

# 博士学位論文審査要旨

2013年1月25日

論文題目： 確率的動学最適化手法の経済分析への応用

学位申請者： 平田 英展

審査委員：

主 査： 経済学研究科 教授 八木 匡

副 査： 経済学研究科 教授 伊多波 良雄

副 査： 経済学研究科 教授 田中 靖人

要 旨：

本博士論文は、確率的動学最適化の経済分析への応用可能性を模索し、それによって既存の経済分析に対して新たな知見と可能性を与えることを目的としている。確率的動学最適化とは将来の不確実性を考えに入れた経済主体の合理的行動を分析する際に用いられる数学的手法である。第1章では、動学的最適化手法の概要を説明し、重要な定理について証明を付与する。

第2章では、経済主体が期待形成を修正するメカニズムをベイズの定理を中心に整理し、第3章以降で用いる数学的手法の準備を行う。第2章ではさらに第3章で使う確率微分方程式の基本的性質および主要定理の証明を記述する。

第3章は *Mathematical Methods in Economics and Finance* に掲載された著者の論文に加筆・修正を行ったものである。ここでは、「オープン・イノベーション」と呼ばれるイノベーション方法を経済学の観点から捕え直し、M&A が R&D を営む企業の生産性を上げる状況での企業の M&A 最適規模を導出している点が学術的貢献となっている。

第4章では、金融機関における貸し出し審査等において、モラルハザードが発生するという設定を考え、モラルハザードがバブル形成をもたらすメカニズムを理論的に明らかにする。モラルハザードを引き起こすメカニズムのミクロ分析モデルでは、モニタリングコストの制約の下で、怠業発覚時のペナルティと怠業のベネフィットを導き、金融機関の労働者の行動を確率的モデルで描写している。このミクロ的分析を基に、マクロ経済レベルでのバブル形成に結びつくメカニズムを理論的に示している点が学術的貢献である。

第5章では、動的プログラミング手法および最大値原理を用いて、最適出生行動を分析している。この分析は、Barro and Sala-i-Martin (1995)のモデルに資産価格の不確実性を入れて拡張したものである。所得ボラティリティが出生率に与える影響を分析するという点において、既存研究には無い新しい視点を与えており、学術的貢献であると判断できる。

平田氏の研究は、動学的不確実性の存在が、家計および企業の行動にどのような影響を与えるかを明らかにすることを目的としており、これまでファイナンス理論以外では適用されていなかった確率的動学最適化手法を、R&D 理論、出生率決定理論に適用している点で学術的貢献が認められる。しかしながら、モデルの現実妥当性という点において課題が残されていると判断している。今後の研究発展のための課題が残されているものの、本論文は、博士（経済学）（同志社大学）の学位論文として十分な価値を有するものと認められると、審査員一同判断する。

## 総合試験結果の要旨

2013年1月25日

論文題目： 確率的動学最適化手法の経済分析への応用

学位申請者： 平田 英展

審査委員：

主 査： 経済学研究科 教授 八木 匡

副 査： 経済学研究科 教授 伊多波 良雄

副 査： 経済学研究科 教授 田中 靖人

要 旨：

論文提出者は、2013年1月22日午後6時より午後8時まで、良心館 RY426 で行われた試問会において、審査委員から数多くの質問に対する討論が行われた際、的確な回答をもって本論文の学術的価値を実証し、同時に経済学や社会科学に対する十分な学識を持っていることを証明した。

また、英語の外国語能力認定に際しても、基本論文を含め多数の英文文献を用いており、その内容に関する質疑に対しても適切な回答がなされていることから、十分な実力を有していることが明らかになった。

よって、総合試験の結果は合格であると認める。

# 博士學位論文要旨

論文題目： 確率的動学最適化手法の経済分析への応用

氏名： 平田 英展

要旨：

## 論文の構成

本稿の目的は確率的動学最適化手法の経済分析への応用について記すことである。確率的動学最適化とは将来の不確実性を考察する経済主体の合理的行動のことである。長期にわたる経済活動はこのような行動を必ず伴う。このような行動を特に、その分析の中に入れる必要がある事象には、R&Dによるものづくり、バブルの発生とその拡散、出生行動及び育児行動等がある。これらの経済活動は瞬間的に発生もしくは変化するものではない。長期にわたる行動であり、将来の不確実性を考察する分析を必要とする。

この論稿では主に上の3つの事象について研究する。そのため、これら分析のためにまず経済学で用いられている動学最適化手法の説明から入る。

第1章はdynamic programming (dp)及び最大値原理について記述する。dpについては、離散及び連続時間に於けるその解き方に関して述べる。最大値原理については制御変数が連続である場合について証明する。

第2章は経済主体がその不確実性に対処するために頼る経験について触れる。経済主体が不確実性に合理的に対処すればベイズの定理によるベイズ改定が用いられるはずである。このベイズ改定にボワソン分布と正規分布に基づくものを記す。前者はR&Dに従事する技術者の新技術開発成功率に、後者は、その逆数である精度の時間単位あたりの増分をマーケティングによる売上上昇率に、第3章にて使用している。第2章ではさらに、第3章で使う確率微分方程式の基本事項及びこれらを用いた第3章での証明について論述する。

第3章は主に、ジャーナル、*Mathematical Methods in Economics and Finance*に掲載された拙著(2008)の和訳である。この論文はR&Dに於ける企業の動学最適化であるが、Open Innovation (OI)と呼ばれるビジネススクールでよく知られているイノベーション方法を経済学の観点から捕らえ直している。特に、M&AがR&Dを営む企業の生産性を上昇させる(Griliches, 1998, chap.5, pp.113-119)場合のその最適なM&A規模を導出する。OIとはClosed Innovation (CI)と対比されるものであり、CIが自社だけで技術開発を行い、イノベーションを目指すものであるのに対し、OIとは他社との連携、すなわち技術提携や他社の買収合併及び、その技術獲得等によってイノベーションを目指すものである。

GrilichesはR&Dとその生産性について研究していたのであるが、時系列データに於いて企業規模や労働者数がジャンプすることがあり、これは明らかに買収合併によるもので、これら買収企業を除いたときの平均成長率と除かないときのそれでは大きな差があることを見出している。これにより買収企業のR&Dによる生産性が格段に高いことが明確になり、買収企業がそのR&D生産性を高くできる秘訣は何であるかを調べることは大いに有意義であるとした。第3章の拙論は理論的にこのことを解明し、イノベーションに於けるM&A規模に最適解を与えるものである。この最適解は微分方程式を解くことにより閉じた解として得られる。さらに、シミュレーションを介していかに買収企業の利潤がそうでない企業と比して、高いかが分析されている。またこの微分方程式はモデルの構築上、偏微分方程式として与えられるが、命題1に於いて債券市場が完備ならば、偏微分方程式は完備な債券市場を通して常微分方程式と同値になることが示される。以下、この命題1について簡単に述べる。

命題1は完備な債券市場の下で、R&D件数 $m$ 、マーケティング回数 $\tilde{m}$ 、及びM&A規模を表す買

収する候補に入れるべき企業数（コールオプション価格掛ける株式 50 パーセント以上を支払うことによりあらかじめ囲い込んでおくべき企業数） $n$  が買収企業の将来と現在の株価の比  $S(t)/S(0)$  の対数値に何ら影響を与えないとする命題である。この証明は本稿の Appendix に詳述しているので参照されたいが、以下、簡単にここに記す。単純化のため利子率がゼロであるとすれば、将来の株価と現在の株価は、完備な債券市場で、偶然にも一致する (Duffie, 1996, chap.8, pp.166-168) ゆえに一度決まった  $m$ 、 $\tilde{m}$ 、及び  $n$  はその決定以後、買収企業の将来と現在の株価比の対数値に影響を与えない。これは裁定機会がない (鞅なし条件) ということであり完備な市場に於ける Radner 均衡である。つまりは、 $m$ 、 $\tilde{m}$ 、及び  $n$  が変動しても利鞅がなくなるように multiplier である price/earnings ratio が変化するために  $m$ 、 $\tilde{m}$ 、及び  $n$  の将来と現在の株価比の対数値に対する影響がなくなるのである。この結果、買収企業の  $S(t)$  はその  $n$  企業全体でのマーケティング活動によって将来上昇するであろう売上及び、 $n$  企業全体での平均 R&D 成功回数だけの関数となる。

ここに於いて R&D 成功回数  $j(t)$  及びマーケティング活動によって将来上昇するであろう売上は双方ともに確率微分方程式によって表現されており、特に R&D 成功確率は  $j(t)/m$  でありポアソン分布に従う。これは技術者の発見に対する経験を折り込むためにベイズ改定しており、 $\frac{j_p}{m} = \frac{j_f}{m} + \frac{j}{m}$  で表現

される (Pratt, Raiffa, and Schlaifer, 1995, pp.345-362)。ただし、 $\frac{j_f}{m}$  は R&D 成功確率の事前分布、 $\frac{j_p}{m}$  は R&D 成功確率の事後分布である。ここで  $m$  は各期間あたり等しくなるように配分されるとすれば、R&D 成功確率は  $j(t)$  だけに依存することになる。 $j(t)$  の改定が連続的になれば、その増分を確率微分方程式によって与えられる。マーケティング活動によって上昇するであろう売上も、正規分布をベイズ改定しその逆数を売上上昇への精度とすれば、同様にその増分を確率微分方程式として導ける。第 3 章の Appendix に於いてこの 2 つの確率微分方程式は強い解を一意に持つことを証明する。これによって最適解  $n^*$  が導出されており、これによる利潤はそうでないときの数倍程度になることがシミュレーションからわかる。M&A が R&D を営む企業の生産性を上げることが理論的に明らかにされるのである。本章に関連のある文献は Open Innovation を書いた Chesbrough (2003)、R&D に於ける企業の買収合併に関する経済学の文献は Grossman and Hart (1986) である。Grossman and Hart (1986) は提携等に於ける企業契約で完備な契約を結ぶのが、不可能であるため opportunistic behavior の余地が出るとし、このような取引コストをなくすため企業は買収合併による統合を行うが、どのようなケースで統合すべきかすべきでないかを研究している。企業契約で opportunistic behavior の余地が出るのは、契約によって事前投資を明記もしくは、事後的に検証することが難しい類いのもの (R&D 実験の努力水準等) であるとしているからである。このように、完備な契約を結ぶのが不可能であるために opportunistic behavior の余地が出ることを労働契約にも使い、バブル経済の説明を試みるのが、第 4 章である。

第 4 章の論文は好況時にモニタリングの機会費用が増すために、モニタリングが少なくなり、銀行員が opportunistic 行動を取りやすくなることを示し、結果、審査なしで貸し付けが行われ、信用創造を通じてマクロ経済でバブルとなることを明らかにする。本論ではこのような行動が拡散するにつれ、分布が現れることも理論的に導く。このようなモラルハザードによってバブルが発生するとした論文は他に、Allen and Gale (2000) がある。また Kocherlakota (2008) は支払い制約が振動するとき、バブルが発生することを提唱している。これを受けて、本章の拙論はミクロ経済でもバブルとなることを明示する。かつ、この章では opportunistic の行動の不確実性をコントロールするツールの導出を試みている。

第 5 章は  $dp$  と最大値原理の双方を用い、出生率に於ける家計の動学最適化を試みる。Barro and Sala-i-Martin (1995) のモデルを応用し、家計は予算である資産を最適に運用するとすることで、最適な出生率と消費を導出する。また最適な資産運用を  $dp$  にて導いている。このため所得ボラティリティが出生率に影響を与える。当然、所得分布が出生率に影響を与えることになる。このような分析を

しているのは、**Kremer and Chen (1999)**と**Docquier (2004)**がある。また、この第5章にて、出生率  
を最大化する不確実性にはその最適な値があることが示す。

上に挙げた文献を各章の論文後にサーベイする。第3章には、金融工学の基本的文献として、**Black  
and Scholes (1973)**及び**Sharpe (1964)**を加える。