

# 博士学位論文審査要旨

2012年1月20日

論文題目： 微分演算を必要としない非線形フィルタを用いた力学系の状態およびパラメータ推定に関する研究

学位申請者： 竹野 倫彰

審査委員：

主査： 文化情報学研究科 教授 川崎 廣吉

副査： 文化情報学研究科 客員教授 片山 徹

副査： 京都大学大学院情報学研究科 教授 酒井 英昭

要 旨：

本論文は、非線形微分方程式の離散化という観点を軸に行った非線形力学系の状態およびパラメータ推定問題に関する基礎的研究をまとめたものである。

第1章の序論、第2章の非線形フィルタに関する概要に続いて、第3章では、Unscented Kalman Filter (UKF) を適用した非線形力学系の推定問題について考察し、UKF とルンゲ・クッタ法を組み合わせた離散時間フィルタのアルゴリズムを考案した。いくつかの具体的な非線形力学系に対するシミュレーションによって、本手法による推定結果は従来法である拡張カルマンフィルタ(EKF) による推定結果と比べて優れていることを示した。

第4章では、予測ステップを連続時間系、観測更新ステップを離散時間系とする連続 - 離散UKF の数値解法について新たな提案を行った。システム雑音を含む非線形モデルの動特性を表す確率微分方程式の離散化に際して、1次の強収束性が保証されているホインスキームを採用し、さらにフィルタの予測アルゴリズムを構成する状態の予測推定値および共分散行列に関する微分方程式の離散化には、ホインスキームを援用したアルゴリズムを提案した。いくつかの非線形モデルに対するシミュレーションによって提案手法の有効性が示されている。

第5章では、連続 - 離散システムのフィルタリング問題に関して、差分商を用いた非線形要素の1次および2次近似を用いる Divided Difference First Order (DD1) および Second Order (DD2) フィルタのアルゴリズムを提案した。この方法はヤコビアンやヘッシアンを必要とするEKF や2次フィルタを適用するのが困難な非線形システムの連続 - 離散フィルタリング問題にも比較的容易に適用可能である。シミュレーションによって、提案した連続 - 離散DD2フィルタの性能は第4章の連続 - 離散UKF の性能と同程度であることを確認した。

第6章では、本論文のまとめと文化情報学分野における非線形フィルタの応用可能性、および非線形フィルタリング問題の今後の展望について考察している。

以上、本論文は非線形力学系の推定問題に対してEKF より優れた推定性能をもつ3種類の新しい非線形フィルタのアルゴリズムを提案し、その有効性をいくつかの力学モデルに対して確認したものである。よって、本論文は、博士（文化情報学）（同志社大学）の学位論文として十分な価値を有するものと認められる。

## 総合試験結果の要旨

2012年1月20日

論文題目： 微分演算を必要としない非線形フィルタを用いた力学系の状態およびパラメータ推定に関する研究

学位申請者： 竹野 倫彰

審査委員：

主査： 文化情報学研究科 教授 川崎 廣吉

副査： 文化情報学研究科 客員教授 片山 徹

副査： 京都大学大学院情報学研究科 教授 酒井 英昭

要 旨：

学位申請者は2008年4月より本学大学院文化情報学研究科博士後期課程に在学している。各年度において優れた研究成果をあげ、英語の語学試験にも合格しており十分な能力を有していると認定されている。また申請者は国際会議において2回英語による口頭発表を行っている。

論文の主たる内容は、システム制御情報学会論文誌2011年9月号に論文1編が掲載され、また同誌2012年4月号および英文誌 *International Journal of Innovative Computing, Information and Control* の2012年3月号にはそれぞれ論文1編が掲載される予定である。

2012年1月14日午後1時から2時40分まで、約75分の博士学位論文公聴会と約25分の審査会を行い、学位申請者に対する口頭試問を行った。申請者は審査委員からの研究内容に関する種々の質疑に的確に対応し、論文の学術的価値を示した。

以上のことから、学位申請者の専門分野に関する学力および語学力は十分なものであることを確認した。よって、総合試験の結果は合格であると認める。

# 博士學位論文要旨

論文題目： 微分演算を必要としない非線形フィルタを用いた力学系の状態および  
パラメータ推定に関する研究

氏名： 竹野 倫彰

## 要旨：

本論文は、非線形力学系の状態およびパラメータ推定問題に対して、3つの新しい非線形フィルタのアルゴリズムを提案し、それらの有効性をシミュレーションによって従来法と比較検討したものである。

第1章は序論であり、まず力学系の推定問題を記述するための出発点となる状態空間モデルについて説明する。状態空間モデルは、動的システムのモデリング、予測、制御等の問題を統一的に扱うためにシステムの入出力関係を数式表現したものであり、システム方程式と観測方程式からなる。本論文で考察する推定問題は観測データに基づいてシステムの状態ベクトルの最小分散推定値、すなわち条件つき期待値を求める問題であり、フィルタリング問題という。

具体的な2つの非線形モデルの例を用いてフィルタリング問題について説明した後、線形システムに対する状態推定アルゴリズムであるカルマンフィルタを非線形システムへ拡張した非線形カルマンフィルタについて概説する。さらに、非線形フィルタとして、Unscented Kalman filter (UKF) と Divided difference 1st order (DD1) フィルタおよび Divided difference 2nd order (DD2) フィルタをとり上げ、これらを用いた力学系の状態およびパラメータ推定問題が本論文のテーマであることを説明している。

第2章は、第3章以降の導入部である。線形システムの状態推定アルゴリズムであるカルマンフィルタに基づいた非線形フィルタとして最も広く用いられてきたのは拡張カルマンフィルタ (Extended Kalman filter, EKF) である。EKFは、非線形関数のヤコビアン計算を必要とするが、比較的最近になって発表された UKF、DD1 フィルタおよび DD2 フィルタはヤコビアン等の微分演算を必要としない非線形フィルタである。本論文では、このような UKF、DD1 フィルタおよび DD2 フィルタに着目する。

UKF の特徴は、 $\sigma$  点と呼ばれるサンプル点を選択して、ガウス分布を離散近似して得られる重みをつけて変換後の  $\sigma$  点の平均および共分散行列を計算する Unscented Transformation (UT) という非線形変換にある。UT には、 $\sigma$  点の配置および状態推定値を求める際の重みの値に影響を与えるパラメータ  $\lambda$  が存在する。他方、DD1 フィルタおよび DD2 フィルタの特徴は、非線形関数を近似するために差分商 (Divided difference) による1次および2次近似を用いる点にあり、差分商を計算する際に差分幅を定めるパラメータ  $h$  が存在する。この  $h$  と UT における  $\lambda$  は、それぞれ該当する非線形フィルタにおける調整可能パラメータであり、互いに密接な関連があることを示している。

最後に、離散時間システムに対する UKF と DD1 フィルタおよび DD2 フィルタの原理とアルゴリズムを詳しく述べ、さらに静的な非線形関数を用いたシミュレーションによって、DD2 近似は DD1 近似よりも精度が高いこと、および DD2 近似と UT は非線形関数を2次近似するという共通点を有し、推定問題に適用した場合、両者は同程度の推定性能をもつことを示した。

つぎの第3章～第5章が、博士課程における研究成果の内容であり、3つの非線形フィルタのアルゴリズムがそれぞれの章で詳しく述べられる。

第3章では、Unscented Kalman Filter (UKF) を適用したシステム雑音を含まない力学系の推定問題について考察する。一般に力学系は、非線形微分方程式で与えられることが多く、したがって力学系の推定問題においては、非線形微分方程式の離散化という操作が必要となる。

そのためにまず、簡単ではあるが精度が低いオイラー法、およびやや複雑であるが精度が高いルンゲ・クッタ法などの微分方程式の離散化手法とフィルタアルゴリズムとの適合性について考察する。非線形微分方程式をルンゲ・クッタ法で近似すると、4つのパラメータが非線形関数の引数の中に順次入れ子構造の形で組み込まれるため、近似式が通常の離散時間状態方程式の形とはならず、近似式のヤコビアンを計算することが難しくなる。したがって、ヤコビアンの計算を必要とする EKF はルンゲ・クッタ法との適合性が悪いことがわかる。他方、UKF ではヤコビアンの計算を必要としないため、非線形微分方程式の離散化に際してルンゲ・クッタ法等の高精度な近似手法を用いることが可能であることを示している。

具体的な非線形モデルとして、弾道ミサイルモデルをとり上げて、UKF における  $\sigma$  点集合のルンゲ・クッタ法による時間更新式を詳しく説明する。さらに、システム雑音の存在しない種々の力学系モデルに対するシミュレーションにより、ルンゲ・クッタ法と組み合わせた UKF による推定結果が非常に良好であることを示している。

第4章では、連続時間 UKF の具体的な計算アルゴリズムについて考察する。第3章ではシステム雑音の存在しない非線形モデルを対象としたが、ここでは、システム雑音が存在するより一般的な非線形モデルを対象とするため、予測ステップを連続時間系、観測更新ステップを離散時間系とする連続 - 離散 UKF を取り上げる。連続 - 離散システムのフィルタリング問題では、離散時間システムのフィルタリング問題では現れなかった状態の予測推定値および予測推定誤差共分散行列に関する非線形微分方程式を数値的に解く必要がある。

システムの動特性を表す確率微分方程式の離散化に対しては、常微分方程式に対する4次精度のルンゲ・クッタ法に相当する数値解法が存在しないことから、2次精度のホイン・スキームを採用する。さらに、フィルタの予測アルゴリズムを構成する状態の予測推定値および予測推定誤差共分散行列に対する非線形微分方程式の離散化にはホイン・スキームを援用した手法を提案する。併せて、いくつかの非線形モデルに対するシミュレーションにより提案手法の有効性が示されている。

第5章では、連続 - 離散システムのフィルタリング問題に関して、UKF 以外で微分演算を必要としない非線形フィルタを適用することを考える。そのため、差分商に基づいた非線形関数の1次近似を用いた DD1 フィルタおよび2次近似により精度を高めた DD2 フィルタに着目する。これらの非線形フィルタは、ヤコビアンやヘッシアンを必要とする EKF や2次近似 EKF を適用するのが困難であった非線形システムに対する連続 - 離散フィルタリング問題にも比較的容易に適用可能である。本章では、離散時間 DD1 フィルタおよび DD2 フィルタを連続 - 離散システムのフィルタリング問題へ拡張した連続 - 離散 DD1 フィルタおよび DD2 フィルタのアルゴリズムを提案する。

前章と同様に、連続 - 離散 DD1 フィルタおよび DD2 フィルタにおいても、状態の予測推定値および予測推定誤差共分散行列に対する非線形微分方程式の離散化が問題となるが、ここでは簡単のために、オイラー・丸山スキームを用いて時間更新式を得る。DD2 フィルタにおける状態推定値および推定誤差共分散行列のアルゴリズムには、DD1 フィルタのアルゴリズムに非線形関数の2次近似による項が付加されるが、提案した連続 - 離散 DD2 フィルタにおいては、状態推定値の時間更新式、出力の推定値、および出力の共分散行列のみが2次近似による項を含み、共分散行列の時間更新式、および状態と出力の相互共分散行列にはそのような項は存在せず、この部分は連続 - 離散 DD1 フィルタのアルゴリズムと同じであることが示されている。

また、システム雑音を含む非線形モデルに対していくつかのシミュレーションを行い、とくに観測特性が非線形であるモデルに対しては、連続 - 離散 DD2 フィルタの推定性能は連続 - 離散 DD1 フィルタよりも優れており、第 4 章の連続 - 離散 UKF と同程度の推定性能を有することを示している。

第 6 章では、本論文が非線形微分方程式の離散化という観点から行った非線形力学系の状態およびパラメータ推定問題に関する基礎的研究であるという結論を述べ、さらに文化情報学との関連および非線形フィルタの今後の展望について考察している。

文化情報学との関連については、非線形フィルタの実際問題への応用例として、画像情報処理、モーションキャプチャー、および脳神経科学の分野におけるいくつかの文献を挙げて、非線形フィルタが従来の工学分野にとどまらず、情報に関連した極めて多くの分野で有効に活用されていることを紹介している。また、非線形フィルタの将来展望として、その応用範囲が広いという利点がある一方で、汎用的手法の確立が困難であるという非線形システム特有の問題についても言及し、今後とも継続して種々の問題に対する具体的な研究成果を蓄積していくことの必要性が述べられている。