ミクロ経済学の周辺領域の研究

–信用財の長期分析を中心として–

佐藤 敦紘

目次

序文

本論文はミクロ経済学の周辺領域の三つのテーマに関する筆者による研究をまとめたものである。経済主体の行動原理、一般均衡理論、不確実性、そしてゲーム理論といった分野をミクロ経済学の核と考えるならば、それらの応用分野、またはそれら自体を別の視点から見直そうとする分野は全て周辺領域と考えられる。その範囲は極めて広く、さらなる拡大を続けている。以下に述べる三つのテーマを通じて、ミクロ経済学の周辺領域の研究が具体的にいかなる広がりを見せており、それらに対して筆者がいかなる研究動機のもとで、いかなる貢献を果たしてきたのかを伝えることを、本論文の目的と定める。

一つ目のテーマは本論文の中心である信用財の研究である。信用財の研究はミクロ経済学の応用である産業組織論の一分野であり、ゲーム理論や情報の経済学と深く関連する。信用財とは、消費者がそれを購入する前だけでなく購入した後でも品質を判別することが困難な財・サービスである。したがって、信用財は情報の非対称性が顕著な専門家と消費者の取引を対象に考察されることが多く、情報優位な専門家が消費者を欺く行動（虚偽行動）をいかにして回避させせられるかが争点となる。先行研究によると、専門家の行動を規制する何らかの外生的な制約を加えない限り、虚偽行動を回避させるのは困難であることが理論的に判明している。現実にも専門家による虚偽行動は世界中で多数報告されている。しかしながら、消費者に対して常に適切な行動を選択する専門家が現実に多数存在するのも事実である。本研究では専門家による虚偽行動と適切な行動を隔てるものとして、専門家の評判や市場における競争の程度による影響を考察する。信用財が長期的に取引されるならば、過去の取引の後に観察されるアウトカムの履歴を消費者にとって専門家の評判とみなすことができる。専門家はそれを考慮するであろうし、また、市場がより競争的になれば、専門家は取引を維持するために一層努力するであろう。すなわち、外生的な制約を加えなくても、評判や競争の程度といった要因によって、専門家が虚偽行動を選択するインセンティブは解消されるかもしれない。

このような推測をもとに、第 1 章において信用財が独占または寡占で長期的に取引されるモデルを考察している。ただし、医療サービスや自動車修理といった専門家による診断と処置という二段階の行動選択を伴う修繕サービスとしての信用財取引を分析の対象としている。外生的な制約がないため、一回限りの取引であれば専門家の虚偽行動のインセンティブは全く解消されない。しかしながら、繰り返しゲームを用いた分析の結果、長期的には専門家が消費者からの評判を考慮するがゆえに、虚偽行動を選択するインセンティブは緩和されることが明らかになった。また、独占では専門家の診断において過大請求という虚偽行動が回避されることはないものの、より競争的な市場

である寡占ではそれが回避され、専門家による虚偽行動のインセンティブが完全に解消されるような均衡が存在することが明らかになった。すなわち、信用財取引のような情報の非対称性が顕著な場合でも、消費者に対して常に適切な行動を選択する専門家が現実には多数存在することの理論的根拠がこの研究によって与えられたことになる。

二つ目のテーマは相対利潤の研究である。相対利潤の研究は産業組織論、とくに寡占市場研究の一分野であり、それゆえにゲーム理論との関連は深い。経済学では伝統的に消費者の目的関数は効用、企業の目的関数は利潤（絶対利潤）とされ、当然ながら現在でもそれが最も一般的である。しかしながら、昨今の行動経済学や実験経済学の進展に伴い、経済主体の目的関数としてより複雑なものが考察され続けている。その中で最も単純であり、寡占市場においてとくに効力を発揮すると考えられるのが相対利潤である。企業にとっての相対利潤は自社の絶対利潤と他社の絶対利潤の差として定義される。相対利潤を企業の目的関数として定めた研究の歴史は比較的浅く、先行研究も決して多くない。しかし、それによる貢献は小さからず、たとえば同質財を生産する企業が相対利潤を最大化するクールノー競争において完全競争下での生産量が均衡となり、しかもそれは進化的安定であることがわかっている。また、企業の取締役が相対的な成果によって評価されているといった実証研究も存在する。したがって、寡占市場における企業の相対利潤最大化は絶対利潤最大化とは異なる有意な結論をもたらす可能性が大いに考えられる。

本論文でも通常の利潤最大化に比べて何らかの有意な結果が導かれること、また、寡占市場における価格競争のよく知られた帰結であるベルトランの逆説やエッジワースのベルトラン批判に一石を投じられることを期待して、第 2 章において相対利潤を考慮する企業による価格競争を考察している。同質財を生産する企業が価格を戦略変数として絶対利潤と相対利潤の加重和を最大化する場合、企業が絶対利潤を最大化するときに比べて、求められる均衡価格の範囲は狭くかつ低くなることが明らかになった。また、企業が相対利潤をより重視するほど、その範囲はさらに狭くかつ低くなることも明らかになった。すなわち、相対利潤を考慮する企業の行動原理は、利潤最大化という企業の従来の行動原理に比べ、より競争的な行動規範をもたらすという新たな解釈が寡占市場における価格競争の理論に加えられたと言える。

三つ目のテーマは構成的数学によるミクロ経済学の見直しである。ミクロ経済学の核と考えられる経済主体の行動原理やそれを基にした一般均衡理論を構成的数学という数学の一分野を用いて改めて見直そうというアプローチである。構成的数学は、数学的対象の存在証明のためにはそれを構成する方法、すなわち具体的な計算方法（アルゴリズム）を与えなければならないと主張する。したがって、構成的数学では存在証明のために背理法を用いることが認められず、それに従えば、背理法を用いて対象の存在を証明している定理として経済学にも馴染み深いブラウアーや角谷の不動点定理も改めて構成的に証明される必要がある。従来の消費者理論の基礎を形成している連続な需

要関数の存在性についても同様であり、Bridges (1992) は消費者の選好関係を見直すことで、それを構成的に証明した。

この結果をより一般的な多価関数のケースに拡張できるのではないかと考え、第 3 章では閉グラフをもつ凸値の需要対応の存在性を構成的に証明している。より具体的には、まず Bridges (1992) で用いられた消費者の選好関係についての条件を構成的な証明に耐えうるまま新たな条件に書き改める。そして、それらの条件を満たす消費と価格の組み合わせを凸値の需要対応に変換するアルゴリズムと、その需要対応が関数の連続性に対応する性質である閉グラフをもつことを満たすようなアルゴリズムを導き出すことで、閉グラフをもつ凸値の需要対応の存在を構成的に証明した。この研究の貢献は、いわゆる連続な需要対応を導き出したという既存研究の一般化に加え、構成的数学という経済学には馴染みの薄い手法を活用する可能性を示したことである。

本論文の各章は筆者による単著または共著の独立した論文をもとにしている。各章の元論文および本論文の作成に関わってくださったすべての方々に心からお礼を申し上げたい。とくに、筆者の主たる指導教官である河合宣孝教授（同志社大学経済学部)、副指導教官である田中靖人教授（同志社大学経済学部）と今井晴雄教授（京都大学経済研究所)、本論文の審査を引き受けていただいた川上敏和教授（同志社大学政策学部）と小橋晶准教授（同志社大学経済学部）の諸先生方にこの場を借りて深く感謝の意を表したい。なかでも、田中靖人教授には共同研究の機会を設けていただき、その成果の一部である共著論文を本論文の第 2 章および第 3 章の元論文として用いる了承をいただいた。改めて深く感謝の意を表したい。

第1章

修繕サービスとしての信用財取引の長期分析

要旨

専門家による診断と処置という修繕サービスとしての信用財取引を繰り返しゲームを用いて長期的に考察する。法的責任性と立証可能性を仮定しないため、一回限りのゲームでは専門家は診断と処置のどちらでも虚偽行動を選択し、条件によっては取引が成立しない。しかしながら、長期においては取引が成立し、独占では処置を適切に行う戦略が均衡として達成される。ただし、診断は適切に行われず、虚偽行動である過大請求が正の確率で発生する。他方、寡占では診断と処置の両方を適切に行う真実戦略が均衡として達成される。そのための条件としては、専門家が十分に長期的であることに加え、専門家から消費者に請求される価格が適切に設定されなければならない。

本章は日本経済学会 2010 年度秋季大会での報告論文「信用財取引の長期分析」を加筆・修正したものである。

1　イントロダクション

消費者が必要とする品質について供給者のほうがより多くの情報を有し、購入する前だけでなく購入・消費した後においても消費者が品質を判別できないような財・サービスは一般に信用財 (*credence goods*) と呼ばれる。探索財や経験財に比べ、信用財の消費者はより大きな情報の非対称性の問題に直面する[1]。例えば代表的な信用財である医療サービス、特に身体に不調を訴える患者と医師の取引を考える。ここでの信用財は医師による診察と処置の修繕サービスである。患者は不調の原因をわからないとしても、専門家である医師はその原因を把握できるだろう。患者は診察と処置がなされた後でも、原因が何だったのか、診察と処置という修繕サービスの品質は原因に対して適切であったのか正確に把握できないことが多い。実は軽度の体調不良であるにもかかわらず、医師によって重度の病気だと診断され、処方された高価な薬を服用した後に不調が解消した場合などはよい例であろう。消費者が事後的にも品質を判別できないという性質のため、他の財・サービスに比べ、信用財の供給者である専門家には虚偽行動 (*fraudulent behavior*) を選択するより大きなインセンティブが考えられる。

本章は問題を抱えた消費者に対する専門家の修繕サービスとしての信用財に焦点を当て、専門家の行動を価格の請求を伴う診断と、実際に修繕を行う処置の二段階に分けて考える[2]。この場合、専門家による虚偽行動は、必要以上の処置を行う過大処置 (*overtreatment*)，必要な処置を行わない過小処置 (*undertreatment*)，実際に行っていない処置の代金までも請求する過大請求 (*overcharging*) に分類される。こうした虚偽行動は消費者保護の観点から問題となるだけでなく、経済厚生の損失につながりかねない。専門家が現実にこのような虚偽行動を行っているのではないかという事例は、これまでにいくつか報告されている[3]。

信用財の研究は Darby and Karni (1973) に始まる。修繕サービスとしての信用財研究では主に、いかにして専門家に虚偽行動を選択させず、消費者に応じた適切な行動が経済厚生を損なわずに効率的な均衡として達成されるか考察された[4]。特に Dulleck and Kerschbamer (2006) はこの分野のサーベイであり、コミットメント (*commitment*)，同質的消費者 (*homogeneous customers*)，法的責任性 (*liability*), 立証可能性 (*verifiability*) の四つの仮定のうちどれを設けるかによって、先行研

[1]探索財 (*search goods*) とは、消費者が購入前に何らかの探索費用をかけて品質を判別できる財・サービスである。経験財 (*experience goods*) とは、購入・消費した後に品質が判明する財・サービスである。

[2]修繕サービスを提供する専門家として、医師，メカニック，弁護士などを念頭にしている。本章では取り上げない「財」としての信用財には、昨今の偽装問題で取り上げられた消費後も産地を判別できないブランド牛肉や、居住後も耐震性を窺い知れない住宅などが例として挙げられる。

[3]Patterson (1992) によると、アメリカのシアーズ自動車修理センター (Sears Automotive Centers) では検証した 90 %ものケースで従業員が不要な修理を自動車保有者に対して推奨していたとされる。Domenighetti et al (1993) によるスイスのティシーノ州での調査によると、重要とされる手術のいくつかで、一般的な患者は医師やその家族らに比べて三割も多く手術を受けていると報告されている。Schneider (2012) は自動車工場へ修理の必要な車を直接持ち込み、定住者または非定住者を装い、修理工の行動を観察したフィールド実験である。定住者はより低い診断費用で修理されたという結果に基づき、長期的な取引における評判の重要性について考察している。

[4]主要な研究としては Pitchik and Schotter (1987)，Emons (1997) (2001)，Wolinsky (1993) が挙げられる。

究を簡易なモデルを用いて分類した。そこでの一つの否定命題として、過小処置を防止する法的責任性と、過大請求を防止する立証可能性の両方を仮定しない状況では、専門家が適切な行動を選択する効率的な均衡は達成されず、ある条件の下では市場での取引が成立しないことが示された。ただしこの結論は一回限りの取引という短期的な分析によって導かれるものである。

多くの信用財研究はこのように一回限りのゲームとしての短期的な信用財取引を扱っているが、本章では繰り返しゲームを用いて、信用財が長期的に取引される状況を独占と寡占のケースについて考察する。法的責任性と立証可能性を仮定しないため、一回限りのゲームでは専門家は診断において過大請求、処置において過小処置を選択し、条件に応じては取引が成立しない。しかしながら、長期では取引が成立し、少なくとも処置については独占と寡占ともに専門家が毎期適切な行動を選択する戦略が均衡となることが示される。具体的には、過小処置は消費者の抱える問題を解決せず、過去に過小処置を行った専門家との取引を拒否する戦略を消費者が選択することによって、十分に長期的な専門家は毎期適切な処置を選択する。過小処置を行った専門家に対する消費者のステージゲームのナッシュ報復戦略が、法的責任性と同様の効果を発揮するからである。

診断における価格請求は専門家が独占と寡占のケースで異なる。独占の場合、長期では過小処置が回避されたとしても、毎期適切な診断を行う戦略は均衡とならない。消費者は専門家を選択することができないため、自身の期待利得が非負となる限り専門家に問題解決を依頼する。消費者の期待利得は問題が解決される限り正となるため、専門家は毎期高い価格を請求するのが最適となる。したがって、専門家による虚偽行動を一部認めながらも、両者の利得の合計である厚生がパレート効率的となるような戦略を考える。そこでは専門家が毎期適切な処置を行い、高い価格を請求する過大請求戦略が、繰り返しゲームの均衡として達成される。他方、寡占の場合では、診断と処置ともに適切な行動を選択する真実戦略が均衡となることが示される。消費者は専門家を選択することができるため、前期に高い価格を請求した専門家にはより低い確率で、低い価格を請求した専門家にはより高い確率で依頼するという戦略を消費者が選択することで、専門家の価格請求を無差別にできる。したがって、消費者に選ばれた専門家は毎期適切な価格請求を行い、真実戦略が均衡として達成される。

従来の信用財研究では、専門家の虚偽行動や市場の失敗を防ぐため、品質を監査する外部観察者の存在や、政府による規制などがたびたび必要とされてきた。Dulleck and Kerschbamer (2006) における法的責任性または立証可能性の仮定は、これらの総称として解釈できる。本章では法的責任性および立証可能性を仮定しないが、虚偽行動を選択する専門家のインセンティブが長期でいかに緩和されるかに分析の焦点を当てるためにも、専門家による請求は外生的に与えられた固定価格を用いる[5]。固定価格は専門家による裁量的な価格設定時のインセンティブから消費者を保護する

[5]価格が市場にて内生的に決定される場合、本章のモデルでは消費者の状態にかかわらず価格は一定となる。その場合、

ための規制として考えられる[6]。

以降、次節で関連研究、3 節でモデルを説明し、4 節にて独占、5 節にて寡占のケースを考察する。4，5 節で示された均衡の条件式を用いて、6 節では修繕サービスにおける請求価格について考察する。7 節は結語である。

2 関連研究

Darby and Karni (1973) に始まる信用財の研究は多岐に及んでいる。Dulleck and Kerschbamer（2006）(以降 DK) はこの分野のサーベイであるが、対象とする信用財はあくまで専門家による診断・処置という修繕サービスである。そこでは四つの仮定のうちどれを課したときに専門家が適切に診断または処置を選択するか考察された。四つの仮定とは、(1) 診断を行った専門家から処置を受けなければならない**コミットメント**，(2) 消費者が同じ選好である**同質的消費者**，(3) 問題が解決しない場合は消費者が補償を訴えることができるため、過小処置が回避される**法的責任性**, (4) いかなる処置がなされたか消費者が事後的に判別できるため、過大請求が回避される**立証可能性**である。本章ではコミットメントと消費者の同質性を仮定するが、法的責任性と立証可能性は仮定しない。DK では、法的責任性または立証可能性のいずれかが仮定されれば、消費者に対する専門家の適切な行動が均衡として達成される一方、どちらも仮定しない場合は虚偽行動が選択され、条件に応じては取引が成立しないことが示された。ただし DK のモデルは一回限りの信用財取引であり、本章は長期の信用財取引を考えることで、専門家の適切な行動に関して肯定的な結論を導出する[7]。

信用財取引を繰り返しゲームを用いて分析した研究は数少ないが、なかでも Frankel and Schwarz（2014）は信用財の長期分析として本章と最も関連深い研究である。専門家と消費者の信用財取引の繰り返しゲームを考え、専門家の適切な行動を均衡として導出している。しかし、専門家の行動は消費者に対する処置の選択のみであり、高度の処置によって専門家はより大きな利得を得られるため、虚偽行動として考察の対象となるのは過大処置のみである。本章では診断における価格請求と処置における費用によって専門家の利得が決まるため、過大請求と過小処置が考察対象となる。また、Frankel and Schwarz (2014) は消費者が専門家の過去の処置を観察可能として立証可能性を暗黙に仮定しているが、本章では過去の処置ではなく、消費者の問題が解決したかどうかを観察可

専門家が状態に即さない虚偽の診断をするインセンティブはなく、処置のみが虚偽行動の考察対象となる。

[6] 日本では診療報酬制度のもと、国によって医療費が公定価格に決められている。これは規制された固定価格の典型例といえる。

[7] Dulleck and Kerschbamer (2006) と補完的に、Dulleck, Kerschbamer, and Sutter (2009) は被験者を集めて信用財取引の実験を行った。専門家に適切な行動を選択させるためには、法的責任性が決定的な役割を果たすのに比べ、立証可能性の影響は小さく、また、取引が競争的になることが、長期的になることに比べ大きな役割を果たすことが示された。ただし本章とは異なり、そこでの分析は長期とはいえ有限回の取引である。

能としている点でも異なる[8]。

信用財としての自動車修理を扱った Ely and Valimaki (2003) は、メカニックと顧客の無限回繰り返しゲームである。この研究でも専門家であるメカニックの行動はエンジン交換またはチューンアップという処置の選択のみであり、顧客がメカニックの過去の処置を観察可能として立証可能性を暗黙に仮定している。ただし、本章や Frankel and Schwarz (2014) と異なり、専門家であるメカニックにタイプを与えた不完備情報下での評判分析を主眼としている。そこではまず、顧客と同じ選好のメカニック (グッドタイプ) を考える。したがって選好の異なるメカニックが存在しない限り、グッドタイプのメカニックは常に適切な処置を選択する。しかし、常にエンジン交換を選択するメカニック (バッドタイプ) が存在するならば、グッドタイプのメカニックは顧客からバッドタイプと思われないために、もしその疑いが高まったときはエンジン交換が必要な顧客に対してチューンアップを行うという虚偽行動を選択する。顧客はこの虚偽行動を予測してメカニックに修理依頼をせず、この連鎖がバックワードで第 1 期まで遡るため、取引が一度も成立しないという結論が導かれる[9]。

3　モデル

専門家と消費者による信用財の長期的な取引を無限回繰り返しゲームを用いて考える。$t = \{1, 2, \cdots\}$ でステージの各期を、$\delta \in (0, 1)$ で割引因子を表す。$e_i \in \{e_1, \cdots, e_n\}$ で表される n 人の専門家は全てのステージをプレイする長期的プレイヤーとする。消費者は各期一人だけ存在し、一期限りで交代する短期的プレイヤーとする。消費者は自身では判別できない何らかの問題を抱えており、その問題を解決するため専門家による修繕サービスとしての信用財の供給を必要としている[10]。専門家のみが判別可能なこの問題を h と l の二つの状態で表し（$\theta \in \{h, l\}$）、h は高度 (*high*) の、l は軽度 (*low*) の処置が必要とされることを意味する。状態は自然（*state of nature*）によって決定され、状態 h の発生確率を $\gamma \in (0, 1)$ とする（状態 l は $1 - \gamma$）。

専門家による信用財供給は診断と処置という二段階の行動に分けられる。診断における行動選択は p_h または p_l であり（$p \in \{p_h, p_l\}$）、これは消費者に対してそれぞれ状態が h または l であると診断

[8] Frankel and Schwarz (2009) は異質な (*heterogeneous*) 専門家についても考察している。専門家は高度または軽度の処置による相対的な利得を私的に観察するため、その情報を持たない消費者は適切な処置を選択させるよう専門家を処置に関して無差別にすることが出来ない。したがって専門家ができる限り多くのステージで適切に行動するための新たな手段として割当システム (*quota system*) を導入している。

[9] Ely and Valimaki (2003) の主点は、良い評判を形成するためのプレイヤーの行動が、従来の研究成果とは逆に、自身の均衡利得を押し下げてしまうことにある。したがって、いかにして専門家に適切な行動を選択させるかという信用財研究の潮流とは一線を画している。

[10] 専門家として医師，メカニック，弁護士を考えるならば、消費者が抱える問題とはそれぞれ身体の不調，自動車の故障，法律に関わるトラブルなどがそれにあたる。この場合、それぞれ診察と治療，検査と修理，法律による解釈と協議のように、修繕サービスとしての信用財は主に診断と処置という二段階で供給される。

し、それに見合った価格 p_h または p_l を請求することを意味する。処置における行動選択は c_h または c_l であり（$c \in \{c_h, c_l\}$）、実際に高度または軽度の処置を行い、それに見合った費用を計上することを意味する。診断と処置を一つにまとめ、専門家 e_i の t 期での行動を $a_i^t \in \{p_h c_h, p_h c_l, p_l c_h, p_l c_l\}$ と表す。これらの行動を利得のパラメータとして直接用い、$p_h > p_l > 0$，$c_h > c_l > 0$ とする。ただし、専門家は p_h と p_l、または c_h と c_l が無差別のときは状態に応じた適切な行動を選択すると仮定し、$\theta \in \{h, l\}$ について $p_\theta > c_\theta$ とする。それぞれの状態に対する専門家の適切な診断と処置の選択、すなわち状態 θ に対して $p_\theta c_\theta$ を選択することを**真実行動**（*truthful action*）と呼ぶ。ただし、状態と行動は互いに依存する必要はないため、以下の**虚偽行動**（*fraudulent action*）が考えられる[11]。

・**過小処置**（*undertreatment*）：h のときに c_l を選択

・**過大請求**（*overcharging*）：p_h を請求したうえで c_l を選択

他方、t 期の消費者の行動選択は、どの専門家を選ぶか、それとも専門家に依頼することなく out を選択するかであり、それを $a_c^t \in \{e_1, \cdots, e_n, out\}$ で表す。

	h	l
c_h	u	u
c_l	0	u

各状態に対して処置を行ったときの消費者の価値を上の行列で示す（$u > 0$）。状態にかかわらず専門家が c_h を選択したときは価値 u を得ることができるため、消費者は事後的にも真の状態を判別することができない。他方、専門家が c_l を選択したときは状態 l ならば u，状態 h ならば 0 となり、過小処置の場合は真の状態を判別できる。すなわち、l のときはどんな処置でも消費者の問題は解決されるが、h のときに c_l という軽度の処置を行うだけでは問題は解決されない。したがって、ある専門家を選択した消費者の利得は、過小処置の場合は $-p$、そのほかの場合は $u - p$ となる[12]。ただし $u > p_h$ を仮定し、問題が解決さえすれば消費者の期待利得は正となる。out を選択した際の利得は簡単化のため 0 とする[13]。消費者は短期的プレイヤーであるため、自身がプレイするステージの期待利得を最大にする行動を選択する。

専門家の各期の期待利得を $E(p - c)$ で表す。選ばれなかったときの利得は 0 とする。専門家は期待割引利得 $(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}E(p-c)$ を最大にするような行動の無限流列である戦略を選択する。

[11] l のときに c_h を選択する過大処置 (*overtreatment*) も虚偽行動の一つとして考えられるが、ここでは診断と処置が実際の状態と独立して選択されるため、過大処置が専門家の最適反応と関わることはない。

[12] 専門家から診断を受けた消費者が同じ専門家からの処置を断り、別の専門家に再度診断を依頼することができる場合、診断費用を明示的にモデルに入れることも検討されるべきである。ここでは診断と処置が同じ専門家によって連続的に行われるため (コミットメントの仮定)、診断費用は 0 または価格 p に含まれるとする。

[13] out では消費者の問題は解決しないままであるが、このときの消費者の利得を負とした場合でも今後の分析結果は変わらない。

定義 1 実際に選択された行動の経路上（オンパス）にて、専門家が真実行動を毎期選択する戦略を**真実戦略** (*truthful strategy*) と呼ぶ[14]。真実戦略によって得られる厚生、すなわち各期の専門家と消費者の期待利得の和が $u - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l$ となるときを**パレート効率的** (*Pareto efficient*) と呼ぶ。

第 1 期を除く t 期の消費者は、$t-1$ 期までの消費者の行動 $(a_c^1, \ldots, a_c^{t-1})$ に加え、out が選択されなかった期での価格 p、さらに問題が解決したかどうかのアウトカムも観察可能とする。t 期の結果観察される価格を $p^t \in \{p_h, p_l\}$ で表す。問題が解決したアウトカムを g (*good*), 過小処置のアウトカムを b (*bad*) とし、t 期の結果観察されるアウトカムを $s^t \in \{g, b\}$ で表す。これらは専門家も観察可能な公的履歴 (*public history*) である。ただし各期の状態 θ と処置 c に関しては、その期に選ばれた専門家しか観察できないとする。

以上をもとに、ステージゲームのツリーは次項に描かれる。t 期での取引は以下の手順となる。

1. 自然によって状態 h または l が決定される。
2. 消費者が行動 $a_c^t \in \{e_1, \cdots, e_n, out\}$ を選択する。
3. 選ばれた専門家 e_i が状態を観察した上で $a_i^t \in \{p_h c_h, p_h c_l, p_l c_h, p_l c_l\}$ を選択する。
4. 利得が決定される。

このステージゲームでの均衡行動はバックワードで解け、専門家は必ず $a_i = p_h c_l$ を選択する。すなわち $(1-\gamma)$ の確率で過大請求と過小処置が行われる。消費者は期待利得が、

$$\gamma(-p_h) + (1-\gamma)(u - p_h) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow u \geq \frac{p_h}{1-\gamma}$$

ならば専門家 e_i をランダムに選択し、

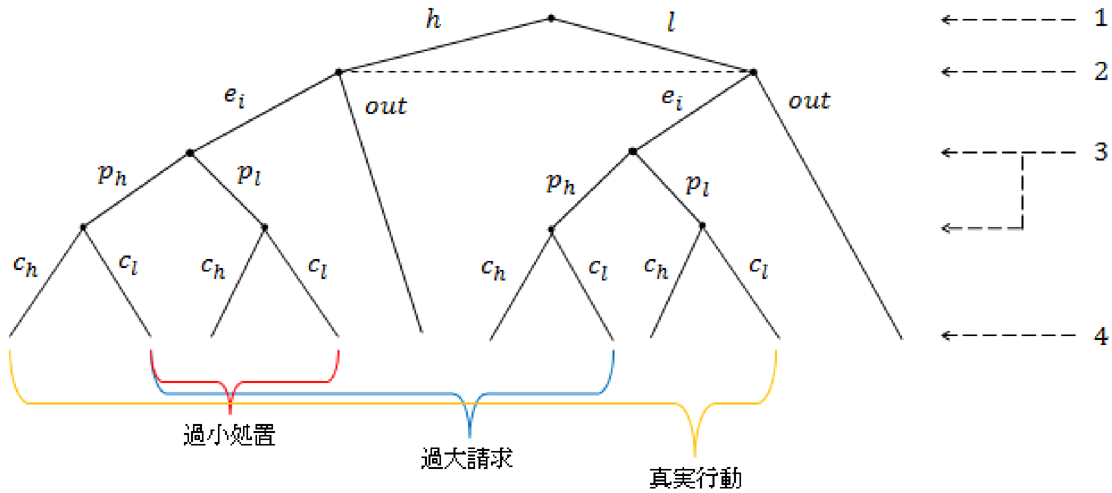
$$u < \frac{p_h}{1-\gamma}$$

ならば $a_c = out$ を選択する。ステージゲームにおけるこの結論は Dulleck and Kerschbamer (2006) による否定命題である[15]。

---

[14] 真実戦略は実際に選択されなかった行動の経路上（オフパス）における専門家の行動を明示していない。

[15] Dulleck and Kerschbamer (2006) 命題 4。



4　独占

本節では信用財を供給する専門家が独占のケースを考察する。消費者は専門家を選択できないため、既存の専門家に依頼するか否かの in または out が消費者の行動となる（$a_c^t \in \{in, out\}$）。$u \geq \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ の場合、専門家が過去にいかなる診断・処置を選択しても消費者の期待利得は非負となり in を選択する。したがって毎期 $p_h c_l$ を選択する戦略が専門家の支配戦略となり、繰り返しゲームでも $(p_h c_l, in)$ が唯一の均衡行動プロファイルとなるため、虚偽行動が全く解消されない。また、この場合の各期の厚生は $(1-\gamma)u - c_l$ となり、$u \geq \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ および $p_h > c_h$ より、パレート効率的な $u - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l$ に及ばない。

短期では信用財取引が成立しない $u < \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ の条件のもと、長期では取引が成立して虚偽行動が解消されるかを考察する。結論を先に述べると、真実戦略は繰り返しゲームにおける均衡戦略にならない。専門家が真実戦略を選択するためには、真実戦略による期待割引利得が、虚偽行動を含むいかなる戦略のそれよりも大きいまたは等しくなければならない。しかし、虚偽行動を含んだ戦略の中には消費者の in を誘発するものが存在する。例えば毎期 $a = p_h c_h$ を選択する戦略は過小処置をもたらすことはなく、消費者の期待利得は正となる。消費者による in の選択を所与とすると、もし $p_h - c_h > p_l - c_l$ ならば、この戦略による専門家の期待割引利得 $p_h - c_h$ は真実戦略による $\gamma(p_h - c_h) + (1-\gamma)(p_l - c_l)$ を上回るため、真実戦略は均衡とならない。

命題 1 真実戦略は均衡にならない。

証明. 専門家は毎期 $a = p_\theta c_\theta$ を選択する真実戦略が均衡になるとする。消費者は処置が適切である限り in を選択するので、専門家の毎期の期待利得は $\gamma(p_h - c_h) + (1-\gamma)(p_l - c_l)$ となる。しかし、専門家が毎期 $a = p_h c_\theta$ を選択しても消費者は in を選択するため、そのときの専門家の期待利得と真実戦略による期待利得を比較すると、

$$p_h - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l > \gamma(p_h - c_h) + (1-\gamma)(p_l - c_l)$$

となり、真実戦略による均衡利得が最も大きくなることに矛盾する。 ■

真実戦略が均衡にならないため、均衡戦略が存在するならば何らかの虚偽行動が含まれることになる。ここで、虚偽行動を含みながらもパレート効率的となる均衡戦略の候補として、先の証明で用いた戦略を改めて定義する。

定義 2 専門家がオンパスにて毎期 $a = p_h c_\theta$ を選択する戦略を**過大請求戦略** (*overcharging strategy*) と呼ぶ。

過大請求戦略では過小処置は回避されるが、過大請求は毎期 $1-\gamma$ の確率で行われる。すなわち、実際の状態は l で、専門家は処置 c_l を行ったにもかかわらず、消費者に対して処置 c_h の対価である p_h を請求している。ただし、この戦略の下で消費者が in を選択するならば、厚生は $u - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l$ となりパレート効率的である。

命題 2 $u < \dfrac{p_h}{1-\gamma}$, および $\delta \geq \delta_M = \dfrac{c_h - c_l}{p_h + (1-\gamma)c_h - (2-\gamma)c_l}$ ならば、またそのときに限り、各期の消費者が in を選択し、専門家が過大請求戦略を選択するサブゲーム完全均衡が存在する。

証明. まずは均衡の候補として、オフパスでの専門家と消費者の行動選択を明示した次の $1, 2$ のような過大請求戦略を考える。

1. いかなる t についても $a_c^t = in$ ならば、専門家は $a^t = p_h c_\theta$ を選択する。過去に一度でも b を観察するか、または $a_c^t = out$ ならば、専門家は $a^t = p_h c_l$ を選択する。

2. 第 1 期の消費者は $a_c^1 = in$ を選択する。t 期（$t \geq 2$）の消費者は、これまで毎期 g を観察する限り in を選択し、一度でも b を観察した場合は out を選択する[16]。

[16] p_l を観察することは過大請求戦略からの逸脱を意味するが、消費者にとって過小処置が行われない限り p_l は p_h より好ましいものなので、価格の逸脱への報復は適切でない。専門家にとっても p_l への逸脱は利得を減少させるだけである。

この過大請求戦略のオフパスでの行動選択はステージゲームのナッシュ均衡戦略の繰り返しであり、互いに最適反応となっている。オンパスでの専門家の戦略 $a^t = p_h c_\theta$ を所与とすると、各期の消費者が in を選択するのは明らか。専門家がオンパスから逸脱することで自身の短期利得が増加するのは、状態 θ に関わらず c_l を選択するときだけである。したがって、以下の誘因両立性条件が成立するならば、上記の過大請求戦略はサブゲーム完全性を満たす。

$$\begin{aligned}
&p_h - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l \\
&\geq (1-\delta)\left[\gamma(p_h - c_l) + (1-\gamma)(p_h - c_l)\right] + \delta(1-\gamma)\left[p_h - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l\right]
\end{aligned}$$

これを整理すると、

$$\delta \geq \frac{c_h - c_l}{p_h + (1-\gamma)c_h - (2-\gamma)c_l} \equiv \delta_M$$

となる。この過大請求戦略は両者にとって逸脱に対して最も厳しい罰則を与えるナッシュ報復戦略となっている。したがって、上式の誘因両立性条件によって必要十分性が満たされる[17]。 ■

長期において信用財取引が成立するのは、専門家による過小処置を消費者がアウトカム b によって観察可能であり、それに対してのナッシュ報復戦略が専門家にとって法的責任性と同様の役割を果たすからである。$u \geq \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ のときは取引は成立するものの虚偽行動は全く解消されないが、$u < \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ のときは専門家が十分に長期的であれば過小処置が解消され、パレート効率性も満たされる。しかし $u < \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ となるためには請求価格 p_h が十分に高く設定されなければならない。以上の議論により、次の系が導かれるのは明らかである。

系　長期において取引が成立したとしても、状態 θ に関わらず p_h が選択されるため、$1-\gamma$ の確率で過大請求が行われ、専門家による虚偽行動は解消されない。

5　寡占

専門家が複数 $(n \geq 2)$ 存在するとき、消費者はどの専門家に信用財の供給を依頼するか選択できる。独占とは異なり、処置に関しては $u \geq \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ の場合でも、過小処置を過去に一度でも行った専門家には再度依頼しないという行動を消費者が選択することで、専門家による過小処置を回避できる。

他方、診断において適切な価格を専門家が請求するためには、それが他のいかなる行動による期待割引利得以上の値を与えなければならない。しかしながら、専門家の利得は実際の状態 θ から

[17] Abreu (1988) を参照。

独立しているので、p_h と p_l が無差別であるときに限り専門家は適切な価格を請求する。繰り返しゲームにおいて専門家が毎期適切な診断を行うということは、確率 γ で p_h を，$1-\gamma$ で p_l を選択することに他ならない。これは消費者からすると専門家が混合行動 ($mixed\ action$) を行っていることと同値であり、したがって専門家にとって p_h と p_l は無差別となっている。すなわち、毎期適切な診断を誘導するには、専門家を p_h と p_l で無差別にするような行動を消費者が選択すればよい。たとえば、以前に p_h を選択した専門家をより低い確率で，p_l を選択した専門家をより高い確率で選択するような混合行動である。

命題 3 $v > 0$ かつ $\delta \geq \delta_o = \dfrac{\widehat{p} + \widehat{c}}{v + \widehat{p} + \widehat{c}}$ ならば、またそのときに限り、専門家が真実戦略を選択するサブゲーム完全均衡が存在する。ただし $\widehat{p} = p_h - p_l, \widehat{c} = c_h - c_l, v = p_l - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l$ である。

証明. まずは均衡の候補として、オフパスでの専門家と消費者の行動選択を明示した次の $1, 2$ のような真実戦略を考える。

1. いかなる $i \in \{1, \cdots, n\}$ についても、専門家 e_i は第 1 期で $a_c^1 = e_i$ ならば、$a_c^1 = p_\theta c_\theta$ を選択する。$a_c^1 \neq e_i$ ならば、$a_i^1 = p_h c_l$ を選択する。t 期（$t \geq 2$）では、$a_c^{t-1} \neq e_i, a_c^t = e_i$、または $a_c^{t-1} = e_i, s^{t-1} = g, a_c^t = e_i$ ならば、$a_i^t = p_\theta c_\theta$ を選択する。ただし同じ条件であっても、いかなる $j \neq i$ についても $a_c^\tau = e_j$ のときに $s^\tau = b$ となるような $\tau \leq t-1$ が存在するならば、$a_i^t = p_h c_\theta$ を選択する。$a_c^t \neq e_i$、または $a_c^t = out$、または $a_c^{t-1} = e_i, s^{t-1} = b, a_c^t = e_i$ ならば、$a_i^t = p_h c_l$ を選択する。

2. 第 1 期の消費者はランダムに $a_c^1 = e_i$ を選択する。t 期（$t \geq 2$）の消費者は、$a_c^{t-1} = e_i, s^{t-1} = g, p^{t-1} = p_l$ ならば、$a_c^t = e_i$ を選択する。$a_c^{t-1} = e_i, s^{t-1} = g, p^{t-1} = p_h$ ならば、確率 q で $a_c^t = e_i$、$1-q$ で $a_c^t = e_j$ を選択する。ただし同じ条件であっても、いかなる $k \neq i$ についても $a_c^\tau = e_k$ のときに $s^\tau = b$ となるような $\tau \leq t-2$ が存在するならば、$a_c^t = e_i$ を選択する。$a_c^{t-1} = e_i, s^{t-1} = b$ ならば、$a_c^t = e_j$ を選択する。ただし同じ条件であっても、いかなる $k \neq i$ についても $a_c^\tau = e_k$ のときに $s^\tau = b$ となるような $\tau \leq t-2$ が存在するならば、$u \geq \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ のときは $a_c^t = e_i$、$u < \dfrac{p_h}{1-\gamma}$ のときは $a_c^t = out$ を選択する。$a_c^{t-1} = out$ ならば、$a_c^t = out$ を選択する。また、ここでの e_j は、いかなる $\tau \leq t-2$ においても、$a_c^\tau \neq e_j$、または $a_c^\tau = e_j, s^\tau = g$ を満たすような $j \neq i$ である。

この真実戦略によって達成される専門家の期待割引利得を v で表す。専門家の真実戦略が最適反応となるには、上述の消費者の戦略のもとで専門家にとって p_h と p_l が無差別でなければならない。p_h を選択することによる専門家の期待割引利得は v を用いると、$(1-\delta)\left[p_h - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l\right] + \delta q v$

となる。他方、p_l を選択することによる専門家の期待割引利得は、$(1-\delta)\left[p_l-\gamma c_h-(1-\gamma)c_l\right]+\delta v$ となる。したがって、次式が成立するならば、専門家にとって p_h と p_l が無差別となり、仮定により専門家は消費者に対して毎期適切な価格を請求する。

$$v=(1-\delta)\left[p_h-\gamma c_h-(1-\gamma)c_l\right]+\delta qv=(1-\delta)\left[p_l-\gamma c_h-(1-\gamma)c_l\right]+\delta v$$

これを解くと、

$$v=p_l-\gamma c_h-(1-\gamma)c_l,$$
$$q=1-\frac{(1-\delta)\widehat{p}}{\delta v}$$

が求まる。この条件に加えて、真実戦略が均衡となるためには、専門家が処置について逸脱するインセンティブがなければよい。価格は適切に請求していることを前提として、*one-shot deviation principle* により、

$$\begin{aligned}&(1-\delta)\left[\gamma(p_h-c_h)+(1-\gamma)(p_l-c_l)\right]+\delta\left[\gamma q+(1-\gamma)\right]v\\&\geq(1-\delta)\left[\gamma(p_h-c_l)+(1-\gamma)(p_l-c_l)\right]+\delta(1-\gamma)v.\end{aligned}$$

これを整理すると、

$$\delta\geq\frac{\widehat{c}}{qv+\widehat{c}}$$

となり、$q=1-\dfrac{(1-\delta)\widehat{p}}{\delta v}$ を代入して整理すると、

$$\delta\geq\frac{\widehat{p}+\widehat{c}}{v+\widehat{p}+\widehat{c}}\equiv\delta_o$$

となる。ただし $\delta\in(0,1)$ より、

$$\delta_o=\frac{\widehat{p}+\widehat{c}}{v+\widehat{p}+\widehat{c}}<1$$

すなわち $v>0$ の条件が必要となる。確率 q については、この誘引両立性条件の下では、$q\geq\dfrac{\widehat{c}}{\widehat{p}+\widehat{c}}$ となり、$q\in[0,1]$ を満たす。専門家のオンパスでの行動を所与とすると、消費者の行動は最適になっていることは自明である。また、この真実戦略のオフパスでの行動選択は互いに最適反応となっている。なぜなら、オフパスでの行動選択はステージゲームのナッシュ均衡戦略の繰り返しか、または過大請求戦略となっているからである。とくに後者については、専門家 e_i が選ばれ、しかも e_i 以外の全ての専門家からすでにアウトカム b が観察されているならば、たとえ e_i が p_h を選

択したとしても消費者は他の専門家を $(1-q)$ の確率で選択するインセンティブがないため、e_i は p_h を選択する。過大請求戦略が均衡となるための条件は $\delta \geq \delta_M$ であったが、

$$\begin{aligned}\delta_M &= \frac{c_h - c_l}{p_h + (1-\gamma)c_h - (2-\gamma)c_l} \\ &= \frac{\widehat{c}}{v + \widehat{p} + \widehat{c}}\end{aligned}$$

となり、明らかに、$\delta_o > \delta_M$ である。したがって、以上の条件が成立するならば、この真実戦略はサブゲーム完全性を満たす。これは過小処置への逸脱に対して両者にとって最も厳しい罰則を与えるナッシュ報復戦略となっているため、誘因両立性条件によって必要十分性は満たされる。■

寡占の場合、各専門家が十分に長期的であれば真実戦略が均衡として達成されることが示された[18]。そこで実現される戦略のパス上では専門家は処置だけでなく診断についても適切な行動を選択し、虚偽行動は選択されない。直感的には、専門家が高い価格 p_h を選択すると消費者は他の専門家に依頼する可能性があるため、それを可能な限り回避するインセンティブ、すなわち状態に応じた適切な診断・処置を行う真実行動が均衡として導かれる。$v > 0$ の条件は、$v = p_l - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l$ より、請求価格 p_l が十分高く設定されていればよい。また、過去に請求された価格は全て観察可能な公的履歴としているが、専門家が真実戦略を選択するためには 1 期前の価格のみが観察可能であればよいことも分かる。

消費者による無差別化行動によって専門家の期待割引利得は $v = p_l - \gamma c_h - (1-\gamma)c_l$ となるが、無差別の場合には仮定より専門家は真実行動を選択するため、各期の期待利得は $\gamma(p_h - c_h) + (1-\gamma)(p_l - c_l)$ である。したがって、消費者の期待利得と合わせた厚生はパレート効率的となる。

6 請求価格の解釈

前節までの議論により、パレート効率的な厚生が達成されながら、独占では過大請求戦略、寡占では真実戦略が均衡として達成されるための条件として、専門家が十分に長期的であり、請求価格が適切に設定されなければならないことが示された。それらの条件を用いて、本節では修繕サービスにおける請求価格について解釈を加える。

独占において虚偽行動の一部である過小処置が解消され、長期均衡においてパレート効率的な厚

[18] 前節の独占においては過大請求戦略、本節の寡占においては真実戦略が均衡を導くかを考察しているが、当然ながらこれらは一意の均衡戦略ではない。寡占においては過大請求戦略も均衡戦略となり、そのための条件は $\delta \geq \delta_M$ のみであることが確認できる。

生が達成されるための条件は、

$$u < \frac{p_h}{1-\gamma},$$

$$\delta \geq \delta_M = \frac{c_h - c_l}{p_h + (1-\gamma)c_h - (2-\gamma)c_l}$$

であった。δ_M は p_h の減少関数となっており、$(1-\gamma)u < p_h < u$ のもとで p_h が高いほど、パレート最適な厚生が達成されやすくなる。しかし、p_h が高くなれば、消費者の利得は当然ながら減少する。それに加えて、独占では過大請求の可能性が決して排除されない。したがって、公平性や消費者保護の観点からすると、高すぎる請求価格は大いに問題となる。独占において請求価格 p_h はそれを管理する当事者機関によって、虚偽行動の解消と公平性とのトレードオフを考慮して適切に定められるべきである。

他方、寡占において専門家の虚偽行動が解消され、真実戦略が長期均衡となり、パレート効率的な厚生が達成されるための条件は、

$$v > 0,$$

$$\delta \geq \delta_o = \frac{\widehat{p} + \widehat{c}}{v + \widehat{p} + \widehat{c}}$$

であった。ここで δ_o と価格について、

$$\frac{\partial \delta_o}{\partial p_h} = \frac{v}{(v + \widehat{p} + \widehat{c})^2} > 0,$$

$$\frac{\partial \delta_o}{\partial p_l} = -\frac{1}{v + \widehat{p} + \widehat{c}} < 0$$

となるため、δ_o は p_h の増加関数、p_l の減少関数である。また、

$$\left| \frac{\partial \delta_o}{\partial p_h} \right| < \left| \frac{\partial \delta_o}{\partial p_l} \right|$$

である。したがって、δ_o を極力低下させて真実戦略が均衡として達成されやすくするためには、p_h を減少させるよりも p_l を増加させる方が効果は大きい。δ_o の下限値は $p_l < p_h$ より、

$$\lim_{p_l \to p_h} \delta_o = \frac{c_h - c_l}{p_h + (1-\gamma)c_h - (2-\gamma)c_l} = \delta_M$$

となる。寡占では過大請求戦略も長期均衡となり、そのための条件は $\delta \geq \delta_M$ であることから、p_l が増加して p_h に近づくほど δ_o は小さくなり、δ_M に収束するのは明らかである。しかし、p_l が限りなく p_h に近い水準で固定されているならば、専門家による虚偽行動の可能性が理論上は排除されているとはいえ、独占の場合と同様に公平性の観点からすると大いに問題である。したがって、

寡占においても請求価格 p_h, p_l は虚偽行動の解消と公平性とのトレードオフを考慮して適切に定められるべきである。

7 結語

従来の信用財研究は主に短期的な分析であり、専門家による虚偽行動を回避する手段として外部観察者の存在や政府による規制などが考察されてきた。本章は繰り返しゲームを用いて、専門家による診断・処置という修繕サービスとしての信用財の長期的な取引を独占と寡占のケースで考察した。価格を固定して考えた点を除き規制などを設けておらず、特に法的責任性と立証可能性を仮定していない。したがって短期では過大請求と過小処置の虚偽行動が回避されず、条件に応じては取引が成立しない。しかしながら、長期において価格が適切に設定され、専門家が十分に長期的であるならば、取引は成立し、過小処置は回避されることが示された。ただし独占での均衡戦略には過大請求が含まれ、虚偽行動を完全に回避することができない。他方、寡占では消費者が専門家の診断を無差別にするような行動を選択することによって、診断・処置ともに適切に選択される真実戦略が均衡として達成されることが示された。また、専門家による虚偽行動を予防するためにも、さらには公平性の観点からも、消費者に請求される価格は適切に設定されるべきである。

本章では専門家の診断と処置は連続して行われるというコミットメントの仮定を課している。範囲の経済性が大きい信用財については、診断を一度で終え、処置も同じ専門家に依頼する方が、別の専門家にさらなる診断や処置を依頼するよりも両者にとって効率的であり、コミットメントの仮定は妥当であろう。この考えに則れば、本章の対象とする修繕サービスは、範囲の経済性が大きなものに限られている。他方、範囲の経済性が決して大きくない信用財についてはコミットメントの仮定は適当でなく、複数の専門家に診断を依頼したり、診断と処置で異なる専門家を選択するケースが考察されるべきである[19]。したがって、コミットメントの仮定を外し、範囲の経済性を測る手段として診断費用や移動費用などを導入することで、複数の専門家からの診断が可能なモデルへの展開が考えられる。また、同質的消費者の仮定を課しているため、すべての消費者は専門家の行動が適切なものであったか事後的にも判別できなかった。しかし、現実には消費者の間で知識や経験に差があり、診断と処置が適切であったか判別できる消費者も存在するであろう。このような消費者の異質性を含めたモデルへの展開も考えられる。

繰り返しゲームにおいてプレイヤーは行動履歴に基づいて戦略を決定するため、相手の行動履歴

[19] 日本の医療サービスは範囲の経済性が大きな信用財である。例えば、実際に手術を開始してからでないと患者の状態を判別できないようなケースでは、範囲の経済性が極端に大きい。昨今、主治医以外の専門的な医療機関に意見を求めるセカンド・オピニオンが注目されているが、主治医からの情報提供の必要性、高額な自己負担などの理由から十分に普及しているとは言いがたい。他方、電化製品や自動車などの耐久財は、実際に修理を行う前に無料で点検できることが多く、日本において耐久財の修理は医療サービスに比べて範囲の経済性が小さいと考えられる。

を観察できることが非常に重要となる。本章では、消費者は価格に加え、問題が解決したかどうかのアウトカムを観察できるため、専門家の過大請求戦略または真実戦略からの逸脱に対してステージゲームのナッシュ均衡戦略で報復することができ、それによって専門家には逸脱しないインセンティブが与えられた。しかし、短期的プレイヤーとしての消費者が以前の価格やアウトカムを全て観測できるというのはかなり強い仮定である。より現実的な考察のためには、それらを確率的に観測できるという不完全観測や、消費者間の口コミによって過去の情報が伝達されるような一般的モデルの構築が必要であろう。

参考文献

[1] Abreu, D. (1988), "On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discounting", *Econometrica*, 56, 191-225.

[2] Darby, M. and E. Karni (1973), "Free Competition and the Optimal Amount of Fraud", *Journal of Law and Economics*, 16, 67-88.

[3] Domenighetti, R., Casabianca, A., Gutzwiller, F., and S. Martinoli (1993), "Revisiting the Most Informed Consumer of Surgical Services", *International Journal of Technology Assessment in Health Care*, 9, 505-513.

[4] Dulleck, U. and R. Kerschbamer (2006), "On Doctors, Mechanics, and Computer Specialists: The Economics of Credence Goods", *Journal of Economic Literature*, 44, 5-42.

[5] Dulleck, U., Kerschbamer, R., and M. Sutter (2011), "The Economics of Credence Goods: On the Role of Liability, Verifiability, Reputation and Competition", *American Economic Review*, 101, 526-555.

[6] Ely, J. and J. Valimaki (2003), "Bad Reputation", *Quarterly Journal of Economics*, 118, 785-814.

[7] Emons, W. (1997), "Credence Goods and Fraudulent Experts", *RAND Journal of Economics*, 28, 107-119.

[8] Emons, W. (2001), "Credence Goods Monopolists", *International Journal of Industrial Organization*, 19, 375-389.

[9] Frankel, A. and M. Schwarz (2014), "Experts and their Records", *Economic Inquiry*, 52, 56-71.

[10] Patterson, G.A. (1992), "Sears's Brennan Accepts Blame for Auto Flap", *Wall Street Journal*, June 3, B1-B14.

[11] Pitchik, C. and A. Schotter (1987), "Honesty in a Model of Strategic Information Transmission", *American Economic Reviwe*, 78, 1032-1036.

[12] Schneider, H. (2012), "Agency Problems and Reputation in Expert Services: Evidence from Auto Repair", *Jounral of Industrial Economics*, 60, 406-433.

[13] Wolinsky, A. (1993), "Competition in a Market for Informed Experts' Services", *RAND Journal of Economics*, 24, 380-398.

第2章

相対利潤の導入によるベルトラン均衡の変化

要旨

2 次の費用関数をもつ企業が同質的な財を生産する複占におけるベルトラン均衡を考察する。企業は自社の絶対利潤ではなく、自社の絶対利潤と他社との相対利潤の加重和を最大にする。両企業が同一価格をつける複占均衡が存在し、均衡価格は範囲で求まることを示す。この範囲は絶対利潤を最大化した場合の均衡価格の範囲に比べて狭くかつ低く、加重和の相対利潤にかかる比重が大きくなるほど、さらに狭くかつ低くなる。この意味で、相対利潤最大化は絶対利潤最大化に比べてより競争的な行動規範を企業にもたらすと考えられる。

本章は田中靖人教授（同志社大学経済学部）との共著論文「Relative Profit Maximization and Bertrand Equilibrium with Quadratic Cost Functions, 2013, *Economics and Business Letters*, 2 (3), pp.134-139, Oviedo University Press.」を日本語に訳し、加筆・修正したものである。元論文は全 4 節から構成されている。それらについて主な分担関係を以下に示す。なお、博士学位論文の構成章として用いることについて、田中教授の了承を得ている。

- 執筆動機は両人による。
- 1 節 「Introduction」は田中教授による。
- 2 節 「The Model」は両人による。
- 3 節 「Absolute Profit Maximization」は本人による。
- 4 節「Relative Profit Maximization」は両人による。
- 証明の精査は本人による。
- 投稿後の修正は田中教授による。

1　イントロダクション

価格競争の広く知られた問題のひとつにベルトランの逆説がある。寡占市場において企業が同質的な財を生産し、固定費用がなく限界費用は一定で、費用関数が対称であるならば、価格競争の結果として導出されるベルトラン均衡（すなわち均衡価格）は限界費用と等しくなる。また、総生産量は完全競争での均衡と一致し、企業の利潤はゼロになる。この結果は寡占市場において企業が生産量を戦略変数とするときのクールノー均衡とは大きく異なり、それゆえにベルトランの逆説と呼ばれている。企業が同質的な財ではなく差別化された財を生産するならば、各企業の最適価格は戦略的補完関係となり、均衡価格は限界費用を上回る。したがってベルトランの逆説は成立しない。しかし、限界費用が一定ではないケースや費用関数が非対称であるケースでは均衡そのものが存在しないことが知られている。とくに前者のケースは、Edgeworth (1925) によって指摘されたことから、エッジワースのベルトラン批判として有名である。

エッジワースのベルトラン批判に対して、Maskin (1986) は一般的な費用関数のもとでの混合戦略ナッシュ均衡の存在を明らかにした。また、Dastidar (1995) は混合戦略に固有の問題を指摘し、逓増的な費用関数のもとで純戦略ナッシュ均衡の存在を明らかにした。

本章では Dastidar (1995) の逓増的な費用関数の設定にならって、2 次の費用関数をもつ企業が同質的な財を生産する複占でのベルトラン均衡を考察する。ただし、企業は通常の利潤を意味する絶対利潤ではなく、絶対利潤と相対利潤の加重和を最大にするものと考える。相対利潤は自社の絶対利潤と他社の絶対利潤の単純差とする。導かれる結論は以下のとおりである。

1. 企業が絶対利潤を最大化するならば、一方の企業が生産した財のみが需要される独占均衡は存在しない。両企業とも同じ価格を設定するような複占均衡は存在するが、均衡価格は一意ではなく範囲で求められる。
2. 企業が自社の絶対利潤と相対利潤の加重和を最大にするならば、1 と同様に独占均衡は存在しないが、複占均衡は存在し、均衡価格は一意でなく範囲で求められる。これは 1 の範囲に内包され、加重和の相対利潤にかかる比重が大きくなるほど、狭くかつ低くなる。

すなわち、企業が絶対利潤と相対利潤の加重和を最大にする場合でも、Maskin (1986) や Dastidar (1995) と同様にベルトラン均衡の存在が示される。この場合、企業の相対利潤はゼロとなるが、絶対利潤は非負となり、それらの加重和である企業の利潤も非負となる。また、均衡価格がより狭く低い範囲内に存在するという意味で、相対利潤を導入した目的関数の最大化は絶対利潤最大化に比べて企業に対してより競争的な行動規範をもたらすと考えられる。

本章の構成は以下のとおりである。次節では価格競争と相対利潤についての関連研究を紹介し、

相対利潤を企業の目的関数に導入する意義を解説する。3 節ではモデルを、4 節では 2 次の費用関数のもとでの Dastidar (1995) の結果をベンチマークとして与える。相対利潤の導入による影響を 5 節で考察する。6 節は結語である。

2 関連研究と研究動機

Edgeworth (1925) は寡占市場において同質的な財を生産する企業の限界費用が一定ではなくゼロのケースを考察し、需要の価格弾力性が十分に大きい場合を除いて均衡となる価格が存在しないことを示した。Edgeworth (1925) 以降、均衡の非存在性を解消するべく様々のアプローチが試みられた。そのひとつに Maskin (1986) による混合戦略を用いた研究がある。一般的な費用関数のもとで、混合戦略によるナッシュ均衡の存在を明らかにしたのである。しかし、混合戦略均衡には、それを経済学の観点からどのように解釈すべきかという混合戦略に特有の問題が残る。すなわち、企業が混合戦略均衡となる価格のなかから実際にどの価格をどのように設定しているのかという問題である。Dastidar (1995) はこの問題を指摘し、逓増的な費用関数のもとでは混合戦略ではなく純戦略のナッシュ均衡が存在することを示した。これらの先行研究では企業の目的関数は自社の絶対利潤である。しかし、以下で記述するように、企業が相対利潤を最大化する場合、従来の絶対利潤最大化とは異なる有意な結論が導かれることが知られている。したがって、本章では Dastidar (1995) の逓増的な費用関数の設定にならって、2 次の費用関数をもつ企業が自社の絶対利潤と相対利潤の加重和を最大化するときのベルトラン均衡を考察する。

企業が絶対利潤ではなく相対利潤を最大化の目的関数とする意義について、まずは次のような直観的解釈を与える。日常において我々は自身と他者を比較しながら生活している。例えば、身近に存在する他者に比べてより多くの収入を得たい、より豊富な知識や教養を得たい、より洗練された生活を送りたいといったようにである。同業他社よりも多くの利潤を得たい、組織内でライバルよりも早く出世したいといったように、企業や組織についても同様のことが言える。つまり、企業は自社と他社の利潤の差を常に意識しながら行動していると考えられる[1]。

このような直観的解釈を裏付ける様々な先行研究が存在する。同質財を生産する企業が相対利潤を最大化する場合、不完全競争市場におけるクールノー競争であっても完全競争下での生産量が均衡となり、それが進化的安定となることが Schaffer (1989) や Vega-Redondo (1997) によって分かっている。Kockesen, Ok and Sethi (2000) は、相対利潤を最大化する企業と絶対利潤を最大化

[1] 企業の取締役などが組織における自身の絶対的な成果だけではなく、相対的な成果によっても評価されているといった Gibbons and Murphy (1990) による実証研究も存在する。日本においては、ビールや自動車のメーカー、コンビニ大手チェーン、携帯電話キャリアなどの各社がそれぞれの市場シェアを争っている。このことは企業が相対的な成果を重んじていることの実例といえよう。

する企業の両方が存在する場合、相対利潤を最大化する企業の方が大きな絶対利潤を得る可能性を示した。Lundgren (1996) は、寡占市場における企業の結託を防ぐ手段として、経営の現場において相対利潤を目的関数とすることの優位性を説いている[2]。

多くの先行研究で相対利潤は「(自社の絶対利潤) − (他社の絶対利潤)」と定義され、これが企業の目的関数として用いられている。本章では相対利潤を企業の目的関数としてそのまま用いるのではなく、絶対利潤と相対利潤の加重和を目的関数としている。Matsumura and Matsushima (2012) や Matsumura, Matsushima and Cato (2013) は、相対利潤をより一般的に「(自社の絶対利潤) $-\gamma$ (他社の絶対利潤)」として定義している。数量競争を考えるならば、$\gamma = 1$ のときは完全競争、$\gamma = 0$ のときは通常のクールノー競争、$\gamma = -1$ のときはカルテルのケースとなり、完全競争からカルテルに至るまでの競争の度合いが γ の値によって連続的に表現可能となる。実は次節で定義する絶対利潤と相対利潤の加重和の比重 α を γ と置き換えると、この定義に等しくなる。それにもかかわらずこの定義ではなく加重和を企業の目的関数として用いている理由は、他社と比べてより多くの利潤を得たいという企業が相対利潤を最大化することの本質的な意義を踏まえると、γ がマイナスの値を取りうる状況をモデルに含めることは望ましくないと考えるからである。

3 モデル

複占における 2 企業を A または B とする。企業は同質的な財を生産し、A の財の価格を p_A、B の財の価格を p_B とする。ただし、$0 < p_A < 1, 0 < p_B < 1$ とする。各企業の生産量をそれぞれ q_A, q_B とする。企業の戦略変数は価格であり、消費者はより安い価格を提示する企業から財を購入する。$p = \min\{p_A, p_B\}$ とすると、消費者の需要は次式の逆需要関数で表される。

$$p = 1 - q_A - q_B$$

$p_A = p_B$ ならば、各企業は消費者の需要を折半する。この状況を**複占**として D で表す。したがって、$p_A = p_B$ ならば、

$$q_A = q_B = \frac{1-p}{2}$$

となる。他方、$p_A < p_B$(または $p_B < p_A$)ならば、企業 A(または企業 B)がすべての需要を獲

[2] Tanaka (2013) または佐藤・田中 (2013) は、複占または寡占において差別化された財を生産する企業が相対利潤を最大化する場合、価格設定行動と数量設定行動が同じ結果をもたらすことを示した。ただし、この結論は複占または各企業の費用が対称的な寡占においてのみ成立することも判明している (Satoh and Tanaka (2013a) (2013b))。相対利潤についての先行研究としては他にも Lu (2011) や Miller and Pazgal (2001) などを参照されたい。

得する。この状況を**独占**として M で表す。したがって、$p_A < p_B$ ならば、

$$q_A = 1 - p_A, \quad q_B = 0$$

$p_B < p_A$ ならば、

$$q_B = 1 - p_B, \quad q_A = 0$$

となる。費用関数を次式のような生産量の 2 次関数で表す。ただし、$c > 0$ である。

$$c_A(q_A) = cq_A^2, \quad c_B(q_B) = cq_B^2$$

$p_A < p_B$ ならば、企業 A の絶対利潤は、

$$\pi_A^M = (1 - p_A)p_A - c(1 - p_A)^2 = (1 - p_A)(p_A + cp_A - c)$$

となる。この場合、企業 B の絶対利潤はゼロである。同様に $p_B < p_A$ ならば、

$$\pi_B^M = (1 - p_B)p_B - c(1 - p_B)^2 = (1 - p_B)(p_B + cp_B - c)$$

となり、企業 A の絶対利潤はゼロとなる。他方、$p_A = p_B$ ならば、企業の絶対利潤は次式のようになる。

$$\pi_A^D = \pi_B^D = \frac{1-p}{2}p - c\left(\frac{1-p}{2}\right)^2 = \left(\frac{1-p}{4}\right)(2p + cp - c)$$

企業の目的関数は上述の絶対利潤と相対利潤の加重和とする。相対利潤は自社の絶対利潤と他社の絶対利潤の単純差で表す。したがって、複占企業の目的関数はそれぞれ次式のように表される。ただし、α は相対利潤の加重和に占める比重で、$0 < \alpha < 1$ である。

$$\Pi_A^D = (1 - \alpha)\pi_A^D + \alpha(\pi_A^D - \pi_B^D) = \pi_A^D - \alpha\pi_B^D$$

$$\Pi_B^D = (1 - \alpha)\pi_B^D + \alpha(\pi_B^D - \pi_A^D) = \pi_B^D - \alpha\pi_A^D$$

複占では $\pi_A^D = \pi_B^D$ となるので、次式のように整理される。

$$\Pi_A^D = \Pi_B^D = (1 - \alpha)\pi_A^D$$

独占ではより高い価格を提示する企業の絶対利潤はゼロになる。したがって、独占企業の絶対利潤と相対利潤は等しくなり、独占企業の目的関数は絶対利潤そのものになる。すなわち、企業 A が

独占企業であれば、

$$\Pi_A^M = \pi_A^M$$

企業 B が独占企業ならば、

$$\Pi_B^M = \pi_B^M$$

となる。今後は一般性を失うことなく、$p_A \le p_B$ を仮定する。以上のモデルにより、以下の 1 から 4 の結果を得るのは明らかである。

1. $p_A < p_B$ かつ $p_A < \dfrac{c}{1+c}$ ならば、$\pi_A^M < 0$。$p_A < p_B$ かつ $p_A = \dfrac{c}{1+c}$ ならば、$\pi_A^M = 0$。$p_A < p_B$ かつ $p_A > \dfrac{c}{1+c}$ ならば、$\pi_A^M > 0$。
2. $p_A = p_B$ かつ $p_A < \dfrac{c}{2+c}$ ならば、$\pi_A^D = \pi_B^D < 0$。$p_A = p_B$ かつ $p_A = \dfrac{c}{2+c}$ ならば、$\pi_A^D = \pi_B^D = 0$。$p_A = p_B$ かつ $p_A > \dfrac{c}{2+c}$ ならば、$\pi_A^D = \pi_B^D > 0$。
3. $p_A < \dfrac{3c}{2+3c}$ ならば、$\pi_A^M < \pi_A^D$。$p_A = \dfrac{3c}{2+3c}$ ならば、$\pi_A^M = \pi_A^D$。$p_A > \dfrac{3c}{2+3c}$ ならば、$\pi_A^M > \pi_A^D$。
4. $p_A < \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ ならば、

$$\Pi_A^M < \Pi_A^D \qquad \cdots (1)$$

$p_A = \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ ならば、

$$\Pi_A^M = \Pi_A^D \qquad \cdots (2)$$

$p_A > \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ ならば、

$$\Pi_A^M > \Pi_A^D \qquad \cdots (3)$$

価格についての不等式に表れる値について、以下の関係が見られる。

$$\frac{c}{1+c} < \frac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c} < \frac{3c}{2+3c}$$

$$\lim_{\alpha \longrightarrow 1} \frac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c} = \frac{c}{1+c}$$

$$\lim_{\alpha \longrightarrow 0} \frac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c} = \frac{3c}{2+3c}$$

ここで

$$\bar{p} = \frac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$$

とおいて、これを α で微分すると、

$$\frac{d\bar{p}}{d\alpha} = -\frac{4c}{[2(1+\alpha)+(3+\alpha)c]^2} < 0 \qquad \cdots (4)$$

となる。したがって、相対利潤の比重である α が大きくなれば、$\bar{p}$ は小さくなる。

4 絶対利潤最大化

相対利潤導入による影響を考察する次節のベンチマークとして、本節では企業が目的関数として絶対利潤を最大化する場合のベルトラン均衡について考える[3]。均衡の候補として次の定義を与える。

定義 1 独占の状況におけるベルトラン均衡を**独占均衡**と呼ぶ。複占の状況におけるベルトラン均衡を**複占均衡**と呼ぶ。

補題 1 独占均衡は存在しない。

証明. $p_A < p_B$ となる独占均衡が存在すると仮定する。

1. $p_A > \dfrac{c}{1+c}$ ならば、企業 B は p_A をわずかに下回るような p_B によって企業 A に代わって独占企業となり、正の絶対利潤を得ることができる。

2. $p_A = \dfrac{c}{1+c}$ ならば、企業 B は $p_B = p_A$ とすることで企業 A とともに複占企業となり、正の絶対利潤を得ることができる。

3. $p_A < \dfrac{c}{1+c}$ ならば、独占企業 A の絶対利潤は負となるが、たとえば $p_A = p_B = \dfrac{c}{1+c}$ とすることで企業 A は複占企業として正の絶対利潤を得ることができる。

したがって、企業には $p_A < p_B$ のような価格からは逸脱するインセンティブがあり、$p_A < p_B$ となる独占均衡が存在する仮定に矛盾する。 ■

命題 1 複占均衡は存在し、均衡価格は $\dfrac{c}{2+c} \leq p \leq \dfrac{3c}{2+3c}$ という範囲になる。

証明. $p_A = p_B$ となる複占均衡の存在を仮定する。

[3] 本節は Dastidar (1995) のモデルを簡単化し、逓増的な費用関数を 2 次の費用関数に置き換えた場合の議論である。

1. $p_A > \dfrac{3c}{2+3c}$ ならば、複占企業 B は p_A をわずかに下回るような p_B によって独占企業となり、より大きな絶対利潤を得ることができる。

2. $\dfrac{c}{2+c} \leq p_A \leq \dfrac{3c}{2+3c}$ ならば、複占企業の絶対利潤は非負となる。企業 B（または企業 A）は p_A（または p_B）をわずかに下回るような p_B（または p_A）によって独占企業となるが、絶対利潤は減少してしまうか、または変化しない。

3. $p_A < \dfrac{c}{2+c}$ ならば、複占企業の絶対利潤は負となるが、相手企業よりも高い価格をつければ絶対利潤はゼロに増加する。

したがって、$\dfrac{c}{2+c} \leq p_A \leq \dfrac{3c}{2+3c}$ のときに限り、複占企業には $p_A = p_B$ から逸脱するインセンティブがなく、複占均衡が存在する。■

企業が絶対利潤を最大化する場合、複占均衡は $\dfrac{c}{2+c} \leq p_A \leq \dfrac{3c}{2+3c}$ という範囲で求まることが導かれた。限界費用が一定ではない逓増的な費用関数であっても均衡の存在が示されたことになり、エッジジッワースのベルトラン批判とは対照的な結論である[4]。

5 相対利潤導入による影響

本節では企業が目的関数として絶対利潤と相対利潤の加重和を最大化する場合のベルトラン均衡について考える。

補題 2 独占均衡は存在しない。

証明. $p_A < p_B$ となる独占均衡が存在すると仮定する。

1. $p_A > \dfrac{c}{1+c}$ ならば、企業 B は p_A をわずかに下回るような p_B によって企業 A に代わって独占企業となり、正の絶対利潤および相対利潤を得ることができる。

2. $p_A = \dfrac{c}{1+c}$ ならば、企業 B は $p_B = p_A$ とすることで企業 A とともに複占企業となり、$\dfrac{c}{2+c} < \dfrac{c}{1+c}$ なので正の絶対利潤およびゼロの相対利潤を得ることができる。

3. $p_A < \dfrac{c}{1+c}$ ならば、独占企業 A の絶対利潤および相対利潤は負となるが、たとえば $p_A = p_B = \dfrac{c}{1+c}$ とすることで企業 A は複占企業として正の絶対利潤およびゼロの相対利潤を得ることができる。

[4]Dastidar (1995) は、企業の費用関数が非対称であれば、均衡価格が一意となりうることも示している。

したがって、企業には $p_A < p_B$ のような価格からは逸脱するインセンティブがあり、$p_A < p_B$ となる独占均衡が存在する仮定に矛盾する。 ■

命題 2 複占均衡は存在し、均衡価格は $\dfrac{c}{2+c} \le p \le \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ という範囲になる。

証明. $p_A = p_B$ となる複占均衡の存在を仮定する。この場合、複占企業の相対利潤はゼロとなる。

1. $p_A > \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ ならば、(3) 式により、複占企業には $p_A = p_B$ から逸脱するインセンティブがある。
2. $\dfrac{c}{2+c} \le p_A \le \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ ならば、(1) 式と (2) 式により、複占企業には $p_A = p_B$ から逸脱するインセンティブがない。
3. $p_A < \dfrac{c}{2+c}$ ならば、複占企業の絶対利潤は負、相対利潤はゼロとなるが、相手企業よりも高い価格をつければ絶対利潤はゼロに増加する。また、$\dfrac{c}{2+c} < \dfrac{c}{1+c}$ なので相手企業の絶対利潤は負となり、自社の相対利潤は正となる。

したがって、$\dfrac{c}{2+c} \le p_A \le \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ のときに限り、各企業には $p_A = p_B$ から逸脱するインセンティブがなく、複占均衡が存在する。 ■

$\dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c} < \dfrac{3c}{2+3c}$ より、企業が絶対利潤と相対利潤の加重和を最大化する場合の複占均衡における均衡価格の範囲 $\dfrac{c}{2+c} \le p \le \dfrac{(3+\alpha)c}{2(1+\alpha)+(3+\alpha)c}$ は、絶対利潤を最大化する場合の複占均衡における均衡価格の範囲 $\dfrac{c}{2+c} \le p \le \dfrac{3c}{2+3c}$ に内包される。前者の範囲は後者に比べて狭くかつ低い。また、(4) 式により、相対利潤の加重和に占める比重 α が大きくなるほど、その範囲はより狭くかつ低いものとなる。企業が相対利潤を重視するほど、すなわち自社の絶対利潤と他社の絶対利潤の差を重視するほど、他社の絶対利潤が小さくなることが企業にとって好ましくなるため、より厳しい価格競争の状況が発生する。その結果として、複占均衡における均衡価格となり得る範囲は狭くかつ低くなる。

利潤について言及すると、企業の相対利潤はゼロとなるが、絶対利潤は非負となり、その加重和である企業の利潤は $(1-\alpha)\pi_A^D \ge 0$ となる。これは明らかに絶対利潤最大化の場合の均衡利潤 π_A^D よりも小さく、企業が相対利潤を重視するほど小さくなる。

以上の意味で、絶対利潤最大化に比べて、相対利潤を導入した目的関数の最大化は価格競争を行う企業に対してより競争的な行動規範をもたらすと考えられる[5]。

[5]本章では線形の需要関数と 2 次の費用関数を考察した。Satoh and Tanaka (2014) はこれを拡張し、一般的な需要関数と凸の費用関数の下でも本章と同様の結論が導かれることを示した。

6 結語

本章では同質財を生産する複占企業による価格競争において、企業の目的関数に相対利潤を導入することの意義について考察した。企業が自社の絶対利潤のみを目的関数とする場合、均衡価格が純戦略ナッシュ均衡として範囲で求められることは Dastidar (1995) および本章の 4 節のとおりである。しかし、企業が絶対利潤と相対利潤の加重和を目的関数とする場合の均衡価格はより狭くかつ低くなり、相対利潤が重視されるほど、それはさらに狭くかつ低くなることが示された。企業が相対利潤を考慮し、さらにそれを重視することは、自社と他社の絶対利潤の差がより大きくなることを企業が望むということに他ならない。すなわち、企業の目的関数に相対利潤を導入し、それをより重視させることで、企業に対してより競争的に価格を選択する行動規範を与えることが可能となる。

参考文献

[1] Dastidar, K. G. (1995), “On the existence of pure strategy Bertrand equilibrium”, *Economic Theory*, 5, 19-32.

[2] Edgeworth, F. (1925), *Papers Relating to Political Economy*, vol. 1. London: Macmillan.

[3] Gibbons, R and K. J. Murphy (1990), “Relative performance evaluation for chief executive officers”, *Industrial and Labor Relations Review*, 43, 30S-51S.

[4] Kockesen, L., E.A. Ok and R. Sethi (2000), “The strategic advantage of negatively interdependent preferences”, *Journal of Economic Theory*, 92, 274-299.

[5] Lu, Y. (2011), “The relative-profit-maximization objective of private firms and endogenous timing in a mixed oligopoly”, *The Singapore Economic Review*, 56, 203-213.

[6] Lundgren, C. (1996), “Using relative profit incentives to prevent collusion”, *Review of Industrial Organization*, 11, 533-50.

[7] Maskin, E. (1986), “The Existence of Equilibrium with Price Setting Firms”, *American Economic Review*, 76, 382-386.

[8] Matsumura, T and N. Matsushima (2012), “Competitiveness and Stability of Collusive Behavior”, *Bulletin of Economic Research*, 64, s22-s31.

[9] Matsumura, T., N. Matsushima and S. Cato (2013), "Competitiveness and R&D competition revisited", *Economic Modelling*, 31, 541-547.

[10] Miller, N and A. Pazgal (2001), "The Equivalence of Price and Quantity Competition with Delegation", *RAND Journal of Economics*, 32, 284-301.

[11] Satoh, A and Y. Tanaka (2013a), "Relative Profit Maximization in Asymmetric Oligopoly: Cournot and Bertrand Equilibria", mimeo.

[12] Satoh, A and Y. Tanaka (2013b), "Choice of Strategic Variables under Relative Profit Maximization in Asymmetric Oligopoly", mimeo.

[13] Satoh, A and Y. Tanaka (2014), "Relative Profit Maximization and Bertrand Equilibrium with Convex Cost Functions", *Economics: The Open-Access, Open-Assessment E-Journal*, Economics Discussion Paper No.2014-7, 1-10.

[14] Schaffer, M.E. (1989), "Are profit maximizers the best survivors?", *Journal of Economic Behavior and Organization*, 12, 29-35.

[15] Tanaka, Y. (2013), "Irrelevance of the choice of strategic variables in duopoly under relative profit maximization", *Economics and Business Letters*, 2, 75-83.

[16] Vega-Redondo, F. (1997), "The evolution of Walrasian behavior", *Econometrica*, 65, 375-384.

[17] 佐藤敦紘・田中靖人 (2013) 「寡占における相対利潤最大化企業の収益性と戦略変数の選択」未公刊。

第3章

凸値需要対応の構成的分析

要旨

Bridges (1992) は連続かつ *uniformly rotund* の選好関係をもつ消費者の連続需要関数が存在することを構成的に示した。本章ではこの需要関数を需要対応に拡張する。また、*uniformly rotund* に代わって弱 *uniformly rotund* を定義する。このとき、消費者の選好関係が連続性、弱 *uniformly rotund*、単調性を満たすならば、閉グラフの凸値需要対応が存在することを構成的に示す。

本章は田中靖人教授（同志社大学経済学部）との共著論文「A Constructive Analysis of Covex-Valued Demand Correspondence for Weakly Uniformly Rotund and Monotonic Preference, *Advances in Decision Sciences*, Volume 2011, Article ID 960819, pp. 1-7, Hindawi Publishing Corporation, 2011.」を日本語に訳し、加筆・修正したものである。元論文は全 3 節と Appendix から構成されている。それらについて主な分担関係を以下に示す。なお、博士学位論文の構成章として用いることについて、田中教授の了承を得ている。

- 執筆動機は田中教授による。
- 1 節 「Introduction」は田中教授による。
- 2 節 「Preliminary Results」は両人による。
- 3 節 「Covex-Valued Demand Correspondence with Closed Graph」は両人による。
- 付録「Appendix」は両人による。
- 証明の精査および投稿後の修正は本人による。

1 イントロダクション

ミクロ経済学の消費者理論では、選好関係や消費集合がいくつかの条件を満たせば、連続な需要関数が存在することが知られている。すなわち、消費者が連続かつ強凸の選好をもち、消費集合が R^N のコンパクトかつ凸の部分集合であれば、連続な需要関数が存在する[1]。しかし、構成的数学の立場からすると、この結果は単純に受け入れられないものである。

構成的数学は Brouwer の直観主義に基づき、数学的対象の存在証明のためにはそれを構成または計算する方法（アルゴリズム）を明示的に与えなければならないと主張する。したがって構成的数学によれば、ある集合 X の存在を証明するためには、「X が存在しないと仮定すると矛盾が生じるため、X は存在する」といった背理法が認められない。背理法を用いず、X を構成または計算する方法が与えられたならば、X の存在は構成的に証明されたことになる。

このような構成的数学の立場からすると、連続な需要関数が存在するために満たすべき条件の内、消費集合のコンパクト性とその用い方が問題となる。消費集合のコンパクト性は、予算集合が非空であるための、さらには需要関数が連続であるための必要条件である。距離空間における集合について、その集合内の任意の点列が収束する部分列をもつという点列コンパクト性とコンパクト性は同値であるため、連続な需要関数の存在の証明のために消費集合の点列コンパクト性が用いられている。しかし、収束する部分列としての消費が存在することはわかっていても、それが果たしていかなるものなのかは明示されていない。したがって、消費者が連続かつ強凸の選好をもち、消費集合が R^N のコンパクトかつ凸の部分集合であれば、連続な需要関数が存在するという消費者理論における既知の結論は構成的な証明と言えない[2]。連続な需要関数の存在を証明するためには、消費者の選好関係や消費集合についての条件を構成的な証明に耐えうるように見直す必要がある。たとえば消費集合のコンパクト性については、点列コンパクト性とは異なる性質である「完備かつ全有界性」によって定義することで構成的な証明のための土台となる。それによって需要に対応する消費集合の存在を構成的に示すことができるからである。

Bridges (1992) は連続かつ *uniformly rotund* の選好をもつ消費者の連続需要関数が存在することを構成的に証明した。本章ではこの需要関数を対応（すなわち多価関数）に拡張する。また、*uniformly rotund* に代わって弱 *uniformly rotund* を定義し、消費者の選好関係が連続性、弱 *uniformly rotund*、単調性を満たすならば、閉グラフをもつ凸値需要対応が存在することを示す[3]。

次節では消費者の選好関係を定義し、Bridges (1992) を参考に需要対応の存在性のための条件を明らかにする。3 節は定理の証明、4 節は数学付録である。

[1] Takayama (1974) を参照。
[2] 詳細は Bridges and Richman (1987) および Bridges (1992) を参照。
[3] 対応が凸値となり、閉グラフをもつということは、関数が連続となることに対応する概念である。

2　選好関係

N 種の財を消費する消費者を考える。N は 1 よりも大きな有限の自然数とする。消費集合をコンパクトかつ凸の $X \subset R^N$、消費を $x \in X$ で表す。構成的な証明に耐えうるために、ここで消費集合がコンパクトであるということは、それが完備かつ全有界であることを意味する[4]。Δ を $N-1$ 次元単体とし、$p \in \Delta$ を標準化された財の価格とする。したがって、i 財の価格を $p_i \geq 0$ とすれば、$\sum_{i=1}^{N} p_i = 1$ となる。ある p についての消費者の予算集合を次式で表す。ただし、$w > 0$ は消費者が初期に保有する財の価値を表す初期賦存量である。

$$\beta(p, w) \equiv \{x \in X :\ p \cdot x \leq w\}$$

消費者の選好関係 $\succ$ は X 上の二項関係として定義される。たとえば $x, y \in X$ のうち消費者が x を y より選好するならば、その関係は $x \succ y$ と表される。無差別を含む選好関係 $\succsim$ は次のように定義される。

$$x \succsim y \iff \neg(y \succ x)$$

ただし、$x \succ y$ ならば $x \succsim y$ である。$\succ$ と $\succsim$ は推移性を満たす。したがって、$x \succsim y \succ z$ または $x \succ y \succsim z$ ならば、$x \succ z$ となり、選好関係 $\succsim$ について次の関係も成立する。

$$x \succsim y \iff \forall z \in X\ (y \succ z \Rightarrow x \succ z)$$

$\succ$ が $X \times X$ の開部分集合であり、$\succsim$ が $X \times X$ の閉部分集合ならば、選好関係 $\succ$ は**連続性**を満たす。また、$x' > x$ ならば $x' \succ x$ となる場合、選好関係 $\succ$ は**単調性**を満たす[5]。以下では選好関係 $\succ$ は連続性と単調性を満たすと仮定する。

選好関係に関する次の定義 1 は Bridges (1993) で与えられたものである。

定義 1 (*uniformly rotund*) $x, y \in X$ を $|x - y| \geq \varepsilon$ の関係を満たす消費とする。ただし $\varepsilon > 0$ である。z をある値 $\delta(\varepsilon) > 0$ について $|z| \leq \delta(\varepsilon)$ の関係を満たす R^N 上の点とする。このとき、$\frac{1}{2}(x+y) + z \succ x$ または $\frac{1}{2}(x+y) + z \succ y$ となる。

通常の消費者理論では連続な需要関数の存在証明のために選好関係の強凸性の性質が仮定される。

[4] ある集合 X が完備（*complete*）とは、X のいかなるコーシー列も X 内に収束するということである。また、ある集合 X が全有界（*totally bounded*）とは、X がどんな ε > 0 についても有限個の点の ε-近傍で覆われるという条件である。ここで X の ε-近傍とは、X のいかなる元との距離が ε よりも小さくなるような元を含む X の部分集合である。距離空間においてコンパクト性と全有界性は同値であり、構成的数学では集合のコンパクト性を完備性と全有界性によって定義している。

[5] $x' > x$ は、x' の全ての成分が x のそれぞれ対応する成分以上となり、かつ x' の少なくとも一つの成分が x のそれに対応する成分を上回っていることを意味する。

しかしそれでは構成的な証明に耐えられないため、Bridges (1992) ではそれに代わって *uniformly rotund* の性質を仮定したのである。参考までに強凸性の定義を次に与える。

定義 2 (強凸性) $x, y \in X, x \neq y$ ならば、$tx + (1-t)y \succ x$ または $tx + (1-t)y \succ y$ となる。ただし $0 < t < 1$ である。

Bridges (1993) は選好関係が *uniformly rotund* ならば、それは強凸性を満たすことを示した。したがって、*uniformly rotund* は強凸性の十分条件であり、消費者の選好関係により強い制約を課すものと言える。本章では連続な需要関数ではなく、閉グラフをもつ凸値需要対応の存在を構成的に証明するため、*uniformly rotund* よりも弱い性質である次の定義 3 を用いる。

定義 3 (弱 *uniformly rotund*) $x, y \in X$ を $|x-y| \geq \varepsilon$ の関係を満たす消費とする。ただし $\varepsilon > 0$ である。z をある値 $\delta > 0$ について $|z| \leq \delta$ の関係を満たし、$z \gg 0$ となるような R^N 上の点とする[6]。このとき、$\frac{1}{2}(x+y) + z \succ x$ または $\frac{1}{2}(x+y) + z \succ y$ となる。

uniformly rotund と強凸性との関連と同様に、弱 *unifomly rotund* との関連が予想される選好関係の凸性の定義を次に与える。

定義 4 (凸性) $x, y \in X,\ x \neq y$ ならば、$tx + (1-t)y \succsim x$ または $tx + (1-t)y \succsim y$ となる。ただし $0 < t < 1$ である。

以下の補題 1 から補題 3 は弱 *unifomly rotund* を満たす選好関係から導出される結果である。

補題 1 $x, y \in X,\ x \neq y$ ならば、弱 *uniformly rotund* であるということは $\frac{1}{2}(x+y) \succsim x$ または $\frac{1}{2}(x+y) \succsim y$ を意味する。

証明. 定義 3 で表れる δ の減少列 (δ_m) を考える。このとき、すべての m で $|z_m| < \delta_m,\ z_m \gg 0$ となる z_m について、$\frac{1}{2}(x+y) + z_m \succ x$ または $\frac{1}{2}(x+y) + z_m \succ y$ となる。(δ_m) がゼロに収束するならば、$\frac{1}{2}(x+y) + z_m$ は $\frac{1}{2}(x+y)$ に収束する。したがって選好の連続性 ($\succsim$ が閉集合であること) より、$\frac{1}{2}(x+y) \succsim x$ または $\frac{1}{2}(x+y) \succsim y$ が成り立つ。■

補題 2 消費者の選好が弱 *uniformly rotund* ならば、それは凸性を満たす[7]。

証明. 1. $x, y \in X$ を $|x-y| \geq \varepsilon$ の関係を満たす消費とする。点 $\frac{1}{2}(x+y)$ をとると、$|x - \frac{1}{2}(x+y)| \geq \frac{\varepsilon}{2}$ および $|\frac{1}{2}(x+y) - y| \geq \frac{\varepsilon}{2}$ が得られる。ここで補題 1 を用いると、$\frac{1}{4}(3x+y) \succsim x$ あるいは $\frac{1}{4}(3x+y) \succsim y$、また、$\frac{1}{4}(x+3y) \succsim x$ あるいは $\frac{1}{4}(x+3y) \succsim y$ となることが分かる。したがって、n

[6] $z \gg 0$ は、z の成分がすべて正となることを意味する。
[7] この補題は Bridges (1993) の命題 2.2 を弱 *uniformly rotund* の選好に修正したものである。

を自然数とすると、$k=1,2,...,2^n-1$ という k について $\frac{k}{2^n}x+\frac{2^n-k}{2^n}y\succsim x$ または $\frac{k}{2^n}x+\frac{2^n-k}{2^n}y\succsim y$ となることが帰納的に示される。

2. $z=tx+(1-t)y$ とする。ただし t は $0<t<1$ の実数である。いかなる n についても $\frac{k}{2^n}\le t\le\frac{k+1}{2^n}$ となるような自然数 k を選ぶことができる。ここで $\left(\frac{k+1}{2^n}-\frac{k}{2^n}\right)=\frac{1}{2^n}$ は数列である。$m>n$ であるような自然数 m,n について、自然数 l と k を用いて $\frac{l}{2^m}\le t\le\frac{l+1}{2^m}$ および $\frac{k}{2^n}\le t\le\frac{k+1}{2^n}$ と表せるので、

$$\left|\left(\frac{l+1}{2^m}-\frac{l}{2^m}\right)-\left(\frac{k+1}{2^n}-\frac{k}{2^n}\right)\right|=\left|\frac{2^n-2^m}{2^m2^n}\right|<\frac{1}{2^n}$$

という関係式が成り立つ。すなわち $\left(\frac{k+1}{2^n}-\frac{k}{2^n}\right)$ はコーシー列となってゼロに収束し、$\frac{k+1}{2^n}$ と $\frac{k}{2^n}$ は t に収束する。連続性 ($\succsim$ が閉集合であること) の仮定により、$z\succsim x$ または $z\succsim y$ である。以上により、選好は凸性を満たす。■

補題 3 $x,y\in X$ を $x\succ y$ を満たす消費とする。このとき、消費者の選好が弱 *uniformly rotund* ならば、$0<t<1$ について $tx+(1-t)y\succ y$ である。

証明. 連続性 ($\succ$ が開集合であること) の仮定より、$\lambda\gg 0, x'\succ y$ を満たす点 $x'=x-\lambda$ が存在する。補題 2 によって弱 *uniformly rotund* は凸性を含意するので、$tx'+(1-t)y\succsim y$ または $tx'+(1-t)y\succsim x'$ となる。$tx'+(1-t)y\succsim x'$ ならば、推移性によって $tx'+(1-t)y=tx+(1-t)y-t\lambda\succsim x'\succ y$ である。ここで単調性の仮定より、$tx+(1-t)y\succ y$ となる。他方、$tx'+(1-t)y\succsim y$ ならば、同様に単調性の仮定より、$tx+(1-t)y\succ y$ となる。■

ここで S をすべての $(p,w)\in S$ について以下の 1 から 3 を満たす $\Delta\times R$ の部分集合とする。

1. $p\in\Delta$
2. $\beta(p,w)$ は非空。
3. 全ての $x\in\beta(p,w)$ について $\xi\succ x$ となるような $\xi\in X$ が存在する。

以下の補題 4 から補題 8 は Bridges (1992) で示された結果である。

補題 4 (Bridges (1992), 補題 2.1) $p\in\Delta\subset R^N$, $w\in R$ であり、$\beta(p,w)$ が非空ならば、$\beta(p,w)$ はコンパクトである。

Bishop and Bridges (1985) の命題 4.4 または Bridges and Vîţă (2006) の命題 2.2.9 を参考にすると、この補題は次のことを意味している。すなわち、全ての $x\in R^N$ について、

$$\rho(x,\beta(p,w))\equiv\inf\{|x-y|:\ y\in\beta(p,w)\}$$

という距離が存在するという意味で、各 $(p,w) \in S$ についての予算集合 $\beta(p,w)$ は *located* である[8]。

補題 5 (Bridges (1992), 補題 2.2) $(p,w) \in S$, $\xi \succ \beta(p,w)$（これは全ての $x \in \beta(p,w)$ について $\xi \succ x$ となることを意味する）ならば、$\rho(\xi, \beta(p,w)) > 0$ および $p \cdot \xi > w$ となる。

補題 6 (Bridges (1992), 補題 2.3) $(p,c) \in S$, $\xi \in X$, $\xi \succ \beta(p,c)$ とする。$p \cdot x = c$ の超平面を H で表すと、各 $x \in \beta(p,c)$ について一意の点 $\varphi(x)$ が $H \cap [x, \xi]$ の中に存在する。この関数 φ は $\beta(p,c)$ から $H \cap \beta(p,c)$ への全射であり、$\beta(p,c)$ について一様に連続である。

補題 7 (Bridges (1992), 補題 2.4) $(p,w) \in S$, $r > 0$, $\xi \in X$, $\xi \succ \beta(p,w)$ とする。このとき、$\rho(\zeta, \beta(p,w)) < r$, $\zeta \succ \beta(p,w)$ を満たす $\zeta \in X$ が存在する[9]。

補題 8 (Bridges (1992), 補題 2.8) R,c,t を正の値とすると、次の条件を満たす $r > 0$ が存在する。p と p' は $|p| \geq c$ かつ $|p - p'| < r$ となる R^N 上の点であり、w と w' は $|w - w'| < r$ となる実数であり、さらに y' は $|y'| \leq R$ かつ $p' \cdot y' = w'$ となる R^N 上の点ならば、$p \cdot \zeta = w$ かつ $|y' - \zeta| < t$ を満たす $\zeta \in R^N$ が存在する。

3 閉グラフの凸値需要対応の存在性

前節での準備をもとに、本節では次の定理を証明する。

定理 1 $\succsim$ でコンパクトかつ凸な部分集合 $X \subset R^N$ 上の弱 *uniformly rotund* を満たす選好関係を表す。Δ を標準化された価格ベクトルのコンパクトな凸集合（すなわち $n-1$ 次元単体）とする。S を各 $(p,w) \in S$ について次の $1, 2, 3$ を満たすような $\Delta \times R$ の部分集合とする。1. $p \in \Delta$, 2. $\beta(p,w)$ は非空, 3. 全ての $x \in \beta(p,w)$ について $\xi \succ x$ となるような $\xi \in X$ が存在する。
このとき、任意の $(p,w) \in S$ について次の $(1), (2), (3)$ を満たす $\beta(p,w)$ の部分集合 $F(p,w)$ が存在する。

(1) 全ての $x \in \beta(p,w)$ について $F(p,w) \succsim x$ (すなわち全ての $y \in F(p,w)$ について $y \succsim x$ であることを意味する。)

(2) $p \cdot F(p,w) = w$ (すなわち全ての $y \in F(p,w)$ で $p \cdot y = w$ であることを意味する。)

(3) 対応 $F(p,w)$ は凸値となり、閉グラフをもつ[10]。

---

[8] *located* は構成的数学特有の概念である。距離空間 X の部分集合 S は、全ての $x \in R^N$ について、$\rho(x,S) = \inf\{|x-y| : y \in S\}$ が存在するとき *located* と定義される。距離空間の全有界な部分集合は *located* であることがわかっているため、ある集合がコンパクトであれば、それは *located* となる。

[9] この補題の証明は Bridges (1992) の補題 2.4 の証明とは異なる点を含むため、4 節にて別途証明する。

[10] 対応 $F(p,w)$ のグラフは $G(F) = \cup_{(p,w) \in S}(p,w) \times F(p,w)$ として表される。グラフ $G(F)$ が閉集合のとき、対応 F は閉グラフをもつという。

証明. 1. $(p,w)\in S$ について、$\xi \succ \beta(p,w)$ となるような $\xi\in X$ を選ぶ。補題 7 より、自然数 m について $\zeta_m \succ \beta(p,w)$ および $\rho(\zeta_m,\beta(p,w)) < \frac{r}{2^{m-1}}$（ただし $r>0$）となるような X の点列 (ζ_m) をとる。選好の凸性と推移性から、$0<t<1$ と m について $t\zeta_m+(1-t)\zeta_{m+1}\succ \beta(p,w)$ となる。したがって、ある $0<\varepsilon<1$ と $0<\delta<1$ について $|\zeta_n-\zeta_{n+1}|<\varepsilon^n$, $\rho(\zeta_n,\beta(p,w))<\delta^n$, $\zeta_n\succ\beta(p,w)$ となるような点列 (ζ_n) を作ることができるため、(ζ_n) は X に含まれるコーシー列となり、ある極限 $\zeta^*\in X$ に収束する。選好の連続性 ($\succsim$ が閉集合であること) より、$\zeta^*\succsim\beta(p,w)$ および $\rho(\zeta^*,\beta(p,w))=0$ である。また、$\beta(p,w)$ は閉集合なので、$\zeta^*\in\beta(p,w)$ である。さらに補題 5 より、全ての n について $p\cdot\zeta_n>w$ となる。以上により、$p\cdot\zeta^*=w$ を得る。選好の凸性より、ζ^* は一意ではない。すなわち、$p\cdot\zeta'=w$ および $\zeta'\succsim\beta(p,w)$ となるような $\beta(p,w)$ の要素 ζ' が複数存在するかもしれない。したがって $F(p,w)$ は集合、すなわち需要対応となる。ここで $\zeta\in F(p,w)$, $\zeta'\in F(p,w)$ とすると、$\zeta\succsim\beta(p,w)$, $\zeta'\succsim\beta(p,w)$ となり、選好の凸性から $t\zeta+(1-t)\zeta'\succsim\beta(p,w)$ となる。したがって、$F(p,w)$ は凸値となる。

2. 続いて需要対応が閉グラフをもつことを示す。$|p-p'|<r$ および $|w-w'|<r$（ただし $r>0$）となるような (p,w) と (p',w') を考える。$F(p,w)$ と $F(p',w')$ を需要対応とする。$y'\in F(p',w')$, $c=\rho(0,\Delta)>0$, $R>0$ とする。ただし R は 0 を中心にそれを半径とした閉球 $\bar{B}(0,R)$ が X を内包するように選択される。$\varepsilon>0$ を所与として、$\delta<\varepsilon$ となるような $\delta>0$ で補題 8 の t を置き換え、そこでの条件を満たすような r を選ぶ。この補題 8 より、$p\cdot\zeta=w$, $|y'-\zeta|<\delta$ となるような $\zeta\in R^N$ を選ぶことができる。同様にして、各 $y\in F(p,w)$ について $p'\cdot\zeta'(y)=w'$, $|y-\zeta'(y)|<\delta$ となるような $\zeta'\in R^N$ を選ぶことができる。$y'\in F(p',w')$ は $y'\succsim\zeta'(y)$ を意味する。全ての $y\in F(p,w)$ について $|y'-y|>\frac{\varepsilon}{2}$ となるか、ある $y\in F(p,w)$ について $|y'-y|<\varepsilon$ となる。全ての $y\in F(p,w)$ と $y\succ\zeta$ について $|y'-y|>\frac{\varepsilon}{2}$ となると仮定する[11]。もし δ が十分に小さければ、$|y'-y|>\frac{\varepsilon}{2}$ は、ある有限の自然数 k について $|y-\zeta|>\frac{\varepsilon}{k}$ および $|y'-\zeta'(y)|>\frac{\varepsilon}{k}$ を意味する。このとき、弱 *uniformly rotund* により、$|z_n|<\tau_n$, $|z'_n|<\tau_n$ となる z_n と z'_n が存在する。ただし、この z_n と z'_n について、いかなる自然数 n についても $\tau_n>0$、$z_n\gg0$, $z'_n\gg0$、$\frac{1}{2}(y+\zeta)+z_n\succ\zeta$, $\frac{1}{2}(y'+\zeta'(y))+z'_n\succ\zeta'(y)$ である。もし δ が十分に小さければ、$|y-\zeta'(y)|<\delta$ および $|y'-\zeta|<\delta$ は $\frac{1}{2}(y+\zeta)+z_n\succ y'$ および $\frac{1}{2}(y'+\zeta'(y))+z'_n\succ y$ を意味するので、結果として $|\frac{1}{2}(y+\zeta)-\frac{1}{2}(y'+\zeta'(y))|<\delta$ となる。選好の連続性 ($\succ$ が開集合であること) の仮定より、$\frac{1}{2}(y+\zeta)+z'_n\succ y$ が得られる。ここで $y_1=\frac{1}{2}(y+\zeta)$ として、ゼロに収束する点列 (τ_n) をとる。選好の連続性 ($\succsim$ が閉集合であること) の仮定より、$y_1\succsim y'$ かつ $y_1\succsim y$ を得る。$p\cdot y_1=w$ に注意すると、$y_1\in\beta(p,w)$ である。$y\in F(p,w)$ なので、$y_1\in F(p,w)$ を得る。y を y_1 で置き換えると、$\frac{y+3\zeta}{4}\in F(p,w)$ となり、これを帰納的に

[11] ここでは背理法を用いているが、ある集合の存在証明ではなく、ある条件が成立するか否かの証明であるため、構成的数学に反する手法ではない。

全ての自然数 m について続けることで、$\frac{y+(2^m-1)\zeta}{2^m} \in F(p,w)$ を得る。このとき、いかなる $\eta > 0$ についても、ある $y \in F(p,w)$ では $|y-\zeta| < \eta$ となる。しかしこれは $|y-\zeta| > \frac{\varepsilon}{k}$ に矛盾する。したがって、$|y'-y| < \varepsilon$ または $\zeta \succsim y$ (すなわち $|y'-\zeta| < \delta$ および $\zeta \in F(p,w)$) となり、$F(p,w)$ は閉グラフをもつことが示された。 ■

証明の前半部分 1 では任意の $(p,w) \in S$ を需要対応 $F(p,w)$ に変換するアルゴリズムが具体的に与えられており、凸値の需要対応の存在を示す構成的な証明となっている。証明の後半部分 2 では需要対応 $F(p,w)$ が閉グラフをもつことを満たすアルゴリズムが具体的に与えられている。したがって、定理 1 によって閉グラフをもつ凸値需要対応の存在が構成的に証明された。

4 数学付録

ここでは補題 7 を証明する。H を $p \cdot x = w$ の超平面、ξ' を H 上への ξ の射影とし、$|\xi-\xi'| > 3r$ を仮定する。$H \cap \beta(p,w)$ が ξ' を中心とする閉球 $\bar{B}(\xi', R)$ に含まれるように R をとり、

$$c = \sqrt{1+\left(\frac{R}{|\xi-\xi'|}\right)^2}.$$

とおく。H と ξ の間に位置し、H からの距離が $\frac{r}{2c}$ となるような H に平行な超平面を H' とする。また、H と ξ の間に位置し、H からの距離が $\frac{r}{c}$ となるような H に平行な超平面を H'' とする。各 $x \in \beta(p,w)$ について、$H \cap [x,\xi]$ の一意の要素を $\varphi(x)$、同様に $H' \cap [x,\xi]$ については $\varphi'(x)$、$H'' \cap [x,\xi]$ については $\varphi''(x)$ とする。$\xi \succ \beta(p,w)$ なので、選好の凸性と連続性より、$\varphi''(x) \succ \varphi(x) \succsim x$ を得る。$\varphi'(x)$ は一様に連続なので、補題 4 と Bishop and Bridges (1985) の命題 4.2 より、

$$T \equiv \{\varphi'(x) : \ x \in \beta(p,w)\}$$

は全有界である。

$\varphi''(x) \succ \varphi(x)$ および $\varphi'(x) = \frac{1}{2}\varphi''(x) + \frac{1}{2}\varphi(x)$ より、$\varphi'(x) \succ x$ となり、また、選好の連続性 ($\succ$ が開集合であること) により $|\varphi'(x_i) - \varphi'(x)| < \delta$ のとき $\varphi'(x_i) \succ x$ となるような $\delta > 0$ が存在する。$(\varphi'(x_1), \ldots, \varphi'(x_n))$ が T に対する δ 近似となるような $\beta(p,w)$ の点を $(x_1, \ldots, x_n)$ とする。この点を所与として $|\varphi'(x_i) - \varphi'(x)| < \delta$ を満たす i を選ぶと、$\varphi'(x_i) \succ x$ である。

先の c の関係式から、各 $x \in \beta(p,w)$ について $|\varphi(x) - \varphi'(x)| < \frac{r}{2}$ となる。なぜなら、$|\varphi(x) - \xi'| < R$

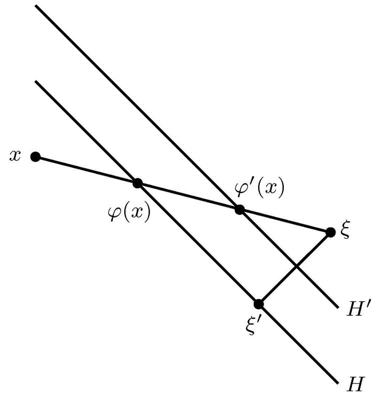


図 1: $|\varphi(x)-\varphi'(x)|$ の計算

の仮定より、$|\varphi(x)-\xi| < \sqrt{R^2+|\xi-\xi'|^2}$ となり、したがって次式が成立するからである[12]。

$$|\varphi(x)-\varphi'(x)| < \frac{r}{2c}\times\frac{\sqrt{R^2+|\xi-\xi'|^2}}{|\xi-\xi'|} = \frac{r}{2c}\sqrt{1+\left(\frac{R}{|\xi-\xi'|}\right)^2} = \frac{r}{2}.$$

ここで、

$$t_1 = 1-\frac{r}{2n|\varphi'(x_1)-\xi|},$$
$$\eta_1 = t_1\varphi'(x_1)+(1-t_1)\xi.$$

とすると、$|\eta_1-\varphi'(x_1)| = \frac{r}{2n}$、$\rho(\eta_1,\beta(p,w)) < \frac{r(n+1)}{2n}$ ($|\varphi(x_1)-\varphi'(x_1)| < \frac{r}{2}$ および $\varphi(x_1)\in\beta(p,w)$ により)、さらに選好の凸性より $\eta_1 \succsim \xi$ または $\eta_1 \succsim \varphi'(x_1)$ となる。

$\eta_1 \succsim \xi$ の場合は $\zeta=\eta_1$ とすることで証明は完了する。

$\eta_1 \succsim \varphi'(x_1)$ の場合は、ある k $(1\le k\le n-1)$ について、

$$\eta_k \succsim \varphi'(x_i)\ (1\le i\le k),$$

$$\rho(\eta_k,\beta(p,w)) < \frac{r(n+k)}{2n}.$$

となるような X の要素 $\eta_1,\dots,\eta_k$ を作ってあるものとする。$|\xi-\xi'|>3r$ より $|\xi-\eta_k|>r$ なので、$|y-\eta_k| = \frac{r}{2n}$ となるような $y\in[\eta_k,\xi]$ を選ぶことができる。このとき、$\rho(y,\beta(p,w)) < \frac{r(n+k+1)}{2n}$ となり、$y\succsim\xi$ または $y\succsim\eta_k$ が成り立つ。$y\succsim\xi$ ならば $\zeta=y$ とおくことで証明は完了する。$y\succsim\eta_k$ ならば、$\lambda\gg 0$ となる全ての λ について $y+\frac{\lambda}{2}\succ\eta_k-\frac{\lambda}{2}$ となる。このとき次の二つのケースが考

[12]図 1 を参照。

えられる。

1. 全ての λ について $y+\frac{\lambda}{2}\succ\varphi'(x_{k+1})$ となり、$y\succsim\varphi'(x_{k+1})$ が成り立つ。このときは $\eta_{k+1}=y$ とおく。

2. 全ての λ について $\varphi'(x_{k+1})\succ\eta_k-\frac{\lambda}{2}$ となり、$\varphi'(x_{k+1})\succsim\eta_k$ が成り立つ。このときは $\eta_{k+1}=\varphi'(x_{k+1})$ とおく。

この手順を η_n まで続け、$\zeta=\eta_n$ とおくことによって、$\rho(\zeta,\beta(p,w))<r$、および各 i について $\zeta\succsim\varphi'(x_i)$ となる。したがって、各 $x\in\beta(p.w)$ について $\zeta\succ x$ となる。

参考文献

[1] Bishop, E. and D. Bridges (1985), *Constructive Analysis*, Springer.

[2] Bridges, D.S. (1992), "The construction of a continuous demand function for uniformly rotund preferences", *Journal of Mathematical Economics*, 21, 217-227.

[3] Bridges, D.S. (1993), "Constructive notions of strict convexity", *Mathematical Logic Quarterly*, 39, 295-300.

[4] Bridges, D.S. and F. Richman (1987), *Varieties of Constructive Mathematics*, Cambridge University Press.

[5] Bridges, D.S. and L. Vîţă (2006), *Techniques of Constructive Analysis*, Springer.

[6] Takayama, A. (1985), *Mathematical Economics*, Cambridge University Press.