産し、中古市場を利用する方法である。中古市場にでまわる財の残された耐久性が  $d-k$  であることに注意すると、タイプ2の消費者は  $t_n$  に中古財を購入するための条件

は  $p_{t_n}^u \leq \int_0^{d-k} e^{-rs} \beta Q_{t_{n-1}} ds$  となる。よって、タイプ1の消費者が  $t_n$  に財を購入するための条件は  $\int_0^k e^{-rs} Q_{t_n} ds - p_{t_n}^s + p_{t_n}^u \geq \int_0^{d-k} e^{-rs} Q_{t_{n-1}} ds$  であり、価格は  $p_{t_n}^s = \frac{1-e^{-rk}}{r} Q_{t_n} - \frac{1-e^{-r(d-k)}}{r} (1-\beta) Q_{t_{n-1}}$  となる。この時の最大化された利潤は、

$$\pi^s = \max_k \sum_{n=1}^{\infty} e^{-rnk} \left( \frac{1-e^{-rk}}{r} Q_{(n+i)k} - \frac{1-e^{-r(d-k)}}{r} (1-\beta) Q_{(n+i-1)k} - C \right)$$

と表すことができる。

## 命題 4

独占企業が耐久性を選択できる場合、中古市場の存在は企業の利潤を増加させない。

## 証 明

中古市場を利用した第3の方法による利潤が、第1、第2の場合よりも低いことを示す。今、 $\pi^1 \geq \pi^s$  がいつでも成り立つことを示せば、可能な大小関係は  $\pi^1 \geq \pi^{12} \geq \pi^s$  か  $\pi^{12} \geq \pi^1 \geq \pi^s$  となるので、 $\pi^1 \geq \pi^s$  を示せば十分である。タイプ1にのみ販売する時、利潤を最大にする生産間隔は  $k^s$  でなく  $k^1$  であることに注意すると、任意の  $d$  について以下が成り立つ。

$$\begin{aligned} \pi^1 &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-rnk^1} \left( \frac{1-e^{-rk^1}}{r} Q_{(n+i)k^1} - C \right) \geq \sum_{n=1}^{\infty} e^{-rnk^s} \left( \frac{1-e^{-rk^s}}{r} Q_{(n+i)k^s} - C \right) \\ &\geq \sum_{n=1}^{\infty} e^{-rnk^s} \left( \frac{1-e^{-rk^s}}{r} Q_{(n+d)k^s} - \frac{1-e^{-r(d-k^s)}}{r} (1-\beta) Q_{(n+i-1)k^s} - C \right) = \pi^s \quad \blacksquare \end{aligned}$$

この結果は Hendel and Lizzeri (1999) の命題5、「(企業が耐久性を選択できる場合) 中古市場が存在することによって独占企業はより多くの利潤を得ることが出来る」に明らかに矛盾する。かれらの結論を整理すると、以下ようになる。独占企業は耐久性を減少させる誘因を持つ場合とそうでない場合がある。耐久性を減少させる誘因を持たない場合、中古市場を活用することによってより大きな利潤を得られる。一方、耐久性を減少させる場合は中古市場そのものが成立しないので望ましいとも望ましくないとも言えない。よって耐久性が内生変数ならば企業にとって中古市場は望ましい。

しかし本論文のモデルでは、企業が耐久性を選択できるならば、新しいモデルの価格を維持するために中古市場を利用するよりも余分な耐久性を持たない財を生産することを必ず選択する。これは彼らのモデルは本稿とは異なり、離散時間で耐久性の選択は1期か2期しかできない、つまり耐久財か非耐久財かの選択しかできないと想定している事によるだろう。命題4は「中古市場が存

在しても（またはその条件がととのっていない）、企業は耐久性を減少させるほうを選択する」ということであり、耐久性が内生変数の場合、中古市場が存在したとしても企業にとってマイナスではないが、少なくとも望ましいわけではない。

よって命題3と命題4から、財の生産企業にとって「耐久性を選択できない時にのみ中古市場の存在は望ましい」という結論を得る。

#### 4 お わ り に

本稿では、従来の2期間モデルではなく無限期間の連続時間モデルを用い、耐久性を選択できる場合とそうでない場合の分析をおこなった。Hendel and Lizzeri (1999)とはまったく逆の結果、つまり企業が耐久性を選択できない場合にのみ中古市場は望ましいという結果を得た。

「財の耐久性をコントロールできるかどうか」が、企業の中古市場に対する態度に影響を与えることが明らかになったが、経済政策を論じるにはさらに厚生分析を進めなければならない。また、異なるタイプの消費者が同じ人口であると仮定しており、中古価格の決定などには問題点も残されている。今後の課題としたい。

#### 補 論

以下は Fishman and Rob (2000) による。

ある  $t$  に財が生産されると仮定する。  $V(t)$  をこの財が生産された以降の最大化問題に関する value function とすると、これは以下のベルマン方程式を満たす。

$$V(t) = \max_d \left\{ \frac{1 - e^{-rd}}{r} (A_0 + at) - C(d) + e^{-rd} V(t+d) \right\}$$

両辺から  $\frac{A_0 + at}{r}$  を引き、  $\tilde{V}(t) \equiv V(t) - \frac{A_0 + at}{r}$  と定義すると、

$$\tilde{V}(t) = \max_d \left\{ \left[ \frac{e^{-rd}}{r} ad - C(d) \right] + e^{-rd} \tilde{V}(t+d) \right\}$$

を得る。右辺の四角括弧内は  $t$  に依存しないので新しい value function  $\tilde{V}(t)$  もま

た  $t$  に依存しない。よって任意の  $d$  に対して、

$$\tilde{V}(t) = \frac{1}{1 - e^{-rd}} \left\{ \frac{e^{-rd}}{r} ad - C(d) \right\}$$

であり、したがって  $V(t) = \frac{A_0 + at}{r} + \frac{1}{1 - e^{-rd}} \left\{ \frac{e^{-rd}}{r} ad - C(d) \right\}$  となる。現在が  $t=0$  ならば目的関数は  $V = \left\{ \frac{A_0}{r} + \frac{1}{1 - e^{-rd}} \left( \frac{e^{-rd}}{r} ad - C(d) \right) \right\}$  と表現できる。これを  $d$  で偏微分すると(2)式と一致する。

### 【参考文献】

- Anderson, S. P. and V. A., Ginsburgh, (1994) "Price Discrimination via Second-hand Markets," *European Economic Review*, Vol. 38, pp. 23-44.
- Bulow, J., (1986) "An Economic Theory of Planned Obsolescence," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 101, pp. 729-749.
- Coase, R. H., (1972) "Durability and Monopoly," *Journal of Law and Economics*, Vol. XV, pp. 143-149.
- Fishman, A. and R., Rob, (2000) "Product Innovation by a Durable-good Monopoly," *Rand Journal of Economics*, Vol. 31, pp. 237-252.
- Hendel, I., and A., Lizzeri, (1999) "Interfering with Secondary Markets," *Rand Journal of Economics*, Vol. 30, pp. 1-21.
- Kobashi, A., (2001) "Quality Improvement and Durability," *The Doshisha University Economic Review*, Vol. 56, pp. 384-393.
- Swan, P., (1970) "Durability of Consumption Goods," *American Economic Review*, Vol. 60, pp. 884-894.
- Waldman, M., (1993) "A New Perspective On the Planned Obsolescence," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 108, pp. 273-283.
- Waldman, M., (1996) "Planned Obsolescence and the R&D decision," *Rand Journal of Economics*, Vol. 27, pp. 583-595.