

【研究ノート】

スプレッド・オプション評価公式を用いた 裁定取引の可能性

—電力市場のケース—

藤原浩一*
新関三希代

1 はじめに

Black and Scholes (1973) 以降、金融以外のオプション取引についても評価公式の確立が試みられてきた。その応用分野は多岐に渡り、エネルギー分野も例外ではない。実務上の応用の観点からも特に興味深い取引は、スプレッド・オプションである。産業または企業は、原料を購入し、加工し、販売することで利益を得ている。この利益は、購買価格または原価と販売価格の-marginで基本的には決まってくる。もし購買価格と販売価格を同時に固定できれば、marginの大きさを固定することができる。このmarginをスプレッドと呼びかえ、スプレッドの先物またはオプション取引を導入すれば、スプレッドのデリバティブ取引が可能となり、産業のmarginをヘッジすることができるのである。

産業または企業を取り巻く環境は不確実であり、marginのヘッジは企業経営の中で重要課題になっている。とりわけ、規制緩和・自由化が進むわが国電力産業においては、スプレッドのデリバティブ取引、ひいては電力という新しい商品市場の創設に期待が寄せられている。

*同志社大学・ビジネススクール助教授 (Email:kfujiwar@mail.doshisha.ac.jp)

そこで、本稿では企業収益をスプレッドとしたデリバティブ（オプション）取引について説明し、具体的にそのプレミアムがどのように評価されるのか、電力市場を用いた理論モデルの提示、ならびにその取引の可能性について示す。

電力業界の利益は電力価格と単位あたり電力の発電コストの差で求められるが、これをスパーク・スプレッドと呼ぶ¹⁾。今後電力産業等の規制緩和が進めば、電力価格も変動する可能性がある²⁾。一方で、発電コストを決定する原油や天然ガス等のエネルギー価格の変動が大きくなれば、電力産業の利益：スパーク・スプレッドは電力価格と原油価格の間できわめて不安定な性質を持つことになる。

このスパーク・スプレッドを先物、またはオプションの取引対象にすることは可能であろうか。また、そのプレミアムはいかに評価すべきであろうか。本稿では、スパーク・スプレッドが先物やオプションの原資産になりうることを説明するとともに、Deng, Johnson and Sogomonian (1999) のオプション価格モデルを紹介する。

Margrabe (1978) は、ブラックショールズの議論の枠組み内で原資産が2つの場合の理論モデルを示した。Deng, Johnson and Sogomonian (1999) は、Margrabe (1978) の議論を基礎に金利や電気といった貯蔵できない財を原資産とする場合、あるいはその価格が平均回帰性や突然のジャンプを起こすといった Black and Scholes (1973) のオプション価格モデル (BS 式) では想定されていない現象をとらえ、スパーク・スプレッド・オプションの評価公式を導出している。

本稿では、スパーク・スプレッドに焦点を絞り、オプションの評価公式の導出上の問題点を BS 式との比較において検証するとともに、スパーク・ス

1) 他の商品市場においてもこのスプレッドは存在し、例えば大豆価格と大豆製品価格の差は「クラッシュ・スプレッド」、灯油価格とガソリン価格の差は「クラック・スプレッド」と呼ばれている。これらスプレッドのオプション取引をスプレッド・オプションと呼ぶ。

2) 日本での電力自由化はすでに始まっており、2000年3月21日に電力事業法改正により大口需要家向けの電気の小売が自由化されている。

プレッドの市場における取引可能性について考察する。

本稿の構成は以下のようになっている。まず、第2章において日本の電力自由化に大きな影響を及ぼした米国における自由化の背景の整理を通じ、スパーク・スプレッドの位置づけを示す。次いでスパーク・スプレッドの平均回帰性を示し、スパーク・スプレッド先物取引の具体的な仕組みについて説明する。第3章では、スパーク・スプレッド・オプションについてその理論価格モデルを提示し、続く第4章では、スパーク・スプレッドの取引可能性について言及する。そして、最後に本論のまとめと今後の課題について述べる。

2 米国電力市場の自由化とスパーク・スプレッド

2.1 電力自由化後におけるスパーク・スプレッドの位置づけ

電力産業は、周知の通りエジソンが起こした産業である。エジソンは、発電 (generating) から送電 (transmission)、配電 (derivate) までを一つのサービスとしてとらえたビジネスモデルを考案し、今日の General Electric 社の前身 Edison Electric Light Company を設立した。

発電・送電・配電をワンセットの事業として考えるエジソン来の伝統は、世界中で長く引き継がれてきた。発電の段階では水力ならばダム、火力ならば燃焼用のボイラーやガスタービン、原子力であれば原子炉を必要とし、すべてにおいて発電機が必要である。また、送電の段階では送電線を用いた交流による高圧送電が行われている。配電の段階では受変電設備で電圧の変換が行われ、工場や家庭に送電される。このように電力の安定供給のためには巨額の設備投資が必要であり、より安価な設備投資が求められた。そのため、設備に関する規模の経済性を追求せざるを得なくなり、地域独占が電力産業では許されてきた。特に、日本では地域ごとの少数の電力会社によって、独占的に行う公益事業として確立されている。

しかし、1990年に英国において電力の自由化がなされ、続いて米国でも電力の自由化がなされた。その目的は、競争原理の導入である。アメリカで電

力自由化が進められた原因の一つに「カリフォルニア州の電力価格がその他の州に比較してかなり割高であった」という事実がある³⁾。

電力自由化のポイントは、送電部門の制度設計にある。まず、発電・送電・配電を一つのユニットとする事業モデルを発電、送電、そして配電、各々の部門を独立の単位として考え、個別の会社にする。そして、送電事業の部分に取引所と非営利機関を設立する。取引所は、電力取引所(PX: Power Exchange)と独立系統運用機関(ISO: Independent System Operator)と呼ばれ、PXは公設の非営利組織として電力取引を行うことになる。一方、ISOは送電線の運用、管理を行うことが趣旨となる。電力の安定供給のためにISOは、送電線の信頼性と安全性を確保すると同時に、公平な送電の実現を行うことになる。PXとISOを組み合わせる送電部門を設計することに成功すれば、発電部門で民間の事業会社や個人等が発電した電力をPX・ISOを通じて送電し、配電部門においてその電力売却が可能となる。

以上のようなPXおよびISOを前提とした新たな事業モデルは、電力卸、小売分野に競争原理の導入を可能とし、電力供給に対する考え方を根底から変えることになった。もっとも大きな変化は、電力価格が市場メカニズムで決定される点であり、電力会社にとってはそのまま脅威とリスクにさらされることになった。さらに、原油価格の高騰や原油の枯渇等のエネルギー問題、環境問題による発電方法の代替など、電力会社が抱えるリスクはきわめて多岐に渡っている。

このような不安定な状況の中で電力産業の利益の安定性は実現できるのか、市場関係者にとって最も重要な課題が浮上してきた。その解の一つとして考えられたのがスパーク・スプレッドである。

電力産業では、エネルギー・コストと電力価格の-marginで利益が決まっ

3) 1999年当時、アイダホ州が3.9セント/kWh、ネバダ州が5.9セント/kWh、全米平均でも6.6セント/kWhであったところ、カリフォルニア州は9.2セント/kWhと全米平均に比較して1.5倍も高い電気料金であった。この電力価格の高さがカリフォルニア州において自由化を率先して導入することの要因になったが、2000年には超過需要による電力危機が発生している。アメリカ電力産業の自由化については、土方(2004)を参照せよ。

ている。このマージン，すなわちスパーク・スプレッドは，規制緩和による競争市場の導入により，電力価格が不安定になることによって影響を受ける。さらに，電力価格には季節性という変動要因も存在する。電力価格が市場の需要と供給で決定されるのであれば，夏の冷房を集中的に使う時期に電力需要が大幅に増加し，電力価格は押し上げられる。逆に，春や秋は電力需要の減少とともに電力価格は下落する。

しかし，エネルギー・コストには電力価格変動ほどの季節要因が観察されない。現在，世界の原油価格は NYMEX（New York Mercantile Exchange）の原油先物価格を基本としている。つまり，日本の電力産業利益構造は，NYMEX で決定される原油価格に為替リスクが入り，一方では電力価格が国内の競争市場において決まり，かつ季節性を有した変動を持つ，という複雑な構造になっている。このように電力産業のスパーク・スプレッドは，他の商品市場におけるスプレッドと異なり，きわめて不安定な性質を持つことになる。

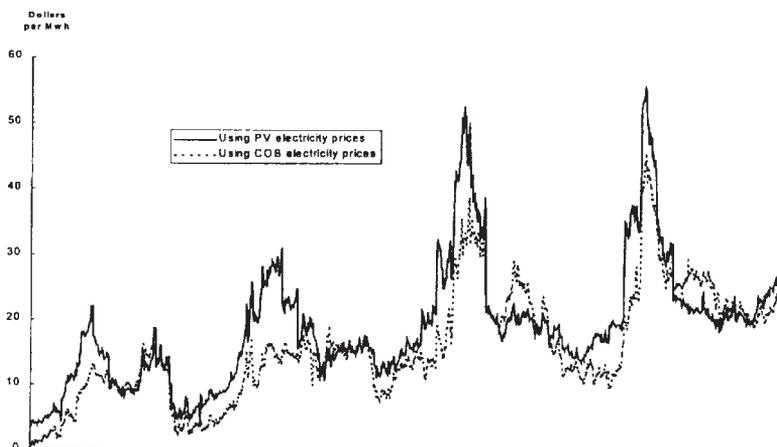
そこで考えられたのがスパーク・スプレッドを先物，またはオプションの取引対象にすることである。スパーク・スプレッドをこれらデリバティブ取引の原資産とすることは，可能であろうか。

スパーク・スプレッドの原理は単純である。原料の先物市場でロング・ポジションを，商品や製品の先物市場でショート・ポジションを取れば，スプレッドの変動リスクをヘッジすることができる。つまり，電力自由化をスプレッド変動リスクとみなした場合，原料と製品の先物市場の同時利用によるリスクヘッジ手法を基本として，複数の先物市場を一つのパッケージとして捉えた取引を行うことで，電力自由化に対処することができる。

2.2 電力価格の平均回帰性と先物取引の枠組み

米国の場合，天然ガスによる発電も盛んであるため，電力先物と天然ガス先物を一つのパッケージとして考えている。この電力先物と天然ガス先物の関係を「スパーク・スプレッド（spark spread）」と名づけ，NYMEX で実

際に取りが行われている。では、スパーク・スプレッドはどのような価格変動特性を持つのか、Emery and Liu (2002) では Palo Verde (PV) 電力先物と California-Oregon Border (COB) 電力先物、および Henry Hub 天然ガス先物を用い、電力産業のマージンの推計を行っている⁴⁾。第1図から PV 電力先物、および COB 電力先物、いずれにおいてもスパーク・スプレッドの「平均回帰性」(mean reversion) を有することがわかる⁵⁾。ここで、平均回帰性とはある資産の価格変動が一定の平均値に回帰する特性を言う。



第1図 スパーク・スプレッドの変動特性

(出典) Emery and Liu (2002), p102.

次に、独立系の電力会社 (IPP) が天然ガス価格と夏の電力需要を予測した場合、いかにスパーク・スプレッドを使用していくのか、数値例を示して説明していく。まず、4月時点で電力会社は、猛暑等により電力価格が強含みで推移すると予想したとしよう。その場合、天然ガス価格も上昇傾向になると自然に予想される。ガス価格の上昇は、もちろん電力会社の収益を圧迫することになる。電力会社としては、天然ガスをできる限り安く買いつけるこ

4) Emery and Liu (2002) は、米国電力・天然ガス先物価格の共和分分析を行っている。

5) 電力価格の平均回帰性については、土方 (2004) においても分析されている。

とが当然の目的となる。そこで、電力会社は利益を固定するためにスプレッドを固定する戦略を立てることになる。

4月25日、「Henry Hub 天然ガス先物」の7月限の価格は、100万 Btus 当たり 1.45 ドルであった⁶⁾。一方、電力先物（7月限）は1メガワット当たり 20 ドルであった（NYMEX（2003）のデータより）。この価格で天然ガス先物を買ひ、電力先物を売ればスプレッドは固定される。しかし、注意すべき点がある。天然ガスを何単位買ひ、電力先物を何単位売っておけば良いのか、あらかじめ計算しておく必要がある。天然ガスを1単位買ひ、電力先物を1単位売った場合を「1:1のスパーク・スプレッド」というが、天然ガスと電力先物では契約単位が異なるため、単純にこの「1:1のスパーク・スプレッド」をとり、スプレッドを固定すれば良いわけではない。

では、天然ガスと電力先物について各々、何単位ずつポジションを取ればよいのだろうか。このヘッジ・レシオはヒート・レートを用いて計算される。ヒート・レートとは、1キロワットアワー発電するために必要な天然ガスの量を表したものである。例えば、ある発電設備のヒート・レートを8,000としよう。これは1kwの電気を発電するために、8,000 Btusの天然ガスを消費することを意味している。天然ガスと電力先物では取引単位も契約サイズも異なるので、天然ガスの取引単位を電力先物の単位、すなわちメガワットアワーに変換して、スパーク・スプレッドを求めていく。

ここで、ヘッジ・レシオはヒート・レート8,000を1,000で割り、それに先物契約の受渡し単位である736Mwhをかけ、さらに天然ガスの契約単位である10,000 million Btusで割ることによって求められる（NYMEX, 2003参照）。すなわち $8 \times 736 / 10,000 = 0.59$ であるから、ヘッジ・レシオは5:3となる。以上を前提に電力会社は電気先物の売り、天然ガスの買いといったヘッジ取引を行い、スパーク・スプレッドを固定することができる。

6) NYMEXの中心的な天然ガス先物取引は、このHenry Hub天然ガス先物取引である。なお、天然ガスの売買単位はBritish thermal unit (Btu)である。

第1表 4月25日のスパーク・スプレッドの損益

電気先物	$5 \times 736 \text{ Mwh} \times \$20/\text{Mwh} = \$73,600$
天然ガス先物	$3 \times 10,000 \text{ mmBtu} \times \$1.45/\text{mmBtu} = \$43,500$
スパーク・スプレッド	$(\$73,600 - \$43,500)/(5 \times 736 \text{ Mwh} = 3,680) = \$8.18/\text{Mwh}$

具体的に、このスプレッド取引は、5単位の7月限電気先物を \$20/Mwh で売り、同時に3単位の7月限天然ガス先物を \$1.45/mmBtu で買うことで構成され、第1表のような損益が実現する⁷⁾。

ここで、取引終了日の7月26日、Henry Hub 天然ガス先物の7月限の価格は100万 Btus 当たり 1.60 ドルであり、電力先物は1メガワット当たり 16 ドルであった (NYMEX (2003) のデータより)。このとき、4月25日と反対売買：電気先物の買い、天然ガスの売りといったヘッジ取引を行い、利益を固定することができる。

具体的に、5単位の7月限電気先物を \$16/Mwh で買い戻し、3単位の7月限天然ガス先物を \$1.60/mmBtu で転売できた場合、スパーク・スプレッドの損益は第2表のようになる。

第2表 7月26日のスパーク・スプレッドの損益

電気先物	$3 \times 10,000 \text{ mmBtu} \times \$1.60/\text{mmBtu} = \$48,000$
天然ガス先物	$5 \times 736 \text{ Mwh} \times \$16/\text{Mwh} = \$58,880$
スパーク・スプレッド	$(\$48,000 - \$58,880)/(5 \times 736 \text{ Mwh} = 3,680) = -\$2.96/\text{Mwh}$

これらのヘッジ取引の結果は、

$$\$8.18 - \$2.96 = \$5.22/\text{Mwh}$$

となり、この電力会社は \$5.22/Mwh の利益を得ることになる。

このように、先物で天然ガスを安く買い、電気を高く売ることによってスパーク・スプレッドを固定し、限月にそれぞれについて反対売買を行う。すなわち、スパーク・スプレッドを買い戻して利益を固定していく。もし天然ガスをヘッ

7) スパーク・スプレッドは、メガワットアワーあたりに直すために $5 \times 736 \text{ Mwh}$ で割っている。

ジせず、電気のみをヘッジした場合はどうなるだろうか。\$20/Mwh で電気を売り \$16/Mwh で買い戻すことになり、\$4/Mwh の利益が出る。しかし、スパーク・スプレッドの場合は \$5.22/Mwh の利益であったから、スプレッドを用いない場合よりも \$1.22/Mwh 低くなってしまふのである。したがって、この計算例から電気先物だけを用いてヘッジするよりもスパーク・スプレッドを用いてヘッジする方が優れていることがわかる。

以上、スパーク・スプレッドの基本的な概念を示してきたが、スパーク・スプレッドそのものを一つの取引単位と考えれば、これを原資産とした先物やオプション取引が可能となる。次章では、その理論価格モデルを提示する。

3 スパーク・スプレッド・オプションの評価公式

スパーク・スプレッドのオプション理論を構築する上で、スパーク・スプレッド特有の問題が存在する。それは権利行使条件（境界条件）である。BS 式では、権利行使条件は単純に原資産価格： S と権利行使価格： K の差により定義される。例えば、 CT を権利行使によるペイオフとすれば、コール・オプションの損益構造は、

$$CT = \max(S - K, 0)$$

であるから、権利行使条件は「権利行使価格： K よりも現物価格： S が上回ったとき」、すなわち、

$$S - K > 0$$

となる。コール・オプションの場合、現物価格から権利行使価格を引いたものがプラスであれば権利行使により $S - K$ の利益を確定し、 $S - K$ がマイナスならば権利を放棄する。

では、電力と天然ガス間に定義されるスパーク・スプレッドのコール・オプションのペイオフ関数は、どのようになるであろうか。次式のように定義付けられる。

$$CT = \max(S_e - K_h \cdot S_g, 0)$$

ここで、 Se は電力価格、 Sg は天然ガス価格である。権利行使価格が $Kh \cdot Sg$ となる点が通常のオプション価格モデルと異なっている。ここで、 Kh はヒート・レートを表し、発電設備各々について物理的な次元で技術的に決まる定数である⁸⁾。この Kh に Se にかけることで発電 1 単位に対する燃料コストが割り出せる。したがって、 $Kh \cdot Sg$ は 1 メガワットの発電を行うために必要な天然ガスのコストとなる。

スプレッド・オプションの場合、異なった 2 商品の価格差からマージンを割り出すために生じる問題がある。発電 1 単位に対する燃料原価が計算できてはじめて、権利行使条件式が定義付けられる点である。BS 式では単一の原資産に対してオプションが定義されるため、このような問題は生じない。

仮に、 Kh がわかっているとしても権利行使条件に Sg が含まれている点に問題がある。スパーク・スプレッド・オプションの権利行使条件は、通常のオプションと同じく $Se - Kh \cdot Sg > 0$ と単純に言えない。 Se と Sg は各々、電力と天然ガス価格であって、市場において毎日変動している。つまり、 $Kh \cdot Sg$ が日々変化することになる。これに対し、BS 式の世界では権利行使価格： K は一定である。スパーク・スプレッド・オプションでは権利行使価格に対応する $Kh \cdot Sg$ が日々変動するため、「何を権利行使価格として固定しているのか」というポイントが不明確になる。したがって、スパーク・スプレッドにおける権利行使条件式を導く必要がある。

まず、スパーク・スプレッドがゼロである場合を考える。つまり利益が出ない状況である。

$$Se - Kh \cdot Sg = 0 \quad (1)$$

この式を Kh について解くと、

$$Kh = \frac{Se}{Sg} \quad (2)$$

となる。ここで、 Se / Sg は電力価格と天然ガス価格比であり、 $H = Se / Sg$ とお

8) ヒート・レートは、発電設備ごとに求められる。

くと、

$$Kh = H \quad (3)$$

となる。(3)式はスパーク・スプレッドがゼロである場合、すなわちオプションの権利行使をしても利益が出ない場合、ヒート・レート： Kh が電力価格を天然ガス価格で割った値： H と等しいことを示している。

次に、権利行使をすることで利益が確定する条件を検討する。スパーク・スプレッドは一定のマージンを確保しているはずなので、正の値をとる。したがって次式が成立している。

$$Se - Kh \cdot Sg > 0 \quad (4)$$

先ほどと同様にヒート・レート： Kh について解くと、

$$Kh > \frac{Se}{Sg} \quad (5)$$

となる。ここで、 $H = Se / Sg$ であるから、

$$Kh > H \quad (6)$$

が導かれる。

(3)式はスパーク・スプレッドがゼロの場合、(6)式の状況はスパーク・スプレッドが正の値であるから、権利行使により利益が確定する。したがって、権利行使の条件は「ヒート・レート： Kh よりも電力価格を天然ガス価格で割った値： H の方が小さい」ということになる。通常のオプションでは現物価格： S と権利行使価格： K の差が権利行使条件となっているのに対して、スパーク・スプレッドでは、電力と天然ガスの価格比： H とヒート・レート： Kh の比較が権利行使の条件式となる。 H が Kh よりも小さければ権利行使を行う、ということがスパーク・スプレッド・オプションのポイントになっている⁹⁾。

スパーク・スプレッドのプット・オプションの場合についても同様の議論がなされる。プット・オプションのペイオフ： PT の関数は、次式で定義される。

$$PT = \max(Kh \cdot Sg - Se, 0)$$

9) Deng, Johnson and Sogomonian (1999) では、 H をインプライド・ヒート・レート (implied heat rate) と呼んでいる。

権利行使日のプット・オプションの価値は $Kh \cdot Sg - Se$ であるから、

$$Kh \cdot Sg - Se > 0$$

が権利行使条件となる。コール・オプションと同様にインプライド・ヒート・レート： H とヒート・レート： Kh を比較する式を導くと次式のようなになる。

$$Kh < H$$

このようにスパーク・スプレッドのプット・オプションの場合は、インプライド・ヒート・レート： H よりもヒート・レート： Kh が小さくなる場合、権利行使をすることで利益が確定される。

以上、スパーク・スプレッドの権利行使条件を明確にすることができた。そこで、次にスパーク・スプレッド・オプションの評価公式の導出方法を考察する。

BS式を導出する上で決定的なアイデアは、「無裁定ポートフォリオ」の概念である。つまり、BS式では現物市場の存在を前提とした無裁定ポートフォリオの構築を想定しているのである。スパーク・スプレッドは、電力と天然ガスを原資産とする。しかし、電気は「貯蔵できない (non-storable)」のである。貯蔵できない財市場を前提にした無裁定ポートフォリオの構築は、想定できない。つまり、貯蔵不可能な財を原資産とした場合、無裁定ポートフォリオを前提としたオプション・プライシング・モデルを構築することは、できないのである。

そこで、Deng, Johnson and Sogomonian (1999)では先物契約をベースにオプション・モデルを考える手法をとった。つまり、限月まで先物を用いて無裁定ポートフォリオを構築していくのである。これを“Futures Based Method of Replicating Derivatives”と呼ぶ。限月までに先物価格は現物価格に収束するために、先物でダイナミック・ヘッジを行いながら無裁定ポートフォリオを構築することを想定し、オプション価格評価公式を導出しようというものである。

さらに、スプレッド・オプションを考察する上で問題になるのは、電力価

格変動の性質である。オプション理論では、現資産価格の確率過程について一定の確率微分方程式が用いられている。例えば、BS式では対数正規分布に従う確率微分方程式を前提に原資産価格の確率過程が導出されている。しかし、第2章で検証したとおり、電力といったエネルギー製品の価格変動プロセスはランダムウォークというより、短期的に平均回帰性を持っていることが知られている。したがって、スパーク・スプレッド・オプションモデルの前提として電力の価格変動プロセスの平均回帰性、すなわちミーン・リバージョンを前提とした原資産変動モデルを考える必要がある。

モデルは次のようになる。 Fe を電力先物価格とする¹⁰⁾。 Fg を発電に必要なエネルギー先物価格とする¹¹⁾。これらの価格系列の平均回帰性は、Vasicek (1977) が金利の変動モデルに用いた平均回帰モデルを用いて、次の確率微分方程式のように表現される。

$$\begin{aligned}dFe &= \kappa_e(\mu_e - \ln(Fe))Fedt + \sigma_e(t)FedW_e \\dFg &= \kappa_g(\mu_g - \ln(Fg))Fgdt + \sigma_g(t)FgdW_g\end{aligned}$$

ここで、 μ_e は電力価格が平均的に戻ってくる水準、 μ_g は天然ガス価格が平均的に戻ってくる水準を表している。また、 κ_e および κ_g は平均的水準に回帰するスピードを表し、 W_e と W_g は各々、ウィナー・プロセスを示している。そして、 $\sigma_e(t)$ と $\sigma_g(t)$ は t 期の各々の価格変動のボラティリティを表している。

電力先物価格と天然ガス先物価格の変動プロセスを以上のようにモデル化し、これを前提にスパーク・スプレッド・オプションの価値がどのようにモデル化できるか、考える。

スパーク・スプレッド・オプションは、電力と天然ガスの先物契約がベースになっている。したがって、上述のとおり電力会社は、先物でダイナミック・ヘッジを行いながらスパーク・スプレッドの無裁定ポートフォリオを構築することを想定し、オプション価格評価公式を導出することになる。ここでは、

10) 例えば、COB 電力先物価格などである。

11) 例えば、Henry Hub 天然ガス先物価格である。

スパーク・スプレッド・オプションの評価公式の導出法をBS式の導出法に沿って考えていくことにする。

今、原資産価格： X がドリフト項： $a = a(X,t)$ と確率項： $b = b(X,t)$ の確率微分方程式に従う場合を考えよう。

$$dX(t) = a \cdot dt + b \cdot W(t)$$

オプション・プレミアムは原資産価格： $X(t)$ と残存期間： t によって定まる。これを関数： $V(t) = g(X(t),t)$ とすると、原資産価格の動きは次の確率微分方程式によって表現されることになる¹²⁾。

$$dV(t) = \left[\frac{\partial g}{\partial X} a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial X^2} b^2 + \frac{\partial g}{\partial t} \right] dt + \frac{\partial g}{\partial X} b \cdot dW(t)$$

これらの式をベースに安全資産との無裁定ポートフォリオを考え偏微分方程式を導出し、その偏微分方程式を境界条件（権利行使条件）で解いたものが、いわゆるBS式となる。

以上の手続きをスパーク・スプレッドのコール・オプションのプレミアムを評価する式に応用していく。スパーク・スプレッドのオプション・プレミアムは、電力と天然ガスの先物価格の差によって定まるため、次式のように表される。

$$V(t) = C(Fe, Fg, t)$$

前述の Fe および Fg の確率微分方程式と上記式を用いて、先物ベースの無裁定ポートフォリオに関する偏微分方程式を導出し、スパーク・スプレッド（コール・オプション）の境界条件で解くと、次のようなスパーク・スプレッド・オプション（コール・オプション）の評価公式が導出される。

$$C = \exp[-r(T-t)] [Fe \cdot N(d_1) - Kh \cdot Fg \cdot N(d_2)]$$

ただし、

12) 例えば、日経平均は時々刻々と変化している。したがって、それを原資産とする日経平均オプションのプレミアムも時々刻々と変化する。日経平均を $X(t)$ 、日経平均オプション・プレミアムを $V(t)$ とおけば、 $V(t) = g(X(t),t)$ と表現され、伊藤のレナマを用いて $dV(t)$ について展開することができる。

$$d_1 = \frac{\left[\ln \left(\frac{F_e}{Kh F_g} \right) + v^2 \frac{(T-t)}{2} \right]}{v(T-t)^{\frac{1}{2}}}$$

$$d_2 = d_1 - v(T-t)^{\frac{1}{2}}$$

$$v^2 = \frac{\left[\int_t^T (\sigma_e^2(s) - 2\rho\sigma_e(s)\sigma_g(s) + \sigma_g^2(s)) ds \right]}{T-t}$$

である。ここで、 $N(\bullet)$ は標準正規分布の累積分布関数、 $(T-t)$ は満期日： T までの残存期間を各々、示している。

BS 式と異なる点はボラティリティ： v である。BS 式ではボラティリティ一定の仮定が設けられているが、スパーク・スプレッド・オプションでは電力価格先物と天然ガス先物の相関の度合い： ρ により変化することになる。電力先物市場と天然ガス市場の相関が高いほど、ボラティリティは小さくなっていくのである。

4 スパーク・スプレッド・トレーディングの可能性

なぜ、以上のようなスプレッド・オプションの評価公式が必要となるのだろうか。一つは、これまで述べてきたように企業ないし産業の収益のヘッジ取引のためである。しかし、もう一点重要なポイントがある。オプションに限らず、将来資産ないし契約価値評価は、裁定取引における割高・割安の判断の基準を理論的に与える。つまり、スパーク・スプレッドに裁定取引の考え方を応用してトレーディングができる可能性がある。

スパーク・スプレッドの大きさは、天然ガス価格、ヒート・レート、そして電気先物価格の3つで決まることは、以上述べてきたとおりである。天然ガス先物価格、または電気先物価格のような原料と製品の関係にある2変数の均衡関係が崩れた場合、評価公式による割高・割安の判断を通じて裁定取引の可能性が出てくる。

例えば、電気の価格が高騰し、天然ガス価格が一定の価格であったとする。するとスパーク・スプレッドの大きさは、通常よりも大きな値になる。その後、電気の先物価格が通常の価格に戻ったとする。するとスパーク・スプレッドも通常大きさに戻っていく。このように電力価格のみが高騰してスパーク・スプレッドが大きくなった場合、スパーク・スプレッドは割高になったことになる。その後、スパーク・スプレッドが元の水準に戻ることが予想できれば、高いスパーク・スプレッドを売り、安くなった場合に買戻しをすれば、利潤を生むことが可能となる。この場合、電力先物を売り、天然ガスを買うことになる。その後、電力と天然ガスともに価格が下落したとする。しかし、電力価格と天然ガス価格が一定の関係に戻るためには、電力価格の下落率は天然ガスに比較して小さくならない。逆に、電力価格がさらに上昇し、天然ガス価格も上昇したとする。この場合、電力価格の上昇率よりも天然ガス価格の上昇率の方が大きいはずである。そうでなければ、元の電力価格と天然ガス価格の関係に戻ることはできない。

天然ガスと電気の先物価格が一定の関係にあって、一時的に乖離しても元の関係に戻ることを前提にすると、天然ガスおよび電気の価格がともに上昇しても下落しても利益を生むことが可能となる。つまり、裁定取引と同じ考え方：割高なものを売り、割安なものを買ひ、両者の価格が一定の関係に戻ったときに反対売買を行えば、利益がでるとい手法がスパーク・スプレッドに応用できるのである。

電力先物価格と天然ガス先物価格の間に市場が効率的であれば成立しているであろう一定の関係、すなわち「均衡関係」があり、それゆえ、2変数間の平均回帰性が生じると考えられる。均衡関係が崩れた場合、すなわち、先の例のように電力先物価格が高騰した場合や天然ガス価格が一時的に下落した場合などにスパーク・スプレッドの大きさが変わる。その場合のスパーク・スプレッドは、通常の場合のスパーク・スプレッドの大きさに比較して、割高か割安のいずれかになっている。割高ならば売り、割安ならば買うという、

スプレッドそのものをトレードの対象にする取引を行うことができる。さらに、スプレッド・オプションやスプレッド・スワップといった取引手法も可能となる。

では、どのようなスパーク・スプレッドがどのような大きさの時に均衡になり、またどのような水準の場合に割高または割安と言えるのか、理論的、数値的な評価が重要となる。スパーク・スプレッドそのものは天然ガスと電力の価格変動によって決まるのだから、この2つの系列がいったいどのような関係で変動しているのか、理論的・実証的に調べてみる価値は大きい。

5 結 語

以上、スプレッド・オプションの価格評価公式導出の基本的な考え方を概観した。現在、同評価公式はリアル・オプションへの展開がなされている。具体的には、電力設備の価値評価、および稼働の停止条件等の割り出し等、現実的な側面への応用が考えられる。これらの点について、今後数理的・実証的側面から評価公式のパフォーマンスについて検証を行っていきたい。

電力産業に限らず、今後様々な産業で進むであろう規制緩和は、スプレッドの不安定性の増大を意味する。スプレッドそのものを取引の対象にできると、企業は自身の収益のヘッジ取引が可能となる。オプション取引の場合、将来取引の価値を現在価値に割引いて評価するような理論価格モデルによって、スプレッドの評価が可能となる。

このような観点から、電力と天然ガスの価格系列に限らず、製品と原料といった2つの価格系列がどのような関係を持って変動しているのか、これから新たな上場商品を考える場合、商品間の先物スプレッドはより重要な位置を占めてくるであろう。また、企業収益をスプレッドと読み替えて評価することは、これまでの企業評価、投資の評価方法である割引現在価値法に替わる新たな手法となるであろう。

今後、日本においてもスプレッドに関する知識の蓄積、調査研究は重要な

課題になると思われる。

【参考文献】

- Black, F. and M. Scholes, (1973) "The Pricing of Options and Corporate Liabilities,"
Journal of Political Economy, Vol.81, pp.637-659.
- Deng, S., B. Johnson and A. Sogomonian, (1999) "Spark Spread Options and the Valuation of
Electricity Generation Assets," *Proceeding of the 32nd Hawaii International Conference
on System Science*.
- Emery, G.W. and Q. Liu, (2002) "An Analysis of the Relationship Between Electricity and
Natural-Gas Futures Prices," *The Journal of Futures Markets*, Vol.22, pp. 95-122.
- Margrabe, W., (1978) "The Value of an Option to Exchange One Asset for Another,"
The Journal of Finance, Vol.33, pp.177-186.
- NYMEX, (2003) "CRACK SPREAD HANDBOOK," NYMEX H.P., <http://www.nymex.com>.
- Vasicek, O., (1977) "An Equilibrium Characterization of the Term Structure,"
Journal of Financial Economics, Vol.5, pp.177-188.
- 土方薫編著, (2004) 『電力デリバティブ』シグマベイスキャピタル.

The Doshisha University Economic Review Vol.58 No.3

Abstract

Koichi FUJIWARA, and Mikiyo kii NIIZEKI, *The Possibility of Arbitrage Trading by the Spread Options: The Case of Electricity Market*

The spark spread options formula becomes important with the liberalization of the electricity market. However, electricity is non-storable and its price has a mean reversion, so we can not apply the Black and Scholes methodology for deriving the spread options formula. In this paper, we discuss the derivation methodology of the spark spread options developed by Deng, Johnson and Sogomonian, and the possibility of arbitrage trading.